第 3 章　电阻电路分析

本章讨论复杂线性电阻电路的分析方法，这些方法可用于第 7 章对正弦稳态电路的分析。

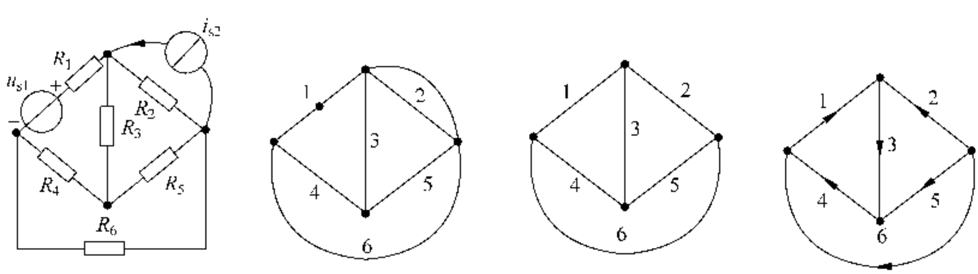
3.1　KVL 和 KCL 方程的独立性

3.1.1　电路的图

一个图是节点和支路的一个集合，每条支路的两端都连接到相应的节点上。节点和支路各自是一个整体，但任何一条支路必须终止在节点上。移去一条支路并不意味着同时把它连接的节点也移去，所以允许有孤立的节点存在。若移去一个节点，则应当把与之连接的全部支路都同时移去。电路的“图”是指把电路中每一条支路画成抽象的线段，形成一个节点和支路的集合。显然电路中由具体元件构成的支路和节点与上述图论中关于节点和支路的概念是不同的，电路中的支路是具体的，节点是支路的汇集点。

任何一个二端元件都构成一个支路，不过一般情况下，人们习惯于将串联元件的组合作为一条支路来处理。有些情况下，人们也会把某些并联的元件作为一个支路来处理。

图 3.1(b)是图 3.1(a)所示电路的图。如果把电流源和电阻的并联看做一个非理想源的话，它们就可作为一个支路来处理，这样，它的图就可用图 3.1(c)来表示。如果将支路上电流的参考方向标在图上，如图 3.1(d)所示，就构成了“有向图”，没有给支路赋予方向的图称为“无向图”，图 3.1(b)、图 3.1(c)就是无向图。



(a) 电路图　(b) 电路的无向图　(c) 简化后电路的无向图　(d) 电路的有向图

图 3.1　电路和电路的图

从一个图的某个节点出发，沿着一些支路移动，从而到达另一个节点(或回到原出发点)，这样的一系列支路就构成图的一条路径。如果一条路径的起点和终点重合，且经过的其他节点都相异，这条闭合路径就构成一个回路。例如，图 3.1(a)、图 3.1(d)中支路 1-2-3-4 就构成一个回路。该电路中共有 7 个回路，读者可自己一一找出。如果回路中存在未被其他回

路包含的支路，该回路就被称为独立回路，电路中的独立回路个数总是远少于回路个数。

如果把一个图画在平面上，能使它的各条支路除节点外不再交叉，这样的图称为平面图。在平面图中，可以引进网孔的概念。平面图的一个网孔是它的一个自然“孔”，它所限定的区域内不再有支路。例如，图 3.1(d)中，支路 1-2-5 就构成一个网孔，而支路 1-2-3-4 就不构成网孔。平面图的全部网孔就是一组独立回路，所以平面电路的网孔个数就是独立回路的个数。

3.1.2 KCL 方程的独立性

图 3.2 是一个不能通过简单的串、并联分析来求解的复杂电路，电路中有 6 个支路，4 个节点。根据 KCL，可以列出 4 个节点方程，对节点 1，有

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \tag{3.1}$$

对节点 2，有

$$i_2 - i_4 - i_5 = 0 \tag{3.2}$$

对节点 3，有

$$i_3 + i_5 + i_6 = 0 \tag{3.3}$$

对节点 4，有

$$i_4 - i_1 - i_6 = 0 \tag{3.4}$$

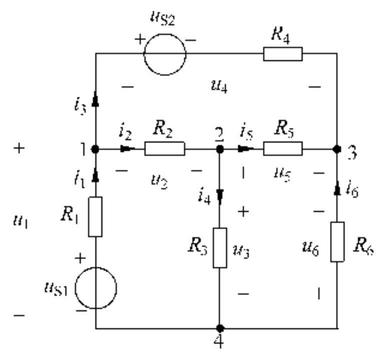


图 3.2 电路的节点和回路

研究公式(3.1)～公式(3.4)可以发现，这四个方程只有三个是独立的，也就是说四个方程中的任何一个都可由其他三个方程得到，因此该电路有三个独立的节点。可以证明，对于有 n 个节点的任意一个电路，其独立节点有 $n-1$ 个，或者说可以列 $n-1$ 个独立的 KCL 方程。

3.1.3 KVL 方程的独立性

这里仍以图 3.2 所示为例，7 个回路的 KVL 方程如下

$$u_2 + u_5 - u_4 = 0 \tag{3.5}$$

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0 \tag{3.6}$$

$$u_3 - u_5 + u_6 = 0 \tag{3.7}$$

$$u_1 - u_2 - u_5 + u_6 = 0 \tag{3.8}$$

$$u_1 - u_4 + u_6 = 0 \tag{3.9}$$

$$u_1 - u_3 + u_5 - u_4 = 0 \tag{3.10}$$

$$u_2 + u_3 - u_4 + u_6 = 0 \tag{3.11}$$

研究公式(3.5)～公式(3.11)可以发现，这七个方程只有三个是独立的，也就是说七个方程中的任何四个都可由其他三个方程独立得到。另外，根据网孔的定义，图 3.2 中有三个网孔，或者说有三个独立回路，因此它共有三个独立的 KVL 方程。可以证明，一个有 n 个节点、m 条支路的电路，其独立回路数为 $m-n+1$ 个。图 3.2 中有 6 条支路，4 个节点，因此其独立回路数为 $6-4+1=3$ 个，由于该电路属于平面电路，因此其网孔数就是其独立回路

数，也是其独立 KVL 方程的个数。

3.2 支路电流法

对有 b 条支路 n 个节点的电路，最直观的求解方法就是将每个支路上的电流和电压都设为未知量，共 $2b$ 个未知量。根据欧姆定律列出 b 个方程，根据 KCL 列出 $n-1$ 个独立节点方程，根据 KVL 列出 $b-n+1$ 个独立回路方程，共 $2b$ 个方程。这种由 $2b$ 个方程求解 $2b$ 个未知量的方法就是 $2b$ 法。如果只将支路电流设为未知量，即设 b 个未知量，然后列出 b 个基尔霍夫定律方程，这种求解方法称为支路电流法。下面分别介绍这两种方法。

3.2.1 2*b* 法

这里仍以图 3.2 所示为例，为方便起见，将其重画于图 3.3 中，图中有 6 条支路，4 个节点，每个支路的电流电压如图 3.3 所示。电路中有三个独立节点，设 1、2、3 为独立节点，4 为参考节点，则其独立节点的 KCL 方程为式(3.1)～式(3.3)。电路中有三个网孔，其 KVL 方程为式(3.5)～式(3.7)。根据欧姆定律，各支路上的电流-电压的关系为

$$u_1 = u_{S1} - i_1 R_1 \tag{3.12}$$

$$u_2 = i_2 R_2 \tag{3.13}$$

$$u_3 = i_4 R_3 \tag{3.14}$$

$$u_4 = u_{S2} + i_3 R_4 \tag{3.15}$$

$$u_5 = i_5 R_5 \tag{3.16}$$

$$u_6 = i_6 R_6 \tag{3.17}$$

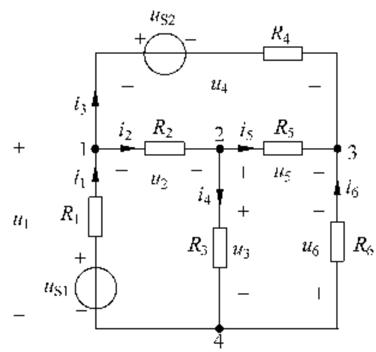


图 3.3 图 3.2 的重画

将式(3.1)～式(3.3)、式(3.5)～式(3.7)、式(3.12)～式(3.17)共 12 个方程联立，即可求出 $i_1 \sim i_6$、$u_1 \sim u_6$ 这 12 个未知量。

在用 $2b$ 法求解电路的过程中可以看到，该电路需求解一个 12 元一次方程组，求解过程很烦琐，因此在实际电路的求解中很少使用 $2b$ 法。

3.2.2 支路电流法

如果不将支路电压设为未知量，而是根据欧姆定律将式(3.5)～式(3.7)中的电压用式(3.12)～式(3.17)所示的电压代替，即

$$u_2 + u_5 - u_4 = 0 \quad u_1 + u_2 + u_3 = 0 \quad u_3 - u_5 + u_6 = 0$$

$$u_1 = u_{S1} - i_1 R_1 \quad u_2 = i_2 R_2 \quad u_3 = i_4 R_3 \quad u_4 = u_{S2} + i_3 R_4 \quad u_5 = i_5 R_5 \quad u_6 = i_6 R_6$$

$$i_2 R_2 + i_5 R_5 - u_{S2} - i_3 R_4 = 0 \tag{3.18}$$

$$u_{S1} - i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_4 R_3 = 0 \tag{3.19}$$

$$i_4 R_3 - i_5 R_5 + i_6 R_6 = 0 \tag{3.20}$$

将式(3.1)～式(3.3)、式(3.18)～式(3.20)联立，即可求出 $i_1 \sim i_6$ 6 个支路电流。这个方法

比 $2b$ 法少了 6 个未知量，要求解的方程组是一个 6 元一次方程组，比 $2b$ 法简单得多，但未知量的个数仍较多，求解仍比较烦琐，为此将利用 KCL 和 KVL 继续减少未知量的个数，以方便求解，这就是后面要讲到的节点电压法和网孔电流法。

例 3.1 电路如图 3.4 所示，已知：$u_{S1}=2\text{V}$，$u_{S2}=6\text{V}$，$R_1=1\text{k}\Omega$，$R_2=1\text{k}\Omega$，$R_3=2\text{k}\Omega$，求各支路的电流。

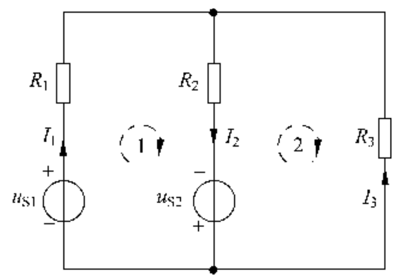


图 3.4 例 3.1 用图

解 该电路有三条支路，两个节点，因此电路有 2−1=1 个独立节点，可列一个独立 KCL 方程，有 3−2+1=2 个独立回路(网孔)，可列 2 个 KVL 方程。

根据 KCL，有

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

设电路中箭头的方向是电位升的方向，对网孔 1，则有

$$u_{S1} - I_1R_1 - I_2R_2 + u_{S2} = 0$$

对网孔 2，则有

$$-u_{S2} + I_2R_2 + I_3R_3 = 0$$

联立以上三个方程，有

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ 2 - I_1 - I_2 + 6 = 0 \\ -6 + I_2 + 2I_3 = 0 \end{cases}$$

解得：$I_1=3.6\text{mA}$；$I_2=4.4\text{mA}$；$I_3=0.8\text{mA}$。

由以上分析可见，用支路电流法求解电路可按以下步骤进行：①设定各支路的电流及其参考方向；②确定网孔(或独立回路)个数，并设定网孔的绕向；③确定独立节点和参考节点；④根据基尔霍夫定律列独立节点的 KCL 方程和网孔的 KVL 方程；⑤将各方程联立求解。

注意，网孔的绕向既可以代表电位升的方向，也可以代表电位降的方向，读者可以根据自己的习惯设定，但同一个电路中的网孔其绕向应具有相同的含义，以免混淆出错。

3.3 网孔电流法

网孔电流法是以网孔电流作为电路的独立变量，它仅适用于平面电路。

3.3.1 网孔电流及网孔方程

在图 3.5 所示电路中，有三条支路，两个节点，两个网孔。假设三条支路的电流分别为 i_1、i_2 和 i_3，根据基尔霍夫定律，有

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \tag{3.21}$$

即

$$i_2 = i_1 - i_3 \tag{3.22}$$

可见 i_2 可由 i_1 和 i_3 决定。假设有两个电流 i_{m1}(等于 i_1)和 i_{m2}(等于 i_3)分别沿两个网孔流动,由于流过左边支路的电流只有 i_{m1},因此该支路电流仍为 i_1;流过右边支路的电流只有 i_{m2},因此该支路电流仍为 i_3;中间的一个支路有两个网孔电流流过,因此该支路的电流为 $i_{m1}-i_{m2}=i_1-i_3=i_2$。这两个假设的电流 i_{m1} 和 i_{m2} 称为网孔电流,由于把各支路电流看做相关网孔电流的代数和,因此各支路电流会自动满足 KCL,所以用网孔电流做变量时,只需按 KVL 列出网孔方程即可。由于全部网孔是一组独立回路,因此各网孔方程均为独立方程。

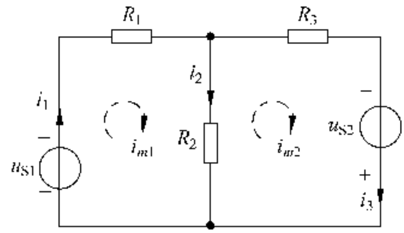


图 3.5　网孔及网孔电流

以网孔电流为未知量,根据 KVL 对全部网孔列出方程,利用这种方法求解电路的方法称为网孔电流法。

对网孔 1,有

$$R_1 i_{m1} + R_2(i_{m1} - i_{m2}) = u_{S1} \tag{3.23}$$

或

$$(R_1 + R_2)i_{m1} - R_2 i_{m2} = R_{11} i_{m1} + R_{12} i_{m2} = u_{S1} \tag{3.24}$$

式(3.24)中$(R_1+R_2)=R_{11}$称为网孔 1 的自阻,$-R_2=R_{12}$称为网孔 1 和网孔 2 的互阻,u_{S1}为网孔 1 中的电压源电压,当 i_{m1} 从 u_{S1} 的正极流出流向负极时 u_{S1} 取正,否则取负。

同理可得到网孔 2 的方程为

$$(R_2 + R_3)i_{m2} - R_2 i_{m1} = R_{21} i_{m1} + R_{22} i_{m2} = u_{S2} \tag{3.25}$$

联立方程(3.24)和(3.25)即可求解网孔电流,并由此求得电路中的支路电流和电压。

对于含有 n 个网孔的电路,其网孔方程可表示为

$$\begin{cases} R_{11} i_{m1} + R_{12} i_{m2} + R_{13} i_{m3} + \cdots + R_{1n} i_{mn} = u_{S11} \\ R_{21} i_{m1} + R_{22} i_{m2} + R_{23} i_{m3} + \cdots + R_{2n} i_{mn} = u_{S22} \\ \cdots \\ R_{n1} i_{m1} + R_{n2} i_{m2} + R_{n3} i_{m3} + \cdots + R_{nn} i_{mn} = u_{Snn} \end{cases} \tag{3.26}$$

通过分析网孔方程(3.26),不难得到如下结论:①自阻(R_{kk})总是正的;②如果所有网孔电流都同时为顺时针方向(或同时为逆时针方向),则网孔方程中的互阻总是负值或零(没有共同支路或共同支路上只有理想电压源);③如果电路中不存在受控源,则网孔 k 和网孔 p 的互阻是相同的,即 $R_{kp}=R_{pk}$;④网孔中有多个电压源时,网孔方程右端是该网孔中各电压源电压的代数和。

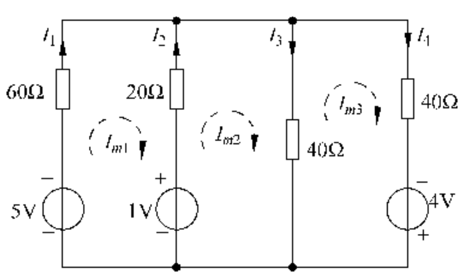


图 3.6　例 3.2 用图

例 3.2　电路如图 3.6 所示,求各支路的电流。

解　该电路有三个网孔,设其网孔电流的大小和方向如图 3.6 所示,由图可见,各网孔的自阻、互阻及等效电源电压为

$R_{11}=60+20=80(\Omega)$， $R_{12}=-20(\Omega)$， $R_{13}=0(\Omega)$， $u_{S11}=5-1=4(V)$

$R_{22}=20+40=60(\Omega)$， $R_{21}=-20(\Omega)$， $R_{23}=-40(\Omega)$， $u_{S22}=1(V)$

$R_{33}=40+40=80(\Omega)$， $R_{32}=-40(\Omega)$， $R_{31}=0(\Omega)$， $u_{S33}=4(V)$

因此该电路的网孔方程为

$$\begin{cases}80I_{m1}-20I_{m2}=4\\-20I_{m1}+60I_{m2}-40I_{m3}=1\\-40I_{m2}+80I_{m3}=4\end{cases}$$

解得：$I_{m1}=0.0786(A)=76.8(mA)$；$I_{m2}=0.1143(A)=114.3(mA)$；$I_{m3}=0.1071(A)=107.1(mA)$

因此各支路电流为

$I_1=I_{m1}=78.6(mA)$， $I_2=I_{m2}-I_{m1}=37.5(mA)$

$I_3=I_{m2}-I_{m3}=7.2(mA)$， $I_4=I_{m3}=107.1(mA)$

例 3.3 电路如图 3.7 所示，求各支路的电流。

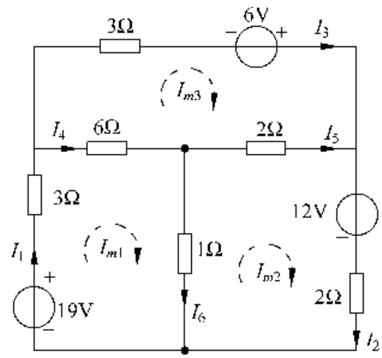


图 3.7 例 3.3 用图

解 该电路有三个网孔，设其网孔电流的大小和方向如图 3.7 所示，由图可见，各网孔的自阻、互阻及等效电源电压为

$R_{11}=3+6+1=10(\Omega)$， $R_{12}=-1(\Omega)$， $R_{13}=-6(\Omega)$， $u_{S11}=19(V)$

$R_{22}=1+2+2=5(\Omega)$， $R_{21}=-1(\Omega)$， $R_{23}=-2(\Omega)$， $u_{S22}=-12(V)$

$R_{33}=3+6+2=11(\Omega)$， $R_{32}=-2(\Omega)$， $R_{31}=-6(\Omega)$， $u_{S33}=6(V)$

因此该电路的网孔方程为

$$\begin{cases}10I_{m1}-I_{m2}-6I_{m3}=19\\-I_{m1}+5I_{m2}-2I_{m3}=-12\\-6I_{m1}-2I_{m2}+11I_{m3}=6\end{cases}$$

解得：$I_{m1}=3(A)$；$I_{m2}=-1(A)$；$I_{m3}=2(A)$

因此各支路电流为

$I_1=I_{m1}=3(A)$， $I_2=I_{m2}=-1(A)$， $I_3=I_{m3}=2(A)$

$I_4=I_{m1}-I_{m3}=1(A)$， $I_5=I_{m2}-I_{m3}=-3(A)$， $I_6=I_{m1}-I_{m2}=4(A)$

网孔电流法应用熟练后，不必将自阻、互阻和等效电源电压值一一求出后再列方程，可以将自阻、互阻和等效源的表达式直接代入式(3.26)列出方程即可。

3.3.2 含无伴流源电路的网孔方程

当一条支路只含电流源而没有与之并联的电阻，或只含电压源而没有与之串联的电阻时，这类电源就称为无伴源。对网孔电流法求解电路时，无伴压源对电路方程没有影响。这里以例 3.4 和例 3.5 来说明对无伴流源的处理。

例 3.4 电路如图 3.8(a)所示，求 5Ω 电阻消耗的功率。

解 电路图 3.8(a)中 2A 的电流源与其右边的 1Ω、50V 构成的支路为并联关系，交换这两个支路的位置，对电路中各支路的电流、电压没有影响，因此可将图 3.8(a)变为图 3.8(b)。在图 3.8(b)中，2A 的电流源只有网孔电流 I_{m3} 流过，因此 $I_{m3}=-2A$。假设三个网孔及其电

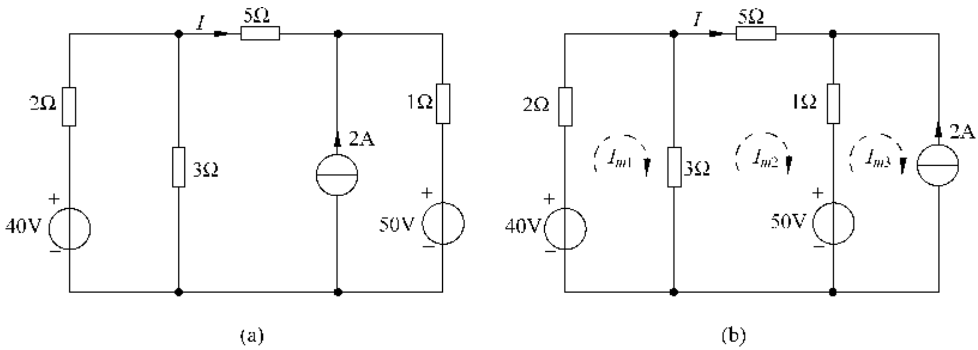


图 3.8　例 3.4 用图

流如图 3.8(b)所示，则电路的网孔方程为

$$\begin{cases}(2+3)I_{m1}-3I_{m2}=40\\-3I_{m1}+(3+5+1)I_{m2}-1\times I_{m3}=-50\\I_{m3}=-2\end{cases}$$

解得：$I_{m1}=5.67\text{A}$；$I_{m2}=-3.89\text{A}$。

因此 $I=I_{m2}=-3.89\text{A}$，5Ω 电阻消耗的功率为

$$P=I^2R=(-3.89)^2\times 5=75.6(\text{W})$$

由此可见，通过电路的变换，使无伴流源所在的支路只有一个网孔电流流过时，电路的网孔方程可以变得更简单，对例题 3.4 而言，可以直接将电路中的 I_{m3} 用 -2A 表示。

例 3.5　电路如图 3.9 所示，求电流源提供的功率。

解　0.1A 的电流源为无伴流源，应用网孔电流法时，其核心是各网孔所含支路的电压代数和为 0，对网孔 2 和网孔 3，无伴源两端的电压是未知量，因此需要设定无伴源的端电压，如图 3.9 所示。电路的网孔方程如下：

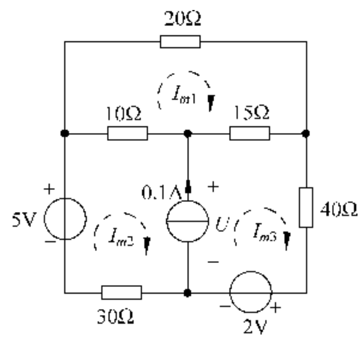


图 3.9　例 3.5 用图

$$\begin{cases}(20+10+15)I_{m1}-10I_{m2}-15I_{m3}=0\\-10I_{m1}+(30+10)I_{m2}=5-U\\-15I_{m1}+(15+40)I_{m3}=U-2\end{cases}$$

辅助方程为

$$-I_{m2}+I_{m3}=0.1$$

将网孔方程和辅助方程联立，可得：$I_{m1}=0.02191(\text{A})=21.91(\text{mA})$，$I_{m2}=-0.02055(\text{A})=-20.55(\text{mA})$，$I_{m3}=0.07945(\text{A})=79.45(\text{mA})$

根据 KVL，对网孔 3，有

$$U=(I_{m3}-I_{m1})\times 15+2+I_{m3}\times 40=6.04(\text{V})$$

因此电流源提供的功率为

$$P=0.1\times 6.04=0.604(\text{W})$$

由以上分析可见，电路中含有无伴流源时，可先设定无伴流源两端的电压，列网孔方程时将该电压视为独立压源的电压，然后再列出与流源相关的辅助方程，将网孔方程与辅助方

程联立即可求解电路中的未知量。

3.3.3 含受控源电路的网孔方程

当电路中含有受控源时，可将受控源视为独立源，并根据受控源的控制量列出辅助方程，将辅助方程与网孔方程联立即可求解电路中的未知量。受控源是无伴流源时可按例 3.4、例 3.5 的方法处理。

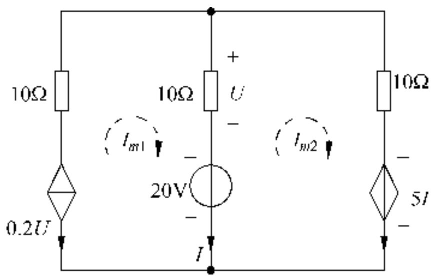


图 3.10 例 3.6 用图

例 3.6 电路如图 3.10 所示，求电流 I。

解 电路中有两个网孔，其中受控流源为无伴源，因此有 $I_{m1}=-0.2U$，电路的网孔方程为

$$I_{m2}(10+10)-10I_{m1}=20-5I$$

辅助方程为

$$\begin{cases} I_{m1}=-0.2U \\ U=10I \\ I_{m1}-I_{m2}=I \end{cases}$$

将辅助方程与网孔方程联立，可得：$I=-0.57\text{A}$。

例 3.7 电路如图 3.11 所示，电路哪些元件提供功率？各提供多少功率？

解 $0.2U_1$ 的受控源是无伴源，因此有 $I_{m3}=0.2U_1$。

电路的网孔方程为

$$\begin{cases} (17.5+5+2.5)I_{m1}-5I_{m2}-2.5I_{m3}=0 \\ (5+7.5)I_{m2}-5I_{m1}-7.5I_{m3}=125-50 \end{cases}$$

辅助方程为

$$\begin{cases} I_{m3}=0.2U_1 \\ U_1=5(I_{m2}-I_{m1}) \end{cases}$$

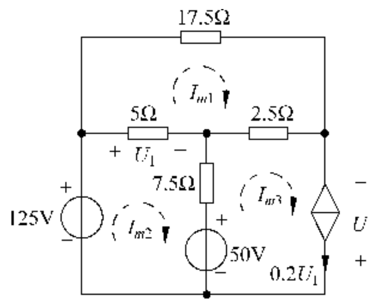


图 3.11 例 3.7 用图

将网孔方程和辅助方程联立，可得 $I_{m1}=3.6\text{A}$；$I_{m2}=13.2\text{A}$；$I_{m3}=9.6\text{A}$；$U_1=48\text{V}$。

因为 $I_{m2}>0$，所以 125V 的电压源提供功率。

因为 $I_{m2}-I_{m3}>0$，所以 50V 的电压源吸收功率。

$0.2U_1$ 的受控源的端电压为 $U=2.5\times(I_{m3}-I_{m1})+7.5\times(I_{m3}-I_{m2})-50=-62(\text{V})$，所以该受控源吸收功率。

由以上分析可见，只有 125V 的电压源提供功率，它提供的功率为

$$P=125\times I_{m2}=125\times 13.2=1650(\text{W})$$

综合以上分析可以看出，用网孔电流法分析电路可按以下步骤进行：①确定网孔个数，并设定网孔电流；②如果电路中含无伴流源，可设定无伴流源的端电压，并将此端电压视为独立压源的电压；③如果电路中含受控源，可将其视为独立源；④列网孔方程；⑤列与无伴流源相关的辅助方程；⑥列与控制量相关的辅助方程；⑦将网孔方程和辅助方程联立求解。

3.4　回路电流法

网孔电流法仅适用于平面电路，回路电流法既可用于平面电路，也可用于非平面电路，因此回路电流法比网孔电流法有更广泛的应用。

与网孔电流法相似，也可以假设在独立回路中，有沿回路流动的回路电流，电流的绕向可以相同，也可以不同。但需要注意的是，网孔电流法中流过每个支路的电流最多有两个，而回路电流法中流过每个支路的电流却可能多于两个，因此列回路电流方程时要注意防止遗漏某个回路电流。回路电流方程中的自阻和互阻的概念与网孔电流方程中的相似，回路等效电源电压的概念也与网孔电流方程中的相似。下面以例题来说明回路电流法的应用。

例 3.8　电路如图 3.12 所示，用回路电流法求电流 I。

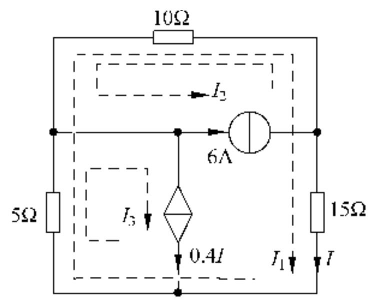


图 3.12　例 3.8 用图

解　电路中有 5 条支路，3 个节点，因此有 $5-3+1=3$ 个独立的回路，设所选回路及其电流如图 3.12 所示。

因为 6A 的电流源为无伴源，且只有回路电流 I_2 流过，因此 $I_2=6\text{A}$。

因为 $0.4I$ 的受控流源为无伴源，且只有回路电流 I_3 流过，因此 $I_3=0.4I$。

因为 15Ω 电阻所在的支路只有电流流过，因此 $I=I_1$。

对回路 1，有

$$(5+15+10)I_1-10I_2+5I_3=0$$

将 $I_2=6\text{A}$、$I_3=0.4I$、$I=I_1$ 代入上式，可得 $I_1=1.875\text{A}=I$。

例 3.9　电路如图 3.13 所示，已知受控流源 $i_c=\beta i_2$，受控压源 $u_c=\alpha u_2$。列回路电流方程以求电压 u_2。

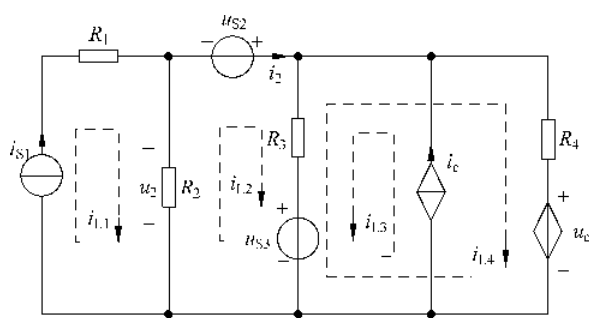


图 3.13　例 3.9 用图

解　这里选择图 3.13 所示的回路，这样，无伴流源 i_{S1} 所在的支路只有回路电流 i_{L1} 流过，因此有 $i_{L1}=i_{S1}$；无伴受控流源 i_c 所在的支路只有回路电流 i_{L3} 流过，因此有 $i_{L3}=i_c=\beta i_2$；电压源 u_{S2} 所在支路只有回路电流 i_{L2} 流过，因此有 $i_{L2}=i_2$；回路 2 和回路 4 的方程分别

如下：

$$(i_{L2}+i_{L3}-i_{L4})R_3=u_2+u_{S2}-u_{S3}$$

$$(i_{L4}-i_{L2}-i_{L3})R_3+i_{L4}R_4=u_{S3}-u_c$$

关于控制量 u_2 的辅助方程为

$$u_2=(i_{L1}-i_{L2})R_2$$

将 $i_{L1}=i_{S1}$、$i_{L3}=i_c=\beta i_2$、$i_{L2}=i_2$、$u_c=\alpha u_2$ 及辅助方程代入回路 2 和回路 4 的回路方程，即可求得各回路电流，然后将回路电流代入 $u_2=(i_{L1}-i_{L2})R_2$ 即可求得 u_2。

综上所述，用回路电流法分析电路，可按如下步骤进行：①根据电路结构确定独立回路及其电流，注意选取独立回路时应尽量使回路方程最简单；②根据回路电流的绕向确定自阻和互阻，自阻是正的，互阻的正负要根据电流的绕向确定；③如果电路中存在无伴流源，且流过该支路的回路电流多于 1 个，可按网孔电流法中对无伴源的处理方法进行处理，建立辅助方程；④列回路方程；⑤将回路方程和辅助方程联立即可求解。

3.5　节点电压法

在电路中任意选择某个节点作为参考节点，其他节点与该节点之间的电位差称为节点电压。节点电压法是只以节点电压为未知量，求解电路的过程。

3.5.1　节点电压和节点电压方程

在图 3.14 所示的电路中，有 4 个节点，假设节点 4 为参考节点，其他三个节点的电压分别为 u_1、u_2、u_3，根据欧姆定律可以求出各支路的电流。

对支路 1，有

$$u_{S1}-i_1R_1=u_1 \tag{3.27}$$

由此可得

$$i_1=\frac{u_{S1}-u_1}{R_1} \tag{3.28}$$

同理可求出其他支路的电流为

$$i_2=\frac{u_{S2}-u_1+u_3}{R_2} \tag{3.29}$$

$$i_3=\frac{u_{S3}-u_3}{R_3} \tag{3.30}$$

$$i_4=\frac{u_1-u_2}{R_4} \tag{3.31}$$

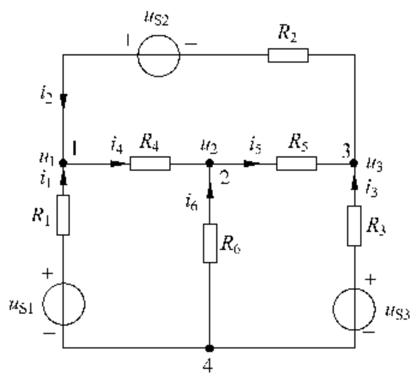


图 3.14　节点电压和节点电压方程

$$i_5=\frac{u_2-u_3}{R_5} \tag{3.32}$$

$$i_6=\frac{-u_2}{R_6} \tag{3.33}$$

根据 KCL，对节点 1，有

$$i_1+i_2-i_4=0 \tag{3.34}$$

将式(3.28)、式(3.29)、式(3.31)代入式(3.34)得

$$\frac{u_{S1}-u_1}{R_1}+\frac{u_{S2}-u_1+u_3}{R_2}+\frac{u_1-u_2}{R_4}=0 \tag{3.35}$$

整理式(3.35)可得

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}\right)u_1-\frac{u_2}{R_4}-\frac{u_3}{R_2}=\frac{u_{S1}}{R_1}+\frac{u_{S2}}{R_2} \tag{3.36}$$

人们把$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}=G_{11}$称为节点 1 的自导；$-\frac{1}{R_4}=G_{12}$称为节点 1 和节点 2 的互导；$-\frac{1}{R_2}=G_{13}$称为节点 1 和节点 3 的互导；$\frac{u_{S1}}{R_1}+\frac{u_{S2}}{R_2}=i_{S11}$是流入节点 1 的等效源电流。$\frac{u_{S1}}{R_1}$是电压源 u_{S1} 等效为电流源时的等效电流；$\frac{u_{S2}}{R_2}$是电压源 u_{S2} 等效为电流源时的等效电流；它们都是流入节点 1 的，因此取正。如果等效源电流流出节点，则取负。

这样，式(3.36)又可表示为

$$G_{11}u_1+G_{12}u_2+G_{13}u_3=i_{S11} \tag{3.37}$$

式(3.37)中自导为正，互导为负。

同理可得节点 2 和节点 3 的方程为

$$\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)u_2-\frac{u_1}{R_4}-\frac{u_3}{R_5}=G_{22}u_2+G_{21}u_1+G_{23}u_3=0 \tag{3.38}$$

$$\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}\right)u_3-\frac{u_2}{R_5}-\frac{u_1}{R_2}=G_{33}u_3+G_{31}u_1+G_{32}u_2=\frac{u_{S3}}{R_3}=i_{S33} \tag{3.39}$$

因此图 3.14 所示的节点电压方程为

$$\begin{cases}G_{11}u_1+G_{12}u_2+G_{13}u_3=i_{S11}\\ G_{21}u_1+G_{22}u_2+G_{23}u_3=i_{S22}=0\\ G_{31}u_1+G_{32}u_2+G_{33}u_3=i_{S33}\end{cases} \tag{3.40}$$

同理，对有 $n+1$ 个节点的电路，其节点方程可表示为

$$\begin{cases}G_{11}u_1+G_{12}u_2+G_{13}u_3+\cdots+G_{1n}u_n=i_{S11}\\ G_{21}u_1+G_{22}u_2+G_{23}u_3+\cdots+G_{2n}u_n=i_{S22}\\ \cdots\\ G_{31}u_1+G_{32}u_2+G_{33}u_3+\cdots+G_{nn}u_n=i_{S33}\end{cases} \tag{3.41}$$

求解式(3.41)可以求出 n 个节点的电压，由节点电压即可求出各支路的电流，列节点电压方程时无须设定各支路的电流。

例 3.10　电路如图 3.15 所示，用节点电压法求电流 I。

解　该电路有 4 个节点，3 个独立节点，设节点 4 为参考节点，即节点 4 的电位为 0。3 个独立节点的自导、互导及等效源电流分别为

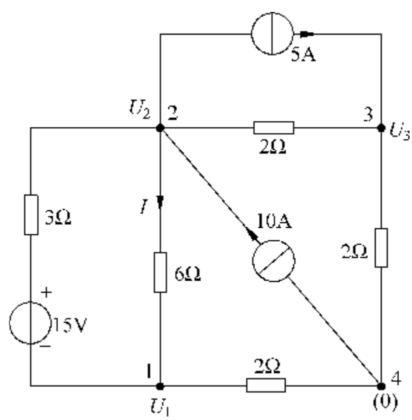


图 3.15　例 3.10 用图