第3章 传感器与检测系统特性分析基础

在设计或选用传感器、检测系统(包括传感器、简易的检测仪器和复杂的综合测量系统或装置)时,要综合考虑诸如被测参量变化的特点、变化范围、测量精度要求、测量速度要求、使用环境条件、传感器和检测系统本身的稳定性和售价等多种因素。其中,最主要的因素是传感器和检测系统本身的基本特性能否实现及时、真实地(达到所需的精度要求)反映被测参量(在其变化范围内)的变化。只有这样,该传感器和检测系统才具备对此被测参量实施测量的基本条件。

3.1 概述

传感器和检测系统的基本特性一般分为两类:静态特性和动态特性。这是因为被测参量的变化大致可分为两种情况,一种是被测参量基本不变或变化很缓慢的情况,即所谓"准静态量"。此时,可用检测系统的一系列静态参数(静态特性)来对这类"准静态量"的测量结果进行表示、分析和处理。另一种是被测参量变化很快的情况,它必然要求检测系统的响应更为迅速,此时,应用检测系统的一系列动态参数(动态特性)来对这类"动态量"测量结果进行表示、分析和处理。

研究和分析检测系统的基本特性,主要有以下三个方面的用途。

第一,通过传感器或检测系统的已知基本特性,由测量结果推知被测参量的准确值。这也是传感器和检测系统对被测参量进行通常测量的过程。

第二,对多环节构成的较复杂的检测系统进行测量结果及(综合)不确定度的分析,即根据该传感器或检测系统各组成环节的已知基本特性,按照已知输入信号的流向,逐级推断和分析各环节输出信号及其不确定度。

第三,根据测量得到的(输出)结果和已知输入信号,推断和分析出传感器和检测系统的基本特性。这主要用于检测系统的设计、研制和改进、优化,以及对无法获得更好性能的同类传感器和检测系统和未完全达到所需测量精度的重要检测项目进行深入分析、研究。

通常把被测参量称为传感器和检测系统的输入(亦称为激励)信号,而把传感器和检测系统的输出信号称为响应。由此,可以把整个检测系统看成一个信息通道来进行分析。理想的信息通道应能不失真地传输各种激励信号。通过对检测系统在各种激励信号下响应的分析,可以推断、评价检测系统的基本特性与主要技术指标。

一般情况下,传感器和检测系统的静态特性与动态特性是相互关联的,传感器和检测系统的静态特性也会影响到动态条件下的测量。但为叙述方便和使问题简化,便于分析讨论,通常把静态特性与动态特性分开讨论,把造成动态误差的非线性因素作为静态特性处理,而在列运动方程时,忽略非线性因素,简化为线性微分方程。这样可使许多非常复杂的非线性工程测量问题大大简化,虽然会因此而增加一定的误差,但是绝大多数情况下此项误差与测量结果中含有的其他误差相比都是可以忽略的。

下面介绍的传感器和检测系统基本特性不仅适用于整个系统,也适用于组成检测系统的信号放大、信号滤波、数据采集、显示等环节。

3.2　传感器和检测系统静态特性方程与特性曲线

一般传感器或检测系统的静态特性均可用一个统一(但具体系数各异)的代数方程,即静态特性方程来描述及表示传感器或检测系统对被测参量的输出与输入间的关系,即

$$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_i x^i + \cdots + a_n x^n \tag{3-1}$$

式中,x 为输入量;$y(x)$为输出量;$a_0, a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_n$ 为常系数。

如果式(3-1)中除 a_0、a_1 不为零外,其余各项常数均为零,这时式(3-1)就成为一个线性方程,对应的传感器或检测系统就是一个线性系统。以输入量为横坐标,输出量为纵坐标,在直角平面坐标系中画出的静态特性曲线是一条直线。如果式(3-1)右边仅有一次项的系数 a_1 不为零而其余各项系数均为零,这时传感器或检测系统的静态特性曲线就成为过坐标原点的一条直线,对应的传感器或检测系统成为没有零位误差的理想测量系统。但实际上检测系统难以做到除一次项系数外,二次以上高次项系数均绝对为零。由此可见,式(3-1)通常总是一个非线性方程,式中各常系数决定输出特性曲线的形状。

通常,传感器或检测系统的设计者和使用者都希望传感器或检测系统输出和输入能保持这种较理想的线性关系,因为线性特性不仅能使系统设计简化,而且也有利于提高传感器或检测系统的测量精度。

当 $a_0 \neq 0$ 时,表示即使输入信号为 0,传感器或检测系统也仍有输出,该输出值工程上通常称为零位误差或零点偏移。对于相对固定的零位输出,可当作简单的系统误差进行处理。

传感器或检测系统的实际静态特性曲线是在静态标准条件下,采用更高精度等

级(其测量允许误差小于被测传感器或检测系统允许误差的 1/3)的标准设备,同时对同一输入量进行对比测量,重复多次(不少于 3 次)进行全量程逐级地加载和卸载测量,全量程的逐级加载是指输入值从最小值逐渐等间隔地加大到满量程值;逐级卸载是指输入值从满量程值逐渐等间隔地减小到最小值。加载测量又称正行程或进程,卸载测量称为反行程或回程。进行一次逐级加载和卸载就可以得到一条与输入值相对应的输出信号的记录曲线,此曲线即为测量或校准曲线。一般用多次校准曲线的平均值作为其静态特性曲线。将校准所得的一系列输入 x_i、输出 $y(x_i)$数据分别代入式(3-1),可得到以待定系数 $a_0,a_1,a_2,\cdots,a_i,\cdots,a_n$ 为变量的 n 元一次线性方程组,求解后将 $a_0,a_1,a_2,\cdots,a_i,\cdots,a_n$ 的具体值代入式(3-1),就得到了该被校传感器或检测系统的具体静态特性方程。同时也可根据校准所得的一系列输入 x_i、输出$y(x_i)$数据,采用规定的方法(如工程上常用的最小二乘法)计算,拟合得到一个直线方程,由此方程得到的直线称为该传感器或检测系统的理想静态特性直线,又称拟合直线或工作直线。经处理后获得被校传感器或检测系统全量程的一系列输入、输出数据,并据此绘制出的曲线称为传感器或检测系统的实际静态校准曲线,又称实际静态特性曲线。由实测确定传感器或检测系统输入和输出关系的过程称为静态校准或静态标定。在对传感器或检测系统进行静态特性检定、测量时应满足一般静态校准的环境条件:环境温度(20±5)℃,湿度不大于 85%,大气压力为(101.3±8)kPa,没有振动和冲击等,否则将影响测量或校准的准确度。

3.3 传感器和检测系统静态特性的主要参数

静态特性表征传感器或检测系统在被测参量处于稳定状态时的输出-输入关系。衡量传感器或检测系统静态特性的主要参数有测量范围、精度等级、灵敏度、线性度、滞环、重复性、分辨力、灵敏限、可靠性等。

1. 测量范围

每个用于测量的传感器或检测仪器都有其确定的测量范围,它是传感器或检测仪器按规定的精度对被测变量进行测量的允许范围。测量范围的最小值和最大值分别称为测量下限和测量上限,简称下限和上限。量程可以用来表示其测量范围的大小,用其测量上限值与下限值的代数差来表示,即

$$\text{量程} = |\text{测量上限值} - \text{测量下限值}| \tag{3-2}$$

用下限与上限可完全表示传感器或检测仪器的测量范围,也可确定其量程。如一个温度测量仪表的下限值是-50℃,上限值是 150℃,则其测量范围(量程)可表示为

$$\text{量程} = |150℃ - (-50℃)| = 200℃$$

由此可见,给出传感器或检测仪器的测量范围便知其测量上下限及量程,反之只给出传感器或检测仪器的量程,却无法确定其上下限及测量范围。

2. 精度等级

传感器或检测仪器精度等级，在 2.1.3 节中已描述，这里不再重述。

3. 灵敏度

灵敏度是指测量系统在静态测量时，输出量的增量与输入量的增量之比。即

$$S=\lim_{\Delta x\to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \tag{3-3}$$

对线性测量系统来说，灵敏度为

$$S=\frac{y}{x}=K=\frac{m_y}{m_x}\tan\theta \tag{3-4}$$

式中，m_y、m_x 为 y 轴和 x 轴的比例尺；θ 为相应点切线与 x 轴间的夹角。也就是说线性测量系统的灵敏度是常数，可由静态特性曲线（直线）的斜率来求得，如图 3-1(a) 所示。

非线性测量系统的灵敏度是变化的，如图 3-1(b) 所示。对非线性测量系统来说，其灵敏度由静态特性曲线上各点的斜率来决定。

灵敏度的量纲是输出量的量纲和输入量的量纲之比。

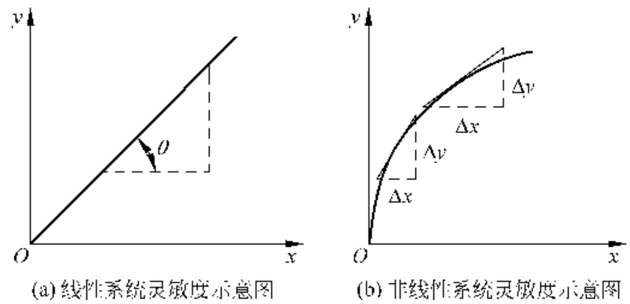

图 3-1　灵敏度示意图

4. 线性度

线性度通常也称为非线性。理想的测量系统，其静态特性曲线是一条直线。但实际测量系统的输入与输出曲线并不是一条理想的直线。线性度就是反映测量系统实际输出、输入关系曲线与据此拟合的理想直线 $y(x)=a_0+a_1x$ 的偏离程度。通常用最大非线性引用误差来表示。即

$$\delta_L=\frac{|\Delta L_{\max}|}{Y_{\mathrm{FS}}}\times 100\% \tag{3-5}$$

式中，δ_L 为线性度；$\Delta L_{\max}$ 为校准曲线与拟合直线之间的最大偏差；Y_{FS} 为以拟合直线方程计算得到的满量程输出值。

由于最大偏差 $\Delta L_{\max}$ 是以拟合直线为基准计算的，因此拟合直线确定的方法不同，则 $\Delta L_{\max}$ 不同，测量系统线性度 δ_L 也不同。所以，在表示线性度时应注意要同时

说明具体采用的拟合方法。选择拟合直线，通常以全量程多数测量点的非线性误差都相对较小的为佳。常用的拟合直线方法有理论直线法、端基线法和最小二乘法等，与之相对应的是理论线性度、端基线性度和最小二乘法线性度等。实际工程中多采用理论线性度和最小二乘法线性度。

（1）理论线性度及其拟合直线

理论线性度又称绝对线性度。它以测量系统静态理想特性 $y(x)=kx$ 作为拟合直线，如图 3-2 中的直线 1（曲线 2 为系统全量程多次重复测量平均后获得的实际输出-输入关系曲线；曲线 3 为系统全量程多次重复测量平均后获得的实际测量数据，采用最小二乘法方法拟合得到的直线）。此方法优点是简单、方便和直观；缺点是多数测量点的非线性误差相对都较大（ΔL_1 为该直线与实际曲线在某点偏差值，ΔL_2 为最小二乘拟合曲线与实际曲线在某点的偏差值）。

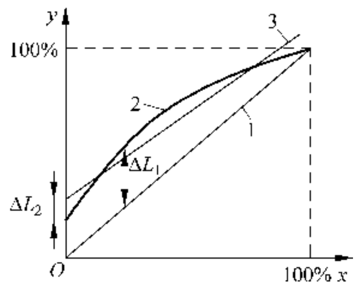

图 3-2 最小二乘和理论线性度及其拟合直线

（2）最小二乘线性度及其拟合直线

最小二乘法方法拟合直线方程为 $y(x)=a_0+a_1x$。如何科学、合理地确定系数 a_0 和 a_1 是解决问题的关键。设测量系统实际输出-输入关系曲线上某点的输入、输出分别为 x_i、y_i，在输入同为 x_i 的情况下，最小二乘法拟合直线上得到输出值为 $y(x_i)=a_0+a_1x_i$，两者的偏差为

$$\Delta L_i = y(x_i) - y_i = (a_0 + a_1 x) - y_i \tag{3-6}$$

最小二乘拟合直线的原则是使确定的 N 个特征测量点的均方差为最小值，因

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Delta L_i^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[(a_0 + a_1 x_i) - y_i]^2 = f(a_0, a_1)$$

为此必有 $f(a_0,a_1)$ 对 a_0 和 a_1 的偏导数为零，即

$$\frac{\partial f(a_0, a_1)}{\partial a_0} = 0$$

$$\frac{\partial f(a_0, a_1)}{\partial a_1} = 0$$

把 $f(a_0,a_1)$ 的表达式代入上述两方程，整理可得到关于最小二乘拟合直线的待定系数 a_0 和 a_1 的两个表达式

$$a_0 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} x_i y_i\right)}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2} \tag{3-7}$$

$$a_1 = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right)}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}$$

5. 迟滞

迟滞，又称滞环，它说明传感器或检测系统的正向（输入量增大）和反向（输入量减少）输入时输出特性的不一致程度，亦即对应于同一大小的输入信号，传感器或检测系统在正、反行程时的输出信号的数值不相等，如图 3-3 所示。

迟滞误差通常用最大迟滞引用误差来表示，即

$$\delta_H = \frac{\Delta H_{\max}}{Y_{\mathrm{FS}}} \times 100\% \tag{3-8}$$

式中，δ_H 为最大迟滞引用误差；$\Delta H_{\max}$为（输入量相同时）正反行程输出之间的最大绝对偏差；Y_{FS}为测量系统满量程值。

在多次重复测量时，应以正反程输出量平均值间的最大迟滞差值来计算。迟滞误差通常是由于弹性元件、磁性元件以及摩擦、间隙等原因所引起的，一般需通过具体实测才能确定。

6. 重复性

重复性表示传感器或检测系统在输入量按同一方向（同为正行程或同为反行程）做全量程连续多次变动时所得特性曲线的不一致程度，如图 3-4 所示。

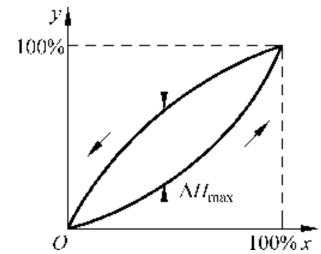

图 3-3　迟滞特性示意图

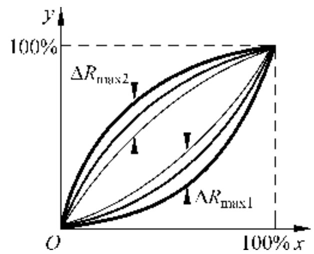

图 3-4　检测系统重复性示意图

特性曲线一致性好，重复性就好，误差也小。重复性误差是属于随机误差性质的，测量数据的离散程度是与随机误差的精密度相关的，因此应该根据标准偏差来计算重复性指标。重复性误差 δ_R 可按下式计算

$$\delta_R = \frac{Z\sigma_{\max}}{Y_{\mathrm{FS}}} \times 100\% \tag{3-9}$$

式中，δ_R 为重复性误差；Z 为置信系数，对正态分布，当 Z 取 2 时，置信概率为 95%，Z 取 3 时，概率为 99.73%；当测量点和样本数较少时，可按 t 分布表选取所需置信概率所对应的置信系数。$\sigma_{\max}$为正、反向各测量点标准偏差的最大值；Y_{FS}为测量系统满量程值。

式(3-9)中标准偏差 $\sigma_{\max}$的计算方法可按贝塞尔公式计算。按贝塞尔公式计算，通常应先算出各个校准级上的正、反行程的子样标准偏差，即

$$\sigma_{Zj} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_{Zi} - y_{Zj})^2} \tag{3-10}$$

$$\sigma_{\mathrm{F}j}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_{\mathrm{F}i}-y_{\mathrm{F}j})^{2}}$$

式中 $\sigma_{\mathrm{Z}j}$、$\sigma_{\mathrm{F}j}$ 为第 j 次测量正行程和反行程测量数据的子样标准偏差($j=1,2,\cdots,M$)；$y_{\mathrm{Z}i}$、$y_{\mathrm{F}i}$ 为第 j 次测量正行程和反行程的第 i 个测量数据($i=1,2,\cdots,n$)；$\bar{y}_{\mathrm{Z}j}$、$\bar{y}_{\mathrm{F}j}$ 为第 j 次测量正行程和反行程测量数据的算术平均值。

取上述 $\sigma_{\mathrm{Z}j}$、$\sigma_{\mathrm{F}j}$(正反行程 σ 共 $2M$ 个测量点)中的最大值 $\sigma_{\max}$ 及所选置信系数和量程，便可按式(3-10)计算，得到测量系统的重复性误差 δ_R。

计算标准偏差还有一种较常见的方法——极差(测量数据最大值与最小值之差)法，它是以正、反行程极差平均值和极差系数来计算标准偏差。限于篇幅，这里从略。

7. 分辨力

能引起输出量发生变化时输入量的最小变化量称为传感器或检测系统的分辨力。例如，线绕电位器的电刷在同一匝导线上滑动时，其输出电阻值不发生变化，因此能引起线绕电位器输出电阻值发生变化的(电刷)最小位移 ΔX 为电位器所用的导线直径，导线直径越细，其分辨力就愈高。许多测量系统在全量程范围内各测量点的分辨力并不相同，为统一，常用全量程中能引起输出变化的各点最小输入量中的最大值 $\Delta X_{\max}$ 相对满量程输出值的百分数来表示系统的分辨力。即

$$k=\frac{\Delta X_{\max}}{Y_{\mathrm{FS}}} \tag{3-11}$$

8. 死区

死区又称失灵区、钝感区、阈值等，它指检测系统在量程零点(或起始点)处能引起输出量发生变化的最小输入量。通常均希望减小失灵区，对数字仪表来说失灵区应小于数字仪表最低位的二分之一。

3.4 传感器或检测系统的动态特性

当被测量(输入量、激励)随时间变化时，因系统总是存在着机械的、电气的和磁的各种惯性，而使传感器或检测系统(仪器)不能实时无失真地反映被测量值，这时的测量过程就称为动态测量。传感器或检测系统的动态特性是指在动态测量时，输出量与随时间变化的输入量之间的关系。而研究动态特性时必须建立测量系统的动态数学模型。

3.4.1 传感器或检测系统的(动态)数学模型

传感器或检测系统动态特性的数学模型主要有三种形式：时域分析用的微分方程，频域分析用的频率特性，复频域用的传递函数。测量系统动态特性由其本身各

个环节的物理特性决定，因此如果知道上述三种数学模型中的任一种，都可推导出另外两种形式的数学模型。

1. 微分方程

对于线性时不变的传感器或检测系统来说，表征其动态特性的常系数线性微分方程式为

$$a_n \frac{\mathrm{d}^n Y(t)}{\mathrm{d}t^n} + a_{n-1} \frac{\mathrm{d}^{n-1} Y(t)}{\mathrm{d}t^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{\mathrm{d}Y(t)}{\mathrm{d}t} + a_0 Y(t)$$
$$= b_m \frac{\mathrm{d}^m X(t)}{\mathrm{d}t^m} + b_{m-1} \frac{\mathrm{d}^{m-1} X(t)}{\mathrm{d}t^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{\mathrm{d}X(t)}{\mathrm{d}t} + b_0 X(t) \tag{3-12}$$

式中，$Y(t)$为输出量或响应；$X(t)$为输入量或激励；$a_0, a_1, \cdots, a_n, b_0, b_1, \cdots, b_m$ 为与传感器或检测系统结构的物理参数有关的系数；$\frac{\mathrm{d}^n Y(t)}{\mathrm{d}t^n}$ 为输出量 Y 对时间 t 的 n 阶导数；$\frac{\mathrm{d}^m X(t)}{\mathrm{d}t^m}$为输入量 X 对时间 t 的 m 阶导数。

由式(3-12)可以求出在某一输入量作用下传感器或检测系统的动态特性。但是对一个复杂的传感器或检测系统和复杂的被测信号，求该方程的通解和特解颇为困难，往往采用传递函数和频率响应函数更为方便。

2. 传递函数

若传感器或检测系统的初始条件为零，则把传感器或检测系统输出（响应函数）$Y(t)$的拉普拉斯变换 $Y(s)$与传感器或检测系统输入（激励函数）$X(t)$的拉普拉斯变换 $X(s)$之比称为传感器或检测系统的传递函数 $H(s)$。

假定在初始 $t=0$ 时，满足输出 $Y(t)=0$，输入 $X(t)=0$，$X(t)$和 $Y(t)$对时间的各阶导数的初始值均为零的初始条件，这时 $Y(t)$ 和 $X(t)$ 的拉普拉斯变换 $Y(s)$和 $X(s)$计算公式为

$$Y(s) = \int_0^{\infty} y(t) \mathrm{e}^{-st} \mathrm{d}t \tag{3-13}$$

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) \mathrm{e}^{-st} \mathrm{d}t$$

满足上述初始条件时，对式(3-12)两边取拉普拉斯变换，就得测量系统的传递函数

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \tag{3-14}$$

式中，分母中 s 的最高指数 n 即代表微分方程的阶数，相应地当 $n=1$，$n=2$ 则称为一阶系统传递函数和二阶系统传递函数。由式(3-14)可得

$$Y(s) = H(s) X(s) \tag{3-15}$$

知道传感器或检测系统传递函数和输入函数即可得到输出（测量结果）函数 $Y(s)$，然后利用拉普拉斯反变换，求出 $Y(s)$的原函数，即瞬态输出响应为

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)] \tag{3-16}$$

传递函数具有以下特点：

（1）传递函数是传感器或检测系统本身各环节固有特性的反映，它不受输入信号影响，但包含瞬态、稳态时间和频率响应的全部信息；

（2）传递函数 $H(s)$是通过把实际传感器或检测系统抽象成数学模型后经过拉普拉斯变换得到的，它只反映测量系统的响应特性；

（3）同一传递函数可能表征多个响应特性相似，但具体物理结构和形式却完全不同的设备，例如一个 RC 滤波电路与有阻尼弹簧的响应特性就类似，它们同为一阶系统。

3. 频率（响应）特性

在初始条件为零的条件下，传感器或检测系统的输出 $Y(t)$的傅里叶变换 $Y(\mathrm{j}\omega)$与输入 $X(t)$的傅里叶变换 $X(\mathrm{j}\omega)$之比称为传感器或检测系统的频率响应特性，简称频率特性。通常用 $H(\mathrm{j}\omega)$来表示。

对稳定的常系数线性测量系统，可取 $s=\mathrm{j}\omega$，即令其实部为零，这样式(3-13)就变为

$$Y(\mathrm{j}\omega) = \int_0^{\infty} y(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t \tag{3-17}$$

$$X(\mathrm{j}\omega) = \int_0^{\infty} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t$$

根据式(3-17)或直接由式(3-13)转换得到测量系统的频率特性 $H(\mathrm{j}\omega)$

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{Y(\mathrm{j}\omega)}{X(\mathrm{j}\omega)} = \frac{b_m(\mathrm{j}\omega)^m + b_{m-1}(\mathrm{j}\omega)^{m-1} + \cdots + b_1(\mathrm{j}\omega) + b_0}{a_n(\mathrm{j}\omega)^n + a_{n-1}(\mathrm{j}\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(\mathrm{j}\omega) + a_0} \tag{3-18}$$

从物理意义上说，通过傅里叶变换可将满足一定初始条件的任意信号分解成一系列不同频率的正弦信号之和（叠加），从而将信号由时域变换至频域来分析。因此频率响应函数是在频域中反映测量系统对正弦输入信号的稳态响应，也被称为正弦传递函数。

传递函数表达式(3-14)和频率特性表达式(3-18)形式相似，但前者是传感器或检测系统输出与输入信号的拉普拉斯变换式之比，其输入并不限于正弦信号，所反映的系统特性不仅有稳态也包含瞬态；后者仅反映测量系统对正弦输入信号的稳态响应。

对线性测量系统其稳态响应（输出）是与输入（激励）同频率的正弦信号。对同一正弦输入，不同传感器或检测系统稳态响应的频率虽相同，但幅度和相位角通常不同。同一传感器或检测系统当输入正弦信号的频率改变时，系统输出与输入正弦信号幅值之比随（输入信号）频率变化关系称为传感器或检测系统的幅频特性，通常用 $A(\omega)$表示；系统输出与输入正弦信号相位差随（输入信号）频率变化的关系称为传感器或检测系统的相频特性，通常用 $\Phi(\omega)$表示。幅频特性和相频特性合起来统称为传感器或检测系统的频率（响应）特性。根据得到的频率特性可以方便地在频域

直观、形象和定量地分析研究传感器或检测系统的动态特性。

3.4.2　一阶和二阶系统的数学模型

如果知道传感器或检测系统的数学模型，经过适当的运算，通常都可以推算得到该传感器或检测系统对任何输入的动态输出响应。但是传感器或检测系统的数学模型中的具体参数确定通常需经实验测定，又称动态标定。工程上常用阶跃和正弦两种形式的信号作为标定信号。阶跃输入信号的函数表达式为

$$x(t)=\begin{cases}0 & (t\leqslant 0)\\ A & (t>0)\end{cases}$$

式中，A 为阶跃输入信号幅值。

采用阶跃输入信号具有适用性广、实施简单、易于操作等特点。采用正弦输入信号对分析传感器或检测系统频率特性十分方便，但在压力、流量、温度、物位等传感器或检测系统的实际应用中一般难以碰到被测参量以正弦方式变化的情况，这时可把被测参量随时间变化看做是在不同时刻一系列阶跃输入的叠加。工程上常见的传感器或检测系统的动态响应特性大都与理想的一阶或二阶系统相近，少数复杂系统也可近似地看做两个或多个二阶系统的串并联。

1. 一阶系统的标准微分方程

通常一阶系统的运动微分方程最终都可化成如下通式表示

$$\tau\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}x(t)}+y(t)=kx(t) \tag{3-19}$$

式中，$y(t)$为系统的输出函数；$x(t)$为系统的输入函数；τ 为系统的时间常数；k 为系统的放大倍数。

上述一阶系统的传递函数表达式为

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{k}{1+\tau s} \tag{3-20}$$

上述一阶系统的频率特性表达式为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{Y(\mathrm{j}\omega)}{X(\mathrm{j}\omega)}=\frac{k}{1+\mathrm{j}\omega\tau} \tag{3-21}$$

其幅频特性表达式为

$$A(\omega)=|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{k}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \tag{3-22}$$

其相频特性表达式为

$$\phi(\omega)=-\arctan\omega\tau \tag{3-23}$$

2. 二阶系统的标准微分方程

二阶系统的运动微分方程最终都可化成如下通式

$$\frac{1}{\omega_n^2}\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{2\zeta}{\omega_n}\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=kx(t) \tag{3-24}$$

式中，ω_n 为二阶系统的无阻尼固有角频率；ζ 为二阶系统的阻尼比；k 为二阶系统的放大倍数或称系统静态灵敏度。

上述二阶系统的传递函数表达式为

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{k}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2+2\frac{\zeta}{\omega_n}s+1} \tag{3-25}$$

上述二阶系统的频率特性表达式为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{Y(\mathrm{j}\omega)}{X(\mathrm{j}\omega)}=\frac{k}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]+2\mathrm{j}\zeta\frac{\omega}{\omega_n}} \tag{3-26}$$

其幅频特性表达式为

$$A(\omega)=|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{k}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2+\left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \tag{3-27}$$

其相频特性表达式为

$$\phi(\omega)=-\arctan\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \tag{3-28}$$

下面着重介绍一阶和二阶系统的动态特性参数。

3.4.3 一阶和二阶系统的动态特性参数

传感器或检测系统的时域动态性能指标一般都是用阶跃输入时系统的输出响应，即过渡过程曲线上的特性参数来表示。

1. 一阶系统的时域动态特性参数

一阶系统时域动态特性参数主要是时间常数及与之相关的输出响应时间。

(1) 时间常数 τ

时间常数是一阶系统的最重要的动态性能指标，一阶系统为阶跃输入时，其输出量上升到稳态值的 63.2%所需的时间，就为时间常数 τ。一阶系统为阶跃输入时响应曲线的初始斜率为 $1/\tau$。

(2) 响应时间 t_s

当系统阶跃输入的幅值为 A 时，对一阶测量系统传递函数式(3-20)进行拉普拉斯反变换，得一阶系统对阶跃输入的输出响应表达式为

$$y(t)=kA\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{3-29}$$

其输出响曲线如图 3-5 所示。