

一种新的基于消失点的摄像机标定方法

胡培成 黎 宁 赵亮亮

(南京航空航天大学信息科学与技术学院, 南京, 210016, hupeicheng110@tom.com)

摘要：本文提出了一种利用正方形中两组相互正交方向的消失点进行摄像机标定的新方法。首先要求摄像机至少从三个不同的方向对正方形模板进行拍摄, 根据射影几何中的交比和调和共轭的性质, 计算出正方形中平行边方向和对角线方向的两对消失点。然后利用消失点与光心的连线平行于该组平行直线的性质, 线性求解摄像机全部内参数。实验结果表明, 本文所提方法不仅简单、方便、标定精度高, 而且因不涉及图像匹配, 无需知道正方形的大小和位置等几何信息而具有较好的实用性。

关键词：摄像机标定; 正方形; 射影几何; 消失点; 内部参数

A Novel Approach for Camera calibration Based on Vanishing Points

HU Pei-cheng, LI Ning, ZHAO Liang-Liang

(The College of Information Science and Technology of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016)

Abstract: A new method for camera calibration using two pairs of vanishing points of orthogonal directions on testing square is proposed in this paper. First, a camera is required to capture the template of the square from at least three shooting angles. Two vanishing points on parallel and diagonal directions on testing square are then determined by using the concept of cross ratio and harmonic conjugate in projective geometry. Second, all the intrinsic parameters can be calculated linearly based on parallel property of which a line of vanishing point connecting optical center runs parallel with the bunch of lines in the space. Experiment results have shown that the method proposed is not only simple, convenient and accurate, but also has the better practicality due to the method proposed is no image matching and no information about geometric information of squares such as size and position.

Keywords: camera calibration; square; projective geometry; vanishing point; intrinsic parameters

1 引 言

摄像机标定是计算机视觉中的一个基本问题, 是利用物体的二维图像获取三维信息的关键步骤, 它在机器人视觉导航、虚拟现实、三维重建等领域中有着广泛的应用。现有的摄像机标定方法大体可以分为传统的摄像机标定方法和摄像机自标定方法。传统的摄像机标定方法需要标定参照物, 即通

过拍摄一个事先已经确定好的三维几何形状的物体来进行标定, 也就是在一定的摄像机模型下, 标定参照物的尺寸、形状已知, 通过对其图像进行处理, 利用一系列数学变换和计算方法求取摄像机模型的内部参数和外部参数^[1-3]。自标定方法是指仅利用摄像机在运动过程中的周围环境及图像之间的对应关系来求取摄像机内参数的方法。从本质上说, 自标定方法都只是利用了摄像机内参数自身存在的约束, 这些约束与场景和摄像机的运动无关。自

1992 年 Hartley^[4]和 Faugeras^[5]首次提出摄像机自标定思想以来,这种方法已经成为计算机视觉领域的研究热点之一^[6-8]。

作为射影几何中一个非常重要的特征,消失点被广泛应用于摄像机标定^[9-12]。陈泽志提出了一种新的基于线性模型的相机标定方法^[9],该方法首先利用三点透视投影图、灭点和向量正交的性质来得到一组非线性方程,然后将其转换为线性方程组,最后高精度地求出全部内参数。该方法要求空间中有互相垂直的 3 组平行线,这个要求比较苛刻,而且此方法只能标定四参数模型。Liu Ying 等人提出了基于共面消失点的摄像机标定方法^[10],但是该方法要求制作精确定位的点阵模板,而且要求严格匹配图像点和模板点,过程比较复杂。胡钊政提出了一种仅利用一组相互正交方向的消失点来对摄像机进行标定的算法^[11],但是该方法根据一个模板图像只能得到一组相互垂直的消失点连线,这样至少要求拍摄 6 幅图像,而且该方法消失点求取的精度不高。由于以上方法存在一些不足,因此本文利用射影几何中的调和共轭理论高精度的求出消失点,并结合消失点对摄像机内参数的约束,给出了一种基于正方形模板的摄像机内参数求取方法。该方法充分利用了正方形对角线相互垂直的性质^[13],根据一幅图像可以得到两组相互正交的消失点连线,因此最少只要拍摄 3 幅图像就可以线性求取全部内参数,降低了标定的复杂度。此外,该方法对摄像机运动没有什么要求,也无须知道正方形的任何几何信息;不涉及图像匹配,避免了边缘检测和直线拟合所带来的误差,精度比较高。

2 基本原理

摄像机的成像模型通常可以用针孔模型来表示(图 1), (X_w, Y_w, Z_w) 表示空间点 P 的三维世界坐标, (X_c, Y_c, Z_c) 是同一点 P 在摄像机坐标系中的坐标。摄像机坐标系定义为:中心在 O_c 点(光学中心), z_c 轴与光轴重合, x_c 轴、 y_c 轴分别平行于 X 轴、 Y 轴。定义 OXY 平面为图像平面,则空间点与图像平面间构成理想的透视对应。 f 为理想成像系统的焦距, (u, v) 是计算机帧存图像坐标系中的坐标,单位是像素, (u_0, v_0) 为计算机图像中心坐标^[1]。

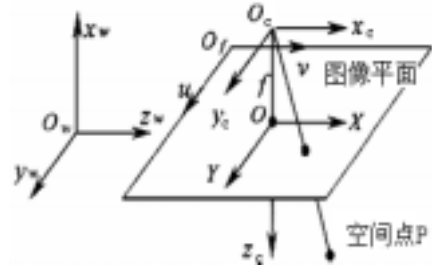


图 1 摄像机针孔模型

空间点 P 的三维坐标 $(X_w, Y_w, Z_w)^T$ 和其图像平面的像素点坐标 $(u, v)^T$ 之间的投影关系可表示为:

$$\alpha(u, v, 1)^T = M(X_w, Y_w, Z_w, 1)^T = K[R \quad T](X_w, Y_w, Z_w, 1)^T \quad (1)$$

式中 α 是任意常数, $(u, v, 1)^T$ 和 $(X_w, Y_w, Z_w, 1)^T$ 是相应的齐次坐标, M 是 3×4 的投影矩阵。其中

$$K = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

就是摄像机的内参数矩阵, R 和 T

分别表示摄像机坐标系在世界坐标系中的旋转矩阵和平移矩阵, 本文的摄像机标定方法主要就是求取内参数矩阵 K 。 (u_0, v_0) 是主点坐标, f_u, f_v 分别表示 u 和 v 方向上的焦距, 单位为像素, s 是描述图像平面两个轴之间的偏斜系数。

欧氏空间中平行直线永不相交,但在射影几何中两平行直线却交于无穷远处一点,该点在图像平面的投影点称为消失点。消失点有一个重要性质:连接消失点和摄像机光心 O 的连线与形成该消失点的空间平行线平行(图 2)。

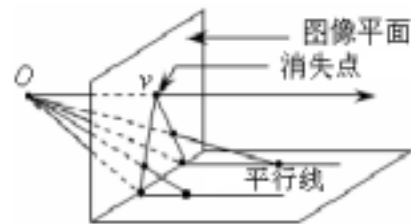


图 2 消失点的性质

3 摄像机内参数求解算法

3.1 由正方形模板确定消失点

设场景中有一正方形 ABCD, 如图 3(a) 所示, A、B、C、D 是正方形的四个顶点, E、F、G、H

分别是其四条边的中点， O 是正方形对角线的交点。AC、GH、DB、FE 方向的无穷远点分别是 $P_{1\infty}$ 、 $P_{2\infty}$ 、 $P_{3\infty}$ 、 $P_{4\infty}$ ，该模板的像如图 3(b) 所示。 A_m 、 B_m 、 C_m 、 D_m 、 E_m 、 F_m 、 G_m 、 H_m 、 O_m 分别是 A、B、C、D、E、F、G、H、O 的像点。 p_1 、 p_2 、 p_3 、 p_4 分别是 $A_m C_m$ 、 $G_m H_m$ 、 $D_m B_m$ 、 $F_m E_m$ 方向上的消失点。

根据射影几何中调和共轭理论^[14]，容易证明一条线段被它的中点和该直线上的无穷远点调和分割。因为 O 分别是 AC、DB、FE 和 GH 的中点，所以得到如下等式：

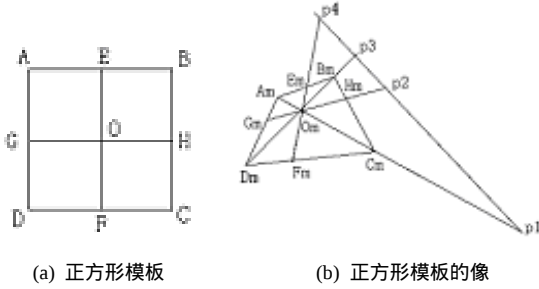


图 3 正方形模板及其图像平面的像

$$\begin{cases} (A, C; O, p_{1\infty}) = -1 \\ (G, H; O, p_{2\infty}) = -1 \\ (D, B; O, p_{3\infty}) = -1 \\ (F, E; O, p_{4\infty}) = -1 \end{cases} \quad (2)$$

根据射影变换相应顶点的对应性和交比不变性，我们可以得到^[12]：

$$\begin{cases} (A_m, C_m; O_m, p_1) = -1 \\ (G_m, H_m; O_m, p_2) = -1 \\ (D_m, B_m; O_m, p_3) = -1 \\ (F_m, E_m; O_m, p_4) = -1 \end{cases} \quad (3)$$

设 A_m 、 B_m 、 C_m 、 D_m 、 E_m 、 F_m 、 G_m 、 H_m 、 O_m 的坐标为 (u_A, v_A) ， (u_B, v_B) ， (u_C, v_C) ， (u_D, v_D) ， (u_E, v_E) ， (u_F, v_F) ， (u_G, v_G) ， (u_H, v_H) ， (u_O, v_O) ， p_1 、 p_2 、 p_3 、 p_4 的坐标分别是 (u_{p1}, v_{p1}) 、 (u_{p2}, v_{p2}) 、 (u_{p3}, v_{p3}) 和 (u_{p4}, v_{p4}) ，由式(3)解得下面一组等式：

$$\begin{aligned} u_{p1} &= \frac{u_O \times (u_A + u_C) - 2 \times u_A \times u_C}{2u_O - u_A - u_C} \\ v_{p1} &= \frac{v_O \times (v_A + v_C) - 2 \times v_A \times v_C}{2v_O - v_A - v_C} \\ u_{p2} &= \frac{u_O \times (u_G + u_H) - 2 \times u_G \times u_H}{2u_O - u_G - u_H} \\ v_{p2} &= \frac{v_O \times (v_G + v_H) - 2 \times v_G \times v_H}{2v_O - v_G - v_H} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{p3} &= \frac{u_O \times (u_B + u_D) - 2 \times u_B \times u_D}{2u_O - u_B - u_D} \\ v_{p3} &= \frac{v_O \times (v_B + v_D) - 2 \times v_B \times v_D}{2v_O - v_B - v_D} \\ u_{p4} &= \frac{u_O \times (u_E + u_F) - 2 \times u_E \times u_F}{2u_O - u_E - u_F} \\ v_{p4} &= \frac{v_O \times (v_E + v_F) - 2 \times v_E \times v_F}{2v_O - v_E - v_F} \end{aligned} \quad (4)$$

在正方形的图像平面上检测出点 A、B、C、D、E、F、G、H、O 的坐标后，代入(4)即可求出两组正交方向消失点的坐标。

3.2 摄像机内参数的线性求解方法

假设空间中存在一对正交的平行线段，它们的无穷远点分别为 $P_{1\infty}$ 、 $P_{2\infty}$ ，相应的消失点为 p_1 、 p_2 。根据成像原理可得：

$$\begin{cases} \alpha_1 p_1 = K[R \ T]P_{1\infty} \\ \alpha_2 p_2 = K[R \ T]P_{2\infty} \end{cases} \quad (5)$$

由消失点的重要性质可知光心和消失点的连线方向与无穷远点的坐标矢量方向一致，则光心 O 与 $P_{1\infty}$ 的连线和 O 与 $P_{2\infty}$ 的连线相互垂直，因此可以得到下面一个通用的等式：

$$\begin{aligned} p_1^T K^{-T} K^{-1} p_2 &= \alpha_1 P_{1\infty}^T [R \ T]^T \alpha_2 [R \ T] P_{2\infty} \\ &= \alpha_1 \alpha_2 P_{1\infty}^T P_{2\infty} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

对于本文的正方形模板可以得到下面一组等式：

$$\begin{cases} p_1^T K^{-T} K^{-1} p_3 = 0 \\ p_2^T K^{-T} K^{-1} p_4 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

令 $C = K^{-T} K^{-1}$ ，则 C 的真实含义是无穷远平面上绝对二次曲线在图像平面上的像。注意到 C 是一个对称矩阵，包含 6 个未知量。将(7)写成线性方程形式：

$$\begin{cases} u_{p1} u_{p3} C_1 + (v_{p1} u_{p3} + u_{p1} v_{p3}) C_2 + (u_{p1} + u_{p3}) C_3 \\ + v_{p1} v_{p3} C_4 + (v_{p1} + v_{p3}) C_5 + C_6 = 0 \\ u_{p2} u_{p4} C_1 + (v_{p2} u_{p4} + u_{p2} v_{p4}) C_2 + (u_{p2} + u_{p4}) C_3 \\ + v_{p2} v_{p4} C_4 + (v_{p2} + v_{p4}) C_5 + C_6 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

对正方形模板从不同位置拍摄 N 幅图像，建立 N 组类似于(8)的方程 $A_{2N \times 6} C_{6 \times 1} = 0$ ，其中 $C_{6 \times 1} = [C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6]^T$ 。当 $N \geq 3$ 时，可以用最小二乘法求解出 $C_{6 \times 1}$ ，方程的解是将矩阵 $A_{2N \times 6}$ 奇异值分解时所对应的第 6 列奇异向量。

一旦计算出 $C_{6 \times 1}$, 矩阵 C 就可以得到, 进一步就可以求解出所有的内部参数。通过矩阵 C 计算内部参数的常用方法是对矩阵 C 进行乔里斯基 (Cholesky) 分解, 先分解出 K^{-1} , 然后再对 K^{-1} 求逆得到 K , 但是这个方法计算比较复杂, 而且精度不是很高。本文采用的是 Zhang 提出的方法^[3], 即通过矩阵 C 逐个求解摄像机内参数的方法。内部参数的计算公式如下:

$$\begin{cases} v_0 = (C_2 C_3 - C_1 C_5) / (C_1 C_4 - C_2^2) \\ \lambda = C_6 - [C_3^2 + v_0 (C_2 C_3 - C_1 C_5)] / C_1 \\ f_u = \sqrt{\lambda / C_1} \\ s = -C_2 f_u^2 f_v^2 / \lambda \\ f_v = \sqrt{\lambda [C_1 / (C_1 C_4 - C_2^2)]} \\ u_0 = s v_0 / f_u - C_3 f_u^2 / \lambda \end{cases} \quad (9)$$

4 实验结果

为了验证算法的有效性, 我们进行了一系列实验。使用的是 Canon Power Shot G5 数码相机, 利用地面的正方形地砖作为标定模板, 拍摄时尽量使模板充满整个图像平面, 图像分辨率为 1600×1200 。我们对正方形模板从不同角度拍摄了 15 幅图像, 由于篇幅的原因, 只给出其中的三幅图像, 如图 4 所示。图中 A、B、C、D、E、F、G、H 分别表示正方形的 4 个顶点以及四条边上的中点, O 表示的是正方形的中心点。我们将 15 幅图片分成 5 组, 每组分别做 10 次实验, 将 10 次实验结果取均值作为一组结果。



图 4 数码相机拍摄的三幅图像

获得不同角度拍摄的图像之后, 主要的步骤就是求取正方形的角点 A、B、C、D、E、F、G、H、O。角点提取一般都是通过边缘检测和直线拟合方法来完成的, 即首先用 Canny 算子进行边缘检测, 然后对结果进行霍夫 (Hough) 变换, 通过拟合出的直线参数来求得直线的方程, 再求取直线的交点。

由于噪声对霍夫变换和边缘检测的影响比较大, 使得上述这种角点提取方法有局限性。这种方法一般适用于在白色背景上打印出少量直线和曲线的情况, 此时模板图像上仅含有极少量的噪声点。而在噪声点很多的情况下, 该方法计算的误差会比较大。为了降低误差, 我们采用手工操作提取角点的方法。对每个角点手工操作 3 次, 然后将 3 次结果取平均值作为该角点的图像坐标。提取出角点之后, 根据前述算法求解出摄像机内参数, 5 组摄像机内部参数标定结果见表 1。

表 1 摄像机内部参数标定结果

内参数	第一组	第二组	第三组	第四组	第五组	运算结果
f_u	1641.1	1639.1	1607.7	1619.8	1644.7	1630.48
f_v	1680.3	1646.5	1645.2	1601.9	1645.4	1643.86
u_0	798.9	801.6	755.9	861.3	801.6	803.86
v_0	592.8	576.7	640.5	558.1	564.5	586.52
s	2.7	0.7	-36	63.4	0.7	6.3

为了比较算法的优越性, 对文献^[11]中的算法进行了仿真, 并用图 4 中的图片进行标定, 比较结果如表 2 所示。

表 2 本文方法和文献^[11]中标定方法计算结果的比较

两种方法	f_u	f_v	u_0	v_0	s
本文方法	1630.48	1643.86	803.86	586.52	6.3
文献 ^[11] 方法	1642.3	1621.55	790.8	557.25	11.3

从两组数据的比较可以看出, 本文方法计算出来的偏斜系数 s 是比较理想的, u_0 、 v_0 相对于文献中直线特征方法更加接近标准值。因此本文的方法计算误差更小, 更加有效, 具有优越性。

为了验证算法的高精度性, 我们做了一组对比实验, 文献^[9]中所使用的模拟相机内参数为 $f_u=400$, $f_v=600$, $u_0=50$, $v_0=50$ 。将文献^[9]中的消失点坐标代入本文方法, 求解出模拟图像的摄像机内参数。表 3 给出了两种方法运算结果的比较 (由于文献中的方法只能标定四参数模型, 不能标定出 s , 所以我们只比较 4 个参数)。从表 3 的比较结果可以看出, 在消失点坐标相同的情况下, 本文提出的方法比文献中的方法计算结果更精确, 误差更小。

表 3 本文方法和文献^[9]中标定方法计算结果的比较

两种方法		u_0	v_0	f_u	f_v
文献方法	1.2	50.12	49.38	396.13	594.43
	1.4	48.77	51.23	397.50	569.45
	2.4	52.46	51.66	452.37	537.16
本文方法	1.2	49.7974	50.2324	400.7843	598.3289
	1.4	49.8200	50.1943	400.9321	598.0647
	2.4	50.0049	50.0019	399.9883	599.9878

5 结论

本文从消失点知识入手,结合射影几何中的交比和调和共轭的一些性质,提出了一种新的摄像机内参数求取方法,该方法不需要知道正方形的尺寸和位置信息,只需要对正方形从不同位置拍摄 3 幅图片,就可以线性求解出摄像机的所有内部参数。该方法减少了摄像机的运动次数,过程简单,不涉及图像匹配和直线拟合。大量的实验证明了本文方法的高精度性和有效性。

参 考 文 献

- [1] 马颂德,张正友.计算机视觉——计算理论与算法基础[M]. 北京:科学出版社,1998:52-56.
- [2] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses[J].IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3 (4):323-344
- [3] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11):1330-1334.
- [4] Hartley R. Estimation of relative camera positions for uncalibrated cameras[A]. In: Sandini G, ed. Proceedings of the ECCV. NLCS 588, Springer-Verlag, 1992. 579~387.
- [5] Maybank SJ, Faugeras OD. A theory of self-calibration of a moving camera. International Journal of Computer Vision, 1992,8(2):123~151.
- [6] 雷 成,吴福朝,胡占义.Kruppa 方程与摄像机自标定[J]. 自动化学报,2001,27(5): 621-630.
- [7] Wang G H, Hu Z Y, Wu F C. Novel approach to circular points based camera calibration[A]. Proceedings of the 2nd International Conference of Image and Graphics[C]. Hefei SPIE vol.4875, 2002: 830-837.
- [8] 张维勇,王 征,翟 鸣,等.基于射影不变量的摄像机自标定方法[J].中国图象图形学报,2005, 10(11),1432-1435
- [9] 陈泽志,吴成柯.一种新的手提相机自标定方法[J]. 中国图象图形学报,2003,8(3): 341-346.
- [10] Liu Y, Wu YX, Wu M P, et al. Planar Vanishing Points Based Camera Calibration[A]. Proceedings of the Third International Conference on Image and Graphics[C]. Los Alamitos, Calif: IEEE Computer Society,2004, 460-463
- [11] 胡钊政,谈 正.一种基于二消失点的摄像机自标定新算法[J].空间电子技术,2005,(1): 42-46.
- [12] 王 年,范益政,梁 栋,等.一种基于等腰梯形的摄像机自标定方法[J].东南大学学报,2005,35(2):195-198
- [13] R. I. Hartley and A. Zisserman, Multiple View Geometry in Computer Vision. Cambridge : Cambridge University Press , 2004 : 228-229
- [14] 钟 集,唐素兰,叶木秀.高等几何(第二版)[M]. 武汉:武汉大学出版社,2005:50-54.