

第3章 空域增强：模板操作

图像是由其基本单元——像素组成的，像素在图像空间是按某种规律排列的，互相之间有一定的联系。在图像处理中，可以且需要根据像素之间的联系来对图像进行加工。

在真实图像中，相邻或接近的像素之间有更密切的联系，常可结合在一起考虑。在图像处理中，常用模板来组合相邻或接近的像素，根据这些像素的统计特性或局部运算来进行操作，即模板操作或模板运算。利用模板操作来进行图像增强常称为滤波，可以是线性的也可以是非线性的。由于模板操作涉及图像中的局部区域，所以也可方便地进行局部增强。

根据上述讨论，本章各节将安排如下。

3.1 节先对像素间的联系，包括像素的邻域，像素间的邻接、连接和连通，像素集合的邻接和连通，以及像素间的距离进行介绍。

3.2 节讨论模板运算的基本原理和方法（主要是模板卷积和模板排序），还讨论模板运算功能的分类。

3.3 节介绍一些典型的线性滤波方法，其功能包括平滑和锐化图像。

3.4 节介绍一些典型的非线性滤波方法，其功能也包括平滑和锐化图像。这些方法也可与线性滤波方法结合使用。

3.5 节分析利用模板操作进行图像局部增强的原理、思路和效果。

3.1 像素间联系

模板操作涉及对一组像素的同时操作，为此需要对像素间联系有一定了解。像素之间的联系有多种，既有空间上的联系也有幅度上的联系。下面介绍邻域、邻接、连接和连通等基本概念。

3.1.1 像素的邻域和邻接

对一个像素来说，与它关系最密切的常是它的邻近像素/近邻像素，它们组成该像素的邻域。根据对一个坐标为 (x, y) 的像素 p 的近邻像素的不同定义，可以得到由不同近邻像素所组成的不同的邻域。常见的像素邻域主要有如下3种（更多的内容可见《图像工程》中册）。

(1) 4-邻域 $N_4(p)$

它由 p 的水平(左,右)和垂直(上,下)共 4 个近邻像素组成,这些近邻像素的坐标分别是 $(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)$ 。图 3.1.1(a)给出 4-邻域的一个示例,组成 p 的 4-邻域的 4 个像素均用 r 表示,它们与 p 有公共的边。

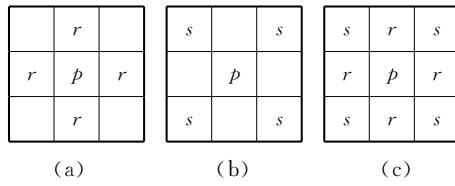


图 3.1.1 像素的邻域

(2) 对角邻域 $N_D(p)$

它由 p 的对角(左上,右上,左下,右下)共 4 个近邻像素组成,这些近邻像素的坐标分别是 $(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)$ 。图 3.1.1(b)给出对角邻域的一个示例,组成 p 的对角邻域的 4 个像素均用 s 表示,它们与 p 有公共的顶角。

(3) 8-邻域 $N_8(p)$

它由 p 的 4 个 4-邻域像素加上 4 个对角邻域像素合起来构成。图 3.1.1(c)给出 8-邻域的一个示例,其中组成 p 的 8-邻域的 4 个 4-邻域像素用 r 表示,4 个对角邻域像素用 s 表示。

需要指出,根据上述对邻域的定义,如果像素 p 本身处在图像的边缘,则它的 $N_4(p)$ 、 $N_D(p)$ 和 $N_8(p)$ 中的若干个像素会落在图像之外。在图 3.1.1 中,如果将 p 的 8-邻域看作一幅 3×3 的图像,考虑一下 $N_4(r)$ 、 $N_D(s)$ 、 $N_8(r)$ 和 $N_8(s)$,就很容易理解这种情况。处理这种情况的方法可见 3.1.2 节。

在上述定义的像素邻域中,一个像素与其邻域中的像素是有接触的,也称为邻接的。图像中两个像素是否邻接就看它们是否接触。邻接表示一种像素间的空间接近关系。

根据像素邻域的不同,邻接也对应分成 3 种: 4-邻接,对角-邻接,8-邻接。

3.1.2 像素间的连接和连通

两个像素的邻接仅与它们的空间位置有关,而像素间的连接和连通还要考虑像素的属性值(以下讨论中以灰度值为例)之间的关系。

1. 像素的连接

对两个像素来说,要确定它们是否连接需要考虑两点: ①它们在空间上是否邻接; ②它们的灰度值是否满足某个特定的相似准则(例如它们灰度值相等,或同在一个灰度值集合中取值)。举例来说,在一幅只有 0 和 1 灰度的二值图中,一个像素和在它邻域中的像素只有当它们具有相同的灰度值时才可以说是连接的。

设用 V 表示定义连接的灰度值集合。例如在一幅二值图中,为考虑两个灰度值为 1 的

像素之间的连接,可取 $V = \{1\}$ 。又如在一幅有 256 个灰度级的灰度图中,考虑灰度值在 128~150 之间的两个像素的连接时,取 $V = \{128, 129, \dots, 149, 150\}$ 。参见图 3.1.1, 可讨论以下两种常用的连接。

(1) 4-连接: 两个像素 p 和 r 在 V 中取值且 r 在 $N_4(p)$ 中, 则它们为 4-连接。

(2) 8-连接: 两个像素 p 和 r 在 V 中取值且 r 在 $N_8(p)$ 中, 则它们为 8-连接。

2. 像素的连通

在像素连接的基础上, 可进一步讨论和定义像素的连通。实际上, 像素连通可以看作是像素连接的一种推广。为讨论连通先来定义两个像素间的通路。从具有坐标 (x, y) 的像素 p 到具有坐标 (s, t) 的像素 q 的一条通路由一系列具有坐标 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 的独立像素组成。这里 $(x_0, y_0) = (x, y), (x_n, y_n) = (s, t)$, 且 (x_i, y_i) 与 (x_{i-1}, y_{i-1}) 邻接, 其中 $1 \leq i \leq n, n$ 为通路长度。根据所采用的邻接定义不同, 可定义或得到不同的通路, 如 4-通路、8-通路。上述通路建立了两个像素 p 和 q 之间的空间联系。进一步, 如果这条通路上的所有像素的灰度值均满足某个特定的相似准则, 即两两邻接的像素也是连接的, 则可以说像素 p 和 q 是连通的。同样根据所采用的连接定义的不同, 可定义或得到不同的连通, 如 4-连通, 8-连通。当 $n=1$ 时, 连通转化为其特例——连接。

3. 像素集合的邻接、连接和连通

如果将一幅图像看作一个由像素构成的集合, 则根据像素间的联系, 常可将某些像素结合组成图像的子集合。换句话说, 图像中的子集仍是像素的集合, 是图像的一部分。对两个图像子集 S 和 T 来说, 如果 S 中的一个或一些像素与 T 中的一个或一些像素邻接, 则可以说两个图像子集 S 和 T 是邻接的。这里根据所采用的像素邻接定义, 可以定义或得到不同的邻接图像子集。如可以说两个图像子集 4-邻接, 两个 8-邻接的图像子集等。

类似于像素的连接, 对两个图像子集 S 和 T 来说, 要确定它们是否连接也需要考虑两点: ①它们是否是邻接图像子集; ②它们中邻接像素的灰度值是否满足某个特定的相似准则。换句话说, 如果 S 中的一个或一些像素与 T 中的一个或一些像素连接, 则可以说两个图像子集 S 和 T 是连接的。

设 p 和 q 是一个图像子集 S 中的两个像素, 如果存在一条完全由在 S 中的像素组成的从 p 到 q 的通路, 那么就称 p 在 S 中与 q 相连通。对 S 中任一个像素 p , 所有与 p 相连通且又在 S 中的像素组成的集合(包括 p)合起来称为 S 中的一个连通组元。如果 S 中只有一个连通组元, 即 S 中所有像素都互相连通, 则称 S 是一个连通集。如果一幅图像中所有的像素分属于几个连通集, 则可以说这几个连通集分别是该幅图像的连通组元。在极端的情况下, 一幅图像中所有的像素都互相连通, 则该幅图像本身就是一个连通集。

一幅图像中每个连通集构成该图像的一个区域, 所以图像可认为是由一系列区域组成的。一个区域的边界也称区域的轮廓, 一般认为是该区域的一个子集, 它将该区域与其他区域分离开。借助前面对像素邻域的介绍, 可以认为组成一个区域的边界像素本身属于该区域, 而在其邻域中有不属于该区域的像素。

3.1.3 像素间的距离

像素之间的联系与像素在空间中的接近程度有关。像素在空间中的接近程度可以用像素之间的距离来测量。为测量距离,需要定义距离量度函数。给定3个像素 p, q, r ,坐标分别为 $(x, y), (s, t), (u, v)$,如果下列条件满足的话,称函数 D 为一个距离量度函数:

- (1) $D(p, q) \geq 0$ ($D(p, q) = 0$, 当且仅当 $p = q$);
- (2) $D(p, q) = D(q, p)$;
- (3) $D(p, q) \leq D(p, r) + D(r, q)$ 。

上述3个条件下,第1个条件表明两个像素之间的距离总是正的(两个像素空间位置相同时,其间的距离为零);第2个条件表明两个像素之间的距离与起终点的选择无关,或者说距离是相对的;第3个条件表明两个像素之间的最短距离是沿直线的。

例 3.1.1 测度空间。

定义在抽象集合 A (其元素 a_1, a_2, a_3, \dots 可称为点)上的测度是一个从集合向实数集映射的函数(可记为 $d: A \times A \rightarrow \mathbf{R}$),对任意3个 $a_1, a_2, a_3 \in A$,都有:

- (1) $d(a_1, a_2) = 0$, 当且仅当 $a_1 = a_2$;
- (2) $d(a_1, a_2) \leq d(a_3, a_1) + d(a_3, a_2)$;
- (3) $d(a_1, a_2) = d(a_2, a_1)$;
- (4) $d(a_1, a_2) > 0$, 如果 $a_1 \neq a_2$ 。

二元组 (A, d) 称为测度空间。 □

在图像中,对距离有不同的量度方法。点 p 和 q 之间的欧氏距离(也是范数为2的距离)定义为

$$D_E(p, q) = [(x - s)^2 + (y - t)^2]^{1/2} \quad (3.1.1)$$

根据这个距离量度,与坐标为 (x, y) 的像素的 D_E 距离小于或等于某个值 d 的像素都包括在以 (x, y) 为中心、以 d 为半径的圆中。在数字图像中,圆只能近似地表示,例如与 (x, y) 的 D_E 距离小于或等于3的像素组成如图3.1.2(a)所示的区域(图中距离值已四舍五入到保留一位小数)。

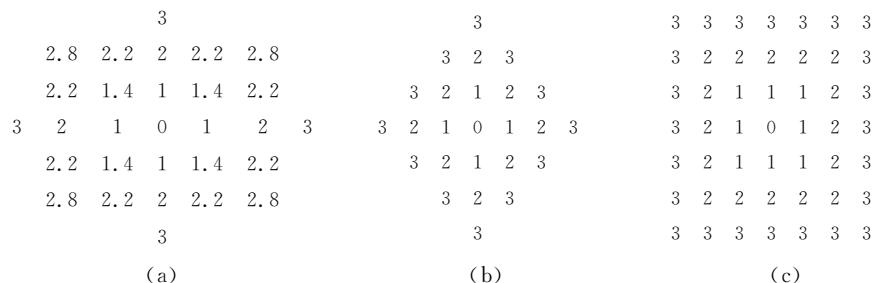


图 3.1.2 等距离轮廓示例

点 p 和 q 之间的 D_4 距离(也是范数为 1 的距离)也称为城区距离, 定义为

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t| \quad (3.1.2)$$

根据这个距离量度, 与坐标为 (x, y) 的像素的 D_4 距离小于或等于某个值 d 的像素组成以 (x, y) 为中心的菱形。例如与 (x, y) 的 D_4 距离小于或等于 3 的像素组成如图 3.1.2(b) 所示的菱形区域。 $D_4=1$ 的像素构成像素 p 的 4-邻域。换句话说, 像素 p 的 4-邻域也可用 D_4 距离定义为

$$N_4(p) = \{r \mid D_4(p, r) = 1\} \quad (3.1.3)$$

点 p 和 q 之间的 D_8 距离(也是范数为 ∞ 的距离)也称为棋盘距离, 定义为

$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|) \quad (3.1.4)$$

根据这个距离量度, 与坐标为 (x, y) 的像素的 D_8 距离小于或等于某个值 d 的像素组成以 (x, y) 为中心的正方形。例如, 与 (x, y) 的 D_8 距离小于或等于 3 的像素组成如图 3.1.2(c) 所示的方形区域。 $D_8=1$ 的像素构成像素 p 的 8-邻域。这样, 像素 p 的 8-邻域也可用 D_8 距离定义为

$$N_8(p) = \{r \mid D_8(p, r) = 1\} \quad (3.1.5)$$

例 3.1.2 距离计算示例。

根据上述 3 种距离定义在计算图像中相同两个像素间的距离时会得到不同的数值。如在图 3.1.3 中, 两个像素 p 和 q 之间的 D_E 距离为 5(见图 3.1.3(a)), D_4 距离为 7(见图 3.1.3(b)), D_8 距离为 4(见图 3.1.3(c))。

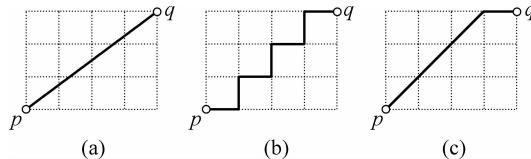


图 3.1.3 像素间距离的计算

□

欧氏距离给出的结果准确, 但由于计算时需要进行平方和开方运算, 计算量大。城区距离和棋盘距离均为非欧氏距离, 计算量小, 但有一定的误差。这种误差在两个像素处于对角方向时达到最大。如果用 N 表示两个像素间的水平距离(也等于垂直距离), 则城区距离的误差为 $|(\sqrt{2}-2)N|=0.59N$; 棋盘距离的误差为 $|(\sqrt{2}-1)N|=0.41N$ 。

例 3.1.3 范数和距离。

范数是测度空间的一个基本概念。一个函数 $f(x)$ 的范数可表示为(其中 w 称为指数或指标)

$$\|f\|_w = \left[\int |f(x)|^w dx \right]^{1/w} \quad (3.1.6)$$

在距离计算中, 可定义两点之间的 Minkowski 距离度量为

$$D_w(p, q) = [|x - s|^w + |y - t|^w]^{1/w} \quad (3.1.7)$$

上式中, w 取 1、2 和 ∞ 是几种常用的特殊情况。参见图 3.1.4, 考虑与原点为单位距离

的点的集合,当 w 取 1 时,得到一个菱形;当 w 取 2 时,得到一个圆形;当 w 取 ∞ 时,得到一个正方形。可将图 3.1.4 与图 3.1.2 进行比较。

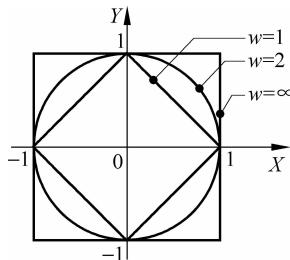


图 3.1.4 3 种范数和 3 种距离

□

3.2 模板运算

模板也称样板或窗,一般可看作一幅尺寸为 $n \times n$ (n 一般为奇数,远小于常见图像尺寸)的小图像 $W(x, y)$,其各个位置上的值常称为系数值,系数值由功能确定。根据像素间的联系可以定义各种模板操作并实现各种功能。模板运算的基本思路是将赋予某个像素的值作为它本身灰度值和其相邻像素灰度值的函数。函数的形式可线性也可非线性,运算可以是卷积也可以是排序等。利用像素本身以及其邻域像素的灰度关系进行增强的方法常称为滤波,而实现其功能的模板就相当于滤波器。

下面先介绍模板运算(模板卷积和模板排序),再讨论在图像边界处进行编码操作要注意的问题,最后对利用模板操作可实现的图像空域增强技术进行分类。

1. 模板卷积

模板卷积指用模板与需处理图像在图像空间进行卷积的运算过程。该过程不能原地完成(与点操作不同),所以输出结果要使用另一幅图像。模板卷积的主要步骤为:

- (1) 将模板在输入图像中漫游,并将模板中心与图像中某个像素位置重合;
- (2) 将模板上的各个系数与模板下各对应像素的灰度值相乘;
- (3) 将所有乘积相加(为保持灰度范围,常将结果再除以模板系数之和);
- (4) 将上述运算结果(模板的输出响应)赋给输出图像中对应模板中心位置的像素。

上述过程完成了利用输入图像中与模板同尺寸的图像子集给出输出图像中一个像素幅度值的工作。要对一幅图像卷积,需要对输出图像中的每个像素进行上述计算。一般的模板是方形的,最常用的尺寸为 3×3 ,有时也使用 5×5 、 7×7 或更大的模板。实用中 n 多为奇数以使模板对称并有个中心像素,可以定义模板的半径 r 为 $(n-1)/2$ 。

图 3.2.1(a)给出一幅图像的一部分,其中所标 s_i 代表像素的灰度值。现设有一个 3×3 的模板如图 3.2.1(b)所示,模板内所标为模板系数。如将 k_0 所在位置与图中灰度值

为 s_0 的像素重合(即将模板中心放在图中 (x, y) 位置), 模板的输出响应 R 为

$$R = k_0 s_0 + k_1 s_1 + \cdots + k_8 s_8 \quad (3.2.1)$$

将 R (实际中常除以模板系数之和以保证原来的灰度动态范围)赋给输出图像在 (x, y) 位置的像素作为其新的灰度值(见图 3.2.1(c)), 就完成了在该像素的卷积操作。

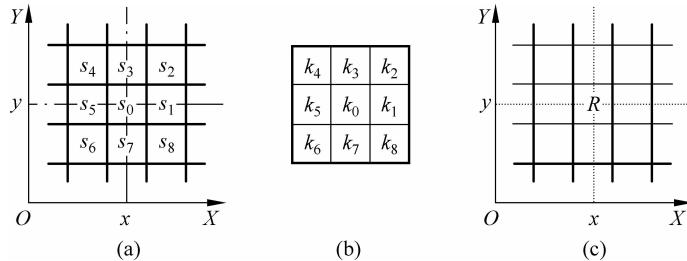


图 3.2.1 用 3×3 的模板进行模板操作的示意图

2. 模板排序

模板运算并不只能是卷积, 模板排序也是一种模板运算。模板排序指用模板来提取需处理图像中与模板同尺寸的图像子集, 并将其中像素根据其幅度值排序的运算过程。与模板卷积类似, 模板排序过程也不能原地完成。模板排序的主要步骤为:

- (1) 将模板在输入图像中漫游, 并将模板中心与图像中某个像素位置重合;
- (2) 读取模板下输入图像中各对应像素的灰度值;
- (3) 将这些灰度值进行排序, 一般将它们从小到大排成一列(单增);
- (4) 根据运算目的从排序结果中选一个序, 取出该序像素的灰度值;
- (5) 将取出的灰度值赋给输出图像中对应模板中心位置的像素。

与模板卷积不同, 模板排序中的模板只起到划定参与图像处理的像素范围的作用, 其系数在读取像素灰度值时可看作均为 1, 且不影响赋值。模板排序后如何取其中一个灰度值是区分其功能的重要因素。另外, 模板排序后所赋给输出图像中对应模板中心位置像素的值必是输入图像中与模板对应的像素值中的一个。最后, 模板排序中利用模板只是为了选取一些像素, 所用的模板并不一定是方形的, 或者虽然用方形的模板, 但其中有些系数取 0 (如见 3.4.1 节)。

3. 图像边界处的模板运算

由于在模板运算中要用到输入图像中与模板中心的邻域所对应的像素, 当模板中心对应输入图像的边界像素时, 其邻域范围可能扩展到输入图像的边界之外, 而那里并没有定义。解决这个问题的思路有两种: 一种是忽略这些边界处的像素, 仅考虑图像内部与边界距离小于等于模板半径的像素。当图像尺寸比较大且感兴趣目标在图像内部时这种方法的效果常可以接受。另一种是将输入图像进行扩展, 即如果用半径为 r 的模板进行模板运算, 则在图像的四条边界外各增加/扩展一个 r 行或 r 列的带(先在图像的第一行之前(上)和最

后一行之后(下)各增加 r 行,再在图像的第一列左边和最后一列右边各增加 r 列,这里操作可按行或按列迭代进行),从而可以正常地实现对边界上像素的运算。这些新增行或列中像素的幅度值可用不同的方法来确定,例如:

- (1) 最简单的是将新增像素的幅度值取为 0,缺点是有可能导致图像边界处有明显的不连贯;
- (2) 将这些新增像素的幅度值取为其在原图像中 4-邻接像素的值(4 个角上新增像素的幅度值取为其在原图像中 8-邻接像素的值);
- (3) 将图像在水平和垂直方向上均看作是周期循环的,即认为图像最后一行之后是图像的第一行,图像最后一列之后是图像的第一列,从而将相应的行或列移过来;
- (4) 利用外插技术,根据接近边界处一行或多行(一列或多列)像素的幅度值以一定的规则进行外推得到图像边界外像素的幅度值。

需要指出上述这些方法都不是完美/理想的,因为实际上它们都是对图像边界外像素幅度值的一种估计而已。事实上,它们均对边界像素给予了特殊的权重,并会使图像的平均灰度发生小的改变。

4. 模板运算功能分类

利用模板运算也可对图像进行空域增强。如以 $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 分别代表原始图像和增强图像,用 E_H 代表一个增强操作,则

$$g(x, y) = E_H[f(x, y), N(x, y)] \quad (3.2.2)$$

式中, $N(x, y)$ 代表 $f(x, y)$ 在 (x, y) 的邻域内各像素的灰度值。

将模板运算用于图像空域增强一般称为空域滤波,根据其功能主要分成平滑滤波和锐化滤波两类(模板系数不同)。

(1) 平滑滤波

它能减弱或消除图像中的高频率分量,但不影响低频率分量。因为高频分量对应图像中的区域边缘等灰度值具有较大较快变化的部分,平滑滤波将这些分量滤去可减少局部灰度起伏,使图像变得比较平滑。实际中,平滑滤波还可用于消除噪声(噪声的空间相关性较弱,对应较高的空间频率),或在提取较大的目标前去除太小的细节或将目标内的小间断连接起来。

(2) 锐化滤波

它能减弱或消除图像中的低频率分量,但不影响高频率分量。因为低频分量对应图像中灰度值缓慢变化的区域,因而与图像的整体特性,如整体对比度和平均灰度值等有关。锐化滤波将这些分量滤去可使图像反差增加,边缘明显。实际中,锐化滤波可用于增强被模糊的细节或目标的边缘。

另一方面,空域滤波也常根据其运算特点分成线性的和非线性的两类。从统计的角度来看,滤波是一种估计,它基于一组观察结果来估计未观察的量。线性滤波对观察结果进行线性组合,而非线性滤波则是对观察结果的逻辑组合[Dougherty 1994]。线性方法的理论

基础比较成熟。在线性的方法中,常可将复杂的运算进行分解,计算比较方便,也容易并行实现。非线性的方法理论基础较弱,应用领域受一些限制,但有些非线性方法常比线性方法有更好的滤波效果。

结合上述两种分类方法,可将空域滤波增强技术分成4类,见表3.2.1。

表3.2.1 空域滤波增强技术分类

功能 \ 特点	线 性	非 线 性
平滑	线性平滑	非线性平滑
锐化	线性锐化	非线性锐化

下面两节将分别介绍线性滤波和非线性滤波。

3.3 线性滤波

线性滤波既可得到平滑的效果(图像反差减少),也可得到锐化的效果(图像反差增加),主要取决于所用模板的系数值。

3.3.1 线性平滑滤波

有很多种线性平滑滤波的方法,均基于模板卷积进行。平滑模板系数的取值均应为正,而且可以在中心比较大而周围比较小。下面介绍几种比较简单和典型的线性平滑滤波方法。

1. 邻域平均

最简单的平滑滤波是用一个像素邻域的平均值作为滤波结果,此时滤波模板的所有系数都取为1。为保证输出图仍在原来的灰度值范围,在算得卷积值R后要将其除以系数总个数再行赋值。例如对 3×3 的模板来说,在算得R后要将其除以系数9。邻域平均的一般表达式为

$$g(x,y) = \frac{1}{n^2} \sum_{(s,t) \in N(x,y)} f(s,t) \quad (3.3.1)$$

其中, $N(x,y)$ 对应 $f(x,y)$ 中 (x,y) 的 $n\times n$ 邻域,与模板W所覆盖的范围对应。

例3.3.1 邻域平均平滑滤波的效果。

参见图3.3.1,其中图3.3.1(a)为一幅原始的8比特灰度级图像,图3.3.1(b)为叠加均匀分布随机噪声的结果,图3.3.1(c)~图3.3.1(g)依次为用 $3\times 3, 5\times 5, 7\times 7, 9\times 9$ 和 11×11 平滑模板对图3.3.1(b)进行平滑滤波的结果。由图可见,当所用平滑模板尺寸增大时,对噪声的消除效果有所增强。不过同时所得到的图像变得更为模糊,可视的细节逐步减少,且运算量也增大。所以实际中需根据应用要求选取合适大小的模板。

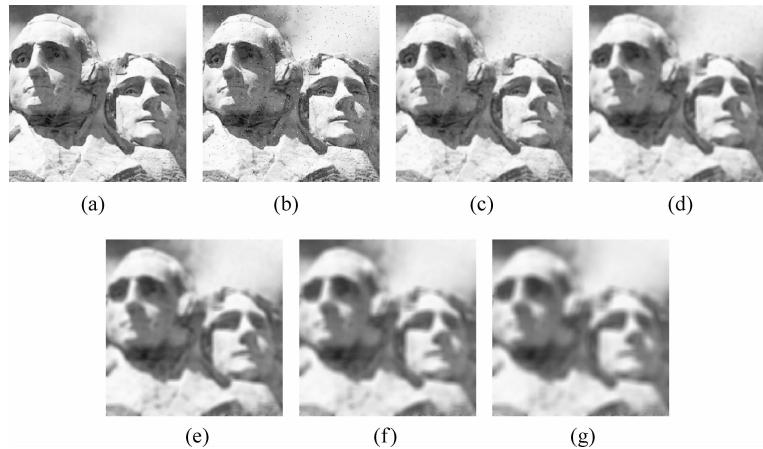


图 3.3.1 空域平滑滤波的效果

□

2. 加权平均

模板操作中,模板中心周围的像素也参与滤波,一般认为离中心近的像素应对滤波结果有较大的贡献,所以可将接近模板中心的系数取得比模板周边的系数大,这相当于对邻域的平均进行了加权。加权平均的一般表达式为

$$g(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in N(x,y)} w(s,t) f(s,t)}{\sum_{(s,t) \in N(x,y)} w(s,t)} \quad (3.3.2)$$

实用中,为保证各模板系数均为整数以减少计算量,常取模板周边最小的系数为 1,而取内部的系数成比例增加,中心系数最大。这里的增加比例可根据各系数位置与模板中心的距离来确定,如依次根据距离的倒数来确定各内部系数的值。图 3.3.2 给出这样得到的一个模板的示例。

在邻域平均中,可通过选取不同尺寸的模板获得不同的结果。在加权平均中,除对同一尺寸模板中的不同位置采用不同系数外,还可选取不同尺寸的模板。最后,如果将小尺寸的模板反复使用,也可得到加权大尺寸模板的效果(见思考题和练习题 3-5)。

3. 高斯平均

高斯平均是加权平均的一种特例,它根据高斯分布来确定各模板系数,也将接近模板中心的系数取得比模板周边的系数大。例如一个 5×5 的高斯平均模板如下:

$$\frac{1}{273} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

图 3.3.2 一个加权平均模板