第 3 篇

电 磁 学

电磁学是研究电磁现象的规律的学科。关于电磁现象的观察记录，可以追溯到公元前 6 世纪希腊学者泰勒斯(Thales)，他观察到用布摩擦过的琥珀能吸引轻微物体。在我国，最早是在公元前 4 到 3 世纪战国时期《韩非子》中有关“司南”(一种用天然磁石做成的指向工具)和《吕氏春秋》中有关“慈石召铁”的记载。公元 1 世纪王充所著《论衡》一书中记有“顿牟缀芥，磁石引针”字句(顿牟即琥珀，缀芥即吸拾轻小物体)。西方在 16 世纪末年，吉尔伯特(William Gilbert，1540—1603 年)对“顿牟缀芥”现象以及磁石的相互作用做了较仔细的观察和记录，electricity(电)这个字就是他根据希腊字 ἠλεκτρου(原意琥珀)创造的。在我国，“电”字最早见于周朝(公元前 8 世纪)遗物青铜器“畨生簋”上的铭文中，是雷电这种自然现象的观察记录。对“电”字赋以科学的含义当在近代西学东渐之后。

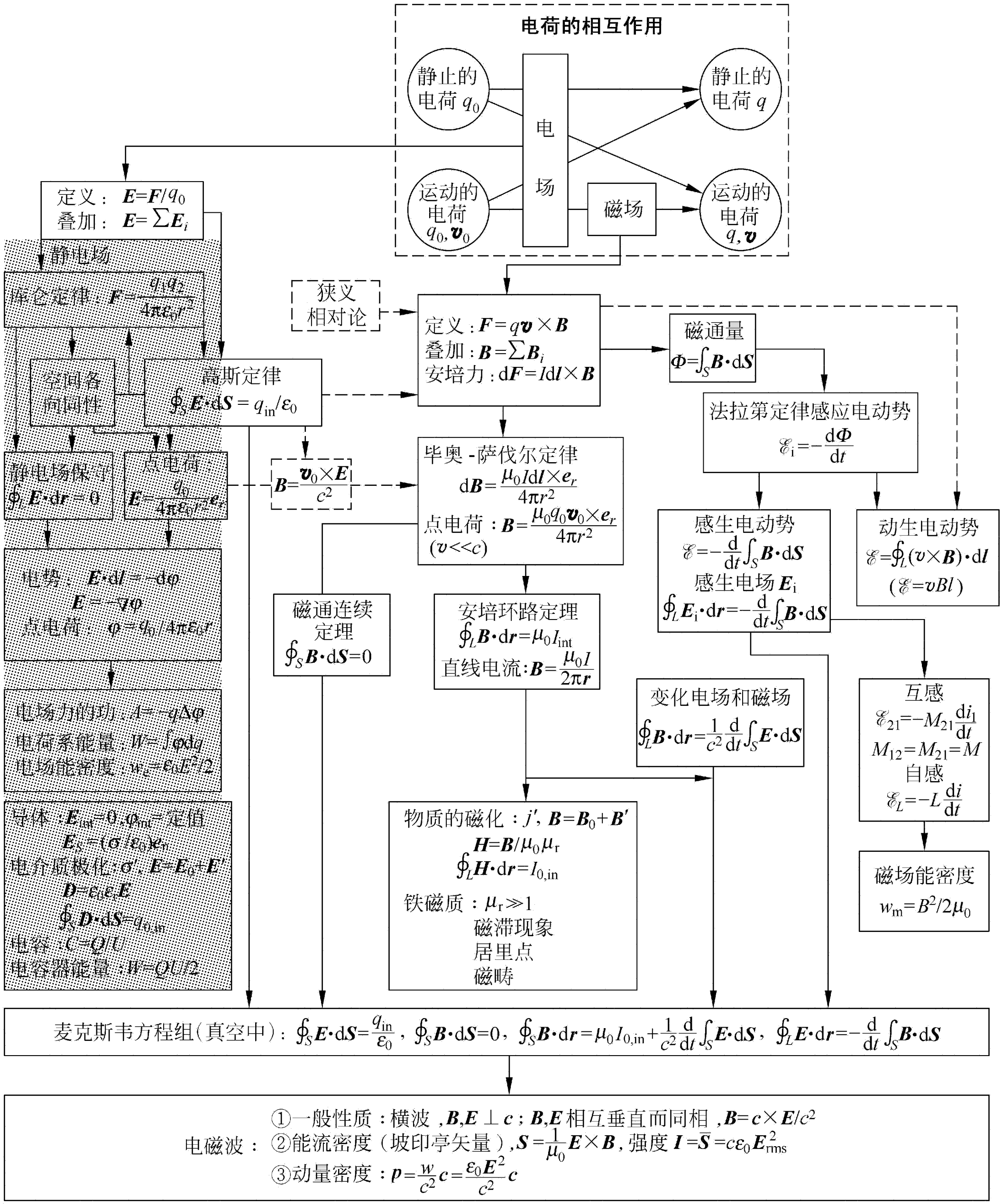
关于电磁现象的定量的理论研究，最早可以从库仑 1785 年研究电荷之间的相互作用算起。其后通过泊松、高斯等人的研究形成了静电场(以及静磁场)的(超距作用)理论。伽伐尼于 1786 年发现了电流，后经伏特、欧姆、法拉第等人发现了关于电流的定律。1820 年奥斯特发现了电流的磁效应，很快(一两年内)，毕奥、萨伐尔、安培、拉普拉斯等作了进一步定量的研究。1831 年法拉第发现了有名的电磁感应现象，并提出了场和力线的概念，进一步揭示

了电与磁的联系。在这样的基础上，麦克斯韦集前人之大成，再加上他极富创见的关于感应电场和位移电流的假说，建立了以一套方程组为基础的完整的宏观的电磁场理论。在这一历史过程中，有偶然的机遇，也有有目的的探索；有精巧的实验技术，也有大胆的理论独创；有天才的物理模型设想，也有严密的数学方法应用。最后形成的麦克斯韦电磁场方程组是“完整的”，它使人类对宏观电磁现象的认识达到了一个新的高度。麦克斯韦的这一成就可以认为是从牛顿建立力学理论到爱因斯坦提出相对论的这段时期中物理学史上最重要的理论成果。

1905年爱因斯坦创立了相对论。它不但使人们对牛顿力学有了更全面的认识，也使人们对已知的电磁现象和理论有了更深刻的理解。根据电磁现象的规律必须满足相对论时空洛伦兹变换(这本质上是自然界的一种重要的对称性——匀速直线运动的对称性或洛伦兹对称性的表现)的要求，可以证明，从不同的参考系观测，同一电磁场可表现为只是电场，或只是磁场，或电场和磁场并存。更确切地说，表征电磁场的物理量——电场强度和磁感应强度——是随参考系改变的。这说明电磁场是一个统一的实体，而且麦克斯韦方程组可以在此基础上加以统一的论证。

本篇介绍的是经典的电磁理论，它是基于电磁场是连续地分布在空间这种认识的。20世纪初关于光电效应及热辐射规律的研究提出了电磁场是由不带电的分立的粒子——光子——组成的观点，从而建立了量子场论，它更全面而深刻地阐明了电磁场的规律。本书在第5篇量子物理基础中介绍光子的概念及其若干应用，对于量子场论，由于其理论艰深，本书作为基础物理教材，不再涉及。

本篇所采用的电磁学知识系统图



第10章

静 电 场

作为电磁学的开篇，本章讲解静止电荷相互作用的规律。在中学物理课程中，大家已学习了很多这方面的知识，例如电荷，库仑定律，电场和电场强度的概念，带电粒子在电力作用下的运动等。本章除对这些内容作更准确地说明外，还特别侧重于介绍更具普遍意义的高斯定律及应用它求静电场的方法。对称性分析已成为现代物理学的一种基本的分析方法，本章在适当地方多次说明了对称性的意义及利用对称性分析问题的方法。无论是概念的引入，或是定律的表述，或是分析方法的介绍，本章所涉及的内容，就思维方法来讲，对整个电磁学（甚至整个物理学）都具有典型的意义，希望大家细心地、认真地学习体会。

10.1 电荷

电磁现象现在都归因于物体所带的**电荷**以及这些电荷的运动。电荷是物质的基本属性之一，它的一般性质有以下几方面。

电荷有两种，正电荷和负电荷。静止的电荷，同种相斥，异种相吸。物体所带电荷最终由（目前所认识的）组成它们的基本粒子——**夸克**和**反夸克**的电荷决定。和电荷有两种相比较，物质的另一属性——质量则只有一种，与之相联系的相互作用只有一种——相互吸引的引力。

带电体所带电荷的多少叫**电量**（也常简单地直称电荷），常用 Q 或 q 表示，在国际单位制中，它的单位的规定方法见 14.5 节，其名称为库[仑]，符号为 C。正电荷电量取正值，负电荷电量取负值。一个带电体所带总电量为其所带正负电量的代数和。

电荷是量子化的，即在自然界中，电荷总是以一个**基本单元**的整数倍出现，这个特性叫做电荷的**量子性**。电荷的基本单元就是一个电子所带电量的绝对值，常以 e 表示。经测定为

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\mathrm{C}$$

是正整数或负整数。近代物理理论认为每一个夸克或反夸克可能带有$\pm\frac{1}{3}e$或$\pm\frac{2}{3}e$的电量。然而至今单独存在的夸克尚未在实验中发现(即使发现了,也不过把基元电荷的大小缩小到目前的1/3,电荷的量子性依然存在)。

本章讨论电磁现象的宏观规律,所涉及的电荷常常是基元电荷的许多倍。在这种情况下,将只从平均效果上考虑,认为电荷**连续**地分布在带电体上,而忽略电荷的量子性所引起的微观起伏。尽管如此,在阐明某些宏观现象的微观本质时,还是要从电荷的量子性出发。

在以后的讨论中经常用到点电荷这一概念。当一个带电体本身的线度比所研究的问题中所涉及的距离小很多时,该带电体的形状与电荷在其上的分布状况均无关紧要,该带电体就可看作一个带电的点,叫**点电荷**。由此可见,点电荷是个相对的概念。至于带电体的线度比问题所涉及的距离小多少时,它才能被当作点电荷,这要依问题所要求的精度而定。当在宏观意义上谈论电子、质子等带电粒子时,完全可以把它们视为点电荷。

电荷是守恒的,即对于一个系统,如果没有净电荷出入其边界,则该系统的正、负电荷的电量的代数和将保持不变。这就是**电荷守恒定律**。宏观物体的带电、电中和以及物体内的电流等现象实质上是由于微观带电粒子在物体内运动的结果。因此,电荷守恒实际上也就是在各种变化中,系统内粒子的总电荷数守恒。

现代物理研究已表明,在粒子的相互作用过程中,电荷是可以产生和消失(或湮灭)的。然而在已观察到的这种过程中,正、负电荷总是成对出现或成对消失,所以这种电荷的产生和消失并不改变系统中的电荷数的代数和,因而电荷守恒定律仍然保持有效。

和电荷守恒相比,质量也是守恒的,相应地也有质量守恒定律。不过,在爱因斯坦创立相对论以后,它已和能量守恒定律合二而一了。

电荷与带电体的运动速率无关,即随着带电体的运动速率的变化,它所具有的电荷的电量是不改变的。由于同一带电体的速率在不同的参考系内可以不同,因而电荷的这一性质也可说成是电荷与参考系无关。因此,电荷的这一性质又被称为电荷的**相对论不变性**。

和电荷的相对论不变性相比较,物体的质量是随其速率变化的,在高速领域更是这样。

10.2　电场和电场强度

自法拉第1830年代提出电荷是通过中间介质发生相互作用并把这种中间介质称为“**场**”以来,今天的物理学家们已普遍地接受了场的概念并作出了许多有关场的非常深入

的研究。现已确认：两个电荷，无论运动与否，它们之间的相互作用是靠场来传递的。其中一种相互作用叫**电场力**，而传递这种力的场称为**电场**。下面我们就来说明什么是电场以及如何描述电场①。

在图 10.1 中，电荷 Q 和 q 通过它们的场发生相互作用。当我们研究 q 受 Q 的作用时，Q 称为**场源电荷**或源电荷。它周围存在着与它相联系的，或说是“由 Q 产生的”场。q 在这场中某点（这点称为**场点**）时就受到在该点处 Q 产生的场的作用力，这力称为**场力**。为了描述 Q 的场在各处的特征，我们将被称为**检验电荷**的点电荷 q 放在这场内某场点 P 处，使其**保持静止**并测量它受的场力。以 $\boldsymbol{F}$ 表示所测得的场力，然后依次把 q 放到其他场点处做同样的实验。结果表明，对于一定的场源电荷 Q，同一检验电荷 q 在各场点所受的场力的方向和大小一般都不相同。但电量不同的同种检验电荷 q 在同一场点所受场力的方向都是一样的，而且尽管由于 q 不同所受场力的大小不等，但是比值 F/q 在同一场点对不同的 q 却是一个定值，它与 q 无关而只决定于场点所在的位置。这样就可以用比值 $\boldsymbol{F}/q$ 连方向带大小来确定场源电荷周围各场点的场的特征。这种利用**静止的**检验电荷 q 确定的场称为**电场**，$\boldsymbol{F}$ 就称为**电场力**而比值 $\boldsymbol{F}/q$ 就称为各点的**电场强度**。以 $\boldsymbol{E}$ 表示电场强度，就有定义公式

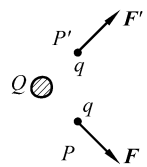


图 10.1 静止的检验电荷受的电场力

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q}\quad(q\text{ 静止})\tag{10.1}$$

这就是说，电场中某场点的电场强度的方向为静止的正的检验电荷受场力的方向，而其大小等于静止的单位电荷受的场力。在场源电荷静止的情况下，其周围的电场称为**静电场**。这时，由式(10.1)所定义的电场强度（也常简称为电场）是空间坐标的矢量函数。

电场强度的 SI 单位为牛[顿]每库[仑]，符号为 N/C②。一些典型的电场强度的值由表 10.1 所给出。

几个电荷可以同时在同一空间内产生自己的电场。这时空间中某一场点的电场强度仍由式(10.1)定义，不过式中 $\boldsymbol{F}$ 应是各场源电荷单独存在时在该场点的电场对检验电荷 q 的电场力的合力。以 $\boldsymbol{F}_i$ 表示一个场源电荷单独存在时在某场点的 q 所受的电场力，则 $\boldsymbol{F}=\sum\boldsymbol{F}_i$。将此 $\boldsymbol{F}$ 代入式(10.1) 可得该场点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q}=\frac{\sum\boldsymbol{F}_i}{q}=\sum\frac{\boldsymbol{F}_i}{q}\tag{10.2}$$

① 电荷之间的另一种相互作用是磁场力，它和电荷的运动有关，磁场和磁场力将在第 13 和 14 章介绍。

② 电场强度的另一 SI 单位为伏[特]每米，符号为 V/m，它和单位 N/C 完全等效。

表 10.1　一些电场强度的数值　N/C

铀核表面	2×10^{21}
中子星表面	约 10^{14}
氢原子电子内轨道处	6×10^{11}
X 射线管内	5×10^{6}
空气的电击穿强度	3×10^{6}
范德格拉夫静电加速器内	2×10^{6}
电视机的电子枪内	10^{5}
电闪内	10^{4}
雷达发射器近旁	7×10^{3}
太阳光内(平均)	1×10^{3}
晴天大气中(地表面附近)	1×10^{2}
小型激光器发射的激光束内(平均)	1×10^{2}
日光灯内	10
无线电波内	约 10^{-1}
家庭用电路线内	约 3×10^{-2}
宇宙背景辐射内(平均)	3×10^{-6}

但由式(10.1)可知 $\boldsymbol{F}_i/q$ 为一个场源电荷单独在有关场点产生的电场强度 $\boldsymbol{E}_i$，所以由式(10.2)又可得

$$\boldsymbol{E}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i \tag{10.3}$$

此式表示：**在 n 个电荷产生的电场中某场点的电场强度等于每个电荷单独存在时在该点所产生的电场强度的矢量和**。这个结论叫**电场叠加原理**。

10.3　库仑定律与静电场的计算

电荷既然是通过它们的场相互作用的，那么，要想求出一个电荷受的电场力以及其运动情况，就必须先知道电场的分布状况。场源电荷和它在周围产生的电场的分布有什么关系呢？我们将从最简单的情况开始讨论，即先考虑在真空中一个静止的电荷 q 的周围的电场分布。

1785 年法国科学家库仑用扭秤做实验确定了电荷间相互作用的基本定律，现在就叫**库仑定律**。它的内容是：**在真空中两个静止的点电荷之间的作用力的方向沿着两个点电荷的连线(同性相斥，异性相吸)，作用力的大小 F 和两个点电荷的电量 q_1 和 q_2 都成正比，和它们之间的距离 r 的平方成反比**。用 SI 单位，写成数学等式，就有

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2} \tag{10.4}$$

式中的比例常量 k 称为**静电力常量**，其一般计算用值为

$$k = q \times 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \tag{10.5}$$

为了从数学上简化电磁学规律的表达式和计算，又常引入另一常量 ε_0 并令

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 \times 10^{-12} \mathrm{C^2/(N \cdot m^2)}^{①} \tag{10.6}$$

这 ε_0 称为**真空介电常量**（或**真空电容率**）。用 ε_0 取代 k，式(10.4)又可写成

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{10.7}$$

在此式中，如果把 q_2 当作检验电荷，F 就是它在 q_1 的电场中所受的电场力。根据电场强度的定义，式(10.1)，$F/q_2 = q_1/4\pi\varepsilon_0 r^2$ 就是 q_2 所在处的 q_1 的电场的电场强度。去掉 q_1 的下标，我们就可以得到一般的一个在真空中静止的点电荷 q 在它的周围产生的电场的电场强度的大小为

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{10.8}$$

其中 r 是从场源电荷到场点的距离。用一正检验电荷放在此场点可以确定此电场的方向是：如果 q 为正电荷，则电场指离 q；如果 q 是负电荷，则电场指向 q（图 10.2）。

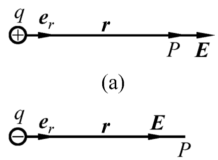


图 10.2　电场方向
(a) $q>0$；(b) $q<0$

将式(10.8)表示的电场强度的大小和上面关于电场强度方向的说明结合起来，一个在真空中静止的点电荷 q 在离它的距离为 r 的场点产生的电场强度可用下一矢量式表示：

$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{10.9}$$

式中 $\boldsymbol{e}_r$ 是从点电荷 q 指向场点 P 的单位矢量(图 10.2)。

由于式(10.9)表示 $\boldsymbol{E}$ 只和矢径 $\boldsymbol{r}$ 的大小和方向有关，所以，从总体上看，一个点电荷的静电场具有以该点电荷为中心的**球对称**分布。

有了点电荷的电场强度公式，式(10.9)，再根据电场叠加原理，式(10.3)，原则上我们就可以求在真空中任意的静止的场源电荷的电场分布了。对于点电荷 $q_1, q_2, \cdots, q_n$ 的静电场中任一点的场强，我们有

$$\boldsymbol{E} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\boldsymbol{e}_{ri} \tag{10.10}$$

式中，r_i 为 q_i 到场点的距离，$\boldsymbol{e}_{ri}$ 为从 q_i 指向场点的单位矢量。

若带电体的电荷是连续分布的，可认为该带电体的电荷是由许多无限小的电荷元 $\mathrm{d}q$ 组成的，而每个电荷元都可以当作点电荷处理。设其中任一个电荷元 $\mathrm{d}q$ 在 P 点产生的

---

① 单位 $\mathrm{C^2/(N \cdot m^2)}$ 也写成 F/m，F 是电容的单位，见第 12 章。

场强为 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$，按式(10.9)有

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r$$

式中 r 是从电荷元 $\mathrm{d}q$ 到场点 P 的距离，而 $\boldsymbol{e}_r$ 是这一方向上的单位矢量。整个带电体在 P 点所产生的总场强可用积分计算为

$$\boldsymbol{E}=\int \mathrm{d}\boldsymbol{E}=\int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{10.11}$$

例 10.1 电偶极子的静电场。 相距一段小距离 l 的一对等量正负电荷构成一个电偶极子，求电偶极子中垂线上离电偶极子甚远处(即 $r\gg l$)任一场点的静电场强度。

解 设 $+q$ 和 $-q$ 到偶极子中垂线上任一点 P 处的位置矢量分别为 $\boldsymbol{r}_+$ 和 $\boldsymbol{r}_-$，而 $r_+=r_-$(图 10.3)。由式(10.9)，$+q$，$-q$ 在 P 点处的场强 $\boldsymbol{E}_+$，$\boldsymbol{E}_-$ 分别为(以 $\boldsymbol{r}/r$ 代替 $\boldsymbol{e}_r$)

$$\boldsymbol{E}_+=\frac{q\boldsymbol{r}_+}{4\pi\varepsilon_0 r_+^3}$$

$$\boldsymbol{E}_-=\frac{-q\boldsymbol{r}_-}{4\pi\varepsilon_0 r_-^3}$$

以 r 表示电偶极子中心到 P 点的距离，则

$$r_+=r_-=\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}}=r\sqrt{1+\frac{l^2}{4r^2}}$$

$$=r\left(1+\frac{l^2}{8r^2}+\cdots\right)$$

在距电偶极子甚远时，即当 $r\gg l$ 时，取一级近似，有 $r_+=r_-=r$，而 P 点的总场强为

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_++\boldsymbol{E}_-=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(\boldsymbol{r}_+-\boldsymbol{r}_-)$$

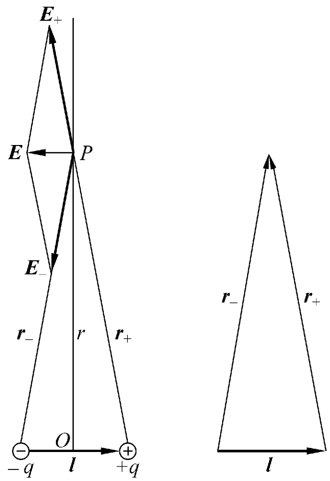


图 10.3 电偶极子的电场

以 $\boldsymbol{l}$ 表示从负电荷指向正电荷的矢量间距，则 $\boldsymbol{r}_+-\boldsymbol{r}_-=-\boldsymbol{l}$，而上式化为

$$\boldsymbol{E}=\frac{-q\boldsymbol{l}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

此式中的乘积 $q\boldsymbol{l}$ 称为电偶极子的**电偶极矩**，简称**电矩**。以 $\boldsymbol{p}$ 表示此电矩，则

$$\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l} \tag{10.12}$$

而上述结果又可写成

$$\boldsymbol{E}=\frac{-\boldsymbol{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{10.13}$$

此结果表明，电偶极子中垂线上距离电偶极子中心较远处各点的电场强度与电偶极子的电矩成正比，与该点离电偶极子中心的距离的三次方成反比，方向与电矩的方向相反。

从总体上看电偶极子的静电场具有以电偶极子轴线为轴的**轴对称**分布，式(10.13)给出了电偶极子中垂面上的电场分布。

例 10.2 带电直线段的静电场。一根带电直棒，如果限于考虑离棒的距离比棒的截面尺寸大得多的地方的电场，则该带电直棒就可以看作一条带电直线。今设一均匀带电直线段，长为 L（图 10.4），线电荷密度（即单位长度上的电荷）为 λ（设 $\lambda>0$），求此直线段中垂线上一点的场强。

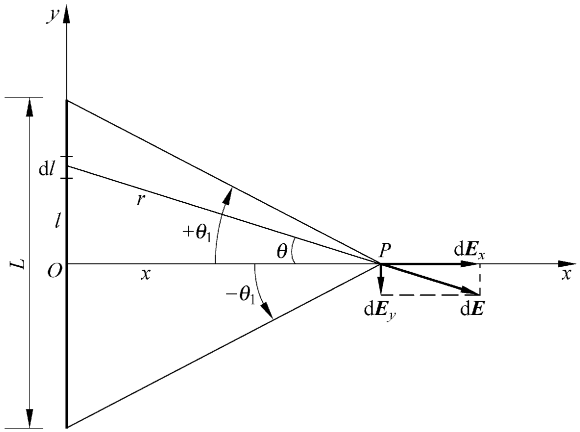


图 10.4 带电直线中垂线上的电场

解 在带电直线段上任取一长为 $\mathrm{d}l$ 的电荷元，其电量 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l$。以带电直线段中点 O 为原点，取坐标轴 Ox，Oy 如图 10.4 所示。电荷元 $\mathrm{d}q$ 在 P 点的场强为 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$，$\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 沿两个轴方向的分量分别为 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}_x$ 和 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}_y$。由于电荷分布对于 OP 直线的对称性，所以全部电荷在 P 点的场强沿 y 轴方向的分量之和为零，因而 P 点的总场强 $\boldsymbol{E}$ 应沿 x 轴方向，并且

$$E=\int \mathrm{d}E_x$$

而

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\cos\theta=\frac{\lambda\mathrm{d}lx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

由于 $l=x\tan\theta$，从而 $\mathrm{d}l=\dfrac{x}{\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta$。由图 10.4 知 $r=\dfrac{x}{\cos\theta}$，所以

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\lambda\mathrm{d}lx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 x}\mathrm{d}\theta$$

由于对整个带电直线段来说，θ 的变化范围是从 $-\theta_1$ 到 $+\theta_1$，所以

$$E=\int_{-\theta_1}^{+\theta_1}\frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 x}\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda\sin\theta_1}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

将 $\sin\theta_1=\dfrac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2+x^2}}$ 代入，可得

$$E=\frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x(x^2+L^2/4)^{1/2}} \tag{10.14}$$

此电场的方向垂直于带电直线段而指向远方。