

第3章 光纤中的非线性效应

3.1 引言

很多材料在强光照射下,会产生非线性光学效应。即光波在介质中传输时,介质的折射率和入射光波的电场矢量 $\vec{E}$ 是非线性关系。讨论光纤中的非线性效应时,要注意两点,光纤所用材料的光学特性和光纤的结构。

目前,光通信和光传感中大部分是用熔石英制成的光纤。光纤中的非线性效应主要由熔石英引起。由于熔石英的 SiO_2 分子结构是反演对称,所以,石英光纤中不存在二阶非线性效应,而存在三阶或更高阶的非线性效应。此外考虑到光纤的纤芯很细,光纤系统中所用光纤比较长,所以,虽然入射到光纤中的光不强,但光纤纤芯中的光能密度却很可观,再加上长光纤的积分效应,所以光纤中的非线性效应不可忽略。

本章将简要介绍光纤中非线性效应的基本原理,主要的非线性效应及其典型应用。

3.2 基本原理

3.2.1 非线性极化

熔石英材料的光学非线性主要有非线性极化和受激非弹性散射两大类。

当一个强电磁场作用于介质时,介质会极化,极化强度 $\mathbf{P}$ 与电场强度 $\mathbf{E}$ 的关系为

$$\mathbf{p} = \epsilon_0 \{ \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \chi^{(2)} : \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} : \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \} \quad (3.2.1)$$

式中, ϵ_0 为真空中的介电系数; $\mathbf{E}\mathbf{E}, \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E}, \dots$ 分别是 $\mathbf{E}$ 的二阶、三阶并矢; $\chi^{(j)}$ ($j=1,2,3,\dots$) 称为 j 阶电极化率,考虑到光的偏振效应, $\chi^{(j)}$ 应该是 $j+1$ 阶张量。上式各项中, $\chi^{(1)} \cdot \mathbf{E}$ 是线性部分,它是对 $\mathbf{P}$ 的主要贡献。影响到材料的折射率和衰减常数。二阶电极化率 $\chi^{(2)}$ 对应于二次谐波的产生和频等非线性效应。然而, $\chi^{(2)}$ 只在某些分子结构非反演对称的介质中才不为零。而 SiO_2 是反演对称,因而石英玻璃的 $\chi^{(2)}$ 等于零,所以光纤中的非线性主要起源于三阶电极化率 $\chi^{(3)}$, 为此可将极化强度 $\mathbf{P}$ 分为两部分

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) \quad (3.2.2)$$

式中, $\mathbf{P}_L$ 与 $\mathbf{P}_{NL}$ 分别为极化强度的线性部分和非线性部分。

线性极化强度 $\mathbf{P}_{NL}$ 本身不满足叠加原理, 因此不能简单地进行傅里叶变换, 其频域表示的问题也就变得十分复杂。但是, 由于信号(包络)的变化速度比光频小得多, 因此可假定进行傅里叶变换时对信号不变换, 于是可得

$$\mathbf{P}_{NL}^{(1)}(\omega) = \epsilon_0 \epsilon_{NL} \mathbf{E}(\omega)$$

这就从形式上把非线性极化强度的基波非线性化了。如果令 $\bar{n}^2 = \tilde{\epsilon}$, 则

$$\bar{n}(\omega, |\mathbf{E}|^2) = n(\omega) + n_2 |\mathbf{E}|^2 \quad (3.2.3)$$

称为非线性折射率系数。

上述结论可以推广到一般情况而得出如下结论: 三阶非线性极化对材料光学性质的影响有二: ①引起材料的折射率随光场的光强发生变化; ②产生新频率的光波。

3.2.2 受激非弹性散射

上面讨论的非线性过程, 是由三阶非线性电极化率 $\chi^{(3)}$ 决定的非线性效应在电磁场和电介质之间无能量交换进行的过程, 因而可认为是弹性散射。现在讨论的受激非弹性散射是另一类重要的非线性效应, 它起因于光场把部分能量传递给介质, 是一个有能量交换的过程, 属于非弹性散射。光纤中有两种重要的受激非弹性散射: 受激拉曼散射(stimulated Raman scattering, SRS)和受激布里渊散射(stimulated Brillouin scattering, SBS)。它们是研究得最早的光纤中的非线性效应。SRS 和 SBS 之间的主要差别是: 在 SRS 中参与的是光学光子, 而在 SBS 中参与的是声学光子。

非线性折射率导致大量值得注意的非线性效应, 其中研究得最广泛的是自相位调制(self-phase modulation, SPM)和交叉相位调制(cross phase modulation, XPM)。自相位调制是一个模式(单频、单偏振)在传输过程中, 使光载波发生相移(频率啁啾)的情况, 而这种啁啾又与光场的强度有关。相位调制不是非线性所特有的现象。在线性光波导中, 光脉冲在传播过程中也会发生光载波相移(啁啾), 但这种相移一般与幅度无关, 而只与带宽有关。在非线性光波导中相移与幅度有关的现象, 称为 SPM, 在光纤的反常色散区还会形成光孤子。

XPM 是指不同模式(不同偏振方向或同偏振方向不同模式, 或不同波长的光脉冲)共同传输时, 产生的光载波的非线性相移, 而且这种相移是与各个模式的幅度都有关。

由非线性极化而引起的光频的变化, 称为参量过程。上述光纤中的各种非线性效应可概括如下:

$$\text{非线性} \left\{ \begin{array}{l} \text{非线性极化} \left\{ \begin{array}{l} \text{非线性折射率} \left\{ \begin{array}{l} \text{自相位调制(SPM)} \\ \text{交叉相位调制(XPM)} \end{array} \right. \\ \text{参量过程(四波混频)} \end{array} \right. \\ \text{受激非弹性散射} \left\{ \begin{array}{l} \text{受激拉曼散射(SRS)} \\ \text{受激布里渊散射(SBS)} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

由于光纤中的非线性效应很小,因此在分析这些问题时,所用基本方法是“微扰法”。所以在分析这类问题时都是在线性光纤理论的基础上,增加一个微扰项。因此光纤中关于模式的理论、色散的理论、双折射理论以及模耦合理论,都可作为分析非线性问题的出发点,再考虑到非线性效应的微扰项,进而得到一些新的有用的结论。

在分析光纤中的线性问题时,要同时考虑光纤材料和光纤结构两个因素。但是,在讨论光纤中的非线性问题时,一般都假定光纤中的非线性是均匀的,也就是不考虑光纤结构带来的非线性。虽然光纤结构会引起电场分布 $\vec{E}=\vec{E}(x,y)$ 的横向不均匀,但由于它所引起的附加非线性很小,一般可不考虑。

3.2.3 基本传输方程

下面介绍传输方程,它是定量分析讨论非线性效应对于光纤传输特性的基本方程。同所有的电磁现象一样,光纤中光脉冲的传输也服从如下麦克斯韦方程组。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

式中, $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ 分别为电场强度矢量和磁场强度矢量; $\mathbf{D}, \mathbf{B}$ 分别为电位移矢量和磁感应强度矢量; 电流密度矢量 $\mathbf{J}$ 和电荷密度 ρ 表示电磁场的源,在光纤这样无自由电荷的介质中,显然是 $\mathbf{J}=0, \rho=0$ 。

介质内传输的电磁场强度 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 增大时,电位移矢量 $\mathbf{D}$ 和磁感应强度 $\mathbf{B}$ 也随之增大,它们服从如下的物质方程。

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

式中, ϵ_0 为真空中介电常数; μ_0 为真空中的磁导率; $\mathbf{P}, \mathbf{M}$ 分别为感应电极化强度和磁极化强度,在光纤这种非磁性介质中 $\mathbf{M}=0$ 。

描述光纤中光传输的波方程可从求解麦克斯韦方程组得到。用 $\mathbf{E}, \mathbf{P}$ 消去 $\mathbf{B}, \mathbf{D}$, 可得

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (3.2.7)$$

式中, $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$, c 为真空中的光速。

为完整表达光纤中光波的传输,还应有电极化强度 $\mathbf{P}$ 和电场强度 $\mathbf{E}$ 的关系。当光频与介质共振频率接近时, $\mathbf{P}$ 的计算必须采用量子力学方法。但在远离介质的共振频率处, $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{E}$ 的关系可唯象地写成式(3.2.1),我们感兴趣的 $0.5 \sim 2 \mu\text{m}$ 波长范围内光纤的非线性效应正是这种情况。如果只考虑与 $\chi^{(3)}$ 有关的三阶非线性效应,则感应电极化强度由两部分组成

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) \quad (3.2.8)$$

式中, 线性部分 $\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t)$ 和非线性部分 $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ 与场强的普适关系为

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \quad (3.2.9)$$

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \iiint_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) \vdots \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (3.2.10)$$

若上述这类介质响应为局域, 则在电偶极子近似下, 这些关系式有效。

式(3.2.7)~式(3.2.10)给出了处理光纤中三阶非线性效应的一般公式。由于它们比较复杂, 需要对它们做一些简化近似。最主要的简化是把式(3.2.8)中的 $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ 非线性极化变成总感应极化强度的微扰, 因为石英光纤中的非线性效应相当弱, 因而此近似合理。具体步骤如下: 在 $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)=0$ 时解式(3.2.7)。由于此时式(3.2.7)关于 $\mathbf{E}$ 是线性的, 因此在频域内具有简单的形式, 即式(3.2.7)变成

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) - \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (3.2.11)$$

式中, $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)$ 是 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 的傅里叶变换, 定义为

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t) dt \quad (3.2.12)$$

与频率有关的介电常数定义为

$$\epsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \quad (3.1.13)$$

式中, $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$ 是 $\tilde{\chi}^{(1)} t$ 的傅里叶变换。因为 $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$ 通常是复数, $\epsilon(\omega)$ 也是复数, 其实部和虚部分别与折射率 $n(\omega)$ 及吸收系数 $\alpha(\omega)$ 有关, 且定义如下

$$\epsilon = (n + i\alpha c/2\omega)^2 \quad (3.2.14)$$

利用式(3.2.13)和式(3.2.14)可得 $n(\omega)$ 和 $\alpha(\omega)$ 与 $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$ 的关系

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)] \quad (3.2.15)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{nc} \text{Im}[\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)] \quad (3.2.16)$$

式中, Re 和 Im 分别代表实部和虚部。

在解式(3.2.11)以前需做两个近似: ①用 $n^2(\omega)$ 代替 $\epsilon(\omega)$, 因为光纤损耗很小, 可忽略 $\epsilon(\omega)$ 的虚部; ②折射率与 $n(\omega)$ 方位无关, 于是有

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} \equiv \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (3.2.17)$$

这里, 利用了 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 。通过这些简单化, 式(3.2.11)变成如下形式

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + n^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (3.2.18)$$

光纤中大多数非线性效应目前只涉及到脉宽范围为 10ns~10fs 的短脉冲的应用。当

这样的光脉冲在光纤内传输时,色散和非线性效应将影响其形状的频谱。下面将推导光脉冲在非线性色散光纤中传输的基本方程。利用式(3.2.8)和式(3.2.7),波动方程(3.2.7)可写成如下形式

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (3.2.19)$$

式(3.2.19)中,极化强度的线性部分 $\mathbf{P}_L$ 和非线性部分 $\mathbf{P}_{NL}$ 通过式(3.2.9)和式(3.2.10)与电场强度 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 对应。

3.2.4 非线性脉冲传输

为解式(3.2.19),需做以下简化。①极化是微扰,即把 $\mathbf{P}_{NL}$ 处理成 $\mathbf{P}_L$ 的微扰,实际上,折射率的非线性变化小于 10^{-6} ; ②偏振稳定,即假定光场沿光纤长度方向其偏振态不变,因而其标量近似有效,(事实并非如此,除非采用保偏光纤,但这种近似非常有效); ③光场是准单色,即对中心频率为 ω_0 的频道,其谱宽为 $\Delta\omega$,且 $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$ 。因为 ω_0 约为 10^{15} Hz,所以对脉宽大于 0.1ps 的脉冲成立。在慢变包络近似下,把电场的快变化部分分开,写成

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{x}} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.] \quad (3.2.20)$$

其中, $c.c.$ 表示前一项的共轭复数, $\hat{\mathbf{x}}$ 为假设沿 x 方向偏振光的单位偏振矢量, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 为时间的慢变化函数(相对于光周期)。类似地,可把极化强度分量 $\mathbf{P}_L, \mathbf{P}_{NL}$ 表示成

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{x}} [\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.] \quad (3.2.21a)$$

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{x}} [\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.] \quad (3.2.21b)$$

线性极化分量 $\mathbf{P}_L$ 通过把式(3.2.21a)代入式(3.2.9)得到,并写成

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) &= \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{xx}^{(1)}(t-t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp[i\omega_0(t-t')] dt' \\ &= \frac{\epsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{xx}^{(1)}(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \end{aligned} \quad (3.2.22)$$

式(3.2.22)中, $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)$ 为类似于式(3.2.12)定义的 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 的傅里叶变换。

式(3.2.21b)代入式(3.2.10)可得极化强度的非线性分量 $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ 。假定非线性响应是瞬时作用,因而式(3.2.10)中的 $\chi^{(3)}$ 的时间关系可由三个 $\delta(t-t')$ 函数的积得到,式(3.2.10)变成

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (3.2.23)$$

瞬时非线性响应的假定相当于忽略了分子振动对 $\chi^{(3)}$ 的影响(拉曼效应)。一般情况,电子和原子核对光场的响应均为非线性,原子核的响应应比电子的响应慢。对石英光纤,振动或拉曼响应在 60~70fs 时间量级,于是式(3.2.23)在脉宽大于 1ps 时,基本有效。

把式(3.2.20)代入式(3.2.23),发现 $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ 有一项在 ω_0 处振荡,另一项在三次谐波

$3\omega_0$ 处振荡,后一项由于需要相位匹配,在光纤中通常被忽略。利用式(3.2.21b)得出 $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ 的表达式

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) \approx \epsilon_0 \epsilon_{NL} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (3.2.24)$$

式中, ϵ_{NL} 为介电常数的非线性部分,由下式给定

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi_{xxx}^{(3)} |\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 \quad (3.2.25)$$

把式(3.2.20)和式(3.2.21)代入式(3.2.19),傅里叶变换 $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0)$ 为

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i(\omega - \omega_0)t} dt \quad (3.2.26)$$

并满足亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + \epsilon(\omega) k_0^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (3.2.27)$$

式中, $k_0 = \omega/c$ 且

$$\epsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) + \epsilon_{NL} \quad (3.2.28)$$

为介电常数,其非线性部分由式(3.2.25)给定。与式(3.2.14)类似,可用介电常数定义折射率 $\tilde{n}$ 和吸收系数 $\tilde{\alpha}$ 。然而,由于 ϵ_{NL} 与场强无关, $\tilde{n}$ 和 $\tilde{\alpha}$ 也与场强无关,习惯上采用如下的定义

$$\tilde{n} = n + n_2 |\mathbf{E}|^2 \quad \tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |\mathbf{E}|^2 \quad (3.2.29)$$

利用 $\epsilon = (\tilde{n} + i\alpha/2k_0)^2$ 以及式(3.2.8)和式(3.2.11),可得出非线性折射率系数 n_2 和双光子吸收系数

$$n_2 = \frac{3}{8n} \text{Re}(\chi_{xxx}^{(3)}) \quad \alpha_2 = \frac{3\omega_0}{4nc} \text{Im}(\chi_{xxx}^{(3)}) \quad (3.2.30)$$

和式(3.2.15)以及式(3.2.16)类似。线性折射率 n 和吸收系数 α 与 $\tilde{\chi}_{xx}^{(3)}$ 的实部及虚部有关。对石英光纤, α_2 相对较小,常被忽略。注意此处参数 n_2 不是光纤的包层折射率,从这以后 n_2 就是光纤非线性的量度。

式(3.2.27)可利用变量分离法求解。假定解的形式为

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta_0 z) \quad (3.2.31)$$

式中 $\tilde{A}(z, \omega)$ 是 z 的慢变函数; β_0 是波数,将在以后确定。式(3.2.27)分离成两个关于 $F(x, y)$ 和 $\tilde{A}(z, \omega)$ 的方程

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\epsilon(\omega) k_0^2 - \tilde{\beta}^2] F = 0 \quad (3.2.32)$$

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{A} = 0 \quad (3.2.33)$$

在推导式(3.2.33)的过程中,由于假定 $\tilde{A}(z, \omega)$ 为 z 的慢变化函数,因而忽略了其二阶偏导数 $\partial^2 \tilde{A} / \partial z^2$ 。此时可通过光纤模式的本征方程(3.2.32)确定波数 $\tilde{\beta}$ 。式(3.2.32)中的介电

常数 $\epsilon(\omega)$ 近似为

$$\epsilon = (n + \Delta n)^2 \approx n^2 + 2n\Delta n \quad (3.2.34)$$

式中, Δn 为微扰, 其表示式为

$$\Delta n = n_2 |E|^2 + \frac{i\tilde{\alpha}}{2k_0} \quad (3.2.35)$$

式(3.2.32)可通过一阶微扰理论求解。首先用 n^2 代替 ϵ 求解方程, 得到模分布函数 $F(x, y)$ 和对应的波数 $\beta(\omega)$ 。对单模光纤, 本征值 $\tilde{\beta}$ 将变为^[4]

$$\tilde{\beta} = \beta(\omega) + \Delta\beta \quad (3.2.36)$$

式中

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \iint_{-\infty}^{\infty} \Delta n |F(x, y)|^2 dx dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \quad (3.2.37)$$

这一步完成了最低阶微扰 $\mathbf{P}_{NL}$ 下式(3.2.19)的形式解。利用式(3.2.20)和式(3.2.29), 可得电场强度

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{\chi} \{ F(x, y) A(z, t) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] + c. c \} \quad (3.2.38)$$

满足式(3.2.33)的慢变振幅 $A(z, t)$ 的傅里叶变换 $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$ 可表达为

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0] \tilde{A} \quad (3.2.39)$$

此处, 利用了式(3.2.36), 把 $\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2$ 近似为 $2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0)$ 。此方程的物理意义是: 脉冲沿光纤传输时, 其包络内的每一谱成分都得到一个与频率和强度相关的相移。式(3.2.39)的傅里叶逆变换给出了 $A(z, t)$ 的传输方程。然而, 很少能知道 $\beta(\omega)$ 的准确函数形式。为此在频率 ω_0 处把 $\beta(\omega)$ 展成泰勒级数

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \cdots \quad (3.2.40)$$

式中

$$\beta_n = \left[\frac{d^n \beta}{d\omega^n} \right]_{\omega=\omega_0} \quad n = 1, 2, \cdots \quad (3.2.41)$$

若谱宽 $\Delta\omega \ll \omega_0$, 则展开式中的三次项及更高次项通常被忽略, 这些项的忽略与式(3.2.39)的推导过程中用到的准单色假定一致。对某些特定的 ω_0 值, 若 $\beta \approx 0$ (即在光纤的零色散波长附近), 需考虑三次项。把式(3.2.40)代入式(3.2.39), 利用

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (3.2.42)$$

进行傅里叶变换的逆变换。在傅里叶变换中, 用微分算符 $i(\partial/\partial t)$ 代替 $\omega - \omega_0$ 得到

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\Delta\beta A \quad (3.2.43)$$

$\Delta\beta$ 项包括了光纤损耗及非线性效应。利用式 (3.2.35) 及式 (3.2.37), 导出 $\Delta\beta$ 并代入式 (3.2.43) 可得

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2}A = i\gamma |A|^2 A \quad (3.2.44)$$

式中, γ 为非线性系数, 其定义为

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}} \quad (3.2.45)$$

为得到式 (3.2.44), 假定幅度 A 是归一化的, $|A|^2$ 代表光功率。若 n_2 单位用 m^2/W 表示, 则 $\gamma|A|^2$ 的单位是 m^{-1} 。参量 A_{eff} 称为有效纤芯截面, 定义为

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left(\iint_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\iint_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^4 dx dy} \quad (3.2.46)$$

式中, $F(x, y)$ 为光纤基模的模分布函数。 A_{eff} 显然与纤芯半径、纤芯-包层折射率差等光纤参数有关。若光纤基模为高斯近似, 则 $A_{\text{eff}} = \pi w^2$ 。参量 w 依赖于光纤参数, 一般地, 根据光纤设计不同, 在 $1.5\mu\text{m}$ 波长附近 A_{eff} 的变化范围为 $50 \sim 80\mu\text{m}^2$ 。若取 $n_2 \approx 2.6 \times 10^{-20} \text{m}^2/\text{W}$, γ 可在 $2 \sim 30 \text{W}^{-1} \text{km}^{-1}$ 范围内变化。例如大有效面积光纤 (LEAF), 通过提高 A_{eff} 的值, 以减小非线性的影响。

式 (3.2.44) 描述了皮秒光脉冲在单模光纤内的传输, 它有时也被称为非线性薛定谔方程。因为在一定的条件下, 该式可以化成非线性薛定谔方程。其中, α 反映了光纤的损耗, β_1, β_2 反映了光纤的色散, γ 则是考虑了光纤的非线性特性。总之, 当群速度色散 (GVD) 是由 β_2 引起时, 脉冲包络以群速度 $v \equiv 1/\beta_1$ 移动。群速度色散参量 β_2 可正可负, 由光波长 λ 是大于还是小于光纤的零色散波长 λ_D 决定。在反常色散区 ($\lambda > \lambda_D$), β_2 是负值, 光纤能维持光学孤子。标准光纤在可见光区 β_2 约为 $50 \text{ps}^2/\text{km}$; 而在 $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ 处 β_2 变为 $-20 \text{ps}^2/\text{km}$, 且在 $1.3\mu\text{m}$ 附近改变符号。

利用变换

$$T = t - z/v_g \equiv t - \beta_1 z \quad (3.2.47)$$

式中, v_g 是光波在光纤中的群速度, 再对脉宽 $T_0 > 5 \text{ps}$ 的情况, 式 (3.2.44) 或改写成如下形式

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{\alpha}{2} A - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (3.2.48)$$

进一步引入归一化振幅 U

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} e^{-\alpha z/2} U(z, \tau) \quad (3.2.49)$$

式中, P_0 为入射光脉冲的峰值功率, 指数因子是光纤的损耗。

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/\nu_g}{T_0} \quad (3.2.50)$$

由式(3.2.49), 式(3.2.50)和式(3.2.48)可得

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{e^{-\alpha z}}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (3.2.51)$$

式中, $\text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$ 是符号函数, 由 GVD 参量 β_2 的符号确定, 且

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (3.2.52)$$

式中, L_D 和 L_{NL} 分别是光纤的色散长度和非线性长度, 它代表沿光纤长度 L 方向光脉冲演变的长度。并且说明: 在此演变过程中色散和非线性效应哪个更重要。式中 T_0 和 P_0 分别是入射光脉冲的脉宽和峰值功率。为此根据 L, L_D 以及 L_{NL} 之间的相对大小, 传输特性可分为 4 种不同的情况。

(1) $L \ll L_D, L \ll L_{NL}$ (短光纤)。这是 $\beta_2 \rightarrow 0, \lambda \rightarrow 0$ 的情况, 若 $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$ 不太大, 则 $\frac{\partial U}{\partial z} \approx 0$, 这时脉冲波形不变, 不失真。这是色散和非线性效应都不重要的情况。这对光通信系统的无畸变传输有益。如果中继距离 $L = 50\text{km}$, 那么 L_D, L_{NL} 都应大于 500km , 代入 $|\beta_2| \approx 20\text{ps}^2/\text{km}$, $\gamma = 20\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$, 可知 $T_0 \geq 100\text{ps}$, $p_0 \leq 0.1\text{mW}$ 。由此可计算出光纤通信系统的最高码速与传输距离。

(2) 若 $\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma p_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1$, 即 $L_D \ll L_{NL}$ 若 $L_D < L < L_{NL}$, 这说明光纤的色散占上风, 非线性效应相对较弱。光脉冲在传输过程中的变化, 将主要由色散决定。如果初始光脉冲无啁啾, 它的包络脉冲必将展宽, 如果有啁啾, 包络有可能被展宽也可被压缩。波形变化的同时, 还引起光载频相位的变化, 即相位调制。利用 $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ 处光纤参量 $\gamma, |\beta_2|$ 的典型值, 对 1ps 脉冲应有 $P_0 \ll 1$ 瓦。

(3) 若 $\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma p_0 T_0^2}{|\beta_2|} \gg 1$, 即 $L_D \gg L_{NL}$ 且 $L_{NL} < L < L_D$, 此时说明光纤的非线性为主。对于零色散光纤 ($\beta_2 \rightarrow 0$), 这种情况极易出现, 或者峰值功率 p_0 与脉宽 T_0 都较大时易于出现。这时光脉冲的频谱将展宽, 说明有新的频率分量产生。

(4) 若 $L \geq L_D$, 且 $L \geq L_{NL}$, 则光纤中色散与非线性将共同起作用, 这与前两种情况不同, 在正常色散区 ($\beta_2 > 0$), 可用来进行脉冲压缩, 在反常色散区 ($\beta_2 < 0$), 可维持孤子传输。

3.3 自相位调制

自相位调制是指一个模式(单频、单偏振的光波)在光纤中传输时, 使传输的光波发生相移(频率啁啾)的情况, 而这种啁啾又与光场的强度有关。相位调制不是非线性所特有的情

况。在线性光纤中,光脉冲在光纤中传输时,也会发生光载波相移(啁啾)。但这种相移一般和光强(光脉冲幅度)无关,只与带宽有关。在非线性光纤中相移与幅度有关的现象,称为自相位调制(SPM)。

3.3.1 非线性相移

根据式(3.2.49)定义的归一化振幅 $U(z, t)$, 传输式(3.2.51)在 $\beta_2 = 0$ 的极限条件下变为

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{i e^{-\alpha z}}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (3.3.1)$$

式中, α 代表光纤损耗, 非线性长度

$$L_{NL} = (\gamma P_0)^{-1} \quad (3.3.2)$$

式中, P_0 是峰值功率, γ 由式(3.2.45)给出, 它与非线性折射率系数 n_2 有关。用 $U = V \exp(i\phi_{NL})$ 做代换, 并令方程两边的实部和虚部分别相等, 则有

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial \phi_{NL}}{\partial z} = \frac{e^{-\alpha z}}{L_{NL}} V^2 \quad (3.3.3)$$

由于振幅 V 不随光纤长度 L 变化, 直接对相位方程进行积分, 可以得到通解为

$$U(L, T) = U(0, T) \exp[i\phi_{NL}(L, T)] \quad (3.3.4)$$

式中, $U(0, T)$ 是 $z=0$ 处的场振幅, 且

$$\phi_{NL}(L, T) = |U(0, T)|^2 (L_{eff}/L_{NL}) \quad (3.3.5)$$

式中, 有效长度

$$L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha \quad (3.3.6)$$

式(3.3.4)表明, SPM 产生随光强变化的相位, 但脉冲形状保持不变。非线性相移 ϕ_{NL} 由式(3.3.5)给定, 它随光纤长度 L 的增大而增大。参量 L_{eff} 为有效长度。由于光纤的损耗, 它比实际距离 L 要小。当光纤无损耗时, 即 $\alpha=0$, 则 $L_{eff}=L$ 。最大相移 ϕ_{max} 出现在脉冲的中心, 即 $T=0$ 处, 因为 U 是归一化的, 则 $|U(0, 0)|=1$, 因而

$$\phi_{max} = L_{eff}/L_{NL} = \gamma P_0 L_{eff} \quad (3.3.7)$$

非线性长度 L_{NL} 的物理意义可从式(3.3.7)看出, 它是当 $\phi_{max}=1$ 时的有效传输距离。若取 $1.55\mu\text{m}$ 波长区非线性参量的典型值 $\gamma=2\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$, 当 $P_0=10\text{mW}$ 时, $L_{NL}=50\text{km}$; 进一步增大 P_0 , L_{NL} 反而下降。

SPM 致频谱展宽是 $\phi_{NL}(L, T)$ 与时间有关而引起的, 它可以这样来理解, 瞬时变化的相位说明: 光脉冲的中心频率 ω_0 与两侧有不同的瞬时光频率, 其差值 $\delta\omega$ 为

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial \phi_{NL}}{\partial T} = -\left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) \frac{\partial}{\partial T} |U(0, T)|^2 \quad (3.3.8)$$

式中的负号是由于式(3.2.20)中取了 $e^{-i\omega_0 t}$ 。 $\delta\omega$ 的时间依赖关系可被看做频率啁啾, 这种啁啾是由 SPM 引起, 它随传输距离的增大而增大。这说明, 当脉冲沿光纤传输时, 新的频

率分量在不断产生。这些由 SPM 产生的频率分量展宽了频谱,使之超过了 $z=0$ 处脉冲的初始宽度。

脉冲频谱展宽的程度与脉冲的形状有关。例如,由给定的入射场为 $U(0, T)$ 的超高斯脉冲,其 SPM 所致啁啾 $\delta\omega(T)$ 为

$$\delta\omega(T) = \frac{2m}{T_0} \frac{L_{\text{eff}}}{L_{\text{NL}}} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2m-1} \exp\left(-\frac{T^2}{T_0^2}\right) \quad (3.3.9)$$

$m=1$ 则对应高斯脉冲。对较大的 m 值,入射脉冲的前后沿变陡,脉冲近似为矩形。

图 3.3.1 给出了由 SPM 引起的高斯脉冲($m=1$)和超高斯脉冲($m=3$)的非线性相移 ϕ_{NL} 及 $L_{\text{eff}}=L_{\text{NL}}$ 处的 SPM 所致频率啁啾 $\delta\omega$ 。因为式(3.3.5)中 ϕ_{NL} 正比于 $|U(0, T)|^2$,那么它的瞬时变化恒等于脉冲光强的变化。而 SPM 所致啁啾 $\delta\omega$ 的瞬时变化有几个特点:① $\delta\omega$ 的前沿附近是负的(红移),而到后沿附近则变为正的(蓝移);② 在高斯脉冲中心附近较大范围内,啁啾是线性的且是正的(上啁啾);③ 对有较陡前后沿的脉冲,其啁啾显著增大;④ 与高斯脉冲不同,超高斯脉冲的啁啾仅发生在脉冲附近且不是线性变化。

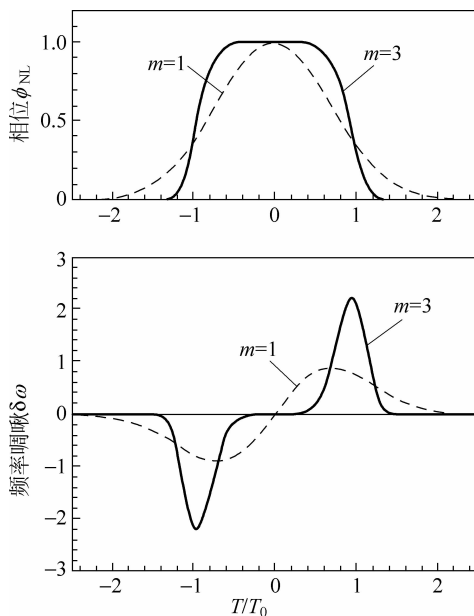


图 3.3.1 高斯(虚线)和超高斯(实线)脉冲相移 ϕ_{NL} 和频率啁啾 $\delta\omega$ 随时间变化的关系

从图 3.3.1 中 $\delta\omega$ 的峰值可估出 SPM 所致频谱展宽的大小,更精确地,可从式(3.3.9)求得 $\delta\omega$ 的最大值。令 $\delta\omega(T)$ 的时间导数为零,就可以得到 $\delta\omega$ 的最大值。

通常,脉冲频谱不仅依赖于脉冲形状,而且与脉冲的初始啁啾有关。图 3.3.2 给出了几种不同最大相移 ϕ_{max} 下的无啁啾高斯脉冲频谱。对于给定的光纤长度,由式(3.3.7)可知, ϕ_{max} 随峰值功率 P_0 线性增大。这样,图 3.3.2 中的频谱演变可通过增加峰值功率由实验观