

第 1 章 引言

航天器的轨道确定是通过改变模型参数变量的值,依据测量值对观测量的计算值进行拟合。所谓的待估参数的估计值就确定了航天器的轨道。本书给出了当前使用的观测量测量值、计算值和观测量计算值对待估参数偏导数的计算公式。JPL 的轨道确定软件 ODP 的程序 Regres 使用这些公式。自 1968 年以来,这个第三代的软件一直用于月球和行星探测任务中航天器的轨道确定。近年来它也应用于确定地球卫星的轨道。

上一次关于程序 Regres 中公式的外部报告为文献(Moyer,1971)。该报告的范围为整个 ODP 软件的公式。本书给出了 ODP 中程序 Regres 的全部公式和程序 PV 的相对论项公式。程序 PV 用于生成航天器轨道和对待估参数的相应偏导数。因此本书中包含所有影响观测量计算值的相对论项公式。程序 PV 的完整公式最终将由该程序的程序员兼分析师 Richard F. Sunser 给出。ODP 的用户指南则由 DRTRAJ-DOP 用户参考手册(2000 版)给出。

所有观测量都可归为如下几大类:多普勒测量、距离测量、航天器和类星体的甚长基线干涉测量(VLBI)和角度测量,这些将在第 13 章中作详细介绍。而可进行估值的模型参数可分为如下几类:

1. 确定航天器轨道的动力学参数;
2. 确定测站在地固坐标系中位置的站址参数;
3. 确定地球空固指向的地球自转参数;
4. 确定太阳系中天体相对位置的参数;
5. 航天器和测站原子时修正的二次系数;
6. 航天器(如果有发射)发射频率修正的二次系数;
7. 测距系统差;

8. 地球对流层和电离层参数;
9. 相对论参数 β 和 γ ;
10. 类星体的赤经和赤纬。

在这些参数中,那些只影响观测量计算值但不影响参与者(航天器和测站)位置矢量的参数可用测量参数表示,例如测距系统差。

在 ODP 的程序 PV 和程序 Regres 中公式有两种不同形式。一种是太阳系质心相对论参考架中的原始公式,它可以应用于太阳系中任一位置处的航天器;另一种是局部地心相对论参考架中的公式,应用于近地航天器,例如地球轨道器。需要注意的是,必须在太阳系质心相对论参考架中进行月球任务的分析。

在计算距离和多普勒观测量计算值时,计算公式中忽略项造成的误差小于 0.2m (单向)和 10^{-6}m/s (以到航天器的距离每天文单位(AU)计算)。这些数字是假设为双向测量(即地球上的接收站也是发射站),且不考虑如行星历表和航天器星历、岁差和章动模型、测站站址等输入项的误差。

第 2 章讨论时间尺度和时间差的计算,首先介绍这一内容的原因是本书的其他各章都将用到时间。第 3 章讨论行星历表和航天器星历,以及从星历中插值获得的量。第 4 章在太阳系质心参考架和局部地心参考架两种参考架中描述程序 PV 中使用的、仅考虑引力(牛顿的和相对论的)时航天器的加速度公式。第 5 章给出地面测站在地心空固坐标系中的位置、速度和加速度矢量的详尽公式。第 6 章给出太阳系天体上着陆的航天器在空固坐标系中的位置、速度和加速度矢量的公式。第 7 章给出在广义相对论下,计算地面或航天器发射或接收信号的坐标时和原子时之间差别的四种算法。第 8 章给出光行时方程和求解航天器光行时解的算法。同时这一章中还给出计算类星体 VLBI 观测量计算值的光行时解的相应量。第 9 章为辅助角的计算公式。第 10 章介绍天线、传播介质和带电粒子等的修正。第 11 章阐述如何用第 7~10 章的量计算精确的距离时延(往返或单向光行时)和类星体时延。计算出的精确距离时延和类星体时延对待估参数的偏导数计算见第 12 章。第 13 章介绍对应前述各种观测类型(多普勒测量、距离测量、VLBI 和角度测量)的测量值和计算值的公式,对这些观测量计算值计算传播介质修正的公式以及观测量计算值对待估参数偏导数的公式。轨道数据编辑程序(ODE)从测站获得观测量,并将其转换成程序 Regres 计算要用的观测量形式。书的最后是参考文献及本书使用的缩略语。

第 2 章 时间尺度和时间差

2.1 概述

最先讨论本章是由于本书后续各章都需要用到本章的内容。2.2 节介绍 ODP 软件中程序 PV 和程序 Regres 使用的各种时间尺度。时间差是指在两个不同的时间尺度中记录的历元值之间的差别。2.3 节介绍时间差并给出它们的计算公式。有些时间差是通过对输入文件进行插值获得的,这将在 2.4 节中介绍。2.5 节给出时间转换的树状图。这些图表明如何从一个时间尺度中的历元加上或减去时间差得到另一个时间尺度中相应的历元。时间转换树状图是针对在地面测站或地球卫星发射或接收的情况给出的。

在任何时间尺度中,时间都以从 2000 年 1 月 1 日 12 时起算,以 s 为单位的形式表示。历元为 J2000.0,即儒略年 2000 的年首。该历元对应儒略日为 JD2451545.0。

2.2 时间尺度

2.2.1 历书时

历书时(ET)是坐标时,是广义相对论中的时间坐标。它是太阳系质心时空参考架中的坐标时或局部地心时空参考架中的坐标时,这取决于 ODP 的用户选择哪一个参考架。它是天体、航天器和光线运动的时间变量。在以上这两个参考架中的 ET 时间尺度将在 2.3.1 小节中定义。

2.2.2 国际原子时

国际原子时(TAI)基于国际单位系统中的 SI 秒。依据 1992 年的《天文年历补充说明》第 40~41 页,原子时的秒长定义为,铯 133 原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射 9 192 631 770 个周期之间的持续时间。并进一步说明在大地水准面上(平均海平面)应用此定义。TAI 通过全球分布的同步原子钟系统得到。计算时对单台原子钟的时间加权平均,并对已知影响因素进行修正。

地球卫星上的星钟获得的时间称为卫星国际原子时。卫星 TAI 是从卫星上理想的原子钟获得的虚拟时间尺度,它与地球上原子钟获得的原子时在平均意义上相符。

2.2.3 世界时(UT 和 UT1R)

世界时(UT)作为一种时间的测量,是所有民用守时的基础。它是一个观测得到的时间尺度,在 ODP 里使用时指定为 UT1。用它计算平恒星时,平恒星时是在瞬时真赤道系里测得的平春分点相对格林尼治子午线的时角。将其加上赤经章动给出真恒星时,用真恒星时计算测站相对瞬时真赤道和真春分点的位置。从测得的 UT1 计算平恒星时的公式见 5.3.6 小节。依据《天文年历补充说明》(1992)第 51 页,选定 UT1 的变化率使得 UT1 的一天(86 400s)接近一个平太阳日的长度,选定 UT1 的相位使得太阳过格林尼治子午线约在 UT1 的正午 12 时。

测得的 UT1 包含由地球固体潮长期项引起的、周期在 5 天和 35 天之间的 41 个短周期项。由 UT1 的 41 个短周期项的和 $\Delta UT1$ 计算 UT1 的公式见 5.3.3 小节。从 UT1 中去掉 $\Delta UT1$ 就得到了 UT1R(R 表示规则化)。如果输入 UT1R 到 ODP 软件,那么必须计算 $\Delta UT1$ 并加到 UT1R 上得到 UT1,供计算平恒星时使用。

2.2.4 协调世界时

协调世界时(UTC)是经度 0° 处的标准时间。从 1972 年 1 月 1 日起,UTC 使用原子秒 SI,并比国际原子时 TAI 晚整数秒。UTC 进行正或负的

跳秒来保持与观测到的 UT1 相差不超过 0.9s 。跳秒一般为正的,其效应是将 UTC 延迟 1s ,通常在每年的 6 月底或 12 月底增加。1998 年 12 月底增加了一个正跳秒后,TAI-UTC 的差值从 31s 增加到 32s ,而在 1972 年初时为 10s 。TAI-UTC 的历史情况由国际地球自转服务(1998 年)第 II-7 页的表 II-3 给出。

2.2.5 GPS 或 TOPEX 主控时

GPS 主控时(GPS)是一种原子时间尺度,代替 UTC 用作 GPS 地面接收站和 GPS 卫星的参考时间尺度。同样地,TOPEX 主控时(TPX)是用于 TOPEX 卫星的参考原子时间尺度。GPS 时和 TOPEX 时都比 TAI 或卫星 TAI 晚整数秒。但与 UTC 不同,这两个时间尺度都不进行跳秒。因此,它们与 TAI 或卫星 TAI 之间的常值偏差保持不变。

2.2.6 测站时

测站时(ST)是地面的深空网(DSN)测站、地面的 GPS 接收站、GPS 卫星或 TOPEX 卫星使用的原子时。这些原子时与相应的参考时间尺度相差一个小量。地面的 DSN 测站使用的参考时间尺度为 UTC。对于地面的 GPS 接收站或 GPS 卫星,使用的参考时间尺度为 GPS 主控时(GPS)。对于 TOPEX 卫星,参考时间尺度为 TOPEX 主控时(TPX)。注意,任一地球轨道航天器均可使用 TPX 和 GPS 时间尺度。

2.3 时间差

2.3.1 ET-TAI

2.3.1.1 度规张量和度规

本节给出 n 体度规张量的方程和相应的间隔 ds 的表达式。所有 ODP 中程序 PV 和程序 Regres 的相对论方程都可以从这些公式推导出或为其简化形式。以下的方程给出参数化的 n 体质点后牛顿(PPN)度规张量的分量,包含 Will 和 Nordtvedt(1972)的后牛顿参数 β 和 γ ,其中下标 $1\sim 4$ 表示

4 个时空坐标。下标 1、2、3 表示位置坐标,4 表示时间坐标 t 乘以光速 c 。

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = - \left(1 + \frac{2\gamma}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}} \right) \quad (2-1)$$

$$g_{pq} = 0 \quad (p, q = 1, 2, 3; p \neq q) \quad (2-2)$$

$$g_{14} = g_{41} = \frac{2 + 2\gamma}{c^3} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \dot{x}_j}{r_{ij}} \quad (2-3)$$

$$g_{24} = g_{42} = \frac{2 + 2\gamma}{c^3} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \dot{y}_j}{r_{ij}} \quad (2-4)$$

$$g_{34} = g_{43} = \frac{2 + 2\gamma}{c^3} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \dot{z}_j}{r_{ij}} \quad (2-5)$$

$$g_{44} = 1 - \frac{2}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}} + \frac{2\beta}{c^4} \left(\sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}} \right)^2 - \frac{1 + 2\gamma}{c^4} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \dot{s}_j^2}{r_{ij}} + \frac{2(2\beta - 1)}{c^4} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}} \sum_{k \neq j} \frac{\mu_k}{r_{jk}} - \frac{1}{c^4} \sum_{j \neq i} \mu_j \frac{\partial^2 r_{ij}}{\partial t^2} \quad (2-6)$$

式中下标 j 和 k 指 n 个天体, k 包含运动需要求解的天体 i 。此外, μ_j 为天体 j 的引力常数, $\mu_j = Gm_j$, 其中 G 是万有引力常数, m_j 是天体 j 的静止质量。 c 为光速。

令天体 j 相对不旋转的、原点在 n 体系统质心的参考架的位置、速度和加速度矢量的直角分量为

$$\mathbf{r}_j = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{r}}_j = \begin{bmatrix} \dot{x}_j \\ \dot{y}_j \\ \dot{z}_j \end{bmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{r}}_j = \begin{bmatrix} \ddot{x}_j \\ \ddot{y}_j \\ \ddot{z}_j \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

其中符号上的点表示对坐标时 x 的微分。 r_{ij} 和 $\dot{s}_j^2$ 可以从下式得到:

$$r_{ij}^2 = (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \quad (2-8)$$

$$\dot{s}_j^2 = \dot{\mathbf{r}}_j \cdot \dot{\mathbf{r}}_j \quad (2-9)$$

由式(2-8), 可以给出 r_{ij} 对坐标时 t 的一阶和二阶偏导数(通过固定天体 i 位置矢量的直角分量得到):

$$\frac{\partial r_{ij}}{\partial t} = \frac{(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \dot{\mathbf{r}}_j}{r_{ij}} \quad (2-10)$$

$$\frac{\partial^2 r_{ij}}{\partial t^2} = \frac{(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \ddot{\mathbf{r}}_j}{r_{ij}} + \frac{\dot{s}_j^2}{r_{ij}} - \frac{[(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \dot{\mathbf{r}}_j]^2}{r_{ij}^3} \quad (2-11)$$

由于用此式计算式(2-6)中量级为 $1/c^4$ 的最后一项, 因此忽略了高阶项。天体 j 的加速度可以从牛顿理论得到, 即

$$\ddot{\mathbf{r}}_j = \sum_{k \neq j} \frac{\mu_k (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j)}{r_{jk}^3} \quad (2-12)$$

其中 k 包含需要求解运动的天体 i 。

空间和时间坐标相差 dx^1 、 dx^2 、 dx^3 和 dx^4 的两个事件之间的不变间隔 ds 由下式给出：

$$ds^2 = g_{pq} dx^p dx^q \quad (2-13)$$

其中重复的角标是从 1 到 4 的整数之和, g_{pq} 是由式(2-1)~式(2-6)和相关公式给出的 n 体度规张量。4 维时空坐标是点 i (记录间隔 ds 处) 的 3 维位置坐标和乘以光速 c 的时间坐标 t , 即

$$\begin{cases} x^1 = x_i \\ x^2 = y_i \\ x^3 = z_i \\ x^4 = ct \end{cases} \quad (2-14)$$

将度规张量的分量和式(2-14)的微分代入式(2-13), 得到

$$ds^2 = g_{44} c^2 dt^2 + g_{11} (dx_i^2 + dy_i^2 + dz_i^2) + 2g_{14} dx_i c dt + 2g_{24} dy_i c dt + 2g_{34} dz_i c dt \quad (2-15)$$

需使用此公式中所有项来计算太阳系质心参考架中的 n 体质点的相对论摄动加速度(4.4.1 小节)。然而, ODP 中的程序 PV 和程序 Regres 所有其他的相对论项可以从式(2-15)推导出来, 其中度规张量的每个分量仅包含 $1/c^2$ 量级的项。将式(2-1)~式(2-6)中含 $1/c^2$ 量级的项代入式(2-15), 并用常数尺度因子 l 对 4 个时空坐标量化后得到

$$ds^2 = l^2 \left[\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2\gamma U}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) \right] \quad (2-16)$$

这里点 i 的坐标分量下标 i 已省略, $U > 0$ 为质点 i 处的引力势, 由下式给出：

$$U = \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}} \quad (2-17)$$

这里的求和是对太阳系质心参考架中的太阳系天体进行的。在局部地心参考架中, U 仅为地球的引力势。尺度因子 l 的值非常接近 1, 可以表示成

$$l = 1 + L \quad (2-18)$$

尺度因子 l 不影响天体或光的运动方程。然而, 它影响记录间隔 ds 除以光速 c 后的原子钟的速率。应用在太阳系质心参考架中和在局部地心参考架中的 L 的定义见 2.3.1.2 和 2.3.1.3 小节。为了获得 ET-TAI 的各种表

达式,不需要在这两个参考架中 L 的数值,但在 4.3 节将测站地心空固位置矢量从局部地心参考架转换到太阳系质心坐标参考架时会用到它们。在该节中将地心引力常数在太阳系质心参考架中的数值转换到局部地心参考架时同样需要用到它们。

Droste(1916)首次获得了一个质量可以忽略的粒子在 n 个大质量天体的引力场中运动时爱因斯坦场方程的近似解。de Sitter(1915—1916 和 1916—1917)将 Droste 的工作推进了一步,考虑了该物体的质量。但是他在计算其中一项的时候犯了一个理论错误,这一错误后来被 Eddington 和 Clark(1938)所修正。如果后牛顿参数 β 和 γ 设定为它们在广义相对论中的值 1, Droste、de Sitter、Eddington 和 Clark 使用的度规张量和式(2-1)~式(2-6)及式(2-11)中的一致。Will 和 Nordtvedt(1972)给出的后牛顿张量形式不同。但是 Shahid-Saless 和 Ashby(1988)使用了一个规范变换,将后牛顿张量变换到 Eddington 和 Clark 张量。如果将后牛顿参数 ζ_1 和 ζ_2 设定为它们在广义相对论中的数值 0, Shahid-Saless 和 Ashby(1988)文中式(11)~式(13)给出的度规张量和上面的式(2-1)~式(2-6)、式(2-11)给出的度规张量相同(符号相反)。Estabrook(1971)首次给出了相应的 n 体的拉格朗日函数。4.4.1 小节给出的 n 体质点相对论摄动加速度可以从 n 体度规张量或相应的拉格朗日函数推导出。

2.3.1.2 太阳系质心参考架

本节给出在太阳系质心参考架中坐标时 ET 减去国际原子时 TAI 的两种表达式。在 2.3.1.2.1 小节给出的表达式中,TAI 是从地面测站的固定原子钟获得的。在 2.3.1.2.2 小节给出的表达式中,TAI 是从地球卫星上原子钟获得的。如前面的 2.2.2 节所述,卫星 TAI 与地面多个固定的原子钟获得的 TAI 的平均值相符。这两种 ET-TAI 的近似表达式将在 2.3.1.2.3 小节给出。

在 ET-TAI 的两个表达式中,坐标时 ET 和国际原子时 TAI 都按相同的平均速率运行。这两个表达式都包含相同的以秒表示的常数偏差和周期项。ODP 使用的特定的坐标时 ET 参照的是《天文年历补充说明》(1992)中第 42 页的质心力学时(TDB)。根据该文献第 41 页,TDB 和 TAI+32.184s 之间仅差周期项(确切地)。因此,ET-TAI 表达式中的常值差为 32.184s。《天文年历补充说明》(1992)第 46 页还给出了质心坐标时(TCB),它和 TDB 变化速率不同。ODP 中没有使用这种形式的坐标时(TCB)。

联系太阳系质心参考架中的坐标时 ET 和地面测站或地球卫星的国际

原子时 TAI 的微分方程可以从式(2-16)推导得出。由于微分方程和 ET-TAI 最终表达式仅包含 $1/c^2$ 量级的项,可去掉包含引力势 U 的二阶因子。间隔 ds (称为度规)的最终表达式就是 n 体度规的牛顿近似。

原子钟记录的原时间隔 $d\tau$ 与沿其世界线上的间隔 ds 间的相互关系为

$$d\tau = \frac{ds}{c} \quad (2-19)$$

原时间隔 $d\tau$ 的参考时间为国际原子时 TAI。在式(2-16)中, t 的参考时间为太阳系质心参考架中的坐标时(ET)。从式(2-18)可以看出常数 L 的量级为 $1/c^2$ 。将式(2-18)和式(2-19)代入式(2-16),展开后保留至 $1/c^2$ 量级的项,给出与 TAI 和 ET 相关的微分方程:

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - \frac{U}{c^2} - \frac{1}{2c^2}v^2 + L \quad (2-20)$$

式中, U 是地面测站或地球卫星的引力势式(2-17), v 是地面测站或地球卫星的太阳系质心速度,由下式给出:

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \quad (2-21)$$

从式(2-20)可知,如果常数 L 为下式给出的值:

$$L = \frac{1}{c^2} \left\langle U + \frac{1}{2}v^2 \right\rangle \quad (2-22)$$

TAI 与 ET 有相同的平均速率。这里“ $\langle \rangle$ ”表示对括号内的量求长时间平均。从式(2-20)~式(2-22)可以看出,待解的、在地面测站或地球卫星上的 ET-TAI 表达式可以通过将该点引力势 U 的周期变化和该点的太阳系质心速度平方的周期变化积分得到。

在太阳系质心参考架中常数 L 的数值,将在 4.3.1.2 小节通过在地球平均海平面处计算式(2-22)得到。如果在地球卫星处对 L 取值,会得到不同的值。 L 的偏差值应用到式(2-20)中,迫使卫星 TAI 与太阳系质心参考架坐标时 ET 有相同的平均速率。地球卫星的原子时速率和卫星 TAI 速率之间的任何差别可以被 2.3.5 小节中描述的时间二次偏差项吸收。

2.3.1.2.1 地面测站

文献(Moyer,1981)使用式(2-20)计算与国际原子时 TAI 相等的原时 τ ,TAI 由地面上固定测站的原子钟给出。对该式积分,给出太阳系质心参考架中坐标时 ET 减去通过地面固定测站获得的 TAI 的差的表达式。利用引力势一阶展开和对其部分积分,推导过程得到了简化。Thomas(1975)首次应用该技术。文献(Moyer,1981)给出了计算地面测站 ET-TAI 的两种

不同表达式。第一部分的公式(46)是表达式的矢量形式。它是太阳系各大天体位置速度和地面测站地心空固位置速度的函数。这一公式由第二部分的公式(38)和相关公式转换成时间的函数。ODP 以前采用时间函数形式计算 ET-TAI。然而,目前都采用矢量形式的公式计算 ET-TAI。矢量形式更精确也更容易计算。而且,对矢量形式的推导进行修改也更容易,使得 ET-TAI 的表达式可应用于地球卫星上获得的 TAI。然而,因为通常时间差计算出来后才能得到所需的矢量,使用 ET-TAI 的矢量形式表达式有时候需要进行迭代计算。

文献(Moyer,1981)的附录 A 中阐述了计算双向(发射和接收的地面站相同)、三向(发射和接收的地面站不同)距离和多普勒观测量计算值的计算方法,说明了在这些计算中如何应用 ET-TAI 的差值。文章同时还给出了 ET-TAI 的各种不同类型的项对计算这些观测量时的直接或间接影响。间接影响是来自 ET-TAI 对接收站接收时刻、卫星上转发时刻和发射站发射时刻的影响。这些时刻的变化对计算值有间接的影响。文献(Moyer,1981)的附录 B 给出了是否保留 ET-TAI 项的判据。DSN 双向距离观测量目前的精度表现在测站和探测器的单程距离 ρ 上约为 1~2m。希望在 10 个天文单位(AU)远的距离 ρ 时,计算中忽略的 ET-TAI 项在 ρ 上的直接影响 RSS 误差为 1~2m。在计算双向距离观测量时,由于忽略 ET-TAI 中有关项造成的 RSS 直接误差,等效到单向距离 ρ 上时,每个 AU 为 0.13m 或在 10AU 处为 1.3m。在极佳条件下,DSN 双向多普勒观测量的精度表现在单向的距离变化率 $\dot{\rho}$ 上为 0.4×10^{-5} m/s。在计算双向多普勒观测量时,由于忽略 ET-TAI 中有关项造成的 RSS 直接误差,等效到单向距离变化率 $\dot{\rho}$ 上时,每个 AU 为 0.4×10^{-6} m/s 或在 10AU 处为 0.4×10^{-5} m/s。被忽略的项的 RSS 值表现在 ET-TAI 上约为 $4.2\mu\text{s}$ 。对于 30km/s 的速度变化,导致 ρ 的间接误差为 0.13m。对于日心巡航的航天器来说,对 $\dot{\rho}$ 的间接影响可以忽略。但是对于接近木星的航天器,加速度大约为 25m/s^2 ,对 $\dot{\rho}$ 的间接影响可以达到 10^{-4} m/s。对于木星绕飞,估计相对木星的航天器状态矢量将消除 ET-TAI 的常数误差,相应 $\dot{\rho}$ 的间接误差将减小至 10^{-6} m/s。对于木星轨道器,估计航天器状态和随时间变化的地面测站钟差也能减小间接误差。

文献(Moyer,1981)中第一部分的公式(46)给出的太阳系质心参考架坐标时 ET 减去地面测站原子钟获得的国际原子时 TAI 的矢量表达式为

$$\text{ET} - \text{TAI} = 32.184 + \frac{2}{c^2}(\dot{\mathbf{r}}_{\text{B}}^{\text{S}} \cdot \mathbf{r}_{\text{B}}^{\text{S}}) + \frac{1}{c^2}(\dot{\mathbf{r}}_{\text{B}}^{\text{C}} \cdot \mathbf{r}_{\text{E}}^{\text{B}}) + \frac{1}{c^2}(\dot{\mathbf{r}}_{\text{E}}^{\text{C}} \cdot \mathbf{r}_{\text{A}}^{\text{E}})$$