绪 论

数字信号处理(digital signal processing,DSP)是从20世纪60年代以来,随着信息学科和计算机学科的高速发展而迅速发展起来的一门新兴学科。它的重要性日益在各个领域的应用中表现出来。

简言之,数字信号处理是把信号用数字或符号表示的序列,通过计算机或通用(专用)信号处理设备,用数字的数值计算方法处理(例如滤波、变换、压缩、增强、估计、识别等),以达到提取有用信息便于应用的目的。

一、信号、系统和信号处理

1. 信号

信号是信息的物理表现形式,或说是传递信息的函数,而信息则是信号的具体内容。例如,交通红绿灯是信号,它传递的信息是:红——停止,绿——通行。根据载体的不同,信号可以是电的、磁的、声的、光的、机械的、热的等各种信号。

同一种信号,例如电信号,又可以从不同角度进行分类。

(1) 一维信号、二维信号、矢量信号:信号的变量可以是时间,也可以是频率、空间或其他的物理量。若信号是一个变量(例如时间)的函数,则称为一维信号;若信号是两个变量(例如空间坐标 x,y)的函数,则称为二维信号;推而广之,若信号是多个(例如 M 个,$M\geqslant 2$)变量的函数,则称为多维(M 维)信号。若信号表示成 M 维的矢量

$$x=[x_1(n),x_2(n),\cdots,x_M(n)]^{\tau}$$

(式中 τ 为转置,n 为时间变量),则称 x 是一个 M 维的矢量信号。

本书只讨论一维信号。

(2) 周期信号和非周期信号:若信号满足 $x(t)=x(t+kT)$,k 为整数;或 $x(n)=x(n+kN)$,N为正整数,k,$n+kN$ 为任意整数,则 $x(t)$和 $x(n)$都是周期信号,周期分别为 T 和 N,否则就是非周期信号。

(3) 确定信号和随机信号:若信号在任意时刻的取值能精确确定,则称它为确定信号;若信号在任意时刻的取值不能精确确定,或说取值是随机的,则称为随机信号。

(4) 能量信号和功率信号:若信号能量 E 有限,则称为能量信号;若信号功率 P 有限,则称为功率信号。信号能量 E 可表示为

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2$$

信号功率 P 可表示为

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T|x(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2$$

周期信号及随机信号一定是功率信号，而非周期的绝对可积(和)信号一定是能量信号。

(5) 连续时间信号、离散时间信号和数字信号：变量的取值方式有连续与离散两种。若变量(一般都看成时间)是连续的，则称为连续时间信号；若变量是离散数值，则称为离散时间信号。信号幅值的取值方式又分为连续与离散两种方式(幅值的离散称之为量化)，因此，组合起来应该有以下四种情况：

① 连续时间信号：时间是连续的，幅值可以是连续的也可以是离散(量化)的。

② 模拟信号：时间是连续的，幅值是连续的，这是上一种信号的特例。

③ 离散时间信号(或称序列)：时间是离散的，幅值是连续的。

④ 数字信号：时间是离散的，幅值是量化的。由于幅值是量化的，故数字信号可用一序列的数来表示，而每个数又可表示为二进制码的形式。

本书的大部分章节是讨论离散时间信号——序列的分析和处理，而幅值量化则集中在第九章“数字信号处理中的有限字长效应”中进行讨论。

2. 系统

系统定义为处理(或变换)信号的物理设备。或者进一步说，凡是能将信号加以变换以达到人们要求的各种设备都称为系统。当然，系统有大小之分，一个大系统中又可细分为若干个小系统。实际上，因为系统是完成某种运算(操作)的，因而我们还可把软件编程也看成一种系统的实现方法。

按所处理的信号种类的不同可将系统分为四类：

(1) 模拟系统：处理模拟信号，系统输入、输出均为连续时间连续幅度的模拟信号。

(2) 连续时间系统：处理连续时间信号，系统输入、输出均为连续时间信号。

(3) 离散时间系统：处理离散时间信号——序列，系统输入、输出均为离散时间信号。

(4) 数字系统：处理数字信号，系统输入、输出均为数字信号。

系统可以是线性的或非线性的、时(移)不变或时(移)变的。

3. 信号处理

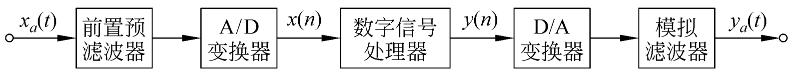
信号处理是研究用系统对含有信息的信号进行处理(变换)，以获得人们所希望的信号，从而达到提取信息、便于利用的一门学科。信号处理的内容包括滤波、变换、检测、谱分析、估计、压缩、识别等一系列的加工处理。

因为多数科学和工程中遇到的是模拟信号，所以以前都是研究模拟信号处理的理论和实现。但是模拟信号处理难以做到高精度，受环境影响较大，可靠性差，且不灵活等。随着大规模集成电路以及数字计算机的飞速发展，加之从 20 世纪 60 年代末以来数字信号处理理论和技术的成熟和完善，用数字方法来处理信号，即数字信号处理，已逐渐取代模拟信号处理。随着信息时代、数字世界的到来，数字信号处理已成为一门极其重要的学科和技术领域。

二、数字信号处理系统的基本组成

我们先来讨论模拟信号的数字化处理系统。此系统首先把模拟信号变换为数字信

号，然后用数字技术进行处理，最后再还原成模拟信号。这一系统的方框图如图Ⅰ所示。图Ⅱ则表示了框图中的各有关信号的波形。输入模拟信号 $x_a(t)$（见图Ⅱ(a)），先经过前置预滤波器，将 $x_a(t)$ 中高于某一频率（称为折叠频率，等于抽样频率的一半）的分量滤除。然后在模（拟）数（字）变换器（A/D 变换器）中每隔 T 秒（抽样周期）取出一次 $x_a(t)$ 的幅度，抽样后的信号称为离散时间信号，它只表示一些离散时间点 $0,T,2T,\cdots,nT,\cdots$ 上的信号值 $x_a(0),x_a(T),x_a(2T),\cdots,x_a(nT),\cdots$，如图Ⅱ(b)所示，抽样过程即是对模拟信号的时间离散化的过程。随之在 A/D 变换器的保持电路中将抽样信号变换成数字信号，因为一般采用有限位二进制码，所以它所表示的信号幅度就是有一定限制的，例如 4 位码，只能表示 $2^4=16$ 种不同的信号幅度，这些幅度称为量化电平（当离散时间信号幅度与量化电平不相同时，就要以最接近的一个量化电平来近似它）。所以经 A/D 变换器后，不但时间离散化了，而且幅度也量化了，这种信号就被称为数字信号，它是数的序列，每个数用有限个二进制数码来表示（如图Ⅱ(c)所示），我们用 $x(n)$ 来代表输入信号数字化后的序列，自变量 n 是整型变量，表示这个数在序列中的次序，为了形象起见，用一条垂直线段来表示 $x(n)$ 的数值大小，如图Ⅱ(d)所示。随后，数字信号序列 $x(n)$ 通过数字信号处理系统的核心部分，即数字信号处理器，按照预定的要求进行加工处理，得到输出数字信号 $y(n)$（如图Ⅱ(e)所示）。再后，$y(n)$ 通过数（字）模（拟）（D/A）变换器，将数字信号序列反过来变换成模拟信号，这些信号在时间点 $0,T,2T,\cdots,nT,\cdots$ 上的幅度应等于序列 $y(n)$ 中相应数码所代表的数值大小。最后，还要通过一个模拟滤波器，滤除不需要的高频分量，平滑成所需的模拟输出信号 $y_a(t)$，如图Ⅱ(f)所示。

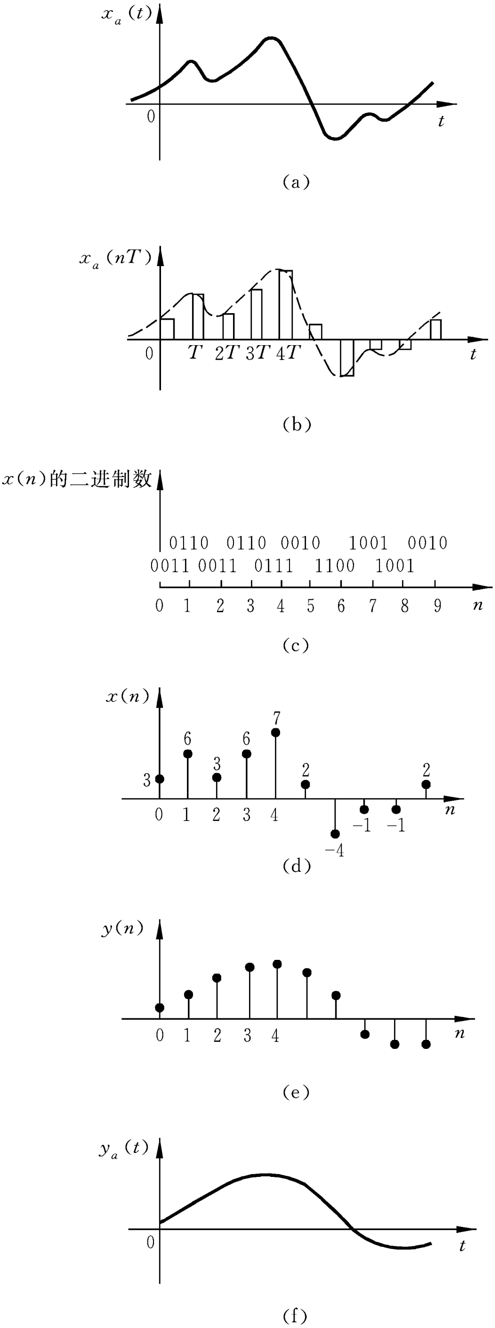


图Ⅰ　数字信号处理系统的简单方框图

图Ⅰ所表示的是模拟信号数字处理系统的方框图，实际的系统并不一定要包括它的所有框图。例如，有些系统只需数字输出，可直接以数字形式显示或打印，就不需要 D/A 变换器；另一些系统的输入就是数字量，因而就不需要 A/D 变换器；纯数字系统则只需要数字信号处理器这一核心部分就行了。

图Ⅰ中的数字信号处理器可以是数字计算机或微处理机，通过软件编程对输入信号进行预期的处理，这是一种软件实现方法。另一种方法是用基本的数字硬件组成专用处理机或用专用数字信号处理芯片作为数字信号处理器，这种方法的优点是可以进行实时处理，但是由于是专用的，因而只能完成某一具体的加工处理，而不能完成其他类的加工处理，这是它的缺点。第三种数字信号处理器就是现在最为流行的通用数字信号处理芯片，它是专为信号处理设计的芯片，有专门执行信号处理算法的硬件，例如乘法累加器、流水线工作方式、并行处理、多总线、位翻转（倒位序）硬件等，并有专为信号处理用的指令。采用信号处理器既有实时的优点，又有用软件实现的多用性优点，是一种重要的数字信号处理实现方法。实际上，由于近年来信息技术的快速发展，数字信号处理芯片已经应用到各个领域中了。

常用的数字信号处理芯片有两种类型，一种是专用 DSP 芯片，一种是通用 DSP 芯片。



图Ⅱ　数字信号处理过程的波形图

(a) 输入模拟信号波形；(b) 抽样信号；(c) 数字码；

(d) 量化后的输入信号序列；(e) 输出信号序列；(f) 输出模拟信号

（1）专用 DSP 芯片：作为横向滤波器用的有 INMOS 公司的 A100，PLESSY GEC 公司的 PDSP16256 等，作为快速傅里叶变换用的有 PLESSY GEC 公司的 PDSP16510，Austek 公司的 A41102；还有作为复乘-累加以及求模/相角等用的专用 DSP 芯片。

（2）通用 DSP 芯片：有 TI（Texas Instruments）公司的 TMS320C1X/C2X/C2XX/C54X/C62X 系列定点制 DSP 芯片及 TMS320C3X/C4X/C8X/C67X 系列浮点制 DSP 芯片，有 AD（Advance Device）公司的 ADSP21XX 定点制 DSP 芯片，ADSP21020/2106X/21160 浮点制 DSP 芯片，有 AT&T（现名 Lucent）公司的 DSP32C/3210、DSP96002 浮点制 DSP 芯片，还有 INMOS 公司的 Transputer 200/400/800/9000 浮点制 DSP 芯片等。其中在我国用得最多的是 TI 公司和 AD 公司的产品。

三、数字信号处理的学科概貌

自从 1965 年库利（Cooley）和图基（Tukey）在《计算数学》（Mathematics of Computation）上发表了“用机器计算复序列傅里叶级数的一种算法”即“快速傅里叶变换算法”以来，数字信号处理这一学科蓬勃发展，逐渐形成了一整套较为完整的学科领域和理论体系。

数字信号处理学科包含有：

（1）离散时间线性时不变系统分析。

（2）离散时间信号时域及频域分析、离散傅里叶变换（DFT）理论。

（3）信号的采集，包括 A/D、D/A 技术，抽样，多率抽样，量化噪声理论等。

（4）数字滤波技术。

（5）谱分析与快速傅里叶变换（FFT），快速卷积与相关算法。

（6）自适应信号处理。

（7）估计理论，包括功率谱估计及相关函数估计等。

（8）信号的压缩，包括语音信号与图信号的压缩。

（9）信号的建模，包括 AR、MA、ARMA、CAPON、PRONY 等各种模型。

（10）其他特殊算法（同态处理、抽取与内插、信号重建等）。

（11）数字信号处理的实现。

（12）数字信号处理的应用。

以上（1），（2），（3）是理论和技术分析的基础，是最基本的部分。

由于本书是数字信号处理的基础理论教程，不可能涉及那么多的理论内容，只着重于讨论上述前 5 项内容。其他内容将在后续选修课或研究生课中加以讨论。

四、数字信号处理的特点

数字信号处理系统具有以下一些明显的优点：

（1）精度高：模拟网络的精度由元器件决定，模拟元器件的精度很难达到 10^{-3} 以上，而数字系统只要 14 位字长就可达到 10^{-4} 的精度。在高精度系统中，有时只能采用数字系统。

由于数字信号可无损地存储在磁盘或光盘上，因而可随时传送，可在远端脱机处理。

另外，时间可倒置、压缩或扩张处理。还可以进行同态处理(模拟系统则不能)。

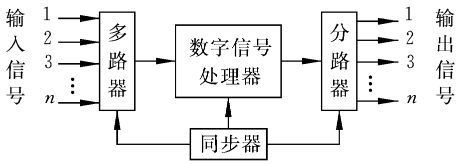
(2) 灵活性高：数字系统的性能主要由乘法器的系数决定，而系数是存放在系数存储器中的，因而只需改变存储的系数就可得到不同的系统，比改变模拟系统方便得多。

由于工艺水平的提高，集成度越来越高，而且可运用的频率也越来越高。

(3) 可靠性强：因为数字系统只有两个信号电平“0”和“1”，因而受周围环境的温度及噪声的影响较小。而模拟系统的各元器件都有一定的温度系数，且电平是连续变化的，易受温度、噪声、电磁感应等的影响。数字系统如采用大规模集成电路，其可靠性就更高。

(4) 容易大规模集成：由于数字部件具有高度规范性，便于大规模集成、大规模生产，而对电路参数要求不严，故产品成品率高。尤其是对于低频信号，例如，地震波分析需要过滤几赫兹到几十赫兹信号，用模拟网络处理时，电感器、电容器的数值、体积和重量都非常大，性能也不能达到要求，而数字信号处理系统在这个频率却非常优越。

(5) 时分复用：时分复用就是利用数字信号处理器同时处理几个通道的信号，其系统的方框图见图Ⅲ。由于某一路信号的相邻两抽样值之间存在着很大的空隙时间，因而可在同步器的控制下，在此时间空隙中送入其他路的信号，而各路信号则利用同一个信号处理器，后者在同步器的控制下，算完一路信号后再算另一路信号。处理器的运算速度越高，能处理的信道数目也就越多。



图Ⅲ　时分多路复用数字信号处理系统的方框图

(6) 可获得高性能指标：例如对信号进行频谱分析，模拟频谱仪在频率低端只能分析到 10Hz 以上的频率，且难以做到高分辨率(足够窄的带宽)；但在数字谱分析中，已能做到 10^{-3} Hz 的谱分析。又如，有限长冲激响应数字滤波器可实现准确的线性相位特性，这在模拟系统中是很难达到的。

(7) 二维与多维处理：利用庞大的存储单元可以存储一帧或数帧图像信号，实现二维甚至多维信号的处理，包括二维或多维滤波、二维或多维谱分析等。

由于数字信号处理的突出优点，使得它在通信、语音、雷达、地震测报、声呐、遥感、生物医学、电视、仪器中得到愈来愈广泛的应用。

五、数字信号处理的应用

(1) 滤波与变换：包括数字滤波/卷积、相关、快速傅里叶变换(FFT)、希尔伯特(Hilbert)变换、自适应滤波、加窗法等。

(2) 通信：包括自适应差分脉码调制、自适应脉码调制、脉码调制、差分脉码调制、增量调制、自适应均衡、纠错、数字公用交换、信道复用、移动电话、调制解调器、数据或数字信号的加密、破译密码、扩频技术、通信制式的转换、卫星通信、TDMA/FDMA/CDMA 等各种通信制式、回波对消、IP 电话、软件无线电等。

(3) 语音、语言：包括语音邮件、语音声码器、语音压缩、数字录音系统、语音识别、语音合成、语音增强、文本语音变换、神经网络等。

(4) 图像、图形：包括图像压缩、图像增强、图像复原、图像重建、图像变换、图像分割与描绘、模式识别、计算机视觉、固态处理、电子地图、电子出版、动画等。

(5) 消费电子：包括数字音频、数字电视、音乐综合器、电子玩具和游戏、CD/VCD/DVD 播放机、数字留言/应答机、汽车电子装置等。

(6) 仪器：包括频谱分析仪、函数发生器、地震信号处理器、瞬态分析仪、锁相环、模式匹配等。

(7) 工业控制与自动化：包括机器人控制、激光打印机控制、伺服控制、自动机、电力线监视器、计算机辅助制造、引擎控制、自适应驾驶控制等。

(8) 医疗：包括健康助理、病人监视、超声仪器、诊断工具、CT 扫描、核磁共振、助听器等。

(9) 军事：包括雷达处理、声呐处理、导航、射频调制解调器、全球定位系统(GPS)、侦察卫星、航空航天测试、自适应波束形成、阵列天线信号处理等。

六、数字信号处理的发展方向

(1) 数字汇聚(digital convergence)：即信号处理、通信和计算机的融合，其中数字信号处理是一种粘合剂，它把通信产业、消费类电子产业以及计算机产业紧密结合在一起。德州仪器公司的 TMS320C6416T-1000 数字信号处理器其工艺水平已达到0.09μm，运算速度已达到 8000MIPS，可置于各种应用系统中。

(2) 远程会议系统(teleconference systems)。

(3) 融合网络(fusion net)：是把公众电信网络与计算机网络更好地结合在一起，并与家庭娱乐信息设施相适配的网络。

(4) 数字图书馆(cyberary)。

(5) 图像与文本合一的信息检索业务。

(6) 多媒体通信：包括媒体的压缩，媒体的综合(即从文本到语言以及自然会话的表情丰富的面孔，还有虚拟现实应用场景的综合)，媒体的识别(涉及到音频和视频目标的识别)，消息的转换和自然查询(例如，电子信函或传真向语音的转换，信息过滤，可变尺度的数据库与关系数据库各种通信网的综合)。

(7) 个人信息终端：把个人通信系统与个人数字助理非常自然地结合在一起，以实现无时不在无处不在的通信功能。

第一章　离散时间信号与系统

1.1　离散时间信号——序列

信号是传递信息的函数。例如,交通红绿灯是信号,它传递的信息是:红——停止,绿——通行。

按信号特点的不同,信号可表示成一个或几个独立变量的函数。例如,图像信号就是空间位置(二元变量)的亮度函数。一维变量可以是时间,也可以是其他参量,习惯上将其看成时间。信号有以下几种:

(1) 连续时间信号:在连续时间范围内定义的信号,但信号的幅值可以是连续数值,也可以是离散数值。当幅值为连续这一特定情况下又常称为模拟信号。实际上连续时间信号与模拟信号常常通用,用以说明同一信号。

(2) 离散时间信号:时间为离散变量的信号,即独立变量时间被量化了。而幅度仍是连续变化的。

(3) 数字信号:时间离散而幅度量化的信号。

我们现在来讨论离散时间信号。离散时间信号只在离散时间上给出函数值,是时间上不连续的序列。一般,离散时间的间隔是均匀的,以 T 表示,故用 $x(nT)$ 表示此离散时间信号在 nT 点上的值,n 为整数。由于可将信号放在存储器中,供随时取用,加之可以"非实时"地处理,因而可以直接用 $x(n)$ 表示第 n 个离散时间点的序列值,并将序列表示成 $\{x(n)\}$。为了方便起见,就用 $x(n)$ 表示序列。注意,$x(n)$ 只在 n 为整数时才有意义,n 不是整数时没有定义。

离散时间信号——序列——可以用图形来描述,如图 1-1 所示。横轴虽为连续直线,但只在 n 为整数时才有意义。纵轴线段的长短代表各序列值的大小。

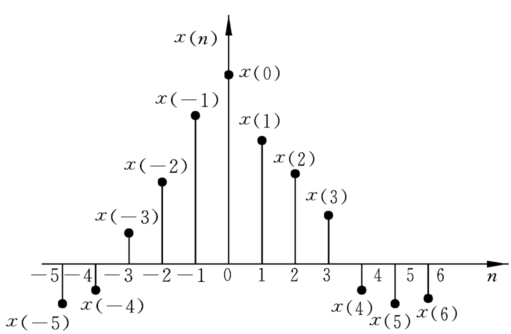


图 1-1　离散时间信号的图形表示

一、序列的运算

序列的运算包括移位、翻褶、和、积、累加、差分、时间尺度变换、卷积和等。

1. 移位

设某一序列为 $x(n)$，当 m 为正时，则 $x(n-m)$是指序列 $x(n)$逐项依次延时（右移）m 位而给出的一个新序列，而 $x(n+m)$则指依次超前（左移）m 位。m 为负时，则相反。

［**例 1-1**］

$$x(n)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n, & n\geqslant -1\\ 0, & n<-1\end{cases}$$

则

$$x(n+1)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}, & n+1\geqslant -1\\ 0, & n+1<-1\end{cases}$$

或

$$x(n+1)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n, & n\geqslant -2\\ 0, & n<-2\end{cases}$$

$x(n)$及 $x(n+1)$如图 1-2 所示。

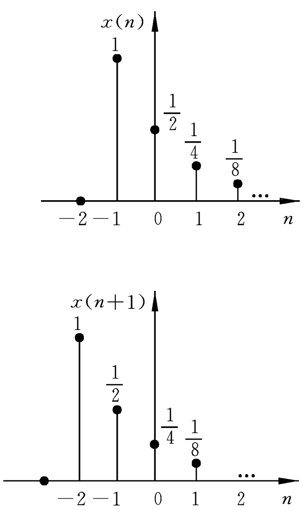


图 1-2　序列 $x(n)$及超前序列 $x(n+1)$

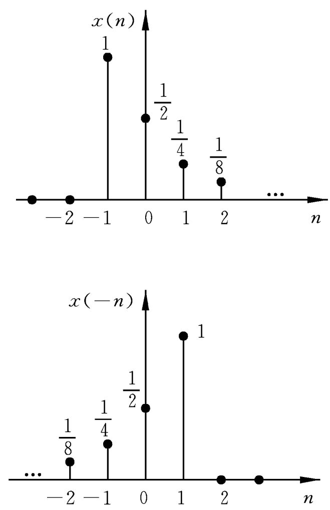


图 1-3　序列 $x(n)$及翻褶后的序列 $x(-n)$

2. 翻褶

如果序列为 $x(n)$，则 $x(-n)$是以 $n=0$ 的纵轴为对称轴将序列 $x(n)$加以翻褶。

［**例 1-2**］

$$x(n)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}, & n\geqslant -1\\ 0, & n<-1\end{cases}$$

翻褶的序列为

$$x(-n)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}, & n\leqslant 1\\ 0, & n>1\end{cases}$$

$x(n)$及 $x(-n)$如图 1-3 所示。

3．和

两序列的和是指同序号(n)的序列值逐项对应相加而构成一个新的序列，表示为

$$z(n)=x(n)+y(n)$$

［**例 1-3**］

$$x(n)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}, & n\geqslant -1\\ 0, & n<-1\end{cases}$$

$$y(n)=\begin{cases}2^{n}, & n<0\\ n+1, & n\geqslant 0\end{cases}$$

则

$$x(n)+y(n)=\begin{cases}2^{n}, & n<-1\\ \frac{3}{2}, & n=-1\\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}+n+1, & n\geqslant 0\end{cases}$$

$x(n)$,$y(n)$及 $x(n)+y(n)$如图 1-4 所示。

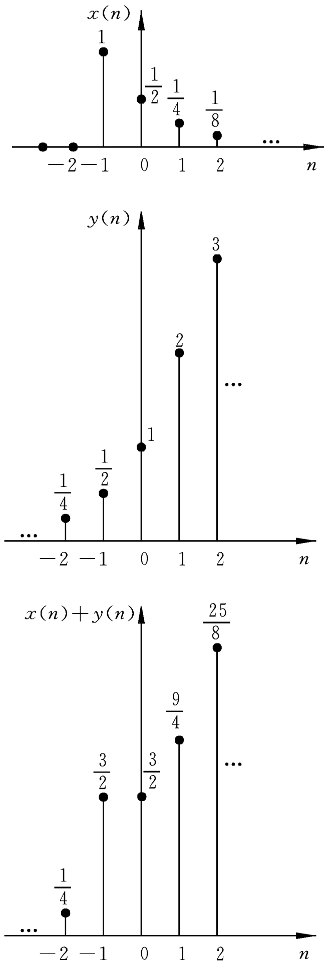


图 1-4　两序列相加

4．积

两序列相乘是指同序号(n)的序列值逐项对应相乘。表示为

$$z(n)=x(n)\cdot y(n)$$

［**例 1-4**］　同上例中的 $x(n)$,$y(n)$,则

$$x(n)\cdot y(n)=\begin{cases}0, & n<-1\\ \frac{1}{2}, & n=-1\\ \frac{1}{2}(n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n}, & n\geqslant 0\end{cases}$$

5．累加

设某序列为 $x(n)$,则 $x(n)$的累加序列 $y(n)$定义为

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)$$

它表示 $y(n)$在某一个 n_0 上的值等于这一个 n_0 上的