第 3 章

网络定理

3.1 概述

第 2 章介绍的基本网络分析方法是基础，但还需要一些扩展。有一些我们经常遇到的复杂问题。在这些问题中，我们对与一个输入变量相关的另一个输出变量感兴趣。比如，在分析高保真音频放大器时，我们通常仅对输出端电压与输入端电压的关系感兴趣。我们对中间的电压和电流变量并没有兴趣。但如果采用第 2 章介绍的分析方法，我们需要定义所有变量，然后系统地消除那些不感兴趣的变量。更糟糕的是，带有 N 条支路的电路中，每条支路都需要求解电压和电流，一般来讲，这将导致 $2N$ 个未知支路变量。这就是说，需要同时求解 $2N$ 个方程才能完成分析过程。甚至对于一个比较简单的电路来说，$2N$ 个方程都可能难以处理。

幸运的是，电路分析有更为有效的方法。本章将介绍这些方法。本章中我们介绍若干电路定理，这些定理都基于第 2 章的基本方法，但却能够大大简化电路分析，并为我们提供深入了解电路性质的工具。这些定理还为我们提供了更多的电路分析基本结论和一些更高级别的抽象。

本章介绍的第一个有效方法称作节点法，它是电路分析的基础，可应用于任意电路(包括线性和非线性电路)。节点法求解的是一系列称作节点电压的变量。因此在介绍节点法之前，让我们首先讨论节点电压的概念，并熟悉有关节点电压的运算。

3.2 节点电压

在第 1 和第 2 章中我们主要求解支路电压。支路电压就是一个支路中元件两端的电位差。类似地，我们可以定义节点电压。

节点电压就是给定节点和另一个节点(称作参考节点)之间的电位差。参考节点也称为地。

电流总是从具有较高电位的节点流向具有较低电位的节点。

虽然事实上参考节点的选择是任意的，但通常选择连接电路元件数量最多的节点作为参考节点。该节点的电位定义为 0V，或地零电位(ground-zero potential)。在电气和电子电路中，该节点通常对应于系统的“共地”，通常与系统的接地点相连。由于元件的性质仅

与其支路电压有关，而与其接线端的绝对电压没关系，因此可以把地节点定义为零电位。我们可以给电路中所有接线端电压增加相同的任意常数电位而不影响电路的工作，这样就使得任意节点都可以被选择为地。如果某个节点的电位低于地节点电位，则该节点电位为负值。

图 3.1(a)表示了我们在第 2 章见过的一个电路，图中说明了一些符号。节点 c 被选作地。上下颠倒“T”字形符号用来表示地节点。节点 a 和 b 是该电路的另外两个节点，其节点电压 e_a 和 e_b 标注在图上。图 3.1(b)说明了节点电压测量的是相对地节点的电压。

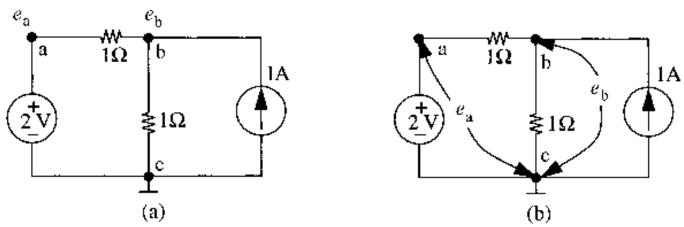

图 3.1　地节点和节点电压

下面来练习节点电压的运算。图 3.2 表示图 3.1 所示电路中一系列已知支路电压和支路电流的情况。下面来确定节点电压 e_a 和 e_b。节点电压 e_a 是节点 a 和节点 c 之间的电位差。为了计算出这个电位差，让我们从节点 c 开始沿着路径 c→a 累积电位差。从节点 c 开始，通过电压源并达到节点 a 有一个 2V 的电位增。因此 $e_a=2V$。

类似地，e_b 是节点 b 和节点 c 之间的电位差。因此，从节点 c 出发，通过 1Ω 电阻达到节点 b，注意到这里有一个 1.5V 的电位增。于是 $e_b=1.5V$。

根据 KVL 可知，给定节点的电压与进行电压累积的路径无关。因此，下面通过路径 c→a→b 来验证求得的 e_b 值与通过路径 c→b 求得的是否一样。从节点 c 开始，通过电压源并达到节点 a 时获得 2V 的电压增，然后继续向节点 b 进发，注意到 1Ω 电阻上有 0.5V 的电压降，从而得到 e_b 的值为 1.5V，和前面得到的一样。

下面章节很快就要讲到，节点法求解电路中所有节点电压。一旦求得节点电压，我们就可以确定所有支路变量。图 3.3 表示图 3.1 所示电路已知节点电压的例子。接下来确定支路变量的值。

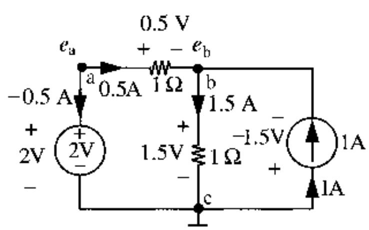

图 3.2　根据支路变量确定节点电压

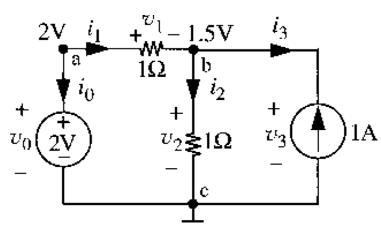

图 3.3　根据节点电压确定支路变量

首先来确定 v_1 的值。支路电压 v_1 是节点 a 和节点 b 之间的电位差。换句话说

$$v_1=e_a-e_b=2V-1.5V=0.5V$$

在根据一对节点电压确定支路电压时需要小心电压的极性。如图 3.4 所示，支路电压 v_{ab} 与节点电压 v_a 和 v_b 之间关系为

$$v_{ab} = v_a - v_b \tag{3.1}$$

根据直觉可知，如果 $v_a > v_b$，则 v_{ab} 当其正号标在 v_a 电压节点处时为正值。

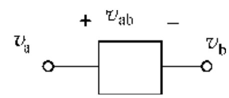

图 3.4　元件的支路电压和节点电压关系：$v_{ab}=v_a-v_b$

类似地，注意到地节点电位为 0V

$$v_0 = e_a - e_c = 2V - 0V = 2V$$

和

$$v_2 = v_3 = e_b - e_c = 1.5V - 0V = 1.5V$$

支路电流可根据支路电压和元件定律轻松求得。

$$i_1 = \frac{v_1}{1\Omega} = 0.5A$$

$$i_2 = \frac{v_2}{1\Omega} = 1.5A$$

$$i_0 = -i_1 = -0.5A$$

$$i_3 = -1A$$

例 3.1　节点电压　确定图 3.5 中节点 c 和 b 的电压。假设节点 g 是地节点。

解　设 v_c 和 v_b 分别表示节点 c 和节点 b 的电压。为了求 v_c，沿着路径 g→f→c 计算。由图可知，从 g 到 f 有 1V 的电位增，从 f 到 c 有 −2V 的电位增，从而导致节点 c 的累积电位增为 −1V，因此 $v_c = -1V$。

类似地，由于节点 b 比节点 c 高 4V，因此有

$$v_b = 4V + v_c = 4V - 1V = 3V$$

例 3.2　支路电压　图 3.6 所示电路中所有节点电压的测量都是相对节点 e 进行的，求该电路所有支路电压。

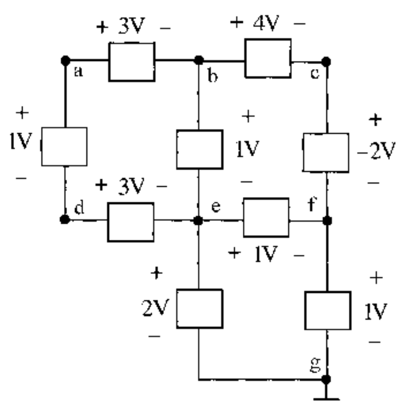

图 3.5　确定节点电压的电路

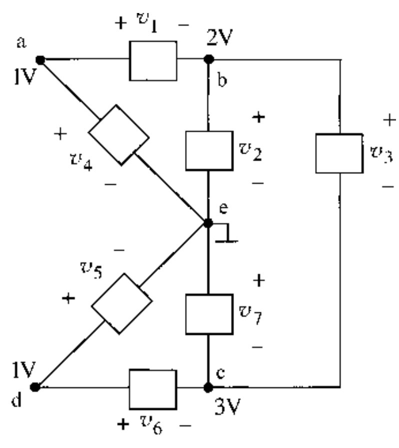

图 3.6　确定支路电压的电路

解　可通过计算相应节点间的电压差来求每个支路电压。如果用 v_i 来表示支路 i 的电压，则有

$$v_1 = v_a - v_b = -1V$$

$$v_2 = v_b - v_e = 2V$$

$$v_3 = v_b - v_c = -1V$$

$$v_4 = v_a - v_e = 1V$$

$$v_5 = v_d - v_e = 1V$$

$$v_6 = v_d - v_c = -2V$$

$$v_7 = v_e - v_c = -3\text{V}$$

一旦求得所有支路电压，支路电流可根据支路电压和元件定律求得。比如如果支路电压 v_1 的元件是电阻，阻值为 1kΩ，则在关联变量约定下其支路电流 i_1 为

$$i_1 = \frac{v_1}{1\text{k}\Omega} = -1\text{mA}$$

到此为止，我们在本节中说明了一旦确定电路的节点电压，就可以通过应用 KVL 确定所有支路电压，然后根据支路电压和元件定律确定所有支路电流。由于可根据节点电压和元件定律来确定支路电流，因此也可以用节点电压和元件参数来列写网络中每个节点的 KCL 方程。虽然现在还看不出这样做的目的何在，但在 3.3 节中将利用这一观点。

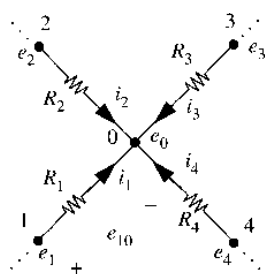

图 3.7 列写 KCL 的电路

比如，考虑图 3.7 所示电路。让我们直接用 e_0，e_1，e_2，e_3 和 e_4（相对于某个地节点）来列写节点 0 的 KCL。

首先确定流经 R_1 并注入节点 0 的电流。电阻 R_1 上的支路电压可根据 KVL 求得

$$e_{10} = e_1 - e_0$$

其中 e_{10} 的负号定义在节点 0 上。因此流经 R_1 并注入节点 0 的电流可根据电阻的元件定律求得

$$i_1 = \frac{e_{10}}{R_1}$$

用节点电压形式表达为

$$i_1 = \frac{e_1 - e_0}{R_1}$$

可以用类似的方法来确定注入节点 0 的其余电流。

$$i_2 = \frac{e_2 - e_0}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{e_3 - e_0}{R_3}$$

$$i_4 = \frac{e_4 - e_0}{R_4}$$

现在可以用节点电压和元件参数来列写节点 0 的 KCL 方程。

$$\frac{e_1 - e_0}{R_1} + \frac{e_3 - e_0}{R_2} + \frac{e_3 - e_0}{R_3} + \frac{e_4 - e_0}{R_4} = 0 \tag{3.2}$$

例 3.3　KCL 证明　图 3.8 中电压为 e=7V 的节点满足 KCL。

证明　如果节点电压为 e 的节点满足 KCL，则流出该节点的电流一定为零。换句话说

$$2\text{A} + \frac{(7-0)\text{V}}{1\Omega} + \frac{(7-0)\text{V}}{7\Omega} - 10\text{A}$$

一定为 0。容易看出，上述表达等于 0，因此满足 KCL。

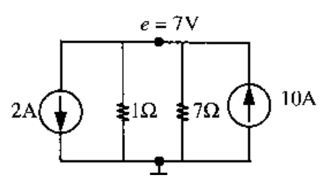

图 3.8　满足 KCL

例 3.4　更多的 KCL　图 3.9 表示包括 3 个节点（节点 1，节点 2 和节点 3）的一部分电路。相对于某个地的节点电压如图所示。

(1) 用节点电压和元件参数来列写图 3.9 中节点 2 的 KCL。

(2) 确定电流源的电流 I。

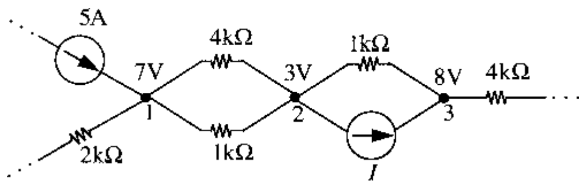

图 3.9 包含 3 个节点的部分电路

解 用节点电压和元件值来列写节点 2 的 KCL 为

$$\frac{3\mathrm{V}-7\mathrm{V}}{4\mathrm{k}\Omega}+\frac{3\mathrm{V}-7\mathrm{V}}{1\mathrm{k}\Omega}+\frac{3\mathrm{V}-8\mathrm{V}}{1\mathrm{k}\Omega}+I=0$$

简化上式得到 $I=10\mathrm{mA}$。

简言之，电压定义的是两点之间的电位差。支路电压即为支路接线端间的电位差，节点电压即为两个节点间的电位差。因此测量电压的仪器都有两个接头，一个用来连接待求节点，另一个用来连接参考节点或地节点。于是在我们指一个节点电压时，我们同时隐含地说明了参考一个公共地节点的意思。

有意思的是，两个节点之间的电位差很容易用一个在高压线上悬挂着的人来举例说明。虽然我们并不鼓励这样做，但是悬挂在高压线上的人是安全的，除非他身体的某个部分接触到地。但是，如果那个人接触到地或者具有不同电位的另一根线，则他的身体会通过致命的电流。

下一节的节点法将用节点电压作为变量。节点法求解出节点电压后，从本节的介绍可以看出，完全可以确定所有支路电压和支路电流。

3.3 节点法

可能节点法是电路分析诸多方法中最为强大的方法。节点法基于元件定律、KCL 和 KVL 的组合，可以和第 2 章介绍的方法一样视为基本求解方法。该方法并未引入新的物理概念，处理的也是相同的信息。但节点法将电路分析以一种更易处理的方式组织起来，这也就是节点法功能强大的原因之所在①。

下面用例子来说明方法。假设我们需要求图 3.10 所示电路中 R_1 上的电压和流经的电流。注意到图中的电路与我们用基本方法分析的图 2.56 所示电路完全一样，因此节点法分析必须得到与式(2.151)和式(2.147)一样的 R_1 上支路电压与电流的结果。对于节点法分析来说，不是定义网络中所有元件上的电压变量和电流变量，而是选择节点电压作为变量。

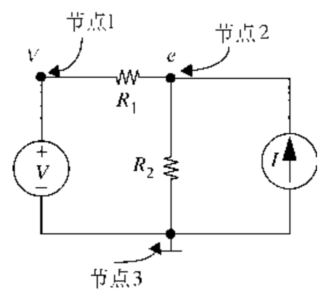

图 3.10 电阻电路

前面一节讨论过，由于节点电压是相对于一个公共参考点定义的，因此我们首先需要选择参考地节点。虽然可将任意节点选为地节点，但将有些节点选为地节点会更有利。这

① 虽然一般来说节点法很简单，但如果出现浮动独立电压源和受控源，处理起来也比较复杂。注意浮动独立电压源没有任何一个接线端与地相连，这里指的相连为或者直接，或者通过一个或更多其他独立电压源相连的情况。但我们首先介绍不包括这些复杂情况的节点法，接下来处理这些复杂情况。

些更有利的节点包括连接电路元件数量最多的节点。另一种有利的节点是连接电压源数量最多的节点。有时选择一个特定的地节点可以增加对电路性质的直觉理解。此外,有时候相对某个节点的电压测量更为方便或安全,此时该节点自然就被选作地节点。

图 3.10 中定义了一种可能的地节点和对应的节点电压的选择方式。由于节点 3 有 3 条支路并且与电压源直接相连,因此适于将其选择为地节点。由于独立电压源的电压 V 已知,我们可以利用独立电压源的元件定律直接标注节点 1 的电压为 V。这样我们就只需求一个未知节点电压 e 了。节点电压自动满足 KVL。因此无需列写 KVL 方程。为了说明这一点,我们来列写回路中的 KVL 方程,得到

$$-V+(V-e)+e=0 \tag{3.3}$$

$$-e+e=0 \tag{3.4}$$

这两个方程对于所有的节点电压变量取值来说都恒等于零。因此可以说,这种电压变量的选择方式自动满足 KVL。因此求解电路无需列写 KVL 方程,而是直接列写 KCL 方程即可。此外为了节省时间,可直接利用节点电压和电阻值来列写 KCL 方程。由于我们只有一个未知变量 e,因此只需要一个方程。因此在节点 2 有

$$\frac{e-V}{R_1}+\frac{e}{R_2}-I=0 \tag{3.5}$$

注意到上式实际上是将两步合并起来表示:(1)列写用支路电流表示的 KCL 方程和(2)根据 KVL 和元件定律用节点电压和元件参数来替代支路电流。将这两步合并可以无需定义支路电流。

注意到上面的介绍中仅有一个未知变量和一个方程,而用第 2 章介绍的 KVL 和 KCL 方法我们则需要列写 8 个方程,求解出 8 个未知变量。进一步注意到每个电阻的元件定律和所有该电路独立的 KVL 方程都在列写式(3.5)的过程中用到了。

现在可以得到确定电压 e 的方程

$$e\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=I+\frac{V}{R_1} \tag{3.6}$$

此时检查量纲是明智的,上式中的每一项都应该具有电流的量纲。如果用电导来替换电阻并重写上式,将得到一些简化。

$$e(G_1+G_2)=I+VG_1 \tag{3.7}$$

其中,$G_1=1/R_1$,$G_2=1/R_2$。进一步简化得到

$$e=\frac{1}{G_1+G_2}I+\frac{G_1}{G_1+G_2}V \tag{3.8}$$

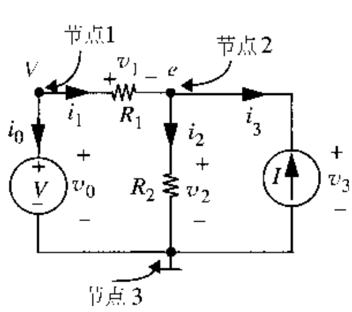

图 3.11 一个电阻电路

用电阻形式来表达即

$$e=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I+\frac{R_2}{R_1+R_2}V \tag{3.9}$$

一旦确定了节点电压的值,我们就可以轻松地利用节点电压并根据 KVL 和构成关系获得支路电流和支路电压。比如,假设我们仅对 R_1 上的 v_1 和流经 R_1 的 i_1 感兴趣,如图 3.11 所示。则

$$v_1=V-e=-\frac{1}{G_1+G_2}I+\frac{G_2}{G_1+G_2}V \tag{3.10}$$

和

$$i_1 = (V - e)G_1 = -\frac{G_1}{G_1 + G_2}I + \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}V \tag{3.11}$$

用电阻形式表示的 v_1 和 i_1 为

$$v_1 = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}I + \frac{R_1}{R_1 + R_2}V$$

和

$$i_1 = -\frac{R_2}{R_1 + R_2}I + \frac{1}{R_1 + R_2}V$$

出于完整性的考虑，让我们继续确定其余支路电压和电流。

$$v_0 = V \tag{3.12}$$

$$v_2 = v_3 = e = \frac{1}{G_1 + G_2}I + \frac{G_1}{G_1 + G_2}V \tag{3.13}$$

$$i_0 = -i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2}I - \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}V \tag{3.14}$$

$$i_2 = eG_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2}I + \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}V \tag{3.15}$$

$$i_3 = -I \tag{3.16}$$

这样就完成了分析过程。

将式(3.12)至式(3.16)所示结果与第 2 章式(2.147)至式(2.152)所示结果比较可知，节点法分析与直接分析得到的支路量表达式相同。但节点法分析以更简单的方式求得相同的结果。第 2 章讨论的直接分析需要同时求解 8 个方程，即式(2.139)至式(2.146)，节点法分析只需求解 1 个方程(即式(3.5))然后对解进行简单运算即可求得所有支路量。

总结一下，节点法所需的步骤为：

(1) 选择一个被称为地的参考节点，所有电压的测量都相对该节点。定义其电位为 0V。

(2) 标注其余节点关于地节点的电位。将任何通过独立电压源或受控电压源连接到地节点的节点标注为电压源的电压值。其余节点的电压构成待求解的未知量，需要进行标注。本章中我们将用符号 e 来表示未知节点的电压。由于一般电路中节点数比支路数少得多，因此节点分析需要确定的未知量要少得多。

(3) 为每个具有未知节点电压的节点列写 KCL 方程(地节点和通过电压源连接至地的节点无需列写)，根据 KVL 和元件定律用节点电压和元件参数来直接表示电流。

(4) 求解第(3)步得到的方程，求得未知的节点电压。这是分析过程中最困难的一步。

(5) 反过来求解支路电压和支路电流。具体来说，用节点电压和 KVL 来确定所需的支路电压。然后用支路电压、元件定律和 KCL 来确定所需的支路电流。

此时比较适合对节点法列写出来的方程进行一些评价。虽然在上述例子中，式(3.8)的电导组合项没有什么特别的意义，但在节点电压方程的一般形式中很有用。式(3.8)等号右边有两项。每个电源一项，而且电源项在方程中是相加，而不是相乘。如果电路由线性元件构成，则方程总是这种形式。事实上我们利用这种特性来定义线性网络：如果输入

ax_1+bx_2 的响应等于 a 乘以 x_1 独立作用的响应加上 b 乘以 x_2 独立作用的响应，则该网络是线性的。即如果 $f(x)$是某个激励 x 的响应，则线性系统的充要条件为

$$f(ax_1+bx_2)=af(x_1)+bf(x_2) \tag{3.17}$$

3.3.1 节点法：第二个例子

第二个节点法分析的例子稍微复杂一点，即图 3.12 所示电路。该电路除增加了一个独立电流源外，其余与图 2.46 所示电路相同。特别地，假设我们对电阻 R_3 上的电压和电流感兴趣。

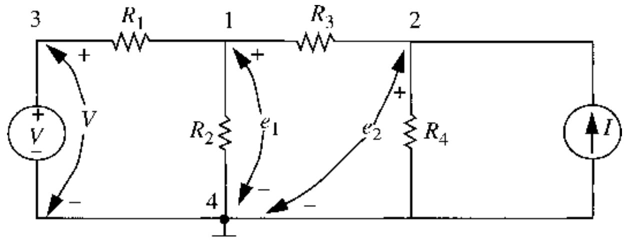

图 3.12 电阻电路

节点分析中的前两步(即选择地节点和标注节点电压)均已完成。如图所示，节点 4 被选作地节点，节点 3 标注为独立电源的电压 V，节点 1 和节点 2 分别标注为未知节点电压 e_1 和 e_2。由于节点 4 连接的支路数量最多，而且直接与电压源相连，因此最适合作为地节点。

接下来进行第(3)步，用未知节点电压在节点 1 和节点 2 上列写 KCL 方程。得到节点 1 的方程为

$$\frac{V-e_1}{R_1}+\frac{e_2-e_1}{R_3}-\frac{e_1}{R_2}=0 \tag{3.18}$$

节点 2 的方程为

$$\frac{e_1-e_2}{R_3}-\frac{e_2}{R_4}+I=0 \tag{3.19}$$

注意到在上面这一步中我们列写了 2 个方程，具有 2 个未知数，而第 2 章的 KVL 和 KCL 方法将列写具有 12 个未知数的 12 个方程。现在可用标准的线性代数方法来确定电压 e_1 和 e_2。首先重新整理方程，将电源项放到等号左边，变量放到等号右边。

$$\frac{V}{R_1}=e_1\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)-\frac{e_2}{R_3} \tag{3.20}$$

$$I=-\frac{e_1}{R_3}+e_2\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right) \tag{3.21}$$

用电导的形式重写上式可简化计算

$$G_1V=e_1(G_1+G_2+G_3)-e_2G_3 \tag{3.22}$$

$$I=-e_1G_3+e_2(G_3+G_4) \tag{3.23}$$

应用克莱姆法则(参见附录 D)得到

$$e_1=\frac{VG_1(G_3+G_4)+IG_3}{(G_1+G_2+G_3)(G_3+G_4)-G_3^2} \tag{3.24}$$

$$= \frac{V(G_1G_3 + G_1G_4) + IG_3}{G_1G_3 + G_1G_4 + G_2G_3 + G_2G_4 + G_3G_4} \tag{3.25}$$

类似地,我们也得到 e_2。

$$e_2 = \frac{G_1G_3V + (G_1 + G_2 + G_3)I}{(G_1 + G_2 + G_3)(G_3 + G_4) - G_3^2} \tag{3.26}$$

现在所有节点电压均已知,根据节点电压可利用 KVL 和构成关系求出电路中所有支路变量。比如假设 R_3 上的电压为 v_3,流经 R_3 的电流为 i_3,如图 3.13 所示。则

$$v_3 = e_1 - e_2$$

和

$$i_3 = \frac{e_1 - e_2}{R_3}$$

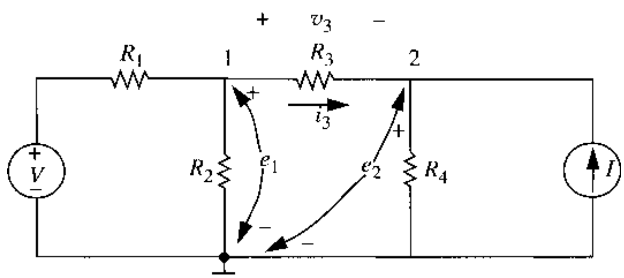

图 3.13 电阻电路

在图 3.12 所示电路中,如果 $I=0$,则与图 2.46 所示电路完全相同,因此在 $I=0$ 的前提下用基本方法和节点法分析这两个电路得到的结果应该相同。因此读者可将上面得到的 v_3 和 i_3 与式(2.135)和式(2.131)进行比较。

这个例子说明了一个重要的电路性质:节点方程的结构与电路的拓扑密切相关。下面我们就来简单介绍一下这个性质,3.3.4 节中将继续讨论这个问题。首先让我们写出式(3.22)和式(3.23)的矩阵形式如下

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_3 + G_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

上述矩阵方程具有下面的形式

$$\boldsymbol{Ge} = \boldsymbol{Ss} \tag{3.28}$$

其中 $\boldsymbol{e}$ 是未知电压的列向量,$\boldsymbol{s}$ 是已知电源幅值的列向量。$\boldsymbol{G}$ 称作电导矩阵,$\boldsymbol{S}$ 称作电压矩阵。式(3.22)是关于 e_1 节点的方程,由图 3.12 可知 e_1 项的系数($\boldsymbol{G}$ 矩阵第一行的第一项)就是与 e_1 节点相连的电导之和。类似地在式(3.23)中,e_2 项的系数($\boldsymbol{G}$ 矩阵第二行的第二项)也是与 e_2 节点相连的电导之和。上述这些项通常称作“自”电导。非对角线系数代表了对应节点间的电导,称作“互”电导。比如在式(3.22)中,e_2 项的系数($\boldsymbol{G}$ 矩阵第一行的第二项)就是 e_1 节点(由于这是关于 e_1 的方程)和 e_2 节点之间的互电导。对于线性电阻电路来说,如果方程中主对角线元素都是正的,则非对角线项都是负的。

不言而喻,在由线性电阻构成的电路中,e_1 与 e_2 之间的互电导等于 e_2 与 e_1 之间的互电导。因此节点方程中的两个非对角线元素相等。更为一般的结论是,线性电阻电路中节点方程的系数关于主对角线镜像对称,从 $\boldsymbol{G}$ 矩阵可以看出这个特点。但如果我们不在定义节

点电压的节点应用 KCL，则不存在这种有用的拓扑约束。虽然这种过程从数学上讲是正确的（新的方程可通过对原有方程式(3.22)和式(3.23)的代数变换得到），但得到的矩阵不再具有对称性。

有意思的是，SPICE 软件就利用节点法来求解电路。该程序将一个描述电路拓扑结构的文件作为输入，系统地进行节点分析，得到如式(3.27)所示的矩阵方程。然后该软件用标准的线性代数方法求解出未知向量 $\boldsymbol{e}$。

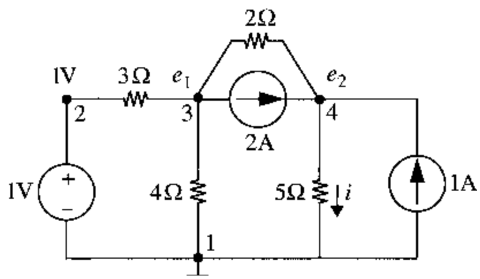

图 3.14　确定未知电流 i

例 3.5　节点法　确定图 3.14 所示电路中流经 5Ω 电阻的电流 i。

解　用节点法来求解该电路。在节点分析的第(1)步中将节点 1 选作地节点，如图 3.14 所示。

第(2)步标注其余节点关于地节点的电位。图 3.14 表示了标注的结果。由于节点 2 通过独立电压源与地节点相连，因此将其标注为电源电压，即 1V。节点 3 标注为节点电压 e_1，节点 4 标注为节点电压 e_2。

接下来进行第(3)步，在节点 3 和节点 4 上列写 KCL。节点 3 的 KCL 为

$$\frac{e_1 - 1\text{V}}{3\Omega} + \frac{e_1}{4\Omega} + \frac{e_1 - e_2}{2\Omega} + 2\text{A} = 0$$

节点 4 的 KCL 为

$$-2\text{A} + \frac{e_2 - e_1}{2\Omega} + \frac{e_2}{5\Omega} - 1\text{A} = 0$$

下面进行第(4)步，求解上述方程并确定未知的节点电压。

$$e_1 = 0.65\text{V}$$
$$e_2 = 4.75\text{V}$$

可以确定 i 为

$$i = 4.75/5 = 0.95\text{A}$$

例 3.6　用节点法求解分压器电路　为避免读者形成这样的印象，即节点法仅适用于具有许多节点的复杂电路，我们将节点法应用于图 3.15 所示的简单分压器电路以求得 v_O。

解　图 3.15 表示了地节点的选择。图 3.15 所示电路只有 1 个未知节点电压(v_O)，也标注于图中。因此第(1)步和第(2)步都完成了。

在第(3)步中，我们用未知节点电压列写节点的 KCL 方程

$$\frac{v_O - 9\text{V}}{1\text{k}\Omega} + \frac{v_O}{2\text{k}\Omega} = 0$$

等式两边都乘以 2kΩ 得到

$$2v_O - 18\text{V} + v_O = 0$$

解出

$$v_O = 6\text{V}$$

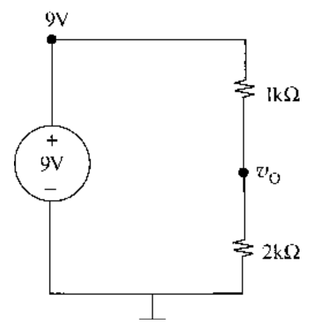

图 3.15　分压器电路

例 3.7　用节点法求节点电压　用节点法求图 3.16 所示电路的节点电压 v_O。

解　图 3.16 所示电路只有 1 个未知节点电压(v_O)，如图所示。图 3.16 还标明了地节点，因此第(1)步和第(2)步都完成了。

在第(3)步中，我们用未知节点电压列写节点的 KCL 方程

$$\frac{v_O - 5\text{V}}{1\text{k}\Omega} + \frac{v_O - 6\text{V}}{1\text{k}\Omega} = 0$$

等式两边都乘以 1kΩ 得到

$$v_O - 5\text{V} + v_O - 6\text{V} = 0$$

简化得到

$$v_O = (5\text{V} + 6\text{V})/2$$

或

$$v_O = 5.5\text{V}$$

图 3.16 所示电路被称作加法器电路，原因是 v_O 与输入电压之和成比例。

例 3.8 更多关于节点法的例子 用节点法确定图 3.17 所示电路的节点电压 v。

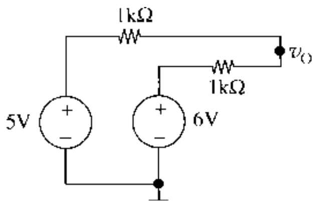

图 3.16 加法器电路

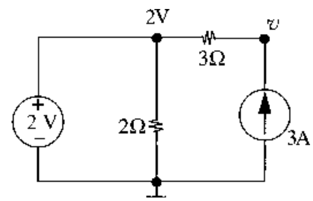

图 3.17 有两个独立源的电路

解 图 3.17 中已经给出地节点和未知节点变量。下面进行第(3)步，用未知电压列写节点的 KCL 方程

$$\frac{v - 2\text{V}}{3\Omega} = 3\text{A}$$

解得

$$v = 11\text{V}$$

请将此处的节点分析与第 2 章图 2.56 所示电路的基本分析方法进行对比。

WWW 例 3.9 更多关于节点法的例子

3.3.2 浮动独立电压源

上面介绍的节点分析方法对于包含浮动独立电压源的电路(如图 3.20 所示)并不适用。浮动独立电压源就是没有任何接线端直接或通过其他独立电压源与地节点相连的独立电压源。节点分析不成立的原因在于独立电压源的元件定律并未将其支路电流与支路电压联系

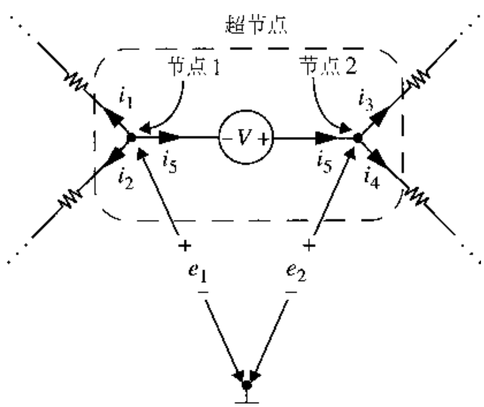

图 3.20 浮动独立电压源以及将其处理为超节点