

# 第1章 绪论

## 1.1 岩石和混凝土材料结构的力学特征

对岩石和混凝土作为天然与人工准脆性材料的力学行为研究是现代计算固体力学中一个极具挑战性的领域。岩石和混凝土组成的工程结构,如高坝、桥梁、海洋平台、核电站、隧道、地下厂房、坑道以及它们的地基基础、边坡等,是人类基础设施建设中重要的组成部分。自20世纪70年代以来,人们对岩石和混凝土及其工程结构的研究和认知经历了从线弹性力学发展到非线性、弹塑性、损伤断裂力学;从连续介质力学发展到非连续介质的离散力学;从均质各向同性介质发展到非均质各向异性介质;从小变形假设发展到大变形破坏过程仿真;从宏观力学模型到探索细观(微观)力学行为的机理以及建立两者之间的等效关系。上述诸方面的长足进展主要依赖于现代计算技术水平的迅速发展以及数学、物理、化学等基础学科和地质、岩土、材料、流体力学、固体力学、试验力学等应用与工程学科的进步。岩石和混凝土材料及其工程结构力学行为研究的主要特征有:天然岩体中的断层、节理、裂隙随机分布,其几何与力学参数具有统计特征,混凝土结构中的微裂缝组成也具有类似特点。由于这些非连续结构面具有一定的连通率,它们是属于连续与离散(或局部离散)的耦合介质,岩石、混凝土结构如高坝、水电站、海岸工程、地下工程等处于水体与渗流环境中,一般属于饱和或非饱和渗流与岩体、混凝土结构的多相耦合问题。由于岩体的层状构造与结构面产状的方向性,岩体具有各向异性,对碾压式混凝土也具有成层各向异性特征。天然岩体在长期地质与水文环境下产生的微裂纹、缺陷以及混凝土在自身变形与温度荷载作用下骨料界面存在着初始微裂纹损伤,这类材料在破坏机制上存在局部化现象,并导致应变软化的本构特征。因此岩石和混凝土结构的力学行为从小变形到大变形的全过程仿真涉及材料本构关系模型的合理选择、损伤断裂模拟、界面接触检索方法与有效的计算求解技术等,只有综合解决上述关键技术才能合理地进行岩石和混凝土结构的破坏过程仿真。

作为准脆性材料的岩石和混凝土,由于存在天然或人为的内在微缺陷,如裂隙、夹杂、气泡、孔穴等,其破坏特征表现为断裂的突发性。在裂缝扩展前,一般不存在明显的裂尖塑性区,裂缝的扩展主要表现为微裂隙的连通,汇集而形成宏观裂缝的发展过程。概括起来,岩石和混凝土材料的力学性能主要有如下特征。

(1) 岩石和混凝土具有明显应变软化特性。岩石和混凝土材料的应力-应变关系在超过峰值强度后呈下降趋势,称为应变软化现象。这一现象主要与材料的非均匀性与变形局部化相关,表现为材料在受载变形过程中,经历一定量的均匀变形后,突然产生高度局部化

的拉伸或剪切带。带内的变形较局部化带以外的材料变形大得多,导致变形的不连续性,这一现象在宏观应力-应变本构关系中表现为应变软化。

(2) 岩石和混凝土具有明显的结构特性。岩体结构指岩体内存在具有一定方向、宽度、间距和迹长的随机分布的不连续结构面。结构面的刚度与强度对岩体的变形和稳定有决定性的影响。由于不连续结构面的方向性,因而岩体在宏观上呈各向异性特征。岩体变形包括了岩体本身的弹性或弹塑性变形,结构面的弹塑性变形以及岩体的膨胀变形,上述变形相互影响并具有空间耦合效应。混凝土结构如产生了裂缝,或采用碾压法施工,也具有一定的层状各向异性结构特征,但不像岩体结构那样明显。

(3) 岩石和混凝土具有时效特性。岩石和混凝土材料在恒定应力作用下应变随时间增加,这种现象称为“蠕变”。节理岩体具有明显的蠕变特征,常常导致岩体沿软弱结构面长时间蠕变而导致失稳。岩体蠕变的机制在于节理岩体受载变形引起了界面的剪切滑移,变形导致微裂缝不断扩张,内部晶格变化,结构错位导致强度下降,这是岩体随粘塑性变形发展引发塑性应变软化与强度劣化的结果。节理岩体的蠕变时效特性对其稳定与变形有重要影响;混凝土的蠕变则对温度应力与裂缝开展有密切的关系。

(4) 岩石和混凝土具有围压-强度效应。岩石和混凝土在三轴受压条件下,强度显著增强。在围压增加的条件下,其峰值强度、应变与残余强度均明显增大。这表明在围压增加的条件下,具有准脆性特征的岩石和混凝土具有一定塑性特征,其非连续结构面的效应也减弱,因此,在分析岩石和混凝土结构在多轴受力条件时宜考虑这一特征。

(5) 岩石和混凝土具有多孔多相耦合特性。岩石与大体积水工混凝土都是由骨架与孔隙所组成。岩石内还含有许多节理裂隙,在周围的水环境条件下一般都与水力渗流(饱和与非饱和)作用相联系。在混凝土中主要是以孔隙流动为主,而在节理岩体中,由于完整岩体渗透系数很小,水在岩石中的运动主要以裂隙流为主。渗流在岩体内既是介质,又产生荷载,同时对节理界面物理力学参数也具有影响,因此,对岩体的变形稳定具有重要的作用。众多的岩体工程失事均与水力渗流有关,研究岩体渗流与应力变形的耦合效应是分析中的关键问题。

(6) 岩石和混凝土结构具有分形特性<sup>[94]</sup>。分形几何是一个新的数学分支,用于描述自然界中不规则的、看似杂乱无章的现象与行为。岩石和混凝土结构面与断裂面是凹凸不平和极不规则的,它既不是二维平面,也不是三维空间曲面,而是分数维的不规则空间。分维数(拓扑维数) $D_T$ 是对几何不规则程度的度量,用分形几何研究岩石和混凝土力学是一门新兴的学科,它有利于更精确地解释岩石和混凝土材料的一些内在机制和现象,从而更准确地预测其力学行为。它在岩石和混凝土渗流力学、非线性损伤断裂力学、岩爆、材料微观破坏力学、介质接触力学等方面的应用都具有新的意义,近年来取得了初步的进展。

根据上述特征,描述岩石和混凝土本构模型大致可分以下几类:

- (1) 以弹性力学为基础的非线性弹性理论模型;
- (2) 以经典塑性力学为基础的弹塑性理论模型;
- (3) 以连续损伤力学为基础的介质弹塑性损伤模型;
- (4) 以断裂力学为基础的非线性断裂力学模型;
- (5) 以粘性材料本构理论为基础的内时理论模型等。

上述理论模型的应用都要密切结合材料的试验室试验和原体观测结果的验证与参数反演。目前,岩石和混凝土力学借助于日益发展的计算技术并与试验和观测密切结合,以数值

仿真为目标,在计算固体力学学科发展中占有重要的地位,也为大型土木、水利、海洋、交通及采矿等工程的安全评价服务。

## 1.2 岩石和混凝土力学离散-接触-断裂问题

### 1.2.1 介质离散

“离散”(discretization)一词在计算固体力学,尤其是在有限差分、有限元、边界元、离散元等数值方法的应用中有多种涵义。最通用的涵义是指有限元、边界元等的网格离散(mesh discretization),意指采用一系列的单元网格将一个连续域剖分为许多子域单元,求解时通过形函数的选择保证单元边界上的变形协调条件,如 $C_0$ 、 $C_1$ 连续条件,这是数学意义上的离散。“离散”一词的另一种涵义是指研究域内有若干非连续界面,如岩体内天然存在的断层、层理、节理或混凝土结构中的人工伸缩缝、施工缝或受载后产生的裂缝,这些非连续结构面也统称为“离散”界面(discrete interface)或“离散”裂缝(discrete crack),这是物理意义上的离散,在求解时一般也采用有限元(边界元)方法把它们“离散”为节理单元、界面单元或含裂缝单元,分别要求在离散的非连续结构面满足非连续变形条件与荷载-位移本构关系,在连续区域仍采用有限元、边界元或有限差网格进行单元剖分。这类模型方法仍局限于小变形假设的范畴。由上述数学与物理离散概念发展起来的“离散单元法”(discrete element method)不仅集上述两类“离散”概念于一身,同时还摒弃了离散界面的小变形假设,采用刚体位移与变形体变形解耦方法以及快速接触检索技术,从而完成了介质内部小变形和离散界面大变形计算模型的统一。

为了避免两类“离散”名词的混淆,离散元法的创始人 Cundall 最初有意给“离散元”命名为“特种单元”(distinct element)<sup>[1-3]</sup>。然而,从物理涵义而论,人们更倾向于随后的学者 Williams 等的“离散元”(discrete element)<sup>[4,5]</sup>。“连续”与“离散”实际上是一种相对的物理概念。在宏观尺度上考察一块完整岩石与混凝土是连续介质,但在微观或细观尺度上,它们又是由各类离散的分子所组成;在宏观力学上介质受载处于线弹性阶段时属于连续介质,但在荷载继续增加至发生局部损伤断裂形成宏观裂缝时,连续介质可转化为离散介质,因此,“连续”与“离散”是相对的又是可以相互转化的物理现象。从宏观意义上说,介质在数学意义上的离散是数值求解的一种手段,其力学性能是连续的。介质在宏观物理意义上的离散则有三种不同的情形:①节理岩体和混凝土被天然或人为的结构面完全切割,切割界面可以理想化地视为无厚度或有一定厚度的节理单元,具有法向和切向刚度,这类问题在力学上被定义为接触问题;②节理岩体和混凝土被天然或人工结构面局部切割,如岩石节理裂隙的局部连通、混凝土坝中的人工切缝等,这时除具有接触问题的特征外,还存在界面的断裂问题;③完整岩石和混凝土在受载前是连续介质,受载后产生局部损伤开裂,形成宏观裂缝,裂缝扩展至完全连通,最后发生沿裂缝的分离、错动乃至大变形破坏。

上述现象包含了断裂-接触-破坏的全过程,在力学上就属于离散-接触-断裂-破坏多种力学行为的耦合反应。离散元模型研究的目标就是变形块体(包括颗粒体)及其界面受载相互作用与渐近破坏过程的问题。因此,离散元的求解有三个要点:①块体、颗粒体几何识别与接触本构关系定义;②按动力平衡条件求解运动方程,一般有显式求解与隐式求解两大类;③随时间步长进行快速接触检索的技术。上述三要素保证了接触关系与类型的连续有限的(累计大变形)

变化,恰与连续介质力学对接触关系的微小变化形成对比,这就是离散元的主要特点。

## 1.2.2 岩石和混凝土的接触力学模型

在岩石和混凝土结构中,两个或两个以上的块体相互连结,荷载通过其连结界面传递而产生变形。结构系统的承载能力在很大程度上取决于连接界面的强度与本构关系,这类问题就属于接触问题。诸如岩体中的节理、层面、裂隙或混凝土结构中的收缩缝、施工缝或荷载作用下产生的裂缝均属于接触问题范畴。不论块体属于弹性或弹塑性材料,岩石和混凝土接触界面本构关系一般都表现为非线性特征,并在接触法向与切向分别给出力-位移准则。由于接触问题属于力-位移混合边界问题,采用混合有限元(杂交有限元)方法具有优势。归纳起来,接触问题的求解有多种方法,常用的有接触单元法、拉格朗日乘子法、罚方法、线性补偿法、界面接触力方法等。接触单元法将接触界面划分为单元,引入切向与法向刚度系数,然后集成至整体结构总体刚度矩阵中进行求解。拉格朗日乘子法与罚方法将带约束条件的泛函极值问题化为无约束泛函的极值问题,前者能精确满足接触条件,而后者只是近似处理。罚方法处理接触问题等价于在界面设置接触弹簧,分别赋以法向与切向刚度  $k_n$ 、 $k_s$  以及强度指标  $f$ 、 $c$ 、 $\sigma_t$ (摩擦系数、粘聚力、抗拉强度)等。接触单元的本构关系可以采用抗拉弹脆性、应变软化莫尔-库仑模型等。

在岩土力学接触问题求解方法中,最常用的是接触单元法,其概念简单、易与普通有限元相联结,对处理多个单元接触问题具有优势。最早提出模拟岩体节理的接触单元模型的是 Goodman 等<sup>[6]</sup>提出的线弹性模型。该模型把接触单元假定为四节点无厚度单元,在法向与切向具有常刚度系数  $k_n$ 、 $k_s$ ,并考虑到在正应力变化条件下剪切峰值后的残余剪切刚度。随后,Ghaboussi 等<sup>[7]</sup>在此基础上发展成为具有一定厚度的薄层单元,并用双线性来描述法向接触力与变形关系,用理想弹塑性模型和莫尔-库仑准则描述切向接触力与变形关系,Zienkiewicz 等<sup>[8]</sup>则在 Goodman 模型基础上增设两个中间节点,以考虑曲面接触情形。Desai 等<sup>[9-11]</sup>提出考虑循环加卸载的接触面本构模型。Katona 等<sup>[12]</sup>提出的摩擦接触模型直接应用接触点对条件而不引入法向与切向刚度。接触单元模型具有以下明显特点:①对接触界面采用有限元或边界元方法进行模拟,建立单元刚度矩阵,并集成到总体结构刚度矩阵中,接触本构关系可采用非线性、弹塑性、粘弹性、粘塑性等不同模型;②上述模型均局限于小变形假设,无法考虑沿接触面发生的大滑移或张开乃至分离与旋转运动。离散元模型的提出为解决这类大变形问题的求解开辟了途径。

## 1.2.3 岩石和混凝土非线性断裂行为

传统的材料强度准则在评价岩石和混凝土断裂行为时遇到了角缘应力奇异性,因而导致离散网格敏感性问题的困扰。经典的线弹性断裂力学虽然突破了裂纹尖端应力奇异的障碍,但难以反映岩石和混凝土非线性损伤、局部化、应变软化等力学特征,且结构应力强度因子的计算与断裂韧度的测量都要预设一定裂纹才能实现,这与实际材料初始损伤破坏评价并不协调。基于上述理由,人们从 20 世纪 70 年代起就开始寻找一类以强度判据为基础的岩石和混凝土非线性断裂理论与方法。在这方面,Hillerborg<sup>[13]</sup>首先提出了分离式虚拟裂缝模型(fictitious crack model)。模型的要点是提出了裂缝前沿存在一个所谓“过程区”(process zone)的概念。在过程区存在微裂纹损伤区域,但仍承载着一定的拉应力直至宏观

裂缝出现。这一过程伴随着裂缝扩展也不断向前推进。这一概念的客观性源于岩石和混凝土的非均匀性与损伤局部化。通过这一假设,分离裂缝模型巧妙地避开了应力奇异性与离散网格敏感性问题,并在岩石和混凝土断裂分析中得到了广泛的应用。在分离式虚拟裂缝模型中,由于损伤微裂到宏观裂缝产生而耗散的断裂能通过界面粘聚力分布与张开度之间的软化关系来表征,这一缝面软化关系在数值计算中一般简化为线性或非线性关系,将根据界面张开度求得的虚拟裂缝粘聚力等效荷载引入到有限元系统方程的荷载项中,就可实现断裂过程分析。

传统的分离式虚拟裂缝模型只能实现Ⅰ型张拉裂缝的模拟。一方面,实际岩石和混凝土材料由于节理界面的不平整度与混凝土骨料的咬合作用,裂缝界面存在一定的抗剪强度;另一方面,实际工程结构常常承受拉剪或压剪的混合型荷载,非比例加载与应力重分布也可能形成曲面裂缝。在上述条件下,缝面上的剪切荷载对结构裂缝的发展有重要的影响。为考虑上述复杂受力条件的影响,学者们提出了改进的分离裂缝模型,计入剪切荷载作用的效应,如内聚力裂缝模型与界面裂缝模型。内聚力裂缝模型的起裂准则有多种不同形式的定义,如最大主拉应力准则、二次组合应力准则、应力空间复合开裂面准则和等效应力密度因子准则等。内聚力裂缝模型的本构关系则以引入塑性损伤模型来表征材料开裂过程的软化特征。这一模型目前已在一些大型商用程序如 ABAQUS 系统中应用,用于模拟节理岩体或混凝土的损伤断裂行为。

除分离式裂缝模型外,另一类广泛应用的岩石和混凝土的非线性断裂力学模型是弥散式裂缝模型(smeared crack model)。弥散式裂缝模型最早由 Rashid<sup>[14]</sup> 提出,并应用于有限单元法分析中。该模型假设材料一旦开裂,就认为裂缝均匀地弥散于该单元中,成为以裂缝方向为局部坐标系的正交各向异性单元,在平行拉应力方向上,材料弹性模量  $E$  下降为零,在缝面上也不传递剪力,而在垂直拉应力方向上,仍保持原有  $E$  值。随后许多学者对弥散式裂缝模型进行了改进,提出了以应变软化代替材料的脆性断裂,并引入一定折减后的剪切模量,以反映缝面开裂后混凝土骨料的咬合作用。在这方面,Bazant 等<sup>[15]</sup> 的贡献最为突出。他们提出了解决有限元计算网格敏感性问题的断裂能守恒准则以及混凝土开裂的特征尺寸概念。弥散式裂缝模型的主要优点是开裂计算过程中避免了网格的重剖分,缺点是模型给出的是概化的单元裂缝的总体效应,无法确定裂缝的具体位置与宽度。因此,一般认为弥散式裂缝模型更适于描绘钢筋混凝土的断裂行为,因为钢筋的作用可使裂缝趋于均匀分布式发展。迄今为止,弥散式裂缝模型已有了长足的发展,由固定裂缝模型发展为旋转裂缝模型<sup>[16-19]</sup>。固定裂缝模型考虑一点的开裂方向,由该点在加载过程中达到抗拉强度时的主应力方向确定,在后续的计算中不再发生改变;而旋转裂缝模型则调整了一点的裂缝方向,使它始终保持与当前的应力张量主轴方向一致。该模型的最大特点是最大限度地减小了缝面的假应力锁现象,使分析成果更符合实际情形。关于岩石和混凝土非线性断裂力学模型研究,详见文献[20,21]。

## 1.2.4 岩石和混凝土的应变软化与局部化的损伤断裂特征

岩石和混凝土类准脆性材料的损伤断裂破坏具有局部化与应力-应变软化特征。单轴拉伸的试件的破坏现象必然从某一局部截面首先萌生、发育以致最终产生断裂,如图 1-1 所示混凝土、岩石受拉(或受剪)破坏面的萌生首先从破坏截面中某一薄弱区域,如骨料-砂浆

交界面开始,逐渐扩展到全断面,这一过程可以比拟为图 1-2 中所示的一组弹簧经历的破坏过程:在受拉过程中逐渐断裂直至全断面破坏,这就是局部化破坏的典型现象。因此,岩石和混凝土结构系统的失稳破坏一般总是从局部条带的开裂滑移开始,逐渐发展为大变形失稳破坏。材料局部化破坏的机理源于材料的非均匀性,在混凝土组分中,一般说来,骨料、砂浆与骨料-砂浆界面三者的力学强度是不同的,同一组分(如砂浆)的强度在空间上的分布也不均匀,这是导致局部化破坏现象的基本原因。局部化破坏是材料的细观力学现象,表现为宏观力学行为就是材料本构关系的非线性以及应变软化。

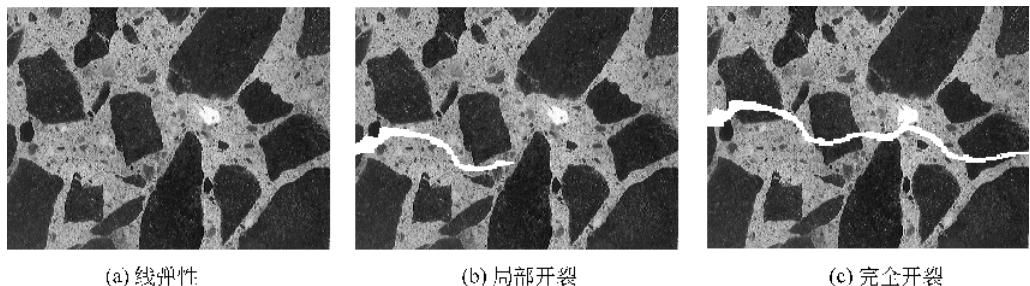


图 1-1 混凝土开裂过程

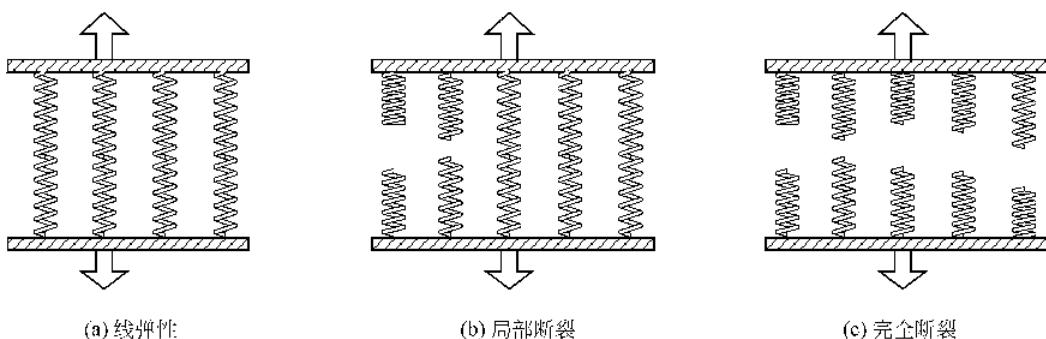


图 1-2 等效弹簧破坏过程

综上所述,岩石和混凝土的不均匀性与局部化破坏特征以及宏观应力-应变关系的非线性和应变软化现象是有机地联系在一起的材料物理力学现象,而且这一现象是随机的、不确定的,它具有统计特征,这就构成了材料破坏机理的复杂性。从另一角度考虑,材料破坏的局部化特征给经典弹性力学带来了重大的挑战:由于裂纹尖端应力的奇异性,随之带来的有限元方法离散网格的敏感性问题,此外,当离散网格无限细分,裂缝厚度趋于零时出现的所谓零能耗散现象都是局部化现象引发的矛盾,使基于强度理论的线弹性有限元方法在这里遇到了困难,必须寻求解决问题的方案。

解决上述应力奇异性与网格敏感性问题的方法有传统的宏观唯象模型或局部正则化模型。宏观唯象模型主要包括上述 Hillerborg 的分离式虚拟裂缝模型和 Bazant 的弥散式断裂带模型。前者以引入裂缝尖端过程区的概念建立起裂缝张开度  $\omega$  与过程区应力  $\sigma(\omega)$  的软化本构关系,从而定义断裂能为包围软化曲线的面积,即

$$G_f = \int_0^{\omega_0} \sigma(\omega) d\omega_0$$

式中,  $G_f$  为材料断裂能;  $\sigma(\omega)$  为过程区应力, 是张开度  $\omega$  的函数;  $\omega_0$  为临界裂缝张开度。

Hillerborg 利用过程区应力与张开度的关系和材料断裂能直接建立关系, 避开了有限元方法中计算应力奇异性问题, 而转化为计算裂缝张开度分布(相对位移)的问题, 从而避免了离散网格的敏感性。关于 Bazant 的弥散式断裂带模型, Bazant 和 Oh<sup>[15]</sup>认为基于连续介质力学假设, 裂缝的形成与发展具有一定的宏观尺度, 即裂缝特征尺寸, 对于普通混凝土, 建议这一特征尺寸为  $\omega=3d_a$ ,  $d_a$  为最大骨料粒径。假定裂缝按  $\omega$  带宽向前扩展, 当有限单元尺寸  $h$  与  $\omega$  相等时, 即以材料的  $\sigma-\epsilon$  本构软化曲线围成的断裂能作为裂缝扩展的判据; 当  $h$  与  $\omega$  不等时, 建议修正  $\sigma-\epsilon$  软化曲线, 使裂缝扩展所消耗的断裂能守恒。如此, 也同样解决了离散网格的敏感性。计算结果表明, 不论应用虚拟裂缝模型或弥散式断裂带模型, 采用不同的有限元网格都能获得基本一致的裂缝扩展的计算结果。

从根本上说, 传统有限元方法模拟局部化破坏过程之所以出现上述网格敏感性和零能耗散现象, 是因为基于传统宏观力学的有限元模型并没有考虑材料局部化破坏过程中材料微观结构所起的重要影响, 局部化出现的条件、形态和材料破损区的微结构及其相互作用直接相关, 尤其是局部化破坏过程中应变梯度起着决定性的作用。此外, 在材料本构关系中需要引入一个表征局部化带尺度的局部化控制因子, 如材料内禀长度因子。

对岩石和混凝土损伤断裂力学中局部化失稳现象以及非局部化模型与方法的研究是近年来一个活跃的领域: 包括从数学理论上对静、动力系统微分方程的椭圆性、双曲性的变化来研究系统的稳定性; 以连续介质模型为基础的损伤力学模型; 以断裂力学方法研究裂缝尖端应力场与裂缝扩展准则; 以微观结构应力-变形为基础的具有一定特征尺度的 Coserat 连续介质模型以及各类非局部化模型(包括积分型非局部化模型和梯度模型以及积分型非局部化损伤与梯度损伤模型等)。由于篇幅所限, 书中主要介绍了积分型与梯度型的非局部化模型, 包括软化模型。

## 1.3 岩石和混凝土结构分析的计算数值方法

岩石和混凝土结构分析的数值方法可分为三大类:

(1) 连续介质力学方法, 包括有限差分法(FDM)、有限单元法(FEM)和边界单元法(BEM)等;

(2) 离散介质力学方法, 包括离散元法(DEM)、不连续变形分析法(DDA)、流形元法(Manifold)及颗粒流颗粒离散元方法(PFC)等;

(3) 连续与离散介质耦合方法, 包括有限差-离散元耦合法(FDM/ DEM)、有限元-离散元耦合法(FEM/ DEM)与边界元-离散元耦合法(BEM/ DEM)等。

以下将简要介绍前两类数值方法在岩石和混凝土力学中的应用。

### 1.3.1 连续介质力学方法

#### 1. 有限差分法

有限差分法是将求解域的偏微分方程及其边界与初始条件用差分方程来代替, 使之转化为代数方程。有限差分法分为隐式与显式解法两类, 但在岩石和混凝土力学分析中多采

用显式解法。显式有限差分法已普遍用于计算流体力学与地震地面运动分析,其应用于岩石力学首见于 Cundall<sup>[1]</sup> 用于计算岩质边坡稳定,随后 Itasca 公司相继开发的二维、三维离散元程序 UDEC 和 3DEC,以及二维、三维连续介质快速拉格朗日差分法 FLAC 都采用显式有限差分法计算介质的变形和应力。

显式有限差分法是一种动态松弛的方法,对系统每一时步每一节点的运动方程,求解其节点不平衡力,按牛顿定律计算节点加速度,经积分求解速度与位移增量,由位移增量按本构方程即可求出应变与应力增量;应力增量与总应力确定后,进而可求下一步的节点不平衡力,如此循环计算,直至系统趋于静力平衡,即可求出稳态解。显式差分法根据给定的岩土本构方程可以模拟三维弹塑性屈服、塑性流动、软化以至大变形问题,并应用于岩土边坡、地下洞室的稳定变形分析。

## 2. 有限单元法

有限单元法已广泛应用于岩石和混凝土的材料与结构的变形稳定分析。根据节理岩石和混凝土的不同性状,学者们提出了许多有限元力学模型,极大地丰富了有限元的应用范围。如适用于完整岩石与混凝土的弹塑性有限元模型,模拟岩石和混凝土断裂行为的各种非线性损伤断裂模型,模拟岩石节理裂隙与混凝土接缝的非线性接触模型,模拟连续与非连续介质的界面元模型等。上述模型大多属于连续介质小变形力学的范畴,对于模拟块体的分离、转动、滑移、坍倒等非连续介质大变形运动仍无能为力。在求解介质损伤断裂时,也往往遇到局部化破坏、网格敏感性、计算稳定性等问题。在应用有限元模拟岩石和混凝土的断裂扩展过程中,要求不断进行单元重剖分,以反映裂缝在域内的扩展,网格重构极大地影响了有限元计算断裂问题的效率。在此方面,近年来 Belytschko 等<sup>[22,23]</sup> 提出的扩展有限元(extended FEM)显示了一定的优势。扩展有限元引入非连续的阶跃函数(step function)来表征裂缝两侧的非连续位移场,例如,当某点出现应力超过抗拉强度,或满足其他开裂准则而出现裂缝时,阶跃函数将被富集(enriched),用以描述裂缝的产生,这一方法不要求网格重划分技术,便可模拟裂缝的扩展。扩展有限元法在位移场的构建上属于无网格法一类,而在方程的建立与求解上又与有限元法一致。因此,它可以利用一些功能强大的有限元软件平台。有限元法在国内外的普及与应用反映在众多的国际商用软件的发行,目前最流行的 FEM 商用软件有 ABAQUS、MARC、ANSYS、NASTRAN、ADINA 及 SAP 系列等,大多具有较强大的前后处理功能,可进行线弹性、弹塑性、损伤断裂、蠕变、各向异性复合材料、流固耦合、多相介质耦合、热应力、振动与冲击等各类力学与工程问题的分析,并具有多通道用户接口,用于转入自定义的材料本构模型、单元类型、数值算法等,上述软件已在固体力学与工程分析中包括岩石和混凝土的结构安全分析中得到了日益广泛的应用。唐春安等<sup>[24,26]</sup> 应用细观有限元网格离散岩石和混凝土,采用弹脆性本构关系与残留刚度,引入 Weibull 概率分布来表征岩石非均匀性,系统地研究了岩石和混凝土材料破裂、失稳过程以及由此引发的声发射微震现象。

## 3. 边界单元法

边界单元法是边界积分方程法的发展,它将求解域的边界剖分为单元,以单元节点函数值通过插值形函数表征边界上任一点的函数值,离散边界积分方程求解以节点函数值为未