

第 3 章

CHAPTER

并行处理机

随着各个领域对高性能计算的要求越来越高,传统的单处理机体系结构已经不能适应大规模并行计算的需求,于是人们开始研究多处理器并行处理的计算机体系结构。与第2章的流水并行处理相比,并行处理机利用的是资源重复,而不是时间重叠;利用并行性中的同时性,而不是并发性。并行处理机在机间互连上比固定结构的流水线灵活,在对许多专门问题的处理上,其性能比流水线处理机高得多,专用性也更强。本章主要介绍并行处理机的互连网络、消息传递机制以及基于多处理单元阵列结构的并行算法等内容。

3.1 互连网络的基本概念

互连网络是由多个交换开关按照一定的拓扑结构和控制方式构成的网络,用来实现计算机系统内部多个处理机或多个功能部件之间的相互连接。在多处理机系统中,无论是处理单元之间,还是处理单元与存储模块之间,都要经过互连网络来实现信息交换。现在越来越多的并行处理机系统采用通用的微处理器作为结点互连而成,互连网络已经成为高度并行的计算机系统中的一个关键部件,它是 SIMD 计算机和 MIMD 计算机的重要组成部分。因此,互连网络的设计对多处理机系统的运算速度、处理单元的利用率、软件的算法适应性和系统实现的成本等有很大影响。

在互连网络中,如果处理单元间有着固定连接关系且在程序执行期间保持不变,则称为静态互连网络。典型的静态互连网络有一维线性阵列、二维网孔、树连接、 n -立方体网络、混洗交换网和蝶式网络等。否则,如果各处理单元间的连接关系可以通过设置网络中的开关来重新组合,则称为动态互连网络。动态互连网络使用交换开关为处理单元之间提供动态的可变连接,交换开关是动态网络的基本构件。典型的动态网络包括总线、交叉开关网络和多级互连网络等。

互连网络的特性可以从如下4个方面来表征。

(1) 拓扑结构。网络物理互连结构的几何图。大多数并行处理机都使用具有高度规整拓扑的互连网络。

(2) 交换策略。确定消息中的数据如何经过它的路径,可分为电路交换和包交换两大类。包交换又可分为存储转发方式、虚拟直通方式和虫蚀方式等类型。

(3) 流控制机制。确定消息何时沿它的路径传送。尤其是当两个或多个消息试图同时使用同一网络资源时,流量控制就特别重要,因此它应解决冲突和避免死锁。

(4) 寻径算法。确定消息可通过网络图的哪些路径,它将一组可能的路径限制到更小一组的合理路径。

互连网络的连接特性可以用互连函数来描述,它代表互连网络的输入端和输出端之间的一一对应关系。如果将互连网络的 N 个输入端和 N 个输出端分别用 $0, 1, 2, \dots, N-1$ 来编号,则互连函数 $f(x)$ 表示输入端 x 与相应的输出端 $f(x)$ 实现了互连。一般来说, x 可采用端口编号的二进制值来表示,则相应的互连函数就可以写成 $f(x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 x_0)$, 其中 x_i 为二进制值。此外,互连函数还可以采用输入输出对应表示法,也可以理解为输入到输出的置换。例如

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 1 & 5 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

其中上一行的每一个元素与同列的下一行中的元素分别对应一对输入与输出的连接关系。

3.2 单级互连网络

单级互连网络是具有 n 个输入多路分配器和 n 个输出多路选择器的开关网络,按照互连函数的控制,在处理单元间建立起所需要的连接通路。下面介绍几种常用的单级互连网络。

3.2.1 n -立方体互连网络

在 n 维立方体中,每个结点与其他 n 个结点直接相连,即结点度为 n ,它的结点数 $N=2^n$ 个。结点地址使用 n 位二进制数表示,其值从 0 到 $N-1$ 。如果一个结点的地址为 d ,则与其相邻的结点的地址只有一位二进制位与 d 不同。我们把每一个结点看做一个

处理单元(处理器),则它只能直接连到其二进制地址的某一位取反的结点上,这样就构成了一个 n -立方体网络。例如,在 3-立方体中,共有 $2^3=8$ 个结点,结点地址用 3 位二进制数表示,与 (101) 直接相连的有 (100)、(111) 和 (001),如图 3-1 所示。

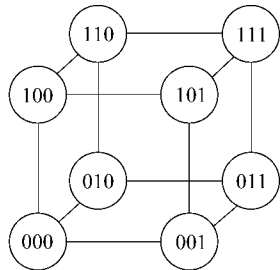


图 3-1 3-立方体

一个 n -立方体可以通过连接两个 $(n-1)$ -立方体的对应结点得到。如图 3-2 所示,连接两个 3-立方体对应的结点,可得到 4-立方体。其结点地址的编码方法是:保留原来的地址,并在地址高位附加一位二进制位,把其中的一个 3-立方体

的附加位设置为0,另一个3-立方体的附加位设置为1。这样的编码方法能够保证相邻结点的地址只有一位不同。

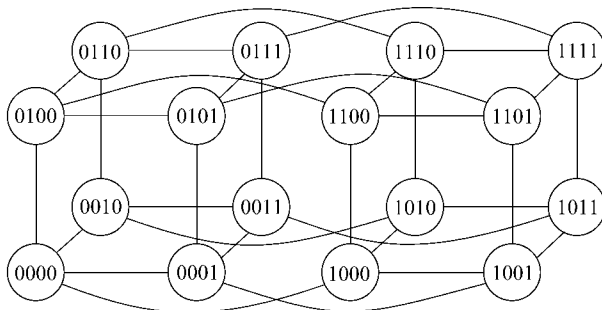


图 3-2 4-立方体

结点 A 和 B 的二进制地址不同的位数称为它们之间的海明距离(简称距离),它表示信息从一个结点传送到另一个结点所要经过的链路数量。海明距离实际上是两个结点地址相异或,其结果中为1的位数。例如,(011)和(110)的距离为2。

对于 N 个处理单元构成的 n -立方体互连网络来说,每个处理单元的二进制地址有 $n=\log_2 N$ 位。如果将某处理单元的二进制地址内的第 k 位做取反操作,所得的值就是与之直接相连的处理单元的二进制地址。因此, n -立方体网络的互连函数为

$$\text{Cube}_k(x_{n-1}x_{n-2}\cdots x_{k+1}x_kx_{k-1}\cdots x_1x_0) = x_{n-1}x_{n-2}\cdots x_{k+1}\bar{x}_kx_{k-1}\cdots x_1x_0$$

由于 k 可以是其中的任意一位,所以立方体变换可以有 $n=\log_2 N$ 种。对于含8个结点的3-立方体互连网络来说,它的三个互连函数为

$$\text{Cube}_0(x_2x_1x_0) = x_2x_1\bar{x}_0, \quad \text{Cube}_1(x_2x_1x_0) = x_2\bar{x}_1x_0, \quad \text{Cube}_2(x_2x_1x_0) = \bar{x}_2x_1x_0$$

Cube_0 实现的是二进制最低位上编码互反的结点的连接。 Cube_1 和 Cube_2 则分别为中间位或最高位上编码互反的结点的连接,如图 3-3 所示。

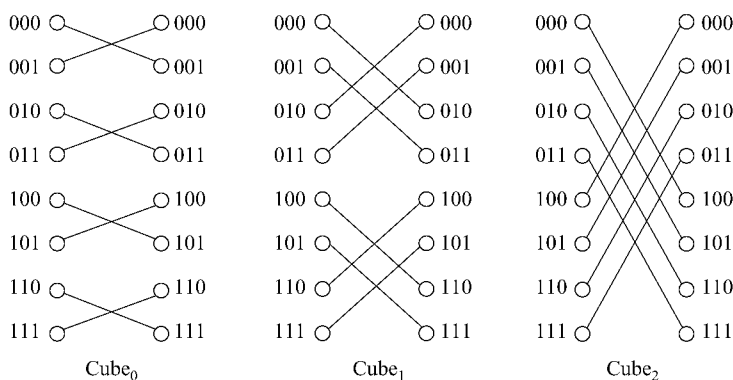


图 3-3 立方体互连图

3.2.2 PM2I 互连网络

PM2I 互连网络是“加减 2^i ”单级网络的简称,它能实现 j 号处理单元与 $j \pm 2^i$ 号处理

单元的直接连接。其互连函数为

$$PM2_{+i}(j) = (j + 2^i) \bmod N$$

$$PM2_{-i}(j) = (j - 2^i) \bmod N$$

式中, $0 \leq i \leq n-1$; $0 \leq j \leq N-1$; $n = \log_2 N$, N 为结点数。

可以看出, PM2I 互连网络共有 $2n$ 个互连函数。图 3-4 中给出了 $N=8$ 的 $PM2_{+0}$ 、 $PM2_{+1}$ 和 $PM2_{+2}$ 互连网络中各处理单元间连接情况。对于 $PM2_{-0}$ 和 $PM2_{-1}$ 连接情况, 只需将 $PM2_{+0}$ 和 $PM2_{+1}$ 中相应的箭头反向即可实现。与具有相同 N 的立方体互连网络相比, PM2I 网络具有更好的连接性。例如, 处理单元 0 可直接与处理单元 1, 2, 4, 6, 7 相连, 而立方体网络中 0 只能与 1, 2, 4 相连。

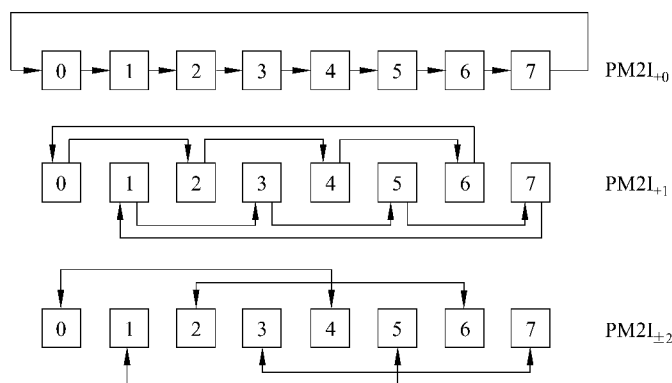


图 3-4 PM2I 互连网络连接图

对一般情况来说, 总有 $PM2_{+(n-1)} = PM2_{-(n-1)}$, 因此 PM2I 互连网络共有 $2n-1$ 种不同的互连函数。ILLIAC-IV 中处理单元间的互连, 就是只采用了 PM2I 互连网络中的 $PM2_{+0}$ 和 $PM2_{+2}$ 4 个互连函数, 它是 PM2I 网络的特例。PM2I 网络的最大距离为 $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ 。

3.2.3 混洗交换互连网络

混洗交换互连网络由全混洗和交换两种互连函数组成。

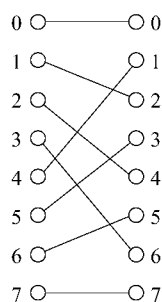


图 3-5 8 个处理单元的全混洗连接

全混洗是将处理单元分成数目相等的两部分, 进行像均匀洗牌一样的操作, 即一个隔一个地相连接。例如, 图 3-5 给出了 8 个处理单元的全混洗连接。

因此, 全混洗互连网络的互连函数为

$$\text{Shuffle}(x_{n-1}x_{n-2}\cdots x_1x_0) = x_{n-2}\cdots x_0x_{n-1}$$

这相当于将处理单元的二进制地址位中的最左位移到最右位的循环移位。此时每个处理单元只有一条直接连接通路。这种互连网络的缺点是: 当处理单元地址位为全“0”或全“1”时, 它们将无法与网络中其他的处理单元相连。为此又引入了前述的 Cube_0 互连函数, 于是得到混洗交换互连网络的互连函数为

$$\text{Exchange}[\text{Shuffle}(x_{n-1} \cdots x_0)] = \text{Exchange}[x_{n-2} \cdots x_0 x_{n-1}] = x_{n-2} \cdots x_0 \overline{x_{n-1}}$$

图 3-6 中示出了这种混洗交换互连网络的连接图。图中的实线连接表示 Cube_0 的交换连接,而虚线连接则是全混洗互连网络的连接形式。

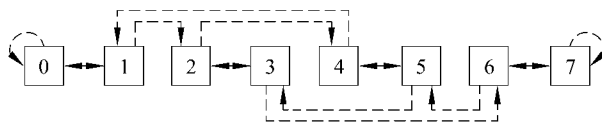


图 3-6 混洗交换互连网络的连接图

混洗交换网络中,最远的两个处理单元(全“0”和全“1”)间的连接需要 n 次交换和 $n-1$ 次混洗,因此它的最大距离为 $2n-1$ 。

3.2.4 蝶式互连网络

蝶式互连网络的互连函数定义为

$$\text{Butterfly}(x_{n-1} x_{n-2} \cdots x_1 x_0) = x_0 x_{n-2} \cdots x_1 x_{n-1}$$

即将二进制的最高和最低位相互交换位置。类似地,还可以定义子蝶式互连($\text{Butterfly}_{(k)}$)和超蝶式互连($\text{Butterfly}^{(k)}$),它们的互连函数如下

$$\text{Butterfly}_{(k)}(x_{n-1} x_{n-2} \cdots x_{k+1} x_k x_{k-1} \cdots x_1 x_0) = x_{n-1} x_{n-2} \cdots x_{k+1} x_0 x_{k-1} \cdots x_1 x_k$$

$$\text{Butterfly}^{(k)}(x_{n-1} x_{n-2} \cdots x_{n-k} x_{n-k-1} x_{n-k-2} \cdots x_1 x_0) = x_{n-k-1} x_{n-2} \cdots x_{n-k} x_{n-1} x_{n-k-2} \cdots x_1 x_0$$

图 3-7 给出了 $n=3$ 时的蝶式互连情况,以及当 $k=1$ 时的子蝶式和超蝶式互连的连接图。

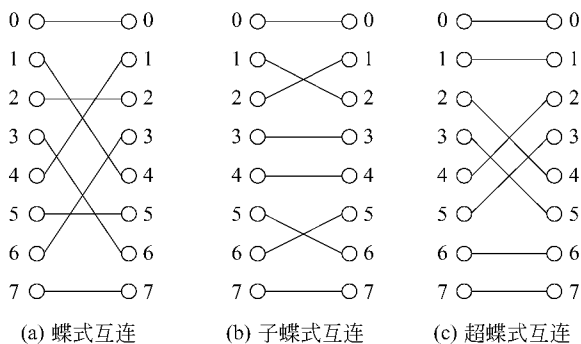


图 3-7 几种蝶式互连

3.3 多级互连网络

单级互连网络只能实现几种基本连接,而不能实现任意处理单元之间连接。如果采用空间重复原理,将多套单级互连网络串接使用,不但可以实现任意处理单元间的互连,还可以通过改变开关的控制方式,灵活地变化所实现的连接,将多种单级互连网络进行灵活组合,形成具有多种连接模式的多级互连网络,以适应多种算法需要。

为了构建多级互连网络,可使用交换开关将单级网络级联起来,其中每级都使用多个交换开关模块,而相邻级间则使用固定的单级网络作为级间连接。不同类型的多级互连网络,其交换开关模块和使用的级间连接方式也有所不同。为了在输入和输出之间建立需要的连接模式,可动态改变交换开关的状态。因此,决定多级互连网络特性的主要因素有交换开关、拓扑结构和控制方式。

1. 交换开关

交换开关是组成互连网络的基本单元。它的每个输入可与一个或多个输出相连,但要避免在输出端发生冲突,即一对一和一对多映射是允许的,而多对一映射是不允许的,因为这将引起输出端发生冲突。

常用的交换开关有直通、交换、上播和下播方式,如图 3-8 所示。

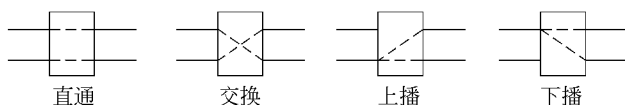


图 3-8 4 种交换开关

图 3-9 是一个使用交换开关的 8×8 多级互连网络,数据从一个源结点到达任意一个目的结点需要经过 $\log_2 8 = 3$ 级交换开关。每个交换开关有两个输入和两个输出,因此共需使用 $3 \times 4 = 12$ 个交换开关。一般地,若使用 n 级交换开关,输入和输出各有 $N = 2^n$ 个结点,总共需要 $n \times 2^n / 2 = n \times 2^{n-1}$ 个交换开关。

多个输入同时分别连接到多个输出被称做一个配置。例如,图 3-9 中的配置 $\{(0,7), (1,3), (2,5), (3,1), (4,6), (5,2), (6,4), (7,0)\}$ 表示输入结点 0 连接到输出结点 0,输入结点 1 连接到输出结点 4,等等。把所有的交换开关都置为“交换”,即可实现这个配置。其中不能实现的配置称为阻塞。例如,配置 $\{(0,0), (1,1)\}$ 就不能实现,原因是这两对连接需要使用同一条链路。

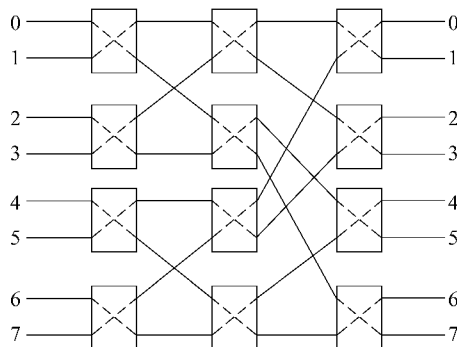


图 3-9 多级开关网络

2. 拓扑结构

拓扑结构是用来表明级间的输入端与输出端相互连接的规则或连接模式。可将各种单级互连网络连接模式进行不同组合,从而构成各种具有不同连接特性的多级互连网络。

3. 控制方式

控制方式是对各交换开关进行控制的方式。通常包括以下三种。

(1) 级控。同一级的所有交换开关都受同一信号控制,对一个 n 级网络需要 n 个控制信号。

(2) 单元控制。每一个交换开关都有一个单独的控制信号。对于 n 级网络,输入端和输出端数都为 2^n ,故需要 $n \times 2^{n-1}$ 个控制信号,这种控制方式虽然灵活性较高,但控制

电路较为复杂。

(3) 部分级控。不同的级采用不同数量的控制信号。对于 n 级网络来说,常用的方法是用 $i+1$ 个控制信号控制第 i 级 ($0 \leq i \leq n-1$)。

互连网络可以实现一对或多对输入输出端口的连接,但有时可能出现几对互连端口连接时的开关状态设置上的冲突,这种互连网络称为阻塞网络。典型的阻塞网络包括多级立方体网络、Omega 网络、基准网络和多级 PM2I 网络等。

而非阻塞网络可以实现任意端口之间的连接,不会产生如阻塞网络中出现的冲突问题。非阻塞网络分为可重排非阻塞网络和不需重排的非阻塞网络两种。

可重排非阻塞网络在实现非阻塞连接时,往往要通过重新安排开关的控制才能满足新的连接要求。因此,在可重排非阻塞网络中可以通过改变开关控制信号的组合,为原来存在的连接重新安排开关通路以恢复连接,同时也为新连接安排了通路。可重排非阻塞网络的代表是 Benes 网络。不需重排的非阻塞网络本身是无阻塞的,所以不需要重新安排开关的控制信号,其典型代表是 Clos 网络。

3.3.1 多级立方体网络

多级立方体网络是将具有 $Cube_0$ 、 $Cube_1$ 和 $Cube_2$ 三种互连函数的三个单级立方体网通过交换开关级联起来构成的。例如, $N=8$ 的 3 级立方体网络如图 3-10 所示。第 i 级开关的输入二进制编号只有第 i 位不同,把所有编号相同的输入和输出端连在一起,就构成了 3 级立方体网络。因此,多级立方体共有 $n = \log_2 N$ 级,每一级有 $N/2$ 个开关,每个开关有两个输入、两个输出和 4 种连接状态,两条控制线能够被用来选择 4 种状态中的一种。当采用不同的控制方式时就可实现不同互连功能。

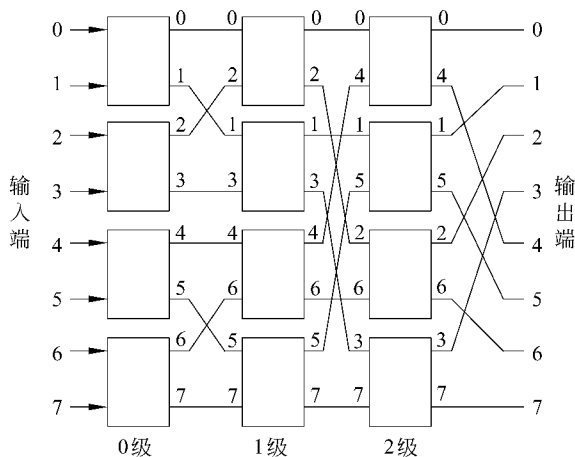


图 3-10 $N=8$ 的 3 级立方体网络

多级立方体网络可以同时支持多个配置,但有些配置则由于开关设置上的冲突而无法实现,例如把输入 5 和 6 端同时分别连接到输出 0 和 4 端。因此,多级立方体网络属于阻塞型网络。

STARAN 网络是已获得成功应用的一种多级立方体网络,它的开关可以按级控制,也

可以按部分级控制。图 3-11 是 $N=8$ 时的 STARAN 网络,所用的开关只允许直通或交换。

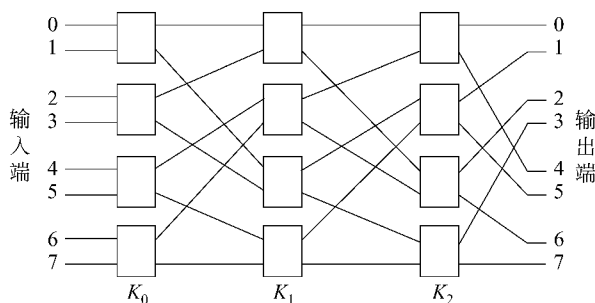


图 3-11 $N=8$ 的 STARAN 网络

按级控制方式可以实现输入输出端的交换置换,这时的网络称做交换网络。

当第 i 级的控制信号为“1”时,该级所有的交换开关处于交换状态;控制信号为“0”时,该级所有的交换开关处于直通状态。设 $F=f_2 f_1 f_0$ 表示第 2,1 和 0 级的控制信号值。当第 i 级的控制信号为“1”,而其余各级的控制信号为“0”时,实现的互连函数恰好是 Cube_i 。而如果 $F=(011)$,就有 Cube_0 置换,再加上 Cube_1 置换,记为 $\text{Cube}_0 + \text{Cube}_1$ 。图 3-12 中给出了 F 的各种位组合所表示的置换关系。

$F=(000)$	$F=(001)$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 5 & 4 & 7 & 6 \end{bmatrix}$
$F=(010)$	$F=(011)$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 6 & 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$
$F=(100)$	$F=(101)$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 6 & 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
$F=(110)$	$F=(111)$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 5 & 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

图 3-12 $N=8$ 的 STARAN 网络按级控方式的置换关系

按部分级控制方式可以实现移数置换,这时的网络称做移数网络。

在 $N \times N$ 的 STARAN 网络中,把第 i 级的 $N/2$ 个开关分成 $i+1$ 组,每组一个控制信号。对于 $n=\log_2 N$ 级开关来说,从第 0 级到第 $(n-1)$ 级所需的控制信号分别为 1, 2, $\dots$, n 个,因此控制信号共有 $n(n+1)/2$ 个。当 $N=8$ 时,设 $F=(f_{23} f_{22} f_{21} f_{12} f_{11} f_0)$,共包含 6 个控制信号。

一个 $N \times N$ 的 STARAN 网络,在采用部分级控制后,可以实现 $(n^2 + n + 2)/2$ 种移数置换。当 $N=8$ 时,可实现的移数置换为 7 种,表 3.1 给出了 $N=8$ 的 STARAN 网络的移数置换的功能、开关分组情况以及各分组的控制信号组合。图 3-13 是 $N=8$ 的 STARAN 网络的移数置换的情况。

表 3.1 N=8 的 STARAN 网络的移数置换功能

组控 信号	2 级	f_{23}	K, L	0	0	1	0	0	0	0
		f_{22}	J	0	1	1	0	0	0	0
		f_{21}	I	1	1	1	0	0	0	0
	1 级	f_{12}	F, H	0	1	0	0	1	0	0
		f_{11}	E, G	1	1	0	1	1	0	0
	0 级	f_0	A, B, C, D	1	0	0	1	0	1	0
输入端号			0	1	2	4	1	2	1	0
			1	2	3	5	2	3	0	1
			2	3	4	6	3	0	3	2
			3	4	5	7	0	1	2	3
			4	5	6	0	5	6	5	4
			5	6	7	1	6	7	4	5
			6	7	0	2	7	4	7	6
			7	0	1	3	4	5	6	7
移动的位数			移 1	移 2	移 4	移 1	移 2	移 1	不移	
功 能			Mod8	Mod8	Mod8	Mod4	Mod4	Mod2	恒等	

恒等	移 1 模 2
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 5 & 4 & 7 & 6 \end{bmatrix}$
移 1 模 4	移 2 模 4
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 6 & 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$
移 1 模 8	移 2 模 8
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
移 4 模 8	
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	

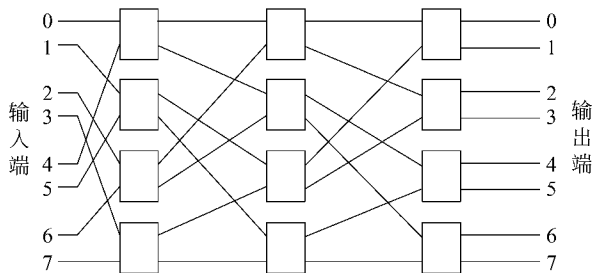
图 3-13 N=8 的 STARAN 网络的移数置换

3.3.2 Omega 网络

通过若干级交换开关将多个全混洗网络连接起来组成的多级网络称为 Omega 网络，它又称为多级混洗交换网络。

一个 $N \times N$ 的 Omega 网络，所用的开关级数为 $n = \log_2 N$ ，每一级由一个全混洗网络 and 一列 $N/2$ 个开关组成。每个开关都有两个输入、两个输出和直送、交叉、上播和下播 4 种可能的连接状态。网络使用的总开关数为 $(N/2) \log_2 N$ 。 $N=8$ 时的 Omega 网络结构如图 3-14 所示。

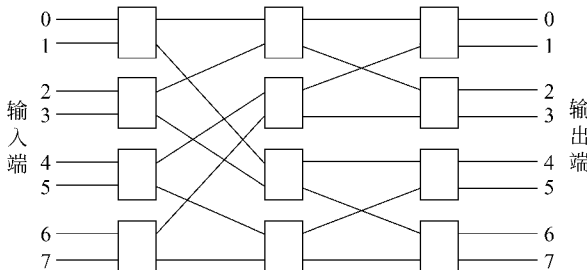
在仅使用一次 Omega 网络时，有些配置是无法实现的，例如将输入 3 和 7 端同时分

图 3-14 $N=8$ 的 Omega 网络

别连接到输出 1 和 0 端,因此 Omega 网络也是一种阻塞型网络。

3.3.3 基准网络

在输入输出之间用交换开关依次将一个逆混洗网络和一个子蝶式网络连接起来,就构成了基准网络。该网络所用的交换开关有“直通”和“交叉”两种状态,并采用终端标记法对每一个开关进行单元控制。图 3-15 是一个 $N=8$ 的基准网络。

图 3-15 $N=8$ 的基准网络

基准网络常用于对多级互连网络的研究,将基准网络作为中介介质,模拟某种网络的拓扑和功能等。一次通过基准网络可以达到位序颠倒的置换,二次通过则可实现任意组合的置换功能。

3.3.4 多级 PM2I 互连网络

多级 PM2I 互连网络又称为数据变换网络。图 3-16 给出了一个 $N=8$ 的 3 级 PM2I 互连网络连接情况。各级中的处理单元按 PM2I 互连函数连接起来。就第 i 级而言,每个输入端 j 都有三根连接线分别连到出端 j 、 $(j+2^i) \bmod N$ 和 $(j-2^i) \bmod N$ 。第 0 级完成的是 $\text{PM2I}_{\pm 0}$,第 1 级完成的是 $\text{PM2I}_{\pm 1}$,而第 2 级实现的是 $\text{PM2I}_{\pm 2}$ 。由于单级 PM2I 互连网络的最大距离为 $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$,但组成多级 PM2I 网时仍用了 n 级,因此在这种网络中提供了冗余通路。例如,将 7 上的信息传送到 2,可以经 7-3-3-2、7-7-1-2 或 7-3-1-2 等通路完成,这显然有利于提高可靠性。