

绪论



数字信号处理是当前信息处理技术中十分活跃的一个分支。由于计算机和大规模集成电路技术的发展,使得它在各个科学和技术领域中成为一种重要的数值分析与处理计算工具。传统的信号处理主要是建立在连续时间信号和连续时间系统的基础上,而数字信号处理是基于离散时间信号与系统,对样本序列进行处理,即信号的波形用样本序列表示,并用数字的方式去处理这些序列。**具体来说,凡是用数字的方式对信号进行滤波、变换、解调、增强、压缩、估计、识别等处理都属于数字信号处理的范畴。**样本序列处理方法的起源可以追溯到16世纪发展起来的经典数值分析技术,到了20世纪40年代,采样数据控制技术以及信号谱估计和预测理论的研究和发展,使这些经典方法得到进一步发展。但是,数字信号处理作为一门新的学科而真正出现却是在1965年Cooley和Tukey提出快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)之后。FFT算法与莱维逊(Levinson)自回归谱估计算法形成了数字信号处理现代算法的两大支柱。

数字信号处理的基础理论中引入了自动控制领域中的采样数据控制(sampled data control)的变换分析方法,如为了描述采样控制系统的输入输出特性,用拉普拉斯变换在 s 平面上分析连续时间信号与系统的特性,而利用 z 变换可以得到离散时间系统在 z 平面上的特性,使得我们能通过模拟滤波器的变换来设计具有无限冲激响应的数字滤波器;另外,对输入样本序列进行时域或频域的处理可以实现有限冲激响应数字滤波器的设计,进而形成数字滤波器完整的设计体系。

近年来,数字信号处理不仅在理论上取得重大进展,而且其应用范围也日益扩大,并不断显示出它的重要性,已成为促进许多科技领域发展的有力手段。可以说数字信号处理的基本原理和方法几乎应用在所有的物理系统和社会计算中,特别是信息技术领域,它是数字信号处理应用最集中也是最深入的领域。

传统的信号处理局限于信号通过电阻、电容、电感和运算放大器组

成的模拟电路。而数字信号处理系统是用不同于模拟系统的方式来对信号数据进行处理,由于是用数字或符号序列表示信号波形,因此信号可以被看作是一个任意时基的序列,可以对信号数据进行重排和存储,实现时间的扩张和压缩以及信号处理的最佳化。此外,由于数字信号处理具有很好的重现性和很高的可靠性,只要有足够的字长,就能实现高精度和大动态范围的信号处理,这是模拟系统所不能比拟的。此外,数字系统还具有便于大规模集成、多维数据处理等优点。

数字信号处理系统是多种多样的。但对于一般的系统,其基本结构如图0.1所示,采样保持与A/D变换把输入信号变换成时间和幅度都是离散的序列。通常在采样前需要一个低通滤波器滤除模拟输入信号中不必要的高频成分。经过数字信号处理器处理后的输出仍是离散量化序列,它们经过D/A变换和低通滤波器,可恢复成平滑的模拟信号。

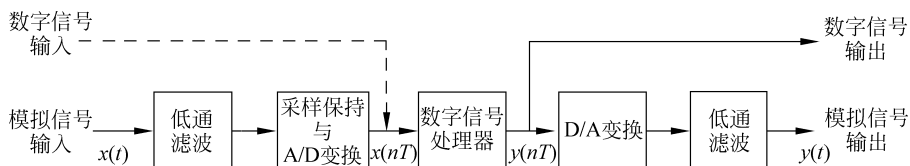


图0.1 数字信号处理系统的基本结构

连续时间信号的离散处理普遍存在于各种信号处理系统中,如语音、视频编码、通信、雷达、声纳、生物医电信号和各种传感信号处理等,对于这些系统,往往希望它们能实时工作,这就要求数字信号处理器以A/D转换对连续时间信号采样的同一速率来完成输出样本的计算。

另外,在实际中还有一类信号处理的问题,其处理目的不是简单地输出信号,而是通过对信号的变换和估计,以输出信号的某种特征来解释原信号,或对输入信号进行分类。这类信号处理问题称为信号解释或信号的模式识别,如利用傅里叶变换将时域信号变换到频域,我们就可以在频域中依据信号的频谱特性作出对信号的解释,或根据频谱特性对信号进行分类。

在现实社会中,我们遇到的往往是大量的非确定性信号,即随机信号,如语音、视频序列、机械振动、脑电波、雷达回波、数字系统量化的误差和信号在传输过程中混叠各种因素造成的噪声和干扰等,还有股票市场波动等经济现象,都是不可预知的随机信号。

信号预测和谱估计是离散随机信号处理的重要内容,如由一组先前的信号样本值线性预测当前的信号值,并与预测误差共同表示当前信号;基于信号建模的谱分析在随机信号处理中具有重要的地位;当一个平稳随机信号通过线性时不变系统时,该系统的输入输出的许多基本特性都可以用一些基本的统计特征,如均值、方差、自相关函数或功率谱来适当地表示。本书介绍了这方面的基本概念和方法。

有时数字信号处理系统的输入本身就是数字信号,输出也需要数字信号,这样图0.1的系统中就不需要A/D和D/A变换。在很多应用场合还可以利用时分多路的方式,通过一套数字信号处理系统同时处理多路输入信号,如图0.2所示。因为相邻的采样信号之间存在着一定的间隔,可以插入其他路信号的采样并送入同一系统,在同步器的控制下,系统对各路信号分别进行处理,最后通过分路器把输出的组合序列分离输出,这种系统的运算速度越高,能够同时处理的信道也越多。单通道系统具有处理多路信号的能力是数字系统的突出优点之一。

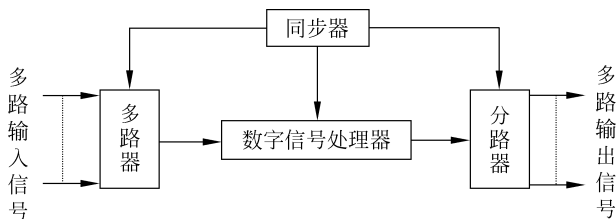


图0.2 时分多路数字信号处理系统

值得提出的是,嵌入式DSP技术的出现是数字信号处理及其应用领域中一个飞跃性转折,它使得数字信号处理不再局限于通过计算机或者小规模数字器件,可以使过去复杂的信号处理算法通过专用DSP硬件来实时处理,并且成本下降,体积减少,灵活性显著提高。许多情况下,数字信号处理的应用中往往采用嵌入式数字信号处理器,在这种方式中,主CPU与一个或多个DSP共同完成数据处理的任务。各种信号处理算法的发展对这种嵌入式DSP的结构、编译器和实时性也提出了更高的要求。

由于实际工程对DSP应用系统的需求越来越多,使得新的DSP算法开发工具也得到发展。对于要求实时处理的软件任务,C语言是一种很有用的编程工具。C语言具有结构化、数组和函数调用等高级语言的功能,同时也具备可以位操作、直接硬件输入输出控制和宏块等汇编语言的功能。C语言的这些功能对于嵌入式DSP的开发是一种理想语言。大多数数字信号处理芯片的生产厂家都提供C编译、模拟器或仿真器,这类C编译器提供标准C语言和用于产生DSP高效率的编程,例如直接汇编语言可以用来优化一些对时间有苛刻要求的器件的性能。与全部用汇编语言编写的程序相比,大量利用C语言编写的程序可以很容易移植到其他的处理器上。另外,MATLAB软件已成为数字信号处理与分析的重要工具,它所提供的各类函数能以矩阵的形式来描述和处理所有数据,因此,要熟练掌握现代数字信号处理技术,不仅要学好有关基础知识,更重要的是要掌握C语言,学会应用DSP和MATLAB软件工具。

数字信号处理这门学科的研究内容涉及一维数字信号处理、多维数字信号处理和用超大规模集成电路(VLSI)实现的数字系统硬件与算法结构。尽管理论上一维数字信号处理与多维数字信号处理之间存在一些基本的区别,但一维数字信号

处理的一些基本概念和方法都可以推广至多维数字信号处理。

一维数字信号处理的主要内容是离散傅里叶变换及其各种快速算法、数字滤波器、一维信号频谱分析和有限字长效应等；多维数字信号处理的内容涉及到图像处理、多维变换(如二维DFT)、多维数字滤波(如二维数字滤波器等)、多维信号谱估计等。由于二维或者高维信号处理的内容已经分支成图像处理或其他专门的学科,本书不作专门介绍。数字信号处理的超大规模集成电路实现包括对各种VLSI芯片的外部特性的了解,以及算法和结构,如并行算法结构和流水线处理机等。虽然超大规模集成电路的技术及其应用是近年来数字信号处理领域中飞速发展的一个重要内容,但它涉及到若干算法结构和硬件系统设计技术,应该把它作为数字信号处理学科中另一门有待学习的课程。

从以上的介绍可以看出,由于数字信号处理的基本理论和方法涉及学科之多、应用领域之广、发展之迅速,本书作为数字信号处理的基础性教材,不可能对上述各方面的内容予以全面论述,而只能提供给读者数字信号处理这一领域的最基本的概念和方法,通过这些基本内容的学习,使读者掌握进一步学习的基础理论和基本知识。因此,本书主要讨论一维数字信号处理的基本理论和方法。

现在,数字信号处理技术随着信息技术的进步正在以惊人的速度向纵深和更高级的方向发展,各学科对数字信号处理的理论和技术的要求越来越迫切。因此,掌握好数字信号处理的基本概念、基本原理和方法,就能使我们以熟悉的工具进入生疏的研究领域。



在数学上,信号可以表示成一个或多个独立变量的函数,如语音可以表示为时间 t 的连续函数,静止黑白图像信号可以表示为二维空间变量的亮度函数。信号的独立变量如果是连续的,则称该信号为连续时间信号,反之称为离散时间信号,而信号的幅度可以是连续的或离散的。离散时间信号可以由连续时间信号的采样得到,也可以由一个离散时间的过程产生。为使计算机或数字信号处理系统对信号进行处理,必须对连续时间信号在时间和幅度上进行离散表示,从而得到数字信号。

本章介绍离散时间信号与连续时间信号的关系,以及离散时间信号与系统分析的基本概念,为以后章节提供必要和基本的数学工具。

1.1 离散时间信号分析

1.1.1 离散时间信号的表示——序列

离散时间信号在数学上用数的序列表示,一个数字序列 x 的第 n 个数记作 $x(n)$,则序列 x 可用公式表示为

$$x = \{x(n)\}, \quad -\infty < n < +\infty \quad (1.1)$$

式中 n 为整数。虽然序列并不一定由连续信号采样产生,但为了方便起见,习惯上将 $x(n)$ 称为序列 x 的第 n 个采样。这种离散序列往往是通过连续时间信号进行周期性采样得到。如图1.1所示,用 $x_a(t)$ 表示连续时间信号,每隔 T 秒对模拟信号 $x_a(t)$ 进行采样,序列中第 n 个数就是模拟信号 $x_a(t)$ 在 nT 时刻的值,即

$$x(n) = x_a(t)|_{t=nT} = x_a(nT), \quad -\infty < n < +\infty \quad (1.2)$$

这样得到的离散序列为

$$\{\cdots, x_a(-T), x_a(0), x_a(T), x_a(2T), \cdots\}$$

在数字信号处理中,重要的是对离散时间采样值进行处理,而对离散时间的周期值 T 不感兴趣,因此对时间 T 做归一化处理,令 $x_a(nT)$ 为 $x(n)$,即

$$\{x_a(nT)\} = \{x(n)\} = \{\cdots, x(-1), x(0), x(1), x(2), \cdots\}$$

我们将图1.1中采样开关闭合时间 $\tau \rightarrow 0$ 的采样称为理想采样。除特别说明,后面提到的采样均指理想采样。尽管 $x(n)$ 表示序列第 n 个数值,但为简单起见,将整个离散序列 $\{x(n)\}$ 直接表示为 $x(n)$ 。

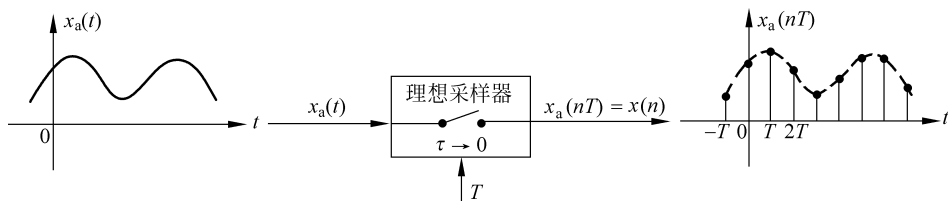


图1.1 理想采样过程

式(1.2)是一个对连续时间信号 $x_a(t)$ 等间隔周期采样得出的理想化的数学表示,它是整数 n 的函数。为了使数字信号处理理论建立在序列运算的基础上,通常将式(1.2)得出的采样序列作为离散信号的研究模型,它不涉及真正的时间和物理量,只是在对模拟信号转换或在频域内分析序列信号时,才考虑采样周期 T 。

在实际应用中,通常是用A/D变换器将连续信号变换成数字信号。这样的系统可看作是对理想采样系统的近似,A/D变换器可看作是由理想采样器和量化器组成,如图1.2所示。理想采样器是对连续时间信号在时间轴进行离散化,而量化器是按一定的规则对连续时间信号的幅度进行量化,即用数字序列 $\tilde{x}(n)$ 来近似表示理想采样 $x(n)$ 。

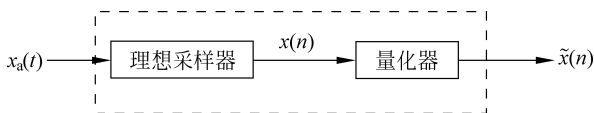


图1.2 A/D变换器

实际上,在数字信号处理系统或计算机中是对数字量 $\tilde{x}(n)$ 进行处理,但在分析和表示时,一般采用 $x(n)$ 。对于实际量化值 $\tilde{x}(n)$ 与其对应的 $x(n)$ 的误差分析,将在第7章中讨论。

下面介绍几种常用的基本序列。

1. 单位采样序列(又称单位冲激序列)

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

这个序列仅在 $n = 0$ 处存在幅值为1的冲激脉冲, n 为其他值处为0, 如图1.3所示。它类似于连续系统中的单位冲激函数 $\delta(t)$ 。 $\delta(n)$ 在离散系统中是一个实际存在的序列, 常作为系统冲激响应的输入信号。

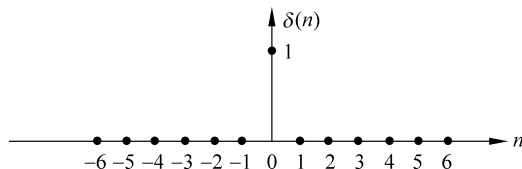


图1.3 单位采样序列

2. 单位阶跃序列

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

如图1.4所示。单位阶跃序列也常常作为输入信号用于测试系统的时域响应。单位阶跃序列与连续系统中的单位阶跃函数 $u(t)$ 类似。单位阶跃序列可用一组单位采样序列的和来表示, 即

$$u(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \cdots \quad (1.5)$$

或

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad (1.6)$$

反之, 单位采样序列可用单位阶跃序列的后向差分表示, 即

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1.7)$$

式中 $u(n-1)$ 是把 $u(n)$ 延时一个采样间隔的单位阶跃序列。

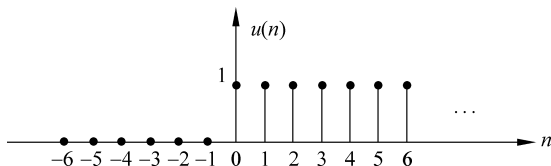


图1.4 单位阶跃序列 $u(n)$

3. 矩形序列

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n < 0, n > N-1 \end{cases} \quad (1.8)$$

如图1.5所示。矩形序列作为最常用的窗口函数用于数字滤波器的设计。矩形序列也可用单位阶跃序列之差来表示, 即 $R_N(n) = u(n) - u(n - N)$ 。

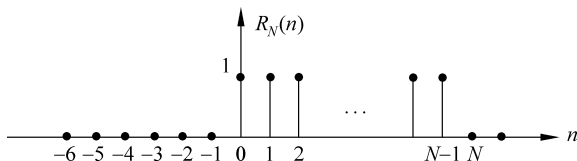


图1.5 矩形序列(N 为序列长度)

4. 指数序列

$$x(n) = Aa^n u(n) \quad (1.9)$$

即

$$x(n) = \begin{cases} Aa^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

如果 A 和 a 都是实数, 则序列为实序列。当 $0 < a < 1$ 时, 序列 $x(n)$ 是收敛的, 如图1.6(a)所示。当 $|a| > 1$ 时, 序列 $x(n)$ 是发散的, 如图1.6(b)所示($a > 1$ 时的 $x(n)$)。而当 $-1 < a < 0$ 时, 序列收敛且是摆动的, 如图1.6(c)所示。人口增长、企业投资回报等一些社会经济问题都可以用指数序列来描述。

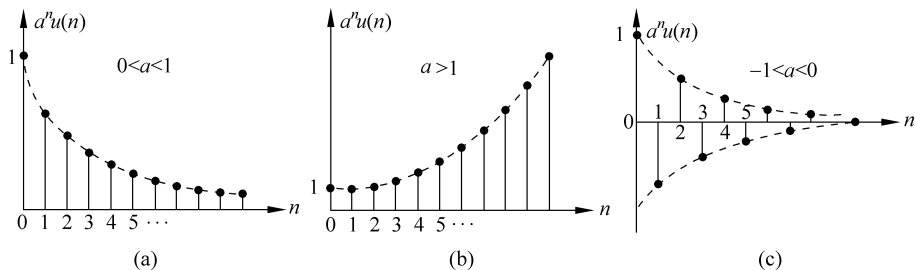


图1.6 指数序列($Aa^n u(n)$, $A = 1$)

5. 正弦序列

$$x(n) = A \cos(\omega_0 n + \psi), \quad \text{对全部 } n \quad (1.11)$$

其中 A 为实数, ψ 为相位, ω_0 称作该正弦序列的频率, 由于 n 是一个无量纲的整数, 因此 ω_0 的量纲必须为弧度, 这反映了序列变化快慢的速率, 如图1.7所示。

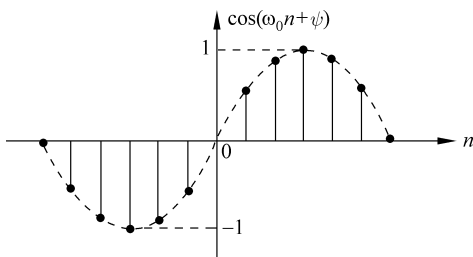


图1.7 正弦序列($A = 1, \psi = 90^\circ$)

6. 复指数序列

a 为复数的指数序列 Aa^n , 其实部和虚部都是指数加权的正弦序列。如果 $A = |A|e^{j\psi}$, $a = |a|e^{j\omega_0}$, 则序列 Aa^n 可表示为

$$\begin{aligned} x(n) &= Aa^n = |A|e^{j\psi}|a|^n e^{j\omega_0 n} = |A||a|^n e^{j(\omega_0 n + \psi)} \\ &= |A||a|^n \cos(\omega_0 n + \psi) + j|A||a|^n \sin(\omega_0 n + \psi), \quad \text{对全部 } n \end{aligned} \quad (1.12)$$

若 $|a| > 1$, 则该序列振荡的包络按指数增长; 若 $|a| < 1$, 其包络按指数衰减。当 $a = 1$ 时, 该序列称为复指数序列, 即

$$x(n) = |A|e^{j(\omega_0 n + \psi)} = |A| \cos(\omega_0 n + \psi) + j|A| \sin(\omega_0 n + \psi) \quad (1.13)$$

由式(1.13)可以看出, $e^{j\omega_0 n}$ 的实部和虚部都随 n 作正弦变化。

复指数序列是研究系统频率响应的重要序列, 将线性系统对单个频率复指数信号的响应进行线性叠加可以得到系统在整个频带的频率响应。

指数序列与正弦序列在表示和分析线性时不变离散系统中有着重要作用。

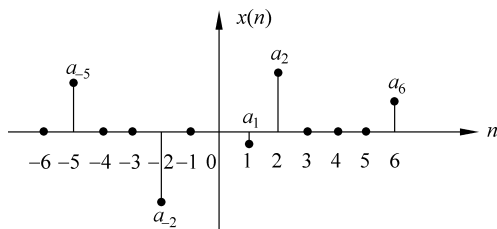
7. 任意序列的单位采样表示法

任意一个序列都可以用一组延迟的单位采样的幅度加权的线性组合表示。如图1.8所示的序列可表示为

$$x(n) = a_{-5}\delta(n+5) + a_{-2}\delta(n+2) + a_1\delta(n-1) + a_2\delta(n-2) + a_6\delta(n-6)$$

从上面可以推导出任意序列的一般表达式

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m) \quad (1.14)$$

图1.8 序列 $x(n]$

1.1.2 序列的稳定性与因果性

序列 $x(n]$ 是稳定的, 当且仅当存在某一个固定的有限正数 S , 使下式成立

$$S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)| < \infty \quad (1.15)$$

上式意味着 $x(n]$ 是绝对可加的; 如果对于 $n < 0$, 有 $x(n) = 0$, 那么序列 $x(n]$ 称为是因果性的(或是物理可实现的)。关于稳定性和因果性的定义同样可以引伸到一类线性时不变系统的特性方面(见1.3.3节和1.3.4节)。在线性时不变系统中, 系统因果性和稳定性有着明确的物理意义。

在离散时间信号处理中, 序列的能量也是经常使用的一个量, 序列 $x(n]$ 的能量定义为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (1.16)$$

1.1.3 序列的基本运算

在多个序列之间进行适当的运算, 其结果是一个新序列。最为基本简单的运算是序列的相加和相乘, 两个序列 $x(n]$ 和 $y(n]$ 的积与和分别定义为对应离散时刻数值的积与和; 序列 $x(n]$ 与数 a 相乘定义为序列中每个值与数 a 相乘; 若序列 $y(n]$ 为 $x(n]$ 的移位或延迟, 则有

$$y(n) = x(n - n_0) \quad (1.17)$$

则称序列 $y(n]$ 为序列 $x(n]$ 的延迟序列或移位序列, 其中 n_0 必须为整数。