第5章

数字图像的增强及应用

在图像的产生、传输和变换过程中,由于多种因素的影响,往往使图像与原始景物之间或者与原始图像之间产生某些差异,这种差异称为变劣或退化。图像的变劣使从图像中获取各种信息造成困难和不便。因此,有必要对变劣的图像进行恰当的处理,使处理后的图像更适合于人眼观察或有利用于从图像提取信息,这种处理称为图像增强处理。

实际应用中,造成图像变劣的因素非常多,但变劣图像的变劣特征常见的有:图像获得过程中对比度的降低(如照相时曝光过度和曝光不足)、信号的减弱(如电视信号的远距离传输)、图像模糊、图像上的噪声和图像几何畸变等。对每一种变劣特征的图像,有大致相似的增强处理方法。但是每一个增强处理方法具有特定的应用范围,对某一幅图像增强效果好的处理方法,对另一幅图像可能完全不适用。因此,图像增强处理的过程是一个选择、对比的过程,通过运用多种增强处理,观察效果,从中选出最适合的处理方法。

从处理手段来讲,图像增强处理可分为空域法和频率域法两种。空域法指在图像所在的空间域中直接进行处理,而频域法指先把图像进行傅里叶变换,在频率域中处理后,进行傅里叶反变换。

5.1 图像的直方图增强

对比度扩展与调整又称为灰度修改技术,灰度修改技术是一种简便而有效的提高图像对比度的方法。灰度修改也称为点运算,它不改变像素的位置,只改变像素的灰度。设输入图像为 $f(x,y)$,输出图像为 $g(x,y)$,则灰度修改技术的数学表达式可表示为

$$g(x,y) = T[f(x,y)] \tag{5-1}$$

这里 T 为灰度修改的具体映射关系。

5.1.1 对比度扩展

1. 线性变换

设图像的灰度范围为$[a,b]$,若没有充分利用显示装置所允许的最大灰度范围$[a_1,b_1]$,就会导致图像的对比度太低,使一些细节不易被观察到。例如,摄影过程中如果曝光不足或曝光过度,均会出现这种缺陷。也就是说,灰度变换前后的灰度范围必须在显示装置所允许的最大灰度范围之内,下面简单说明这类变换的实际过程。

解决上述问题的最简单的方法是进行灰度的线性变换，其数学表达式如下：

$$g(x,y)=T[f(x,y)]=\frac{b_1-a_1}{b-a}[f(x,y)-a]+a_1 \tag{5-2}$$

对灰度进行这样线性变换以后，把原始图像 $f(x,y)$ 的灰度范围 $[a,b]$，强行扩展为显示装置所允许的最大灰度范围 $[a_1,b_1]$，从而提高了整幅图像的对比度，原来观察不到的一些图像细节可能更加突出了。图 5.1 给出了这种线性灰度变换关系。

2. 分段线性变换

如果在图像处理过程中，需要突出图像中某灰度范围内的图像细节，同时又允许适当损失另外灰度范围内的图像细节，可以采用线性灰度变换的另一种形式，即分段线性变换。经过这种变换以后，可使所得图像细节的灰度范围得以扩展，增强其对比度；同时又使不感兴趣的图像细节所处的灰度范围得以压缩，降低其对比度。值得注意，这种分段线性变换，变换前后整幅图像总的灰度范围是不变的。由图 5.2 可以看出断点（或端点）O、A、B、C、D 的断点对分别为 0、a_1、z_1、a_2、z_2、a_3、z_3、a_4、z_4……

多段分段线性变换的数学表达式可写成：

$$g(x,y)=\frac{z_i-z_{i-1}}{a_i-a_{i-1}}[f(x,y)-a_{i-1}]+z_{i-1} \tag{5-3}$$

其中，$i=1,2,3,\cdots,n+1$，即对于 n 个分段性拉伸的线段，则有 $n+1$ 个断点和 $n+1$ 个断点对的数据，这 $n+1$ 个断点对数据可以建立 n 个分段性拉伸变换方程，这 n 个方程分别描述 n 条线性拉伸变换关系的直线。

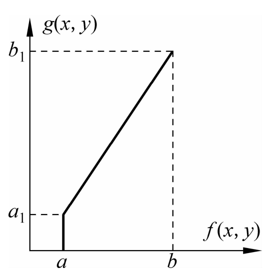


图 5.1　灰度范围的线性变换

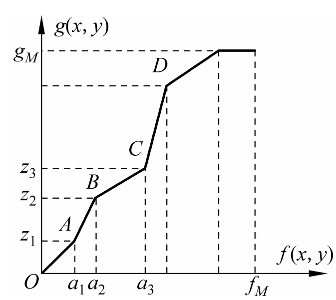


图 5.2　分段线性变换

在实际处理过程中，如果图像上灰度范围的两端区域上有噪声，比如感光胶片上有划伤和黑色感光 Ag 颗粒，则可用这种变换把灰度范围的两端区域压缩，使人眼视觉对噪声的感受不明显，而对有用细节所占据的灰度区域给于线性扩展，提高这部分的对比度。

如果图像上绝大部分像素的灰度级集中在 $[a,b]$ 范围内，比较少的像素的灰度级超出此范围，则可用以下变换增强原图像上 $[a,b]$ 范围的对比度。

$$g(x,y)=\begin{cases}\dfrac{b_1-a_1}{b-a}[f(x,y)-a]+a_1 & a\leqslant f(x,y)\leqslant b\\ a_1 & f(x,y)<a\\ b_1 & f(x,y)<b\end{cases} \tag{5-4}$$

图 5.3 表示了这种变换关系。值得注意，扩展原图像的灰度范围$[a,b]$是以完全损失灰度小于 a 和灰度大于 b 的图像细节为代价的。这种变换与分段线性变换实际上都是非线性变换。实际上，可以利用一些数学函数进行灰度变换，如平方、对数、指数等，但这种变换必须满足以下条件，即：

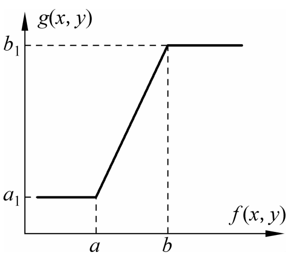


图 5.3　局部灰度线性变换

如果

$$a_1 \leqslant f(x,y) \leqslant b_1$$

则需有

$$a_1 \leqslant g(x,y) \leqslant b_1$$

5.1.2　非线性变换

1. 对数变换

对数变换可表示为

$$g(x,y) = \ln f(x,y), \quad f(x,y) > 0$$

如果

$$f(x,y) = a_1,$$

则有

$$g(x,y) = \ln a_1 = g_1$$

如果

$$f(x,y) = b_1,$$

则有

$$g(x,y) = \ln b_1 = g_2$$

显然，变换前的灰度范围$[a_1,b_1]$在 变换后成为$[g_1,g_2]$，为保证变换后的灰度范围仍然为$[a_1,b_1]$，则须用线性变换的方法把灰度范围$[g_1,g_2]$扩展为$[a_1,b_1]$，由此得出对数变换的表达式为

$$g(x,y) = \frac{b_1 - a_1}{\ln b_1 - \ln a_1}[\ln f(x,y) - \ln a_1] + a_1 \tag{5-5}$$

对数变换的功能是扩展低值灰度区域和压缩高值灰度区域，使人眼更容易看清低灰度区域内的图像细节，如图 5.4 所示。

2. 指数变换

图像的指数变换即指输出图像像素灰度值与对应的输入图像像素灰度值之间为指数变换关系，如图 5.5 所示，其一般表达式为

$$y = b^{cx} \tag{5-6}$$

式中 y 为变换后像素灰度值，也即输出图像灰度值，x 为原图像灰度值，也即输入图像灰度值 b 为底，常用 $b=e$。用于指数扩展时，作为输入图像亮度值的 x 可能达到 127 或 255，系

数 c 必须远小于 1($\ll 1$)，否则，y 值的可能非常大。

为了增加变换的动态范围，对于上面的一般公式(5-6)可以加入一些调制参数，以便可以修改变换曲线的起始位置和曲线的变化速率等。加入调制参数的公式为

$$y = b^{c(x-a)} - 1 \tag{5-7}$$

式(5-7)中，a、b、c 都是可选择的参数，当 $x=a$ 时，$y=0$，这时指数曲线交于 x 轴，可见参数 a 可以决定指数变换曲线的起始位置，而参数 c 可以决定变换曲线的陡度，即决定曲线的变化速率。如果不规定参数，该程序将按隐含规则执行公式 $y=\exp(x)-1.0$，式中的 -1 项可使该变换准确地转换到使用 $+1$ 附加偏差的对数变换。

指数扩展的效果与对数相反，即着重扩展了亮度值高的部分，同时相对压缩了亮度值低的部分。

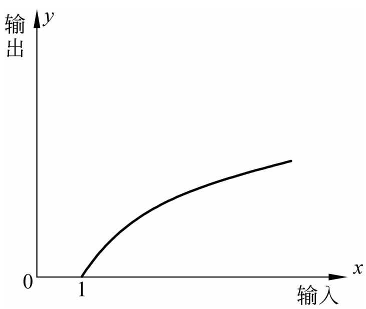


图 5.4　对数变换关系

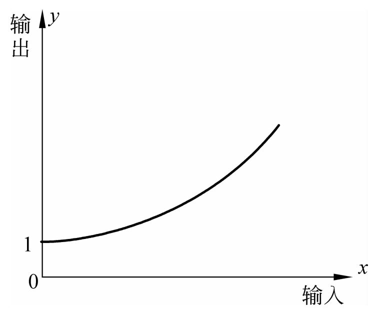


图 5.5　指数变换关系

5.1.3　直方图调整

直方图代表一个离散变量的概率密度函数(Probability Density Function，PDF)，是图像概貌总的描述。一幅数字图像的直方图反映了每一个像素的概率密度或相对频数。医学图像的像素值具有一定的随机性质，一般情况下，在直方图中靠近均值随近的像素占全部像素数的绝大部分，而直方图的两端像素数目很少。也就是说，代表图像信息主体部分的数据集中在直方图的中部，要想使图像中这种概率密度数的部分得到充分而合理的扩展，就需要应用与概率密度函数有关的扩展方法，也就是相当于对直方图进行调整。可以通过将给定的图像的直方图修改为指定形式的直方图来改善图像的外貌，达到增强的目的。这时，增强的效果取决于所指定的直方图的形式，这种形式可以是均衡的或任意所需要的形式。

1. 直方图的均衡

直方图均衡化是将原直方图通过变换函数调整为均衡直方图，然后按均衡直方图调整原图像。就是说使概率密度大(直方图上柱子高)的部分相邻像素值的间隔加大，而使概率密度小的部分(通常是直方图两端)像素值差别缩小，往往两个或几个相邻的亮度值归并为同样的值。

一幅图像的明暗分配状态或者像素灰级的空间分布，一般说是不均匀的，其灰级范围都很狭窄，其直方图多密集靠近在一起且两侧较小而中间突出一个高峰，这就说明图像绝大多

数的像素灰级过于集中，这时图像信息不丰富，图像结构不清晰。如果将直方图的高峰在水平方向压缩，向左右展开成为一个有同样高度的宽而低的新直方图，其清晰程度有明显提高，所需目标信息会被突出出来。

3	3	1	2
2	1	2	3
0	2	4	5
3	6	7	3

(a) 均衡化前的4×4图像数据

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
处理前像素数	1	2	4	5	1	1	1	1
处理后像素数	2	2	2	2	2	2	2	2

(a) 均衡化图像像素统计表

3	4	0	1
2	1	2	4
3	0	6	6
5	7	7	5

(c) 均衡化后的4×4图像数据

图 5.6　图像均衡化例题

现以 4×4 的图像矩阵为例，说明图像直方图均衡化过程。图 5.6(a)为 4×4 图像的像素灰度值数据，是均衡化前的原始图像数据。对其像素和灰度进行统计，便得到图 5.6(b)图的统计表，第一行为像素灰度级值，共有 8 个灰度级；第二行为各灰度级原有的像素数，也即均衡化之前 4×4 图像各灰度级的像素数；第三行则表示均衡化处理后图像的各灰度级的像素数。可以看出各灰度级像素数都等于 2，这一数值表示各灰度级的像素数平均相等，这就是均衡化的含义，图 5.6(c)的 4×4 矩阵就是均衡化后图像数据，图像中每一个灰度级的像素数都是 2，仍然是 8 个灰度级。读者可以对照均衡化前后图像仔细比较观察，可以看出图 5.6(c)均衡化后的 4×4 图像灰度级是如何排列的，均衡化前的原始图像 0 级灰度只有一个像素，故其均衡化后仍然是 0 级，每一灰度级像素都有两个，现在均衡化后的 0 级像素还差一个，就拉下一个 1 级像素作为 0 级补充进来，而且这个 1 级像素是在扫描过程中最先遇到的像素灰度值，这样均衡化的 0 级像素位置便被填充满了，然后再考虑均衡化后的 1 级像素情况。原始图像有两个 1 级像素，其中最先扫描遇到的一个 1 级像素已经变为 0 级像素，故只有原来第二个 1 级像素均衡化后仍为 1 级，这样还差一个 1 级像素，就到 2 级像素中去找。原始图像 2 级像素共有 4 个，现将其中最先扫描遇到的 2 级像素来改变为 1 级像素，这样两个 1 级像素全有了。还剩下 3 个 2 级像素，其中最先扫描遇到的两个 2 级像素变换后仍是 2 级像素，而最后扫描遇到的那个 2 级像素则升入 3 级像素的级别。原始图像有 5 个 3 级像素，除了其中最先扫描遇到的那个 3 级像素仍为 3 级以外，其余的 4 个 3 级像素则升入更高的灰度级别，即升入均衡变换后图像的 5 级灰度级。原始图像的 4、5、6、7 各灰度级都只有一个像素，均衡化变换后，原始图像的 4 级、5 级变为 6 级，原始图像的 6 级、7 级变为 7 级，这个均衡化前后各像素灰度级变化过程如图 5.7 所示。

均衡化前　均衡化后
一个0级→0级
一个1级→0级
一个1级→1级
一个2级→1级
两个2级→2级
一个2级→3级
一个3级→3级
两个3级→4级
两个3级→5级
一个4级→6级
一个5级→6级
一个6级→7级
一个7级→7级

图 5.7　均衡化前后各像素灰度级变化统计结果

根据上述均衡化的过程，可以归纳为两条规则。

(1) 图像均衡化过程中，原始图像各像素灰度级变换后可以保持原来的灰度级别，可以升入较高的灰度级别，也可以降到较低的灰度级别，而且升入或下降情况会出现相隔好几个灰度级别的情况。

(2) 图像均衡化过程中,按照扫描的顺序最先遇到的像素根据灰度级变化的需要先变化,后扫描遇到的像素根据灰度级变化的改变要求再决定升入或下降。

总之,这种均衡化方法,按照扫描顺序,先扫描碰到的像素往均衡处理后新的灰度级位置上填入,如果这一灰度级位置没有被填满,则将较高灰度级别的像素拉下来,降低其灰度级值而填入没有被填满的灰度级别上,有时这种降级会连降好几级;如果这一灰度级位置已被填满,还剩下一些原来同一灰度级的像素,这时就将这些像素往较高灰度级位置上填入,如果仍有剩下的像素,就往更高级灰度级位置填入,有时这种升高填入也会连升好几个灰度级别。这种均衡化比较严格,要求均衡化后的像素数完全相等。

另外一种情况,不要求均衡化后各灰度级像素数完全一致,只要灰度级像素数大致差不多就可以了。这种均衡化的基本原则如下。

(1) 图像均衡化前像素数很少,而且相邻的那些灰度级值在均衡化后可以在图像中用一个灰度级来表示。

(2) 图像均衡化前具有相同灰度级值的所有像素,均衡化后仍然具有相同的灰度级值,但不一定是原来的灰度级值。

(3) 均衡化处理后的灰度级变换是按单调递增(或递减)的原则来进行的。

设 x 为图像均衡化前的灰度级变量,而 $p_x(x)$ 为均衡前图像原直方图的概率密度函数,y 为均衡化后图像的灰度级变量,而 $p_y(y)$ 为均衡化后的图像直方图的概率度函数。由于直方图的整个面积等于 1,现设均衡化后直方图的最小灰级和最大灰级分别是 $g_{\min}$ 和 $g_{\max}$,那么均衡化后直方图的长度就是 $g_{\max}-g_{\min}$,而直方图的高度就是直方图的总面积除以它的长度,同时直方图的高度恰巧就是均衡化后直方图的概率密度函数 $p_y(y)$,因此有:

$$p_y(y)=\frac{1}{g_{\max}-g_{\min}} \tag{5-8}$$

对任意 x,均衡化后存在着一个对应 y,使 $\int_0^y p_y(y)\mathrm{d}y=\int_{x_1}^{x_2} p_x(x)\mathrm{d}x$ 成立,$x\in[x_1,x_2]$,令 $x_1=0$,$x_2=x$,将式(5-8)代入,右边取离散化形式为

$$\frac{y-g_{\min}}{g_{\max}-g_{\min}}=\sum_{k=0}^{x} p_x(k)$$

将上式改写为

$$y=g_{\min}+[g_{\max}-g_{\min}]\sum_{k=0}^{x} p_x(k) \tag{5-9}$$

式(5-9)就是最后求得的直方图均衡化公式,其中 $\sum_{k=0}^{x} p_x(k)$ 就是均衡化变换函数的离散形式。

下面举例说明直方图均衡化的计算过程。

现有一幅 64×64 的图像,具有 $0\sim 7$ 的 8 个灰度级,其详细数据如表 5.1 所示。根据此表,可以计算变换函数 $\sum_{k=0}^{x} p_x(k)$,对每一个灰度级都要计算一次,每次都要计算它的累积分布。

表 5.1　64×64 图像各灰度级像素数和百分比

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
像素数	790	1023	850	656	329	245	122	86
$P_x(k)/\%$	19	25	21	16	8	6	3	2

总共要计算 8 次累积分布函数，即有：

$$\sum_{k=0}^{0} p_0(k) = p_0(0) = 0.19$$

$$\sum_{k=0}^{1} p_1(k) = p_1(0) + p_1(1) = 0.19 + 0.25 = 0.44$$

$$\sum_{k=0}^{2} p_2(k) = p_2(0) + p_2(1) + p_2(2) = 0.19 + 0.25 + 0.21 = 0.65$$

以下同理计算，可得：

$$\sum_{k=0}^{3} p_3(k) = 0.81 \qquad \sum_{k=0}^{4} p_4(k) = 0.89$$

$$\sum_{k=0}^{5} p_5(k) = 0.95 \qquad \sum_{k=0}^{6} p_6(k) = 0.98$$

$$\sum_{k=0}^{7} p_7(k) = 1.00$$

上面计算的各灰度级累积分布函数统计值如表 5.2 所示。

表 5.2　64×64 图像各灰度级的累积分布函数值

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
累积分布函数	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00

由式(5-9)，当 $g_{\min}=0$，$g_{\max}=7$，则该式简化为

$$y = g_{\max} \sum_{k=0}^{x} p_x(k) = 7 \times \sum_{k=0}^{x} p_x(k)$$

根据上面公式，就可以计算出均衡化后的新灰度级，各变换后新灰度级计算如下：

原来 0 级像素均衡化后变换为 $y=7\times0.19=1.33\approx1$ 级

原来 1 级像素均衡化后变换为 $y=7\times0.44=3.098\approx3$ 级

原来 2 级像素均衡化后变换为 $y=7\times0.65=4.55\approx5$ 级

原来 3 级像素均衡化后变换为 $y=7\times0.81=5.67\approx6$ 级

原来 4 级像素均衡化后变换为 $y=7\times0.89=6.23\approx6$ 级

原来 5 级像素均衡化后变换为 $y=7\times0.95=6.65\approx7$ 级

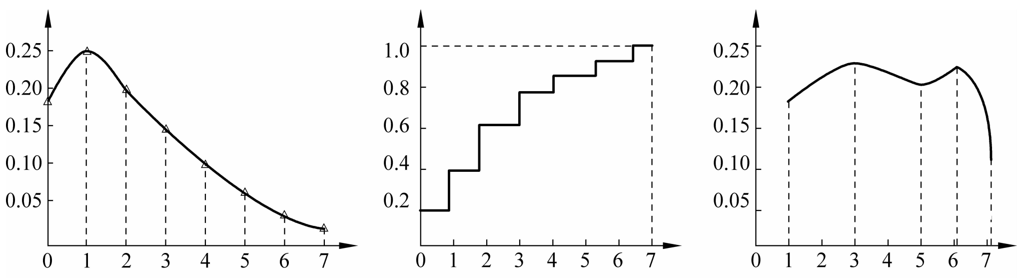
原来 6 级像素均衡化后变换为 $y=7\times0.98=6.86\approx7$ 级

原来 7 级像素均衡化后变换为 $y=7\times1.00=7$ 级

上面计算出来的新灰度级值绝大部分都带有小数，作为灰度级值是要取整数的，其取整数的原则是按小数点后面的尾数是否小于 0.5 而定，即凡是小数点后面的尾数小于 0.5 的

就舍去，取其整数作为灰度级别，凡是小数点后面的尾数大于 0.5 的就舍去小数而加 1 取整数作为灰度级别，也即小数点后面的尾数靠近哪个整数，就近似取哪个整数。例如上面计算过程中有 6.86，其靠近整数 7，即 0.86>0.50，故取 7 级灰度值。而 6.23 的 0.23<0.50，即 6.23 这一数字靠近 6 整数，故取 6 级灰度值，应注意这种取整的方法并不是四舍五入。

按照前面计算结果，得出均衡化后新的像素灰度级，现在就可以画出均衡化前后的直方图和累积分布直方图(见图 5.8)。将原始直方图和均衡化直方图对比一下，可以看出变换后确实起到了均衡化的作用，但均衡化以后也不是绝对均匀一致，直方图仍略有高低不平，这说明各灰度级像素数并不是严格相等的。仔细观察图 5.8(c)的均衡化直方图，其中 0、2、4 三个灰度级已没有像素了，原始图像这 3 个灰度级是有像素的，所以原始直方图中有这 3 个灰度级的直方图，但是均衡化后这 3 个灰度级却作了“牺牲”，故均衡化后的直方图没有这 3 个灰度级，这些灰度级的像素在均衡化过程中都已并入其他灰度级中了，这是均衡化的一个不足之处。但总的趋势是均衡处理后比处理前均匀得多，直观地比较两个直方图的曲线，就可明显地看出这一点。另外，图 5.8(b)的阶梯折线是图 5.8(a)原始直方图的累积分布函数，它就是进行均衡化的变换函数曲线。计算图像直方图均衡化的结果，最后将本例均衡化前后各种数据统计见表 5.3。



(a) 原始直方图 (b) 累积分布函数 (c) 均衡化直方图

图 5.8 均衡化前后直方图的比较

表 5.3 64×64 图像均衡化前后处理数据统计表

原始像灰度级 x	均衡化灰度级 y	像素数	原像素数百分比 $p_x(x)$	原累积百分比 $\sum_{k=0}^{x} p_x(k)$	均衡化后百分比 $p_y(y)$	均衡化后的累积百分比 $\sum_{k=0}^{x} p_x(k)$
0	1	790	0.19	0.19	0.19	0.19
1	3	1023	0.25	0.44	0.25	0.44
2	5	850	0.21	0.65	0.21	0.65
3	6	656 329 } 985	0.16 0.08 } 0.24	0.81		
4	6	245 122 } 448 81	0.06 0.03 } 0.11 0.02	0.89	0.24	0.89
5	7			0.95		
6	7			0.98	0.11	1.00
7	7			1.00		

2. 直方图匹配

在某些场合下，要求突出图像中感兴趣的灰度范围，这时，可以修改图像的直方图，使其具有所要求的形状。这种方法称为直方图匹配或直方图规定化。

下面介绍图像直方图匹配的一般方法。

设原始图像 $x(u,v)$，其经过直方图匹配后变换为图像 $z(u,v)$，而 $z(u,v)$是具有某一指定的直方图 $p_z(z)$，$p_z(z)$在连续情况下就是匹配变换后图像的概率密度函数，对于离散的数字图像来说，它就是变换后图像各灰级像素数百分比的变量。但这一匹配的变换过程并不是直接进行转换，而是在这一过程中，首先要将原始图像进行均衡化，设均衡化后的图像为 $y(u,v)$，其直方图设为 $p_y(y)$，然后进行比较均衡化后的累积直方图 $\sum_{k=0}^{y} p_y(k)$ 和指定变换目标图像 $z(u,v)$ 的累积直方图，从两个累积直方图的某些相等之处，就可以找出原图像和其对应的指定直方图的灰级，然后再将原图像的这些灰级变换为与其匹配的指定直方图的灰级，最后原始图像 $x(u,v)$，经过处理变换后就变为直方图匹配图像 $z(u,v)$，这就是直方图匹配处理的基本过程。利用式(5-8)，原图像均衡化灰级的最小值 $g_{\min}=0$，则有：

$$p_y(y) = \frac{1}{g_{\max}} \tag{5-10}$$

前面的直方图均衡化公式(5-9)变为

$$y = g_{\max} \sum_{k=0}^{x} p_x(k) \tag{5-11}$$

应用式(5-10)和式(5-11)可以计算均衡化后的直方图，即各灰级像素数的百分比以及各直方图，也即各灰级像素数的百分比以及各直方图的灰级值 $p_y(y)$ 和 y。由于标准图像 $z(u,v)$ 的 $p_z(z)$ 是已知的，然后可进一步算出它的累积直方图的 $\sum_{k=0}^{z} p_z(z)$。

现在，对于均衡化后的图像 $y(u,v)$和指定直方图图像 $z(u,v)$，总能找到某一对应的 y 和 z 的灰级值，使得下式成立：

$$\sum_{k=0}^{y} p_y(k) \approx \sum_{k=0}^{z} p_z(k) \tag{5-12}$$

式(5-12)表示离散的分布函数相近，它意味着在这些相近的数值之处，其对应的灰级对 y 和 z 就是要找的灰级变换对。这样，就可以把原图像灰级 x 先均衡化为 y 灰级，然后根据式(5-12)的条件找出相对应的 y 和 z，再把均衡化为 y 灰级变换为指定匹配的灰级 z，最后得出指定直方图的匹配图像。

下面通过一个例子再来看一下图像直方图匹配的过程和做法。仍选用前面 64×64 的 0～7 级灰级图像块作为例子，图像的基本数据见表 5.1，根据基本数据做出原始直方图和均衡直方图 5.8。现在要求 64×64 的原始图像块按下列指定直方图数据进行处理，即用指定直方图数据来匹配原始图像，指定直方图的数据列在表 5.4 中，根据表 5.4 的数据进一步

计算统计可以算出累积百分比数据(见表 5.5)。根据表 5.4 和表 5.5 可以作出指定直方图和它的累积直方图。

表 5.4　指定直方图数据表

灰级(z)	像素数百分比($p_z(z)$)	灰级(z)	像素数百分比($p_z(z)$)
0	0.00	4	0.20
1	0.00	5	0.30
2	0.00	6	0.20
3	0.15	7	0.15

表 5.5　根据指定直方图数据计算出累积直方图数据

灰级(z)	累积百分比 $\sum_{k=0}^{z} p_z(k)$	灰级(z)	累积百分比 $\sum_{k=0}^{z} p_z(k)$
0	0.00	4	0.35
1	0.00	5	0.65
2	0.00	6	0.85
3	0.15	7	1.00

为了把原始图像用指定直方图的参数进行匹配,就必须比较指定直方图的累积百分比和均衡化后的累积百分比,也即比较两个累积直方图。两个累积直方图数据相等之处的对应灰级对,就是匹配转换的对应灰级,这些对应的灰级就是原始图像均衡化后的灰级及所对应转换的指定直方图灰级。因此就有:

均衡累积百分比 $\sum_{k=0}^{y} p_y(k)$	进行比较(近似的相等)	指定直方图累积百分比 $\sum_{k=0}^{z} p_z(z)$
—	—	—
0.19	≈	0.15
0.44	≈	0.35
0.65	≈	0.65
0.89	≈	0.85
1.00	≈	1.00

由上面的比较可以看出,近似号(≈)两边的数据有的是真正相等,有的相差不多,例如 0.89 和 0.85。有的相差稍微大了些,例如 0.44 和 0.35。但在匹配过程中却认为是相等的,这样就进一步认为这些匹配相等的两边累积百分比数据所代表的灰级也应该匹配,即有下面的比较结果: