

热辐射的理论基础和基本性质

一切物质,由于分子或原子受到与内能有关的激发(如受热、光照、化学反应以及电子等微粒撞击等),都能连续地发射电磁能,这种现象称为辐射。经典物理认为辐射是电磁波,而近代物理则认为辐射是光子即光子的传输。严格地说,辐射具有波粒二象性,既有光子(微粒)的性质又有电磁场(波)的性质,因此在本书中认为这两种提法是等同的,也就是说提到辐射,既指光子,也指电磁波。

在平衡状态下,物质的内能与温度有关,温度越高,内能越大,物质发出的辐射能的范围可以覆盖整个电磁波谱。图 1.1 给出了电磁波谱和相应的产生机制。

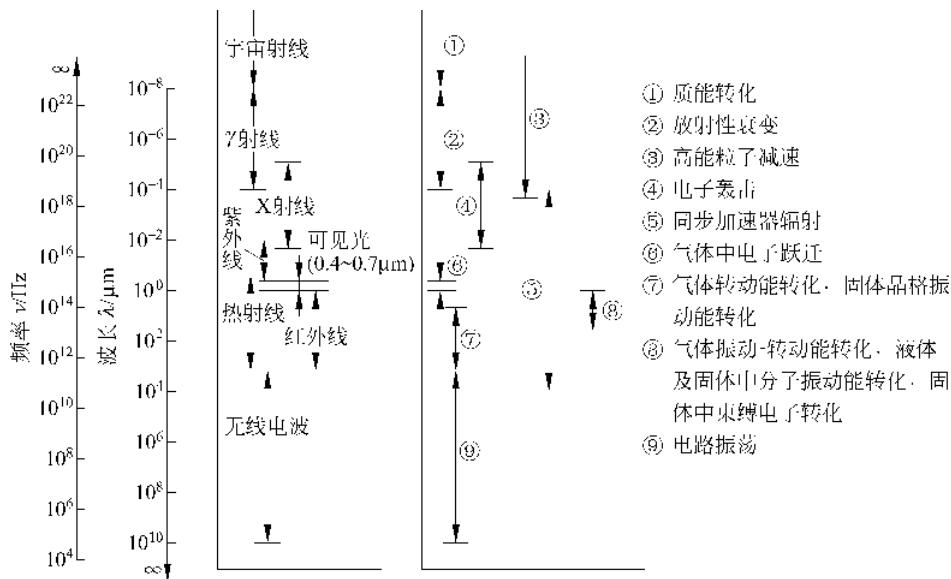


图 1.1 电磁波谱示意图

在工程上,通常把组成物质的大量分子作杂乱而不规则运动所具有的能量称为该物质的热能,而把物质的热能转变为辐射能的现象称为热辐射,热辐射所发射的为射线。一般地,热辐射包括红外线和可见光,也包括近紫外线的一部分,其波长范围大致为 $0.1 \sim 100 \mu\text{m}$,其中 $0.7 \sim$

$100\mu\text{m}$ 属于红外线, $0.4\sim 0.7\mu\text{m}$ 属于可见光, $0.1\sim 0.4\mu\text{m}$ 属于近紫外线。

从传热学角度看, 热辐射是物体之间热量交换的一种方式。通过射线的发射与吸收进行能量交换的换热方式称为辐射换热。

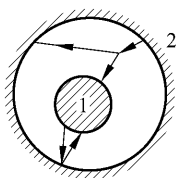


图 1.2 同心球之间的辐射换热

如图 1.2 所示, 是两个同心的球壳 1 和 2, 球壳之间为真空, 如果起始状态两者温度不相等 ($t_1 < t_2$), 然后经球壳 2 加热 (不采用导热或对流其他方式), 那么球壳 1 的温度也会升高, 这时 1 与 2 之间没有导热或对流换热, 球壳 1 的温升就是由于辐射所致。

本章介绍热辐射理论的最重要的基础, 扼要说明物体热辐射的基本性能表示方法, 着重介绍热辐射的基本定律和辐射换热计算的原则性方法。这些是求解辐射换热问题和进行工程计算的基础。

1.1 热辐射的理论渊源——黑体辐射定律

19 世纪末, 经典物理学遇到了两个无法超越的难题: 一是有关以太和可测物体的相对运动的问题, 二是黑体辐射的光谱规律即能量均分定理失效的问题。第一个问题的解决导致了相对论的产生, 而第二个问题则是由于量子理论的建立得以解决。量子理论的建立, 解决了黑体辐射、光电效应、康普顿 (Compton) 散射等问题。

在量子力学中, 粒子在确定时刻的状态, 由一确定的波函数 $\Psi(\mathbf{r})$ 描写, 粒子的运动则由波函数随时间的变化 $\Psi(\mathbf{r}, t)$ 给出。波函数 $\Psi(\mathbf{r}, t)$ 满足薛定谔 (Schrödinger) 方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \hat{H} \Psi(\mathbf{r}, t) \quad (1.1)$$

式中, $\hat{H}$ 为哈密顿 (Hamilton) 算符; $\hbar$ 为常数。

在经典力学中, 一个体系只要知道了它的 Hamilton 量, 即可写出其 Hamilton 方程, 从而确定了整个体系的运动。一个量子体系, 只要知道了 Hamilton 算符 $\hat{H}$, 也就确定了整个体系的运动, 包括体系的能级分布及跃迁。只有量子力学才能比较严格、准确地描述辐射的产生、传播和吸收, 从微观上描写辐射行为的原理。要严格地描述热辐射的行为, 必须使用量子力学、统计物理等基础理论, 但这些理论不便于工程实际使用, 尤其是描述复杂体系运动的方程难以精确求解, 更增添了用基础理论描述热辐射宏观行为的困难。因此, 在工程时间允许的范围内进行合理的简化、近似, 以便于工程应用, 就成为必要的事情了。这个任务由工程专业学科来完成。

这一节重点介绍作为整个热辐射理论基础的黑体辐射定律, 即普朗克 (Planck) 定律。在基础传热学课程中, 我们知道黑体就是指可以全部吸收投射于其表面的各种波长的辐射能的物体。Planck 定律描述黑体辐射的行为, 这个定律的推导需要使用量子力学和统计物理的一些基本概念与方法, 下面予以简单介绍, 以便于读者了解热辐射的理论基础和

渊源。

根据量子力学,频率为 ν 的光子的能量为

$$e = h\nu \quad (1.2)$$

式中, $h = 6.6262 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 是 Planck 常数。

在统计物理中,通常把一个由大量微粒子组成的系统的几率最大的分布称为该系统的最可几分布。最可几分布常被用来表示某些孤立系统的平衡态分布。光子不服从泡利(Pauli)不相容原理,因而是玻色(Bose)子,而中子、电子、质子等服从 Pauli 不相容原理的粒子则称为费米(Fermi)子。

经典的粒子在能量连续、简并等条件下,满足经典的麦克斯韦-玻耳兹曼(Maxwell-Boltzmann)分布。Bose 子遵守玻色-爱因斯坦(Bose-Einstein)分布(即 B-E 分布),而 Fermi 子则遵从费米-狄拉克(Fermi-Dirac)分布(即 F-D 分布)。

根据统计物理的基本原理,可以导出 B-E 分布的统计公式为

$$N_i = \frac{g_i}{\exp(\alpha + \beta e_i) - 1} \quad (1.3)$$

式中, N_i 为处于能级 $e_i = h\nu_i$ 的粒子数; g_i 为能级 e_i 的简并度; α 、 β 为拉格朗日(Lagrange)因子。对于光子而言, $\alpha = 0$, 即光子遵从的统计公式为

$$N_i = \frac{g_i}{\exp(\beta e_i) - 1} \quad (1.4)$$

考察体积为 V 的空腔,其表面温度为 T ,对 V 中的光子而言,有

$$\beta = \frac{1}{kT} \quad (1.5)$$

式中, k 是 Boltzmann 常数,为 $1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 。 V 中的光子在能级为 e_i 时简并度为

$$g_i = \frac{8\pi V v_i^2}{c^3} dv_i \quad (1.6)$$

把式(1.5)、式(1.6)代入式(1.4),可得到空腔 V 中频率在 $\nu_i \sim \nu_i + d\nu_i$ 之间的光子数为

$$dN_i = \frac{8\pi V v_i^2}{c^3} \frac{dv_i}{e^{\frac{e_i}{kT}} - 1} \quad (1.7)$$

把光子能量 $e_i = h\nu_i$ 代入式(1.7),有

$$dN_i = \frac{8\pi V v_i^2}{c^3} \frac{dv_i}{e^{\frac{h\nu_i}{kT}} - 1} \quad (1.8)$$

那么与总数为 dN_i 对应的光子的能量为

$$\begin{aligned} de_i &= h\nu_i dN_i \\ &= \frac{8\pi h V v_i^3}{c^3} \frac{dv_i}{e^{\frac{h\nu_i}{kT}} - 1} \end{aligned} \quad (1.9)$$

单位体积的光子能量即 $\nu_i \sim \nu_i + d\nu_i$ 的辐射能量密度为

$$u_i dv_i = \frac{de_i}{V} = \frac{8\pi h v_i^3}{c^3} \frac{dv_i}{e^{\frac{h v_i}{kT}} - 1} \quad (1.10)$$

这就是辐射能密度形式的 Planck 定律。对于某一频率 ν_i 而言,可以去掉下标 i 。式(1.10)还可以用波长 λ 来表示,由 $v=c/\lambda$ 可得到 $dv = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$,那么在波长区间 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 的辐射能量密度为

$$u_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (1.11)$$

即有

$$u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (1.12)$$

从上面简单的推导可以看到,Planck 定律完全是在量子力学和统计物理的基本规律下导出的一个必然结果。这个定律表明,一定的波长区间 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 的辐射能密度除了与该特定波长 λ 有关外,只与空腔的壁温 T 有关,即 $u_\lambda = f(\lambda, T)$ 。从这个定律出发,还可以计算一定温度 T 下的不同波长 λ 的辐射能密度,从而得到辐射能密度的光谱分布。在以后的章节中可以看到,这个定律是整个辐射理论的基础,加深对这个定律的理解有助于更好地掌握辐射的本质和规律。

为了简便起见,在本书以后各章节中除特别说明外,辐射均指热辐射。

1.2 辐射能量及物体辐射性能的表达

黑体是理想的辐射吸收体和发射体。与热力学中理想气体的概念类似,黑体也是一个理想化的概念,是人们为了与实际辐射物体进行比较的标准。相应地,1.1 节推导的 Planck 定律,也是理想化的辐射能的光谱分布,该分布只与温度和波长有关,那么实际物体的辐射能分布和辐射的性能与黑体有什么差别呢?

1.2.1 辐射能量的表示

首先看看辐射能量是如何被表示的。辐射以光子的形式存在,具有波粒二象性,在此用电磁波的理论来描述。光子即电磁波,遵从麦克斯韦(Maxwell)方程组。

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

方程组中, $\mathbf{E}$ 是空间某一处(坐标为 $\mathbf{X}$)、某一时刻(t)的电场强度,严格地说应为 $\mathbf{E}(\mathbf{X}, t)$, 此处简化表示, 其余各量皆然; $\mathbf{H}$ 是磁场强度; $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ 是辅助量, ϵ 是介电常数; $\mathbf{B}$ 是磁感应强度; $\mathbf{J}$ 是电流密度; ρ 是电荷密度。

电磁波的能流密度用坡印亭(Poynting)矢量 $\mathbf{S}$ 表示:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.14)$$

在线性介质中 $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, μ 为常数。那么从方程组(1.13)可得到 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 满足的波动方程

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

在单一频率(即单色)时, 方程(1.15)的形式解为

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{X}) e^{-i\omega t} \\ \mathbf{B}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{X}) e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (1.16)$$

式中, ω 为电磁场的角频率; i 为虚数, $\sqrt{-1} = i$ 。方程(1.15)在非单色时, 可通过傅里叶(Fourier)分析得到类似式(1.16)的形式解。

从式(1.14)、式(1.16)可得到

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{X}, \omega) \quad (1.17)$$

可见辐射能量是空间($\mathbf{X}$)和频率(ω)的函数, 也就是说辐射能量是按空间分布和频率分布的。辐射能量的这种性质是这个辐射换热计算与分析的出发点, 贯穿于整个热辐射学科。

为了描述辐射能量按空间分布的特点, 需要引入若干物理量。在此之前先看看空间立体角的几何定义。如图 1.3 所示, 有一个半径为 r 的半球, 半球表面上有一微元面积 dA_s , 该微元面积对于球心 O 的立体角定义为

$$d\Omega = \frac{dA_s}{r^2} \quad (1.18)$$

立体角的单位是球面度(sr), 用符号 Ω 表示。显然, 整个半球对球心的立体角为 2π , 而整个球面对球心的立体角则为 4π 。当然, 描述空间的性质还要用方向角来表示, 方向角在中学立体几何中已有介绍, 不再赘述。

有了方向角和立体角的概念, 就可以建立辐射力和辐射强度的概念了。

(1) 辐射强度: 空间某一表面在单位时间, 与辐射方向垂直的单位面积上, 单位立体角内发射的波长从 $0 \sim \infty$ 的能量, 用符号 I 表示, 单位 $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr})$, 见图 1.4。

图 1.4 中, dA 为空间某一表面微元面积; $\mathbf{n}$ 为 dA 法线; $\mathbf{s}$ 为辐射方向; dA_r 为垂直于辐射方向 $\mathbf{s}$ 的 dA 投影面积; β 为 $\mathbf{s}$ 与 $\mathbf{n}$ 的夹角即辐射方向的方向角。因此有 $dA_r = \cos\beta dA$, $d\Omega$ 为 $\mathbf{s}$ 方向的任一微元对应的立体角, 那么根据定义, 令 $\mathbf{s}$ 方向辐射能量为 dQ , 有

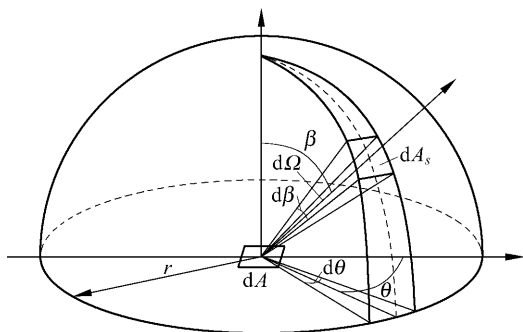


图 1.3 空间立体角的几何定义

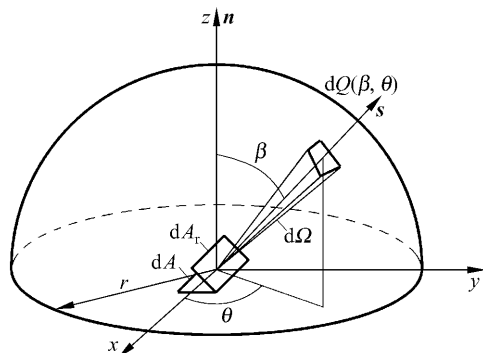


图 1.4 辐射强度和辐射力定义示意图

$$I_{\beta} = \frac{dQ}{dA_r d\Omega} = \frac{dQ}{\cos\beta dA d\Omega} \quad (1.19)$$

式中, I_{β} 的下标 β 指 β 方向。

(2) 辐射力: 空间表面在单位时间、单位面积上, 向在 β, θ 方向上单位立体角发射 $0 \sim \infty$ 波长的能量, 称为 β, θ 方向的方向辐射力, 用符号 $E_{\beta, \theta}$ 表示, 单位 $W/(m^2 \cdot sr)$ 。由于表面的方向辐射力常与 θ 角无关, 故一般不特别指出 θ 角时, 用 E_{β} 表示方向辐射力。如图 1.4 所示, 图中符号含义同上所述, 则有

$$E_{\beta} = \frac{dQ}{dA d\Omega} \quad (1.20)$$

比较(1.19)和(1.20)两式, 可知辐射强度 I_{β} 与方向辐射力 E_{β} 之间有如下关系

$$E_{\beta} = I_{\beta} \cos\beta \quad (1.21)$$

特别地, 当考虑空间表面在单位时间、单位面积向半球空间辐射 $0 \sim \infty$ 波长的总能量时, 常用半球辐射力(常简称辐射力) E 表示, 单位 W/m^2 , 那么 E 与 E_{β} 的关系是

$$E = \int_0^{2\pi} E_{\beta} d\Omega \quad (1.22)$$

1.2.2 物理辐射性能的表达

上面介绍了辐射能按空间分布和频率分布的特点。在工程实际中, 主要关心的是物体之间(如锅炉炉腔内的热烟气与水冷壁之间, 加热炉的炉墙与工件之间)的辐射换热, 因此还需要研究包括固体、液体和气体在内的物体的热辐射性能。

物体对外来的辐射能有吸收、反射和穿透的作用。这里引入吸收率、反射率和穿透率来定量描述这些作用。如图 1.5(a)所示, 物体收到外来的投射辐射, 其能量 Q_i , 物体吸收

了 Q_1 中的一部分能量 Q_a , 反射了一部分能量 Q_ρ , 还有 Q_τ 的能量穿透了该物体, 那么定义

$$\text{吸收率 } \alpha = Q_a / Q_1 \quad (1.23)$$

$$\text{反射率 } \rho = Q_\rho / Q_1 \quad (1.24)$$

$$\text{穿透率 } \tau = Q_\tau / Q_1 \quad (1.25)$$

从图 1.5(b) 的能量守恒关系可看出,

$$Q_1 = Q_a + Q_\rho + Q_\tau$$

因此有

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (1.26)$$

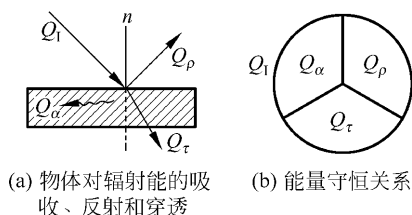


图 1.5 辐射能的吸收、反射和穿透

从上述定义可看出, 所谓吸收率、反射率和穿透率, 实际就是投射辐射被吸收、反射和穿透的份额。那么, 这三个份额又与什么条件有关呢?

从图 1.5 和式 (1.23)~式 (1.25) 可看出, 物体对外界投射的吸收、反射和穿透的行为, 与两个对象有关: 一是物体本身, 二是投射辐射。概括地说, 物体自身的性状, 包括物理性质、几何结构, 如物质种类、分子或原子排列特点、温度、表面粗糙程度等, 都会直接影响物体对外来投射的吸收、反射和穿透的能量。与此同时, 投射辐射的频率也直接影响物体的吸收、反射和穿透, 也就是说, 同一性状的物体, 对频率不同的投射辐射的吸收、反射和穿透的能力是不同的。

(1) 吸收行为。从量子力学的观点看, 物体对辐射的吸收, 本质上是构成物体的粒子 (一般是分子或原子) 在满足一定条件时吸收了外界的光子, 并且发生能级的跃迁。那么, 不同种类、不同温度和不同分子或原子结构的物体的微粒微观状态是不同的, 其吸收满足其能级之间能量差的光子频率即光子能量也是不同的, 因而吸收性能不同; 反之亦然。

(2) 反射行为。反射行为主要取决于表面的粗糙程度, 遵从反射定律。

(3) 穿透行为。穿透行为主要发生在气体介质中, 取决于介质对辐射的吸收能力和反射能力, 第 2 章将进一步论述。

根据热力学第三定律, 客观世界的一切物体的温度都大于 0K, 因此都存在热运动, 从而向外发射热辐射。为了描述不同物体在不同温度下发射热辐射的能量, 可以借助黑体的性质, 建立起发射率的概念。

从传热学中知道黑体就是对所有波长和各个方向的投射辐射完全吸收的物体,也就是说黑体对一切投射辐射的吸收率为 1。显而易见,与热力学中的理想气体概念一样,黑体也是一个理想化的概念,从物理本质上说,真正的黑体在自然界中并不存在。

定义一个物体在某一温度下的发射力 E 与同温度下黑体的发射力 E_b 之比为该物体在该温度下的发射率,用符号 ϵ 表示,即

$$\epsilon = E/E_b \quad (1.27)$$

实际物体的发射率 $0 < \epsilon < 1$ 。上式中 E_b 是黑体的发射力,由 1.1 节的 Planck 定律可以导出 E_b 的计算公式,详细内容见 1.3 节。

习惯上发射率也称黑度或辐射率。需要说明的是,虽然黑体看上去是黑的,但黑度作为一个抽象比较的物理量,它并不总是指黑度大的物体看起来黑,主要原因在于人眼只对可见光敏感,而热辐射还包括红外线等的波长范围。例如,52℃时炭黑的黑度为 0.95~0.99,看上去很黑;而 0℃时水的黑度高达 0.96~0.98,但看上去却一点不黑。

除了黑体以外,还可以引入几个理想化的概念。对各个方向、所有波长的辐射的穿透率为 1 的物体称为透明体;对各个方向、所有波长的辐射的反射率为 1 且符合镜面反射的物体则称为镜体,而符合漫反射的则称为白体。在工程计算误差允许范围内,常把实际物体抽象为几种理想化的物体,或者把这些理想物体当参比物,得到实际物体的某些宏观性质,以利于工程实际的应用,这是从物理理论向工程实际过渡的一种重要而常用的方法。例如,在工程实际中,把几乎不吸收热辐射从而也不发射热辐射的单原子、双原子气体(He 、 H_2 、 N_2 、 O_2)当作透明体处理,把只开一个小孔的封闭空腔当作黑体。

1.2.3 物体辐射性能的单色和方向表示

辐射能量是按空间和波长分布的,辐射能量的交换行为即辐射能的发射与吸收也与空间和波长有关。为了描述物体发射、吸收与波长的关系,引入黑度、吸收率的方向表示。根据发射率、吸收率的原始定义,很容易得到它们的单色、方向表示。

(1) 单色方向黑度 $\epsilon_{\lambda\beta}$ 指物体在 β 方向上单色辐射强度 $I_{\lambda\beta}$ 与同温度下黑体同波长的单色辐射强度 $I_{b\lambda}$ 之比,即

$$\epsilon_{\lambda\beta} = I_{\lambda\beta}/I_{b\lambda} \quad (1.28)$$

(2) 单色黑度 ϵ_λ 指物体某一波长 λ 的单色辐射力 E_λ 与同温度同波长的黑体单色辐射力 $E_{b\lambda}$ 之比,即

$$\epsilon_\lambda = E_\lambda/E_{b\lambda} \quad (1.29)$$

(3) 方向黑度 ϵ_β 指物体在 β 方向的辐射强度 I_β 与同温度黑体的辐射强度 I_b 之比,即

$$\epsilon_\beta = I_\beta/I_b \quad (1.30)$$

(4) 单色方向吸收率 $\alpha_{\lambda\beta}$ 指 β 方向上物体吸收的某一波长 λ 的单色辐射强度 $I_{\alpha\lambda\beta}$ 与同

方向同波长的投射辐射强度 $I_{\lambda\beta}$ 之比,即

$$\alpha_{\lambda\beta} = I_{a\lambda\beta} / I_{\lambda\beta} \quad (1.31)$$

(5) 单色吸收率 α_λ 指物体吸收的某一波长的单色辐射力 $E_{a\lambda}$ 与同波长的单色投射辐射力 E_{λ} 之比,即

$$\alpha_\lambda = E_{a\lambda} / E_\lambda \quad (1.32)$$

(6) 方向吸收率 α_β 指物体在 β 方向吸收的辐射强度 $I_{a\beta}$ 与同方向投射辐射强度 I_{β} 之比,即

$$\alpha_\beta = I_{a\beta} / I_\beta \quad (1.33)$$

1.3 热辐射的基本定律

从前两节的分析中可以看到,热辐射的能量是按波长和空间分布的,而 Planck 定律描述了黑体辐射能量按波长分布的规律,这个定律是整个辐射换热理论的基础。显然,只知道辐射能量按波长分布的规律还不够,还需要知道辐射能量按空间分布的规律,其基本规律由朗伯(Lambert)定律反映。此外,热辐射作为一种传热方式,在对其热量传递规律的分析与计算中,显然需要确定物体发射热辐射的本领和吸收热辐射的本领,这个关系则由基尔霍夫(Kirchhoff)定律来描述。本节主要介绍 Planck 定律的工程应用形式及有关推论,Lambert 定律和 Kirchhoff 定律。

1.3.1 Planck 定律及其推论

1.1 节中导出了黑体单色辐射能量密度公式(1.12):

$$u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

为了工程应用的方便,把上式用黑体单色辐射力 $E_{b\lambda}$ 来表示,根据热力学方法,可以得到

$$E_{b\lambda} = \frac{c}{4} u_\lambda \quad (1.34)$$

上式可由 $E_{b\lambda}$ 及 u_λ 的定义得出。把式(1.12)代入上式,得

$$E_{b\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)} \quad (1.35)$$

工程上为简化起见,引入 Planck 第一常数 $c_1 = 2\pi hc^2$, 其值为 $5.9553 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$; Planck 第二常数, $c_2 = hc/k$, 其值为 $1.4388 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$ 。那么,式(1.35)可改写为

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5 (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)} \quad (1.36)$$

式中, 波长 λ 的单位为 m ; 温度 T 的单位为 K 。

图 1.6 表示了不同温度下 $E_{\text{b}\lambda}$ 随 λ 变化的曲线。从图中可看到, 同一温度下 $E_{\text{b}\lambda}$ 随 λ 的增大, 至一个极大值而后又减小。这个规律由稍后讨论的维恩 (Wien) 位移定律描述。

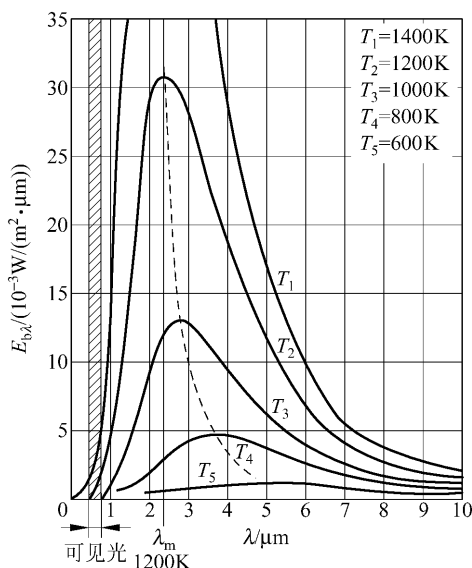


图 1.6 不同温度下黑体辐射力 $E_{\text{b}\lambda}$ 与波长 λ 的关系

上述 Planck 定律描述了真空中的黑体辐射, 对于非真空介质的黑体辐射, 只要把式 (1.35) 或式 (1.36) 中的真空中光速 c 换为相应介质下的光速 c' 即可。

对于 Planck 定律, 可以进行几点讨论, 并得到相应的推论。

(1) 在低频、高温的情况下, 如满足条件 $hc/\lambda kT \ll 1$, 则式 (1.35) 分母中的 $e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$ 可按级数展开:

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \frac{1}{2!} \left(\frac{hc}{\lambda kT} \right)^2 + \dots$$

因为 $\frac{hc}{\lambda kT} \ll 1$, 则可略去高次项, 保留一次项, 那么有

$$E_{\text{b}\lambda} = 2\pi k c \frac{T}{\lambda^4} \quad (1.37)$$

这就是瑞利-金斯 (Rayleigh-Jeans) 公式, 主要适用于红外区域。

(2) 在高频、低温的情况下, 如满足 $\frac{hc}{\lambda kT} \gg 1$, 则式 (1.35) 分母中的 $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \approx e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$, 那么: