第3章 方差分析

第 2 章介绍了一个或两个样本均值的假设检验方法，主要是采用 u 检验或 t 检验方法来测定它们之间的差异显著性。而当试验的样本数 $k\geqslant 3$ 时，上述方法已不宜应用。其原因是当 $k\geqslant 3$ 时，就要进行 $k(k-1)/2$ 次测验比较，不仅工作量大，而且精确度降低。因此，对多个样本均值的假设检验，需要采用一种更加适宜的统计方法，即方差分析法。

方差分析(Analysis of Variance，ANOVA)是由英国统计学家 R. A. Fisher 于 1923 年提出的。这种方法是将 k 个处理的观测值作为一个整体看待，把观测值总变异的平方和及自由度分解为相应于不同变异来源的平方和及自由度，进而获得不同变异来源总体方差的估计值；通过计算这些总体方差的估计值的适当比值，就能检验各样本所属总体均值是否相等。方差分析实质上是关于观测值变异原因的数量分析，在科学研究中应用十分广泛。

本章在讨论方差分析基本原理的基础上，介绍单因素方差分析、多因素方差分析、重复测量方差分析以及协方差分析方法，并介绍方差分析的 SPSS 软件操作。

3.1 方差分析的基本原理

下面通过一个例子说明方差分析的基本统计原理。

例 3.1 某公司采用 4 种方式推销其产品。为检验不同方式推销产品的效果，随机抽样如表 3-1 所示。

表 3-1 某公司产品销售方式所对应的销售量

销售方式 \ 序号	1	2	3	4	5	水平均值
方式一	77	86	81	88	83	83
方式二	95	92	78	96	89	90
方式三	71	76	68	81	74	74
方式四	80	84	79	70	82	79
总均值						81.5

例 3.1 中要研究的问题是这 4 个销售量的均值之间是否有显著差异，当然可以采用第 3 章的方法进行多次检验，但工作效率显然比较低。要看不同推销方式的效果，其实就归结为一个检验问题，若 μ_i 为第 i 种推销方式 $i(i=1,2,3,4)$ 的平均销售量，即检验原假设 H_0：$\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4$ 是否为真。从数值上观察，4 个均值都不相等，方式二的销售量明显较大。

然而，并不能简单地根据这种第一印象来否定原假设，而应该分析 μ_1、μ_2、μ_3、μ_4 之间差异的原因。

从表 3-1 可以看到，20 个数据各不相同，这种差异可能由两方面的原因引起：一是推销方式的影响，不同的方式会使人们产生不同的消费冲动和购买欲望，从而产生不同的购买行动，这种由不同水平造成的差异，称为系统性差异；另一是随机因素的影响，同一种推销方式在不同的工作日销量也会不同，因为来商店的人群数量不一，经济收入不一，当班服务员态度不一，这种由随机因素造成的差异，称为随机性差异。两个方面产生的差异用两个方差来计量：一是 μ_1、μ_2、μ_3、μ_4 之间的总体差异，即水平之间的方差；另一个是水平内部的方差。前者既包括系统性差异，也包括随机性差异；后者仅包括随机性差异。如果不同的水平对结果没有影响，如推销方式对销售量不产生影响，那么在水平之间的方差中，也就仅仅有随机性差异，而没有系统性差异，它与水平内部方差就应该接近，两个方差的比值就会接近于 1；反之，如果不同的水平对结果产生影响，在水平之间的方差中就不仅包括了随机性差异，也包括了系统性差异。这时，该方差就会大于水平内方差，两个方差的比值就会比 1 大，当这个比值大到某个程度时，即达到某临界点，就可以做出判断，认为不同的水平之间存在着显著性差异。因此，方差分析就是通过对水平之间的方差和水平内部的方差进行比较，做出拒绝还是不能拒绝原假设的判断。

在方差分析中通常要有以下假定：首先是各样本的独立性，即各组观察数据是从相互独立的总体中抽取的，只有是独立的随机样本，才能保证变异的可加性；其次要求所有观察值都是从正态总体中抽取的，且方差相等。在实际应用中能够严格满足这些假定条件的客观现象是很少的，但一般应近似地符合上述要求。

在上述假设条件成立的情况下，水平之间的方差（也称为组间方差）与水平内部的方差（也称组内方差）之间的比值是一个服从 F 分布的统计量，可以通过对这个统计量的检验做出拒绝或不能拒绝原假设的决策。

3.2 单因素方差分析

单因素方差分析只针对一个因素进行，旨在分析该因素对样本的观察值是否产生影响，各因素水平的样本容量大小可以一致，也可以不一致。

3.2.1 数据结构与线性模型

假设某单因素试验有 k 个水平，每个水平有 n 次重复，共有 $n\times k$ 个观测值。这类试验资料的数据结构如表 3-2 所示。

表中 x_{ij} 表示第 i 个水平的第 j 个观测值（$i=1,2,\cdots,k$；$j=1,2,\cdots,n$）；$x_{i.}=\sum\limits_{j=1}^{n}x_{ij}$ 表示第 i 个水平 n 个观测值的和；$x_{..}=\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{n}x_{ij}=\sum\limits_{i=1}^{k}x_{i.}$ 表示全部观测值的总和；$\bar{x}_{i.}=\frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}x_{ij}=\frac{1}{n}x_{i.}$ 表示第 i 个水平的均值；$\bar{x}_{..}=\frac{1}{kn}\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{n}x_{ij}=\frac{1}{kn}x_{..}$ 表示全部观测值的总均值。

表 3-2 k 个水平每个水平有 n 个观测值的数据模式

水平			观	测	值		合计 $x_{i.}$	平均 $\bar{x}_{i.}$
A_1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1i}	…	x_{1n}	$x_{1.}$	$\bar{x}_{1.}$
A_2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2i}	…	x_{2n}	$x_{2.}$	$\bar{x}_{2.}$
⋮	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮	⋮	⋮
A_i	x_{i1}	x_{i2}	…	x_{ii}	…	x_{in}	$x_{i.}$	$\bar{x}_{i.}$
⋮	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮	⋮	⋮
A_k	x_{k1}	x_{k2}	…	x_{ki}	…	x_{kn}	$x_{k.}$	$\bar{x}_{k.}$
合计							$x_{..}$	$\bar{x}_{..}$

x_{ij} 可以分解为 $x_{ij}=\mu_i+\varepsilon_{ij}$，其中，$\mu_i$ 表示第 i 个水平观测值总体的均值，ε_{ij} 表示试验误差（也称随机误差），相互独立，且服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$。为了看出各水平的影响大小，将 μ_i 再进行分解，令 $\mu=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\mu_i$，$\alpha_i=\mu_i-\mu$，则 $x_{ij}=\mu+\alpha_i+\varepsilon_{ij}$。其中，$\mu$ 表示全试验观测值总体的均值；α_i 是第 i 个水平的效应（treatment effects），表示第 i 个水平对试验结果产生的影响，显然有 $\sum_{i=1}^{k}\alpha_i=0$。

在单因素试验的方差分析中，称满足条件 $\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_k=0$ 的 $x_{ij}=\mu+\alpha_i+\varepsilon_{ij}$ $(i=1,2,\cdots,k)$ 为单因素方差分析的线性模型，也称数学模型。在这个模型中，x_{ij} 表示为总平均数 μ、水平效应 α_i 与试验误差 ε_{ij} 之和。

由 ε_{ij} 相互独立且服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$，可知各水平 $A_i(i=1,2,\cdots,k)$ 所属总体也应具有正态性，即服从正态分布 $N(\mu_i,\sigma^2)$。尽管各总体的均值 μ_i 可以不等或相等，σ^2 必须是相等的。单因素试验的数学模型可归纳为：效应的可加性、分布的正态性和方差的同质性。这也是进行其他类型方差分析的前提或基本假定。

经过最小二乘法计算可得参数 μ、α_i、μ_i 和 ε_{ij} 的无偏估计量分别是 $\hat{\mu}=\bar{x}_{..}$、$\hat{\alpha}_i=\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..}$、$\hat{\mu}_i=\bar{x}_{i.}$ 和 $e_{ij}=x_{ij}-\bar{x}_{i.}$。

3.2.2 平方和分解与自由度

反映全部观测值总变异的总平方和按照产生的原因可以分解成由因素的水平不同引起的偏差平方和以及由试验误差引起的偏差平方和两部分，即：

总的偏差平方和 = 由因素水平引起的偏差平方和 + 试验误差平方和

反映全部观测值总变异的总平方和是各观测值 x_{ij} 与总平均数 $\bar{x}_{..}$ 的离均差平方和，记为 SS_T。即：

$$SS_T=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2=n\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2+\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2 \tag{3-1}$$

公式(3-1)中，$n\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$ 为各处理平均数 $\bar{x}_{i.}$ 与总平均数 $\bar{x}_{..}$ 的离均差平方和与重复数 n 的乘积，反映了重复 n 次的处理间变异，称为处理间平方和，记为 $SS_A=n\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$。$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$ 为各处理内的离均差平方和之和，反映了各处理内的变异即误差，

称为处理内平方和或误差平方和，记为 $SS_E=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$。于是公式(3-1)可以写成：

$$SS_T = SS_A + SS_E \tag{3-2}$$

在计算总平方和时，资料中的各个观测值要受到条件 $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_{..})=0$ 的约束，因而总自由度等于资料中观测值的总个数减一，即 $kn-1$。总自由度记为 f_T，则 $f_T=kn-1$。

在计算处理间平方和时，各处理均值 $\bar{x}_{i.}$ 要受到条件 $\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})=0$ 的约束，因而处理间自由度为处理数减一，即 $k-1$。处理间自由度记为 f_A，则 $f_A=k-1$。

在计算处理内平方和时，要受 k 个条件的约束，即 $\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})=0(i=1,2,\cdots,k)$。因而处理内自由度为资料中观测值的总个数减 k，即 $k(n-1)$。处理内自由度记为 f_E，则 $f_E=k(n-1)$。

容易看出，自由度之间也有类似于平方和分解的关系，即：

$$f_T = f_A + f_E \tag{3-3}$$

各部分平方和除以各自的自由度便得到总均方、处理间均方和处理内均方，分别记为 MS_T、MS_A 和 MS_E。即：

$$\begin{aligned} MS_T &= SS_T/f_T = SS_T/(kn-1) \\ MS_A &= SS_A/f_A = SS_A/(k-1) \\ MS_E &= SS_E/f_E = SS_E/(kn-k) \end{aligned} \tag{3-4}$$

需要注意的是总均方一般不等于处理间均方加处理内均方。

3.2.3　显著性检验

要判断在因素 A 的 k 个水平 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ 下真值 $\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_k$ 之间是否存在显著性差异，即检验原假设 H_0'：$\mu_1=\mu_2=\cdots=\mu_k$ 是否成立。

这相当于检验原假设 H_0：$\alpha_i=0(i=1,2,\cdots,k)$；备择假设 H_1：α_i 不全为零是否成立。

当 H_0 为真时，$SS_T/\sigma^2\sim\chi^2(kn-1)$，$SS_A/\sigma^2\sim\chi^2(k-1)$，$SS_E/\sigma^2\sim\chi^2(kn-k)$，并且 SS_A/σ^2 与 SS_E/σ^2 相互独立。因而：

$$F_A = \frac{SS_A/(k-1)\sigma^2}{SS_E/k(n-1)\sigma^2} = \frac{SS_A/(k-1)}{SS_E/k(n-1)} \sim F(k-1, k(n-1)) \tag{3-5}$$

于是可以利用公式(3-5)来检验原假设 H_0 是否成立。对于给定的显著性水平 α，可以从 F 分布表查出临界值 $F_\alpha(k-1,k(n-1))$，再根据样本观测值算出 F_A 的值。当 $F_A>F_\alpha(k-1,k(n-1))$ 时，拒绝 H_0；当 $F_A<F_\alpha(k-1,k(n-1))$ 时，接受 H_0。

将上述分析的结果列成表 3-3 的形式，称为方差分析表。

表 3-3　单因素方差分析表

方差来源	平方和	自由度	均方	F 比
处理间(因素 A)	SS_A	$k-1$	$SS_A/(k-1)$	
处理内(试验误差)	SS_E	$k(n-1)$	$SS_E/k(n-1)$	$F_A=\frac{SS_A/(k-1)}{SS_E/k(n-1)}$
总和	SS_T	$kn-1$	$SS_T/(kn-1)$	

3.2.4 多重比较

当方差分析得出的结论是该因素各处理之间有显著差异时，并不能断言两两处理之间都有显著差异。有可能某些处理之间十分显著的差异掩盖了某些处理之间的差异不显著，而使总的结论为差异显著。为了找出哪两个处理之间差异显著，有必要进行两两处理均值间的比较，以具体判断两两处理均值间的差异显著性。统计上把多个均值两两间的相互比较称为多重比较(Multiple Comparisons)。

多重比较有多种方法，本节将介绍常用的3种：最小显著差数法、q检验法和Duncan氏新复极差法。

1. 最小显著差数法

最小显著差数法(Least Significant Difference)，又称LSD法，是多重比较中最基本的方法。它是两个均值相比较在多样本试验中的应用，所以LSD法实际上属于T检验性质的，而T检验只适用于检验两个相互独立样本均值的差异显著性。在应用LSD法进行多重比较时，必须在测验显著的前提下进行，并且各对被比较的两个样本均值在试验前已经指定，因而它们是相互独立的。利用此法时，各试验处理一般是与指定的对照相比较。

最小显著差数法的基本做法是：在F检验显著的前提下，先计算出显著水平为α的最小显著差数LSD_α，然后将任意两个处理均值差数的绝对值$|\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{j.}|$与其比较。若$|\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{j.}|>\mathrm{LSD}_\alpha$时，则$\bar{x}_{i.}$与$\bar{x}_{j.}$在$\alpha$水平上差异显著；反之，则在$\alpha$水平上差异不显著。最小显著差数由公式(3-6)计算。

$$\mathrm{LSD}_\alpha = t_\alpha(f_E)S_{\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{j.}} \tag{3-6}$$

式中，$t_\alpha(f_E)$为在F检验中误差自由度下，显著性水平为α的临界t值，$S_{\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{j.}}$为均值差异标准误。$S_{\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{j.}}=\sqrt{2\mathrm{MS}_E/n}$，其中，$\mathrm{MS}_E$为$F$检验中的误差均方，$n$为各处理的重复数。

当显著性水平$\alpha=0.05$和0.01时，从t值表中查出$t_{0.05}(f_E)$和$t_{0.01}(f_E)$，代入公式(3-6)得：$\mathrm{LSD}_{0.05}=t_{0.05}(f_E)S_{\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{j.}}$，$\mathrm{LSD}_{0.01}=t_{0.01}(f_E)S_{\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{j.}}$。任何两处理均值的差数达到或超过$\mathrm{LSD}_{0.05}$时，差异显著；达到或超过$\mathrm{LSD}_{0.01}$时，差异达到极显著。

利用LSD法进行多重比较时，可按如下步骤进行：

(1) 列出均值的多重比较表，比较表中各处理按其均值从大到小自上而下排列。

(2) 计算最小显著差数$\mathrm{LSD}_{0.05}$和$\mathrm{LSD}_{0.01}$。

(3) 将均值多重比较表中两两均值的差数与$\mathrm{LSD}_{0.05}$和$\mathrm{LSD}_{0.01}$比较，做出统计推断。

LSD法的优点在于方法比较简便，克服一般T检验法所具有的某些缺点，但是由于没有考虑相互比较的处理均值依数值大小排列上的秩次，故仍有推断可靠性低、犯Ⅰ类错误概率增大的问题。

2. q检验法

q检验法是一种常用的最小显著极差法(Least Significant Ranges，LSR)。LSR法的特点是把均值的差数看成均值的极差，根据极差范围内所包含的处理数(称为秩次距)k的不同而采用不同的检验尺度，以克服LSD法的不足。这些在显著水平α上依秩次距k的不同而采用的不同的检验尺度叫做最小显著极差LSR。

q 检验法是以统计量 q 的概率分布为基础的。q 值由式 $q=\omega/S_{\bar{x}}$ 求得，其中，ω 为极差，$S_{\bar{x}}=\sqrt{MS_E/n}$ 为标准误，q 分布依赖于误差自由度 f_E 和秩次距 k。

利用 q 检验法进行多重比较时，为了简便起见，不是将由式 $q=\omega/S_{\bar{x}}$ 算出的 q 值与临界 q 值 $q_\alpha(f_E,k)$ 比较，而是将极差与 $q_\alpha(f_E,k)S_{\bar{x}}$ 比较，从而做出统计推断。$q_\alpha(f_E,k)S_{\bar{x}}$ 即为 α 水平上的最小显著极差。

当显著性水平 $\alpha=0.05$ 和 0.01 时，从“多重比较的 q 表”中根据自由度 f_E 和秩次距 k 查出 $q_{0.05}(f_E,k)$ 和 $q_{0.01}(f_E,k)$，得 $LSR_{0.05,k}=q_{0.05}(f_E,k)S_{\bar{x}}$，$LSR_{0.01,k}=q_{0.01}(f_E,k)S_{\bar{x}}$。当任何两处理均值的极差达到或超过 $LSR_{0.05,k}$ 时，差异显著；达到或超过 $LSR_{0.01,k}$ 时，差异达到极显著。

利用 q 检验法进行多重比较时，可按如下步骤进行：

（1）列出均值多重比较表。

（2）由自由度 f_E、秩次距 k 查临界 q 值，计算最小显著极差 $LSR_{0.05,k}$、$LSR_{0.01,k}$。

（3）将均值多重比较表中的各极差与相应的最小显著极差 $LSR_{0.05,k}$、$LSR_{0.01,k}$ 进行比较，做出统计推断。

3. 新复极差法

新复极差法（New Multiple Range Method），是另一种常用的最小显著极差法，是由 Duncan 于 1955 年提出的，故又称 Duncan 法，还称 SSR（Shortest Significant Ranges）法。

新复极差法与 q 检验法的检验步骤相同，唯一不同的是计算最小显著极差时需查“SSR 表”而不是查“多重比较的 q 表”。最小显著极差计算公式为

$$LSR_{\alpha,k}=SSR_\alpha(f_E,k)S_{\bar{x}} \tag{3-7}$$

其中，$SSR_\alpha(f_E,k)$ 是根据显著水平 α、误差自由度 f_E 和秩次距 k，由 SSR 表查得的临界 SSR 值，$S_{\bar{x}}=\sqrt{MS_E/n}$。$\alpha=0.05$ 和 $\alpha=0.01$ 水平下的最小显著极差为

$$LSR_{0.05,k}=SSR_{0.05}(f_E,k)S_{\bar{x}},\quad LSR_{0.01,k}=SSR_{0.01}(f_E,k)S_{\bar{x}}$$

当任何两处理均值的极差达到或超过 $LSR_{0.05,k}$ 时，差异显著；达到或超过 $LSR_{0.01,k}$ 时，差异达到极显著。

3.2.5 单因素方差分析的 SPSS 操作

从菜单中选择“分析”→“比较均值”→“单因素 ANOVA”命令，进入“单因素方差分析”对话框，如图 3-1 所示。

图 3-1 “单因素方差分析”对话框

如图 3-1 所示，对话框的右侧是“因变量列表”，该列表框中列出要分析的所有因变量。在左侧的变量列表框中选择因变量，单击右侧箭头按钮，将其移动到“因变量列表”中，可以选择一个以上的变量。“因变量列表”的下方是“因子”列表框，该列表框中列出了因子。因子也是分组变量，必须满足只取有限水平。在变量列表框中选择因子变量，单击右侧箭头按钮，将其移动到“因子”列表框。

1．“对比”设置

在对话框中单击“对比”按钮，打开“单因素 ANOVA：对比”对话框，如图 3-2 所示。该对话框有两个用途：一是对均值的变动趋势进行趋势检验；二是定义根据研究目的需要进行的某些精确的两两比较。

（1）“多项式”选项，用于定义在单因素方差分析中是否进行趋势检验，即将组间平方划分为趋势成分，对因变量按因子变量中的水平次序进行趋势性检验。

（2）“度”下拉式列表框，与“多项式”配合，用于设定多项式的次数。可选项包括：线性多项式、二次多项式、三次多项式、四次多项式和五次多项式，其中线性多项式是默认选项。如果选择了高次方曲线，系统会给出所有相应各低次方曲线的拟合优度检验结果，以供选择。

（3）“系数”文本框，用于精确定义某些组间均值的比较。一般按照分组变量顺序给每组一个系数值，但所有系数值之和为零。列表中第一个系数对应于分类变量的最小值，最后一个系数对应于最大值。下方列表框的输入方法是在“系数”文本框中输入一个系数，单击“添加”按钮，进入下面的列表框。依次输入各组均值的系数，在列表框中形成一列数值。因变量分几组，就输入几个系数，多出的没有意义。

图 3-2 “单因素 ANOVA：对比”对话框

可以同时建立多个多项式，一个多项式的系数输入完毕，单击“下一张”按钮，输入下一组系数。如果要修改以前的系数，可以单击“上一张”按钮，回到前一组系数。找到要修改的系数后，该系数显示在列表框中，可以在此修改，修改后单击“更改”按钮，在下面的列表框中就出现了正确的系数值。也可以选中系数后，单击“删除”按钮将其删除。

2．“两两比较”设置

在主对话框单击“两两比较”按钮，打开“单因素 ANOVA：两两比较”对话框，如图 3-3 所示。在该对话框中可以选择进行均值的多重比较的方法，各选项的含义如下所述。

（1）“假定方差齐性”选项组，给出当方差相等时的确定多重比较的方法，包括 14 种可选方法，具体如下。

- LSD：Least-significant difference，即最小显著性差异法。用 T 检验完成各组间成对均值的比较，检验的敏感度较高，即使是各个水平之间的均值存在细微差别也有可能被检验出来，但此方法对第一类弃真错误的概率不能进行控制和调整。
- Bonferron：LSDMOD 方法，即修正最小显著性差异法。用 T 检验完成各组间成对均值的比较，但

图 3-3　“单因素 ANOVA：两两比较”对话框

通过设置每个检验的误差率来控制第一类错误的概率。因此，采用此方法看到的显著值是多重比较完成后的调整值。

- Sidak：用 T 检验完成多重配对比较，为多重比较调整显著值，但比 Bonferroni 方法的界限要小。
- Sheffe：当各组人数不相等，或者想进行复杂的比较时，用此方法比较合适。对所有可能的组合进行同步进入的均值配对比较。这种检验被用来检查组间均值的所有可能的线性组合，而不只是成对组合，并控制整体显著性水平等于 0.05。这种方法相对保守，有时方差分析 F 值有显著性，用该方法进行两两比较却找不出差异。
- R-E-G-W F：Ryan-Einot-Gabriel-Welsch F 方法，用 *F* 检验的 Ryan-Einot-Welsch 多重比较。
- R-E-G-W Q：Ryan-Einot-Gabriel-Welsch Q 方法，根据 Student 极差统计量的 Ryan-Einot-Welsch 进行多重比较。
- S-N-K：S-N-K，即 Student-Newman-Keuls 方法，用 Student-Range 分布进行所有各组均值间的配对比较。如果各组样本含量相等或者选择了 Harmonic average of all groups(所有各组样本含量的调和平均值)，即用所有各组样本含量的调和平均值进行样本量估计时，还将用逐步过程进行齐次子集(差异较小的子集)的均值配对比较。在该过程中各组均值按从小到大的顺序排列，最先比较最极端的差异。
- Tukey：Tukey's honestly significant difference 方法，即 Tukey 显著差异法，用 Student-Range 统计量进行所有组间均值的配对比较，用所有配对比较集合的误差率作为实验误差率。
- Tukey's-b：用 Student-Range 统计量进行所有组间均值的配对比较，其临界值是前两种检验(Tukey 和 S-N-K)的相应值的平均值。
- Duncan：Duncan's multiple range test 方法，进行配对比较时，使用逐步顺序进行计算得出结果，与 Student-Newman-Keuls 检验的顺序一样，但是，并不是给每一个检验设定一个误差率，而是给所有的检验的误差率设定一个临界值。
- Hochberg's GT2：用正态最大系数进行多重检验，与 Tukey's honestly significant difference 方法类似。
- Gabriel：用正态标准系数进行配对比较，在单元数不等时，该方法比 Hochberg's GT2 更为有效。当单元数变化很大时，这种检验更加自由。
- Waller-Duncan：使用 T 检验进行多重比较检验，使用贝叶斯过程的多重比较检验。选中该方法后，在其下的“类型I/类型II误差比率”文本框中输入参数，规定比率，也就是第一类、第二类误差比。
- Dunnett：使用 T 检验进行配对比较，方法是指定一组，其他各组与它比较。选中此方法，其下的

“控制类别”文本框和“检验”选项组都被激活。在“控制类别”文本框中选择指定的组，有“第一个”和“最后一个”两个选项，分别表示选择第一组和最后一组。在“检验”选项组中选择 T 检验的方法：“双侧”是双侧检验；“＜控制”是左侧检验；“＞控制”是右侧检验。

（2）“未假定方差齐性”选项组，给出当方差不相等时的多重比较方法选项，检验方法共有 4 种，具体如下。

- Tamhane's T2：选择该方法时，用 T 检验进行配对比较检验。
- Dunnett's T3：选择该方法时，用 Student 最大系数进行配对比较检验。
- Games-Howell：这种方法有时比较自由，指方差不齐时的配对比较检验。
- Dunnett's C：选择该方法时，用 Student-Range 极差统计量进行配对比较检验。

（3）“显著性水平”文本框，用于规定显著性水平，与前面所讲的各种检验一样，系统默认的显著性水平为 0.05。

3.“选项”设置

在主对话框中单击“选项”按钮，进入“单因素 ANOVA：选项”对话框，如图 3-4 所示。该对话框给出检验统计量、检验和缺失值的处理方式等设置，主要包括“统计量”和“缺失值”选项组。

（1）“统计量”选项组，为输出统计量的选项，包括如下 5 项。

- 描述性：输出描述性统计量，其中包括观测量数目、均值、标准差、标准误差、最大值、最小值以及各组中每个因变量的 95％置信区间。
- 固定和随机效果：显示固定效应模型的标准差、标准误差和 95％的置信区间；随机效应模型的标准误差、95％的置信区间以及方差成分间的估计值。
- 方差同质性检验：要求用 Levene 统计量进行方差一致性检验，该方法不依赖于正态假设，即不要求样本一定服从正态分布。
- Brown-Forsythe：计算分组均数相等的 Brown-Forsythe 统计量，当不能把握方差齐性假设时，此统计量比 F 统计量更有优势。
- Welch：计算分组均数相等的 Welch 统计量，当不能把握方差齐性假设时，此统计量比 F 统计量更有优势。

图 3-4 “单因素 ANOVA：选项”对话框

（2）“均值图”选项，用于输出均数分布图，即根据各组平均数作图，同时可辅助对平均数的趋势做出判断。

（3）“缺失值”选项组，用于选择缺失值的处理方式，有两个选项：“按分析顺序排除个案”，剔除各分析中含有缺失值的个案；“按列表排除个案”，剔除缺失值的全部个案。默认的是“按分析顺序排除个案”。

3.2.6 单因素方差分析实例

例 3.2 为了检验 3 家工厂生产的机器加工一批原料所需的平均时间是否相同，某化学公司得到了关于加工原料所需时间的数据如表 3-4 所示。利用这些数据检验 3 家工厂加工一批原料所需平均时间是否相同（$\alpha=0.05$）。

表 3-4 某化学公司加工原料所需时间数据表

工厂	1	2	3
加工时间	20	28	20
	26	26	19
	24	31	23
	22	27	22
	23	28	21
	22	29	20

1．基本操作

(1) 建立数据文件，数据文件包含“加工时间”和“工厂”两个变量，数值 1、2、3 分别代表 3 个工厂。

(2) 进入“单因素方差分析”主对话框，将变量“加工时间”指定为因变量，“工厂”指定为因子。

(3) 单击“对比”按钮，在“单因素 ANOVA：对比”对话框中选择“多项式”选项，在“度”下拉列表框中选择“线性”。单击“继续”按钮返回主对话框。

(4) 单击“两两比较”按钮，在“单因素 ANOVA：两两比较”对话框中选择 LSD 方法进行两两比较。单击“继续”按钮返回主对话框。

(5) 单击“选项”按钮，在“单因素 ANOVA：选项”对话框中，依次选择“描述性”、“方差同质性检验”和“均值图”选项。单击“继续”按钮返回主对话框。

(6) 单击“确定”按钮，执行单因素方差分析操作。

2．输出结果及解释

(1) 基本描述性统计量。

表 3-5 是基本描述性统计量表。从表中可以看出机器 3 加工一批原料所需的时间是最短的，而机器 2 所需的时间是最长的，这一点也可以通过均值折线图得到验证。

表 3-5 基本描述性统计量

	个案	均值	标准差	标准误差	均值的 95%置信区间		最小值	最大值
					下限	上限		
1	6	22.83	2.041	0.833	20.69	24.98	20	26
2	6	28.17	1.722	0.703	26.36	29.97	26	31
3	6	20.83	1.472	0.601	19.29	22.38	19	23
全部	18	23.94	3.589	0.846	22.16	25.73	19	31

(2) 方差齐性检验。

表 3-6 是方差齐性检验结果。从表中可以看出，方差齐性检验计算出的 p 值为 0.836，在显著性水平为 0.05 的前提下，通过方差齐性检验，即不同机器的加工时间被认为是来自于相同方差的不同总体，满足方差分析的前提。