

第 3 章

基于状态估计的泄漏检测与定位

根据对随机对象(随机过程或系统)的观测所得到的数据估计过程或系统的参数或状态称为参数估计或状态估计。对绝大多数工业过程来说,系统的参数一般是不变或缓慢变化的,因而,参数估计一般可认为是静态估计。而系统的状态是随时间变化的,因而状态估计是动态估计。

对流体输送管道来说,压力和流量是反映管内流动状况的主要状态参数,管道的任何一点出现泄漏均会对管内的压力和流量分布产生影响。因而,可通过状态估计的方法估计出管道内压力和流量等主要状态参数,并将估计出来的状态参数与状态的实际测量值进行比较,以判断管道是否出现泄漏。

本章介绍基于 Kalman 滤波的泄漏检测与定位方法。

3.1 Kalman 滤波的基本原理^[5,6]

Kalman 滤波方法是 20 世纪 60 年代初卡尔曼(R E Kalman)采用状态空间的概念提出的一种状态估计方法,它把系统的信号过程看成白噪声作用下的系统输出。

设随机系统的状态空间描述为

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(k+1, k)\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) \quad (3-1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (3-2)$$

式中, $\mathbf{x}(\cdot)$ 为 n 维状态向量, $\Phi(\cdot)$ 为状态转移矩阵, $\mathbf{y}(\cdot)$ 为 m 维观测向量, $\mathbf{C}(\cdot)$ 为测量矩阵,均由系统的机理模型所定义。 $\boldsymbol{\omega}(\cdot)$ 为 n 维过程噪声, $\mathbf{v}(\cdot)$ 为 m 维观测噪声。假设 $\boldsymbol{\omega}(\cdot)$ 和 $\mathbf{v}(\cdot)$ 均为零均值白噪声,其统计特性为

$$\left. \begin{aligned} E[\boldsymbol{\omega}(k)] &= \mathbf{0}, E[\mathbf{v}(k)] = \mathbf{0} \\ \text{Cov}\{\boldsymbol{\omega}(i), \boldsymbol{\omega}(j)\} &= E[\boldsymbol{\omega}(i) \boldsymbol{\omega}^T(j)] = \delta_{ij} \mathbf{Q}(k) \\ \text{Cov}\{\mathbf{v}(i), \mathbf{v}(j)\} &= E[\mathbf{v}(i) \mathbf{v}^T(j)] = \delta_{ij} \mathbf{R}(k) \\ \delta_{ij}(k) &= \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

式中, $\mathbf{Q}(\cdot)$ 为 $n \times n$ 维对称非负矩阵, $\mathbf{R}(\cdot)$ 为 $m \times m$ 维对称正定矩阵,均由噪声的先

验知识所确定。

Kalman 滤波的任务是根据系统的观测数据 $\{y(k)\}$ 求状态向量 $\mathbf{x}(\cdot)$ 的估计值。其基本方程如下。

1. 状态滤波

由下述 Kalman 滤波方程可以得到系统状态的估计值

$$\hat{\mathbf{x}}(k/k) = \hat{\mathbf{x}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k/k-1)] \quad (3-4)$$

式中, $\hat{\mathbf{x}}(k/k)$ 为状态在 k 时刻的滤波值, $\hat{\mathbf{x}}(k/k-1)$ 为基于状态 $k-1$ 时刻的滤波的一步预测值; $\mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k/k-1)$ 为根据状态预测值所得到的输出一步预测值 $\hat{\mathbf{y}}(k/k-1)$; $[\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k/k-1)]$ 为输出实测值与预测值之间的差, 也称为“新息”; $\mathbf{K}(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}(k/k-1)]$ 构成修正项, 对状态的一步预测值进行修正得到状态在 k 时刻的滤波值 $\hat{\mathbf{x}}(k/k)$ 。

$\mathbf{K}(k)$ 为 Kalman 滤波的增益阵, 可由下面的式(3-6)计算出来。

2. 状态预测

$$\hat{\mathbf{x}}(k/k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1/k-1) \quad (3-5)$$

3. 滤波的增益阵

滤波的增益阵可由滤波方程的递推式得到

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{C}^T(k)[\mathbf{C}(k)\mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{C}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1} \quad (3-6)$$

4. 状态最佳滤波误差自协方差阵

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k/k) &= E\{\tilde{\mathbf{x}}(k/k)\tilde{\mathbf{x}}^T(k/k)\} \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{C}(k)]\mathbf{P}(k/k-1) \end{aligned} \quad (3-7)$$

式中, $\tilde{\mathbf{x}}(k/k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k/k)$ 为状态最佳滤波误差。

5. 状态最佳滤波预测误差自协方差阵

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k/k-1) &= E\{\tilde{\mathbf{x}}(k/k-1)\tilde{\mathbf{x}}^T(k/k-1)\} \\ &= \Phi(k, k-1)\mathbf{P}(k-1/k-1)\Phi^T(k, k-1) + \mathbf{Q}(k, k-1) \end{aligned} \quad (3-8)$$

式中, $\tilde{\mathbf{x}}(k/k-1) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k/k-1)$ 为状态最佳滤波预测误差。

3.2 管道状态方程的建立^[7,8]

长输管道系统是一个非线性、分布参数系统, 为了对其状态进行估计, 在建立其模型时, 不仅要考虑其非线性的影响, 还需要将长输管道进行分段, 并将每一段分布

参数系统用一个集中参数来描述。

对管道这样的非线性系统,其状态方程和观测方程分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{f}[\mathbf{x}(k), k] + \boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \end{aligned} \right\} \tag{3-9}$$

假设 $\boldsymbol{\omega}(\cdot)$ 和 $\mathbf{v}(\cdot)$ 均为零均值白噪声,其统计特性如式(3-3)所示。求非线性函数 $\mathbf{f}(\cdot)$ 的具体表达形式是一个关键。

管道内流体的流动可看成一维弹性波动问题。由流动的连续性原理和动量守恒原理,可以导出描述水平管道这一流动的偏微分方程^[7,8]

$$g \frac{\partial p}{\partial z} + V \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f}{2D} V^2 = 0 \tag{3-10}$$

$$V \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \tag{3-11}$$

式中, z 为管道轴线方向的坐标, $p=p(z,t)$ 为管内流体沿轴线方向的压力分布,以水力坡度线高度表示,单位为 m; $V=V(z,t)$ 为管内流体沿轴线方向的流速分布,当流速与 z 轴正方向一致时,定义 V 为“+”; a 为管内流体中的压力波传播速度,当工况稳定时, a 可看成常数; D 为管道的内径; g 为重力加速度; f 为 Darcy-Weisbach 摩擦系数。

用特征线方法将偏微分方程式(3-10)和式(3-11)化为特殊的微分方程式(3-12)和式(3-13)。因 a 为常数,在图 3-1 所示的 z - t 平面上,特征线表现为直线 C^+ 和 C^- 。

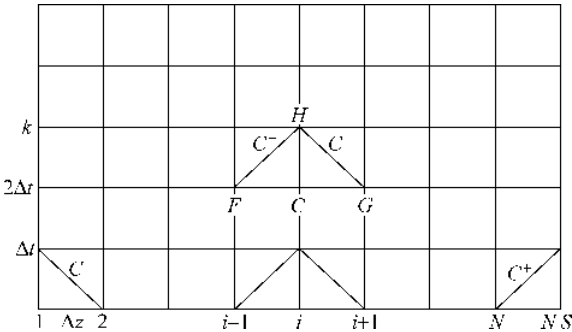


图 3-1 z - t 平面上的特征线

在特征线 C^+ 上

$$C^+ \begin{cases} \frac{gA}{a} \frac{dp}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2DA} Q |Q| = 0 \\ \frac{dz}{dt} = +a \end{cases} \quad (3-12)$$

在特征线 C^- 上

$$C^- \begin{cases} -\frac{gA}{a} \frac{dp}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2DA} Q |Q| = 0 \\ \frac{dz}{dt} = -a \end{cases} \quad (3-13)$$

式中, A 为管道横截面积, Q 为流体的体积流量, $Q=AV(z,t)$ 。采用流量绝对值 $|Q|$ 是为使式(3-12)和式(3-13)在流动方向改变时也适用。

为将式(3-12)和式(3-13)表示成有限差分方程的形式,将管道分成 $(N-1)$ 段(共有 N 个分段点),并设每个分段点 i 上有三个状态: 压力 p_i , 流量 Q_i 和假想泄漏量 L_i 。在计算中,假定在分段点 i 之前无限近的点上的流量为 Q_i ,而在分段点 i 之后无限近的点上的流量为 $(Q_i - L_i)$ 。在沿特征线 $\overline{FH}$ 积分时,假定 F 点之后无限近的点上有泄漏 L_F ,而 H 点之前无限近的点上没有泄漏;沿特征线 $\overline{HG}$ 积分时,假定 H 点之后无限近的点上有泄漏 L_H ,而 G 点之前无限近的点上没有泄漏。

在图 3-1 的网格中,如果在 F 点的压强 p_F 和流量 Q_F 已知,则方程式(3-12)可以在端点 F 和 H 之间积分,从而将 H 点的未知量 p_H 和 Q_H 可用 p_F 和 Q_F 表示出来;同样,如果 G 点的压强 p_G 和流量 Q_G 已知,则方程式(3-13)可以在端点 G 和 H 之间积分,从而将 H 点的未知量 p_H 和 Q_H 也可用 p_F 和 Q_F 表示出来。这样我们就可以获得两个含有未知数 p_F 和 V_F 的方程,进而进行求解。

流量和位置之间的关系事先是不知道的,因此在计算式(3-12),式(3-13)最后一项的过程中需要引入近似关系(通常采用一阶近似的形式)。

将式(3-12)和式(3-13)沿特征线 $\overline{FH}$ 和 $\overline{HG}$ 积分,并引入一阶近似,则得有限差分方程

$$C^+ : p_H = p_F - \beta[Q_H - (Q_F - L_F)] - \alpha(Q_F - L_F) |Q_F - L_F| \quad (3-14)$$

$$C^- : p_H = p_G + \beta[(Q_H - L_H) - Q_G] + \alpha Q_G |Q_G| \quad (3-15)$$

式中

$$\beta = a/(gA)$$

$$\alpha = f\Delta z/(2gDA^2), \quad \Delta z = a\Delta t$$

由式(3-14)和式(3-15)可得

$$C^+ : p_{i,k} = p_{i-1,k-1} - \beta[Q_{i,k} - (Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1})] - \alpha(Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1}) |Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1}| \quad (3-16)$$

$$C^- : p_{i,k} = p_{i+1,k-1} + \beta[(Q_{i,k} - L_{i,k}) - Q_{i+1,k-1}] + \alpha Q_{i+1,k-1} |Q_{i+1,k-1}| \quad (3-17)$$

式中, i 表示管道上的分段点, $i=1, 2, \dots, N$, k 表示时刻。

由式(3-16)和式(3-17)可见, 状态中包含非线性项。为了采用扩展 Kalman 滤波对状态进行估计, 必须在估计点进行线性化, 并求出状态转移矩阵 $\Phi(\cdot)$ 。

由式(3-16)和式(3-17)可得估计点上的增量

$$\begin{aligned} \delta p_{i,k} &= \delta p_{i-1,k-1} - \beta[\delta Q_{i,k} - \delta Q_{i-1,k-1} + \delta L_{i-1,k-1}] \\ &\quad - 2\alpha | Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} | \delta Q_{i-1,k-1} + 2\alpha | Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} | \delta L_{i-1,k-1} \end{aligned} \quad (3-18)$$

$$\delta p_{i,k} = \delta p_{i+1,k-1} + \beta[(\delta Q_{i,k} - \delta L_{i,k}) - \delta Q_{i+1,k-1}] + 2\alpha | Q_{i+1,k-1} | \delta Q_{i+1,k-1} \quad (3-19)$$

由此

$$\begin{aligned} \delta p_{i,k} + \beta \delta Q_{i,k} &= \delta p_{i-1,k-1} + (\beta - 2\alpha | Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} |) \delta Q_{i-1,k-1} \\ &\quad + (-\beta + 2\alpha | Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} |) \delta L_{i-1,k-1} \end{aligned} \quad (3-20)$$

$$\delta p_{i,k} - \beta \delta Q_{i,k} = \delta p_{i+1,k-1} + (-\beta + 2\alpha | Q_{i+1,k-1} |) \delta Q_{i+1,k-1} - \beta \delta L_{i,k} \quad (3-21)$$

假定在管道的两端无泄漏, 即 $L_1=0, L_N=0$, 分段点上的泄漏量不随时间变化, 即 $\delta L_{i,k}=\delta L_{i,k-1}$ 。

定义 k 时刻管内流动的状态变量为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= [p_1 p_2 \cdots p_i \cdots p_{N-1} p_N Q_1 Q_2 \cdots Q_i \cdots Q_{N-1} Q_N L_2 \cdots L_i \cdots L_{N-1}]_k^T \\ \delta \mathbf{x}(k) &= [\delta p_1 \delta p_2 \cdots \delta p_i \cdots \delta p_{N-1} \delta p_N \delta Q_1 \delta Q_2 \cdots \delta Q_i \cdots \delta Q_{N-1} \delta Q_N \delta L_2 \cdots \delta L_i \cdots \delta L_{N-1}]_k^T \end{aligned} \quad (3-22)$$

将式(3-20)与式(3-21)相加得压力的滤波算式

$$\begin{aligned} \delta p_{i,k} &= \frac{1}{2}[(\delta p_{i-1,k-1} + \delta p_{i+1,k-1}) \\ &\quad + (\beta - 2\alpha | Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} |) \delta Q_{i-1,k-1} \\ &\quad + (-\beta + 2\alpha | Q_{i+1,k-1} |) \delta Q_{i+1,k-1} \\ &\quad + (-\beta + 2\alpha | Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} |) \delta L_{i-1,k-1} - \beta \delta L_{i,k}] \end{aligned} \quad (3-23)$$

如定义 $\delta \mathbf{p}_k = [\delta p_{1,k} \delta p_{2,k} \cdots \delta p_{N-1,k} \delta p_{N,k}]^T$, 由于 $\delta p_j=0, \delta Q_j=0 (j=1, N-1)$, $\delta L_j=0 (j=0, 1, N, N+1)$, 则各分段点上的压力增量可表示成

$$\delta \mathbf{p}_k = [\Phi_{pp} \Phi_{pQ} \Phi_{pL}] \delta \mathbf{x}(k-1) \quad (3-24)$$

式中, $[\Phi_{pp} \Phi_{pQ} \Phi_{pL}]$ 可看成各分段点上压力的转移矩阵, $\delta \mathbf{p}_k \in R^{N \times 1}$, $\delta \mathbf{x} \in R^{(3N-2) \times 1}$, $\Phi_{pp} \in R^{N \times N}$, $\Phi_{pQ} \in R^{N \times N}$, $\Phi_{pL} \in R^{N \times (N-2)}$ 。

$$\Phi_{pp} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \cdots & & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{pQ} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ b_2 & 0 & a_2 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & \cdots & 0 & b_{N-1} & 0 & a_{N-1} \\ 0 & \cdots & & 0 & b_N & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{pL} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & & & 0 \\ -\frac{\beta}{2} & 0 & \cdots & & 0 \\ c_3 & -\frac{\beta}{2} & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & & & 0 \\ \vdots & & & & c_{N-1} & -\frac{\beta}{2} \\ 0 & \cdots & & 0 & c_N \end{bmatrix}$$

$$a_i = \frac{1}{2}(-\beta + 2\alpha \mid Q_{i+1,k-1} \mid)$$

$$b_i = \frac{1}{2}(\beta - 2\alpha \mid Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} \mid)$$

$$c_i = \frac{1}{2}(-\beta + 2\alpha \mid Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} \mid)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

类似地,如将式(3-20)与式(3-21)相减,则得流量的滤波算式

$$\begin{aligned} \delta Q_{i,k} = & \frac{1}{2\beta} [(\delta p_{i-1,k-1} - \delta p_{i+1,k-1}) \\ & + (\beta - 2\alpha \mid Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} \mid) \delta Q_{i-1,k-1} \\ & - (-\beta + 2\alpha \mid Q_{i+1,k-1} \mid) \delta Q_{i+1,k-1} \\ & + (-\beta + 2\alpha \mid Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} \mid) \delta L_{i-1,k-1} + \beta \delta L_{i,k}] \end{aligned} \quad (3-25)$$

如定义 $\delta Q_k = [\delta Q_{1,k} \delta Q_{2,k} \cdots \delta Q_{N-1,k} Q_{N,k}]^T$, 由于 $\delta p_j = 0, \delta Q_j = 0 (j=1, N=1)$, $\delta L_j = 0 (j=0, 1, N, N+1)$, 则各分段点上的流量增量可表示成

$$\delta Q_k = [\Phi_{Qp} \Phi_{QQ} \Phi_{QL}] \delta x(k-1) \quad (3-26)$$

式中, $[\Phi_{pp} \Phi_{pQ} \Phi_{pL}]$ 可看成各分段点上压力状态的转移矩阵, $\delta Q_k \in R^{N \times 1}, \Phi_{Qp} \in R^{N \times N}, \Phi_{QQ} \in R^{N \times N}, \Phi_{QL} \in R^{N \times (N-2)}$ 。

$$\Phi_{Qp} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2\beta} & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{1}{2\beta} & 0 & -\frac{1}{2\beta} & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & & & 0 \\ \vdots & & & \frac{1}{2\beta} & 0 & -\frac{1}{2\beta} \\ 0 & \cdots & & 0 & \frac{1}{2\beta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{\text{QQ}} = \begin{bmatrix} 0 & d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ e_2 & 0 & d_2 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & & & & & \\ \vdots & & & & & \\ & & e_{N-1} & 0 & d_{N-1} \\ 0 & \cdots & 0 & e_N & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{\text{QL}} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & & & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \cdots & & 0 \\ f_3 & \frac{1}{2} & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & & & & \\ 0 & \cdots & 0 & f_{N-1} & \frac{1}{2} \\ 0 & \cdots & 0 & f_N \end{bmatrix}$$

$$d_i = -\frac{1}{2\beta}(\beta - 2\alpha \mid Q_{i+1,k-1} \mid)$$

$$e_i = \frac{1}{2\beta}(\beta - 2\alpha \mid Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} \mid)$$

$$f_i = \frac{1}{2\beta}(-\beta + 2\alpha \mid Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1} \mid)$$

各分段点上的假想泄漏量 $L_{i,k}$ 与各分段点上的压力和流量均无关系,因而,如定义

$$\delta \mathbf{L}_{i,k} = [\delta L_{2,k} \cdots \delta L_{N-1,k}]^T$$

则各分段点上的泄漏量增量可表示成

$$\delta \mathbf{L}_k = [\Phi_{\text{Lp}} \Phi_{\text{LQ}} \Phi_{\text{LL}}] \delta \mathbf{x}(k-1) \quad (3-27)$$

式中, $\delta \mathbf{L}_k \in R^{(N-2) \times 1}$, $\delta \mathbf{x} \in R^{(3N-2) \times 1}$, $\Phi_{\text{Lp}} = \mathbf{0} \in R^{(N-2) \times N}$, $\Phi_{\text{LQ}} = \mathbf{0} \in R^{(N-2) \times N}$, $\Phi_{\text{LL}} = \mathbf{I} \in R^{(N-2) \times (N-2)}$ 。

由式(3-24)、式(3-26)和式(3-27)可得

$$\begin{bmatrix} \delta p_k \\ \delta Q_k \\ \delta \mathbf{L}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\text{pp}} & \Phi_{\text{pQ}} & \Phi_{\text{pL}} \\ \Phi_{\text{Qp}} & \Phi_{\text{QQ}} & \Phi_{\text{QL}} \\ \Phi_{\text{Lp}} & \Phi_{\text{LQ}} & \Phi_{\text{LL}} \end{bmatrix} \delta \mathbf{x}(k-1)$$

即

$$\delta \mathbf{x}(k) = \Phi(k/k-1) \delta \mathbf{x}(k-1) \quad (3-28)$$

式中

$$\delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta p_k \\ \delta Q_k \\ \delta \mathbf{L}_k \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{\text{pp}} & \Phi_{\text{pQ}} & \Phi_{\text{pL}} \\ \Phi_{\text{Qp}} & \Phi_{\text{QQ}} & \Phi_{\text{QL}} \\ \Phi_{\text{Lp}} & \Phi_{\text{LQ}} & \Phi_{\text{LL}} \end{bmatrix}$$

$\Phi(\cdot)$ 即为状态转移矩阵,得到 $\Phi(\cdot)$ 后,就可采用扩展 Kalman 滤波对状态进行估计。

3.3 自适应 Kalman 滤波

运用 Kalman 滤波进行状态估计需要知道过程的模型和噪声的统计性质。如果在滤波中使用了不准确的甚至错误的统计性质(主要指噪声的协方差阵),就可能引起较大的估计误差,甚至不收敛。对长输管道系统来说,观测噪声的统计性质可以根据测量仪表的精度等因素大致确定,而过程噪声的协方差则必须采用自适应 Kalman 滤波进行估计^[3,4]。

长输管道系统是一个非线性时变系统,其过程噪声的统计特性也具有时变性。

将式(3-9)中的 $f(\cdot)$ 在状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 处进行泰勒展开,则得

$$\mathbf{x}(k+1) = f[\hat{\mathbf{x}}(k), k] + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k)} [\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)] + \boldsymbol{\omega}(k) + \text{H. O. T} \quad (3-29)$$

式中, H. O. T 为泰勒展开中的高阶项之和。

令 $\boldsymbol{\zeta}(k) = \boldsymbol{\omega}(k) + \text{H. O. T}$, 则 $\boldsymbol{\zeta}(k)$ 可认为是线性化后的过程噪声。假定 $\boldsymbol{\zeta}(k)$ 为具有时变统计特性的白噪声,且

$$E[\boldsymbol{\zeta}(k)] = \hat{\mathbf{q}}(k), \text{Cov}[\boldsymbol{\zeta}(j) \boldsymbol{\zeta}^T(k)] = \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k) \delta_{jk}$$

式中

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1, j = k \\ 0, j \neq k \end{cases}$$

采用带指数加权的噪声估计器对 $\boldsymbol{\zeta}(k)$ 的统计特性进行自适应估计

$$\hat{\mathbf{q}}(k) = (1 - \beta_k) \hat{\mathbf{q}}(k-1) + \beta_k \{ \hat{\mathbf{x}}(k) - f[\hat{\mathbf{x}}(k), k] \}$$

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k) = & (1 - \beta_k) \hat{\boldsymbol{\Theta}}(k-1) + \beta_k \left\{ \frac{k}{k-1} [\hat{\boldsymbol{\zeta}}(k) - \hat{\mathbf{q}}(k)]^T \right. \\ & \left. - \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1)} \mathbf{p}(k-1 | k-1) \frac{\partial f^T}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1)} - \mathbf{p}(k | k) \right] \right\} \end{aligned}$$

式中, $\hat{\mathbf{q}}(k)$ 和 $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(k)$ 分别为过程噪声向量 $\boldsymbol{\zeta}(k)$ 的均值向量和协方差矩阵的估计值,

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k) - f[\hat{\mathbf{x}}(k-1), k-1]$$

$$\beta_k = \left(\sum_{i=1}^k \alpha^{i-1} \right)^{-1}, 0 < \alpha \leq 1$$

α 为遗忘因子。

至此,得到长输管道状态估计的自适应扩展 Kalman 滤波算法的完整递推公式。

状态方程

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(k+1, k)\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\omega}(k)$$

式中

$$\mathbf{x}(k) = [p_1 p_2 \cdots p_i \cdots p_{N-1} p_N Q_1 Q_2 \cdots Q_i \cdots Q_{N-1} Q_N L_2 \cdots L_i \cdots L_{N-1}]_k^T$$

$\Phi(k+1|k)$ 为式(3-28)所示的状态转移矩阵。

测量方程

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k)$$

式中, $\mathbf{C}(\cdot)$ 为系统的测量矩阵, $\mathbf{v}(\cdot)$ 为测量噪声矩阵。

状态预测

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = \mathbf{f}[\hat{\mathbf{x}}(k|k), k] + \hat{\mathbf{q}}(k) \quad (3-30)$$

预测误差协方差阵

$$\mathbf{p}(k+1|k) = \Phi(k+1|k)\mathbf{p}(k|k)\Phi^T(k+1|k) + \Theta(k) \quad (3-31)$$

增益阵

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{C}^T(k+1)[\mathbf{C}(k+1)\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{C}^T(k+1) + \mathbf{R}(k+1)]^{-1} \quad (3-32)$$

式中, $\mathbf{C}(\cdot)$ 和 $\mathbf{R}(\cdot)$ 分别为系统的测量矩阵和测量噪声的自协方差阵。

状态滤波

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) = \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + \mathbf{K}(k+1)[\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1)\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)] \quad (3-33)$$

滤波误差协方差阵

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(k+1|k+1) = & [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C}(k+1)]\mathbf{p}(k+1|k)[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C}(k+1)]^T \\ & + \mathbf{K}(k+1)\mathbf{R}(k+1)\mathbf{K}^T(k+1) \end{aligned} \quad (3-34)$$

过程噪声均值向量估计值

$$\hat{\mathbf{q}}(k) = (1 - \beta_k)\hat{\mathbf{q}}(k-1) + \beta_k\{\hat{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{f}[\hat{\mathbf{x}}(k), k]\} \quad (3-35)$$

过程噪声自协方差阵估计值

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}(k) = & (1 - \beta_k)\hat{\Theta}(k-1) + \beta_k \left\{ \frac{k}{k-1} [\hat{\mathbf{z}}(k) - \hat{\mathbf{q}}(k)]^T \right. \\ & \left. - \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1)} \mathbf{p}(k-1|k-1) \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1)} - \mathbf{p}(k|k) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3-36)$$

3.4 基于 Kalman 滤波的泄漏检测与定位^[2,3]

利用上述自适应扩展 Kalman 滤波对长输管道系统的状态进行估计,并通过一定的检测和定位机制,便可进行泄漏诊断。

图 3-2(a)所示为只有一个实际泄漏点的管道的状态, L 为分段点 z_L 上的泄漏量。

图 3-2(b)所示为等效管道各分段点上的状态。不失一般性,为简单起见,这里假定管道分成三段, z_{LN} 为管道的终点坐标。 $p_a(1, \infty)$, $p_a(z_{LN}, \infty)$, Q_a 分别为(a)图中管道在稳态情况下的入口压力、出口压力和出口流量; $p_b(1, \infty)$, $p_b(z_{LN}, \infty)$, Q_b 分别为(b)图中管道在稳态情况下的入口压力、出口压力和稳态出口流量; L_2, L_3 分别为分段点 $z'_{1.2}$ 和 $z'_{1.3}$ 上的虚拟泄漏量。

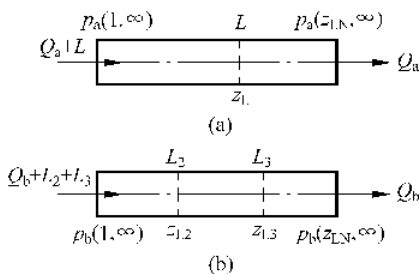


图 3-2 等效管道中的状态

在稳态情况下,图 3-2 中的两条管道应具有相同的初始条件、相同边界条件和相同的泄漏量,即

$$\left. \begin{aligned} Q_a &= Q_b \\ Q_a + L &= Q_b + L_2 + L_3 \\ p_a(1, \infty) - p_a(z_{LN}, \infty) &= p_b(1, \infty) - p_b(z_{LN}, \infty) \end{aligned} \right\} \quad (3-37)$$

而

$$\begin{aligned} & [p_a(1, \infty) - p_a(z_L, \infty)] + [p_a(z_L, \infty) - p_a(z_{LN}, \infty)] \\ &= [p_b(1, \infty) - p_b(z_{1.2}, \infty)] + [p_b(z_{1.2}, \infty) - p_b(z_{1.3}, \infty)] \\ & \quad + [p_b(z_{1.3}, \infty) - p_b(z_{LN}, \infty)] \end{aligned} \quad (3-38)$$

由于稳态时

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \frac{\partial Q}{\partial z} = 0$$

由式(3-15)知稳态时

$$\left. \begin{aligned} \Delta p_{\Delta z} &= -\frac{fQ^2 \Delta z}{2DgA^2} = -\eta \Delta z Q^2 \\ \eta &= f/(2gDA^2) \end{aligned} \right\} \quad (3-39)$$

将式(3-39)代入式(3-38)得

$$\begin{aligned} z_L \eta (Q_a + L)^2 + (z_{LN} - z_L) \eta Q_a^2 &= z_{1.2} \eta (Q_b + L_2 + L_3)^2 + (z_{1.3} - z_{1.2}) \eta (Q_b + L_3)^2 \\ & \quad + (z_{LN} - z_{1.3}) \eta Q_b^2 \end{aligned} \quad (3-40)$$

展开式(3-40)并化简得

$$z_L L (2Q_a + L) = z_{1.2} L_2 (2Q_b + L_2 + 2L_3) + z_{1.3} L_3 (2Q_b + L_3)$$

已知 $Q_a = Q_b = Q$, $L = L_2 + L_3$, 上式可进一步化简为

$$z_L L (2Q + L) = z_{1.2} L_2 (2Q + L) + z_{1.3} L_3 (2Q + L) + L_2 L_3 (z_{1.2} - z_{1.3})$$

考虑到泄漏量 L_2, L_3 通常远小于管道的总流量 Q , 忽略上式中的 $L_2 L_3 (z_{1.2} - z_{1.3})$, 可得到

$$L = L_2 + L_3$$

$$z_L L \approx z_{L2} L_2 + z_{L3} L_3$$

若将管道分成 $(N-1)$ 段,用 Kalman 滤波估计出各分段点 $z_{L2}, z_{L3}, \dots, z_{L, (N-1)}$ 上的虚拟泄漏量 $\hat{L}_1, \hat{L}_2, \dots, \hat{L}_{N-1}$, 用同样的方法可得实际泄漏量和泄漏点位置的估计值分别为

$$\begin{aligned} \hat{L} &= \sum_{i=2}^{N-1} \hat{L}_i \\ \hat{z}_L &= \frac{1}{\hat{L}} \sum_{i=2}^{N-1} \hat{L}_i z_{Li} \end{aligned} \quad (3-41)$$

当 $\hat{L}$ 大于某个阈值时,即进行泄漏报警,然后进行定位。

3.5 试验结果^[3,4]

该算法在一条长 120m, 内径 10mm 的液体(水)试验管线上进行了验证。将管道分成 6 段,包括起始点和终点在内共有 7 个分段点。假设管道两个端点无泄漏,则系统有包括压力、流量和泄漏量在内的共 19 个状态变量。计算机系统的采样周期为 20ms,算法的验证离线进行。

实际测量管道入口端的流量 Q_1 、压力 p_1 和出口处的压力 p_7 , 则式(3-22)所示的状态向量

$$\mathbf{x} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_7 \ Q_1 \ Q_2 \ \dots \ Q_7 \ L_2 \ \dots \ L_6]^T \in R^{19 \times 1}$$

式(3-9)所示的测量矩阵

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{3 \times 19}$$

式(3-39)中的摩擦系数 f 取 130, 波速 a 取 1200m/s, 入口压力 p_1 为 0.38MPa, 入口流量 Q_1 取 $0.86 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ 。

出口压力 p_7 估计曲线如图 3-3 所示。图中, 实线为出口压力实测值, 虚线为出口压力估计值。

当距上游 60m 处出现 $0.86 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ 的泄漏时, 其泄漏量的估计曲线和定位曲线分别示于图 3-4 和图 3-5。

泄漏点设置在距上游 60m 处, 该算法估计的泄漏点位置在 57.3m 处。实验结果表明, 该算法对状态估计的估计比较稳定, 估计精度较高。在实验室泄漏诊断试验中, 能检测出约 1%

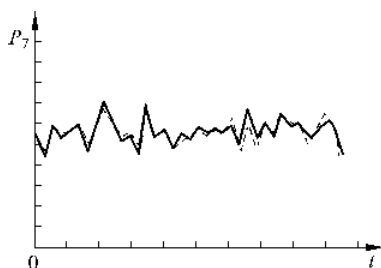


图 3-3 出口压力估计曲线