第 3 章

CHAPTER 3

电路分析方法之二——电路方程法

本章提要

本章讨论电路分析的一般方法——电路方程法，即在选取合适的电路变量后，依据基尔霍夫定律和元件特性列写电路方程求解电路。本章的主要内容有：网络图论的基本概念；有向图的矩阵描述；基尔霍夫定律的矩阵形式；支路分析法；节点分析法；回路分析法和割集分析法。

本章所介绍的电路方程法，不仅适用于线性电阻性电路，也可容易地推广应用于含动态元件电路的正弦稳态分析和暂态分析。

3.1 网络的图

图论是数学的一个分支，它的研究对象是称为线图的几何图形。将图论应用于电网络则称为网络图论。网络图论的知识不仅为恰当地选取电路变量列写电路方程提供了方法，同时也为在计算机上采用系统方法建立并求解电路方程提供了可行途径。网络图论是近代电路理论的重要基础。

一、电路的图

基尔霍夫定律的一个重要特性是它与元件的特性无关，只取决于电路的结构。若一个电路的结构不变，指定的电压、电流的参考方向也不变，即使任意更换各支路的元件，则列写的 KCL 和 KVL 方程总相同。这样，就应用基尔霍夫定律而言，若将电路中的各支路以有向线段代换，对列写 KCL 和 KVL 方程不会有任何影响。

1. 图的概念

将电路中的各支路抽象为线段后，所得到是一个由点和线构成的几何图形，称为线图，简称为图。图 3-1 给出了一个电路和它对应的图。

图中的线段称为边，仿照电路的习惯也称为支路；图中的点称为顶点，仿照电路的习惯也称为节点。为方便分析研究，图中的边和顶点通常予以编号。图 3-1 中的图有 6 条边和 4 个顶点。

2. 图的一些说明

(1) 图中表示边的线段长、短、曲、直为任意。

（2）图中的一条边和电路中的一条支路对应。这一支路可以是一个二端元件，也可以是由若干个元件串联而成的路径，甚至可以是由多个元件组合而成的所谓"典型支路"。典型支路的概念将在稍后介绍。如何定义支路通常是按照分析电路的实际需要予以决定。

（3）图中的节点和电路中节点的概念有所不同。在图中，每一支路的端点便是节点，而且允许孤立节点的存在。所谓孤立节点是指没有任何支路与其相接的节点。在图 3-2(a)中，节点⑥就是一孤立节点。

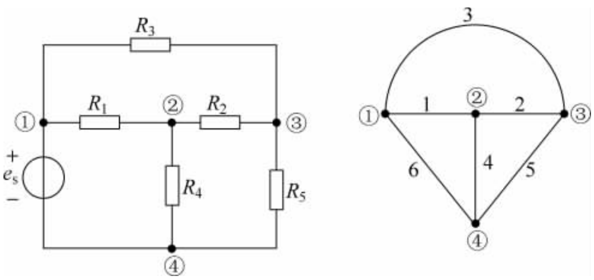

图 3-1　电路和它的图示例

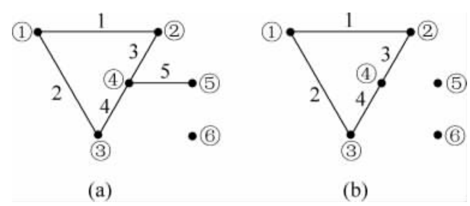

图 3-2　含有孤立节点的图

（4）在图论中常提到移去（或"拿掉"）某一支路，这一支路被移去后，其两个端点应予保留。譬如在图 3-2(a)中移去支路 5 后，节点⑤应予保留而成为一个孤立节点，如图 3-2(b)所示。

（5）图仅反映电路图各支路及节点的连接关系，并不能反映支路的电气特性。如含理想变压器的电路如图 3-3(a)所示，而图 3-3(b)是它的图，显然在图中理想变压器支路间的电气关系不能表示出来。

3. 有向图和无向图

若图中每一条支路均指定了方向，且这一方向用箭头表示，则称为有向图（也称定向图），否则称为无向图。一般有向图中每一条支路的方向和电路中相应支路电流的参考方向相对应。图 3-4(a)所示电路对应的有向图如图 3-4(b)所示。

若无特别说明，通常支路电压和电流的参考方向约定为关联参考方向。

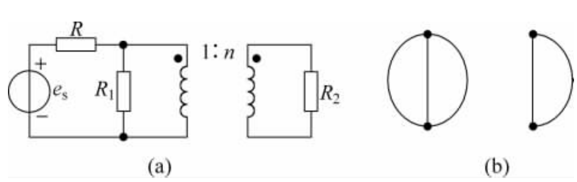

图 3-3　含理想变压器的电路和它的拓扑图

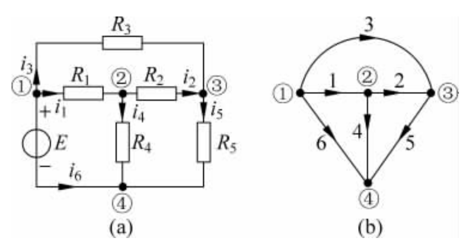

图 3-4　有向图的概念

4. 连通图和非连通图

若图中任意两个节点之间至少有一条由支路构成的通路，则称该图为连通图，或者说该图是连通的。图 3-5(a)便是一连通图。

若图中的某些节点之间不存在任何通路时，称该图为非连通图，也称为分离图，或者说该图是不连通的。分离图至少有两个分离的部分。图 3-5(b)为一分离图。

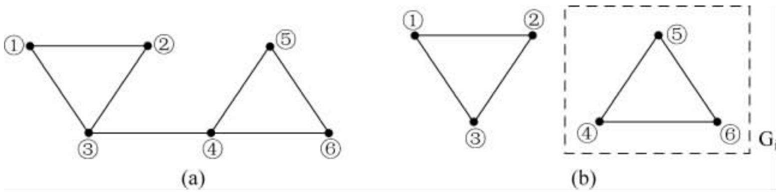

图 3-5 连通图和分离图示例

5. 子图

若图 G_i 是图 G 的一部分时，称图 G_i 为图 G 的一个子图，或说子图 G_i 是图 G 中删去某些节点和支路后所得到的图。如图 3-5(b)中虚线框内的部分就是该分离图的一个子图。如果子图 G_i 中包含了图 G 的所有节点(可不包括所有支路)，则称 G_i 为 G 的生成子图。如图 3-2(b)为图 3-2(a)的一个生成子图。若图 G 的子图 G_i 仅有一个节点，则称 G_i 为退化子图。

6. 回路

在第 1 章中曾说明了回路的概念，即电路中的一个闭合路径为一回路。这里给出图的回路的严格定义：回路是图的一个连通子图，且该子图的任一节点上都连接着该子图的两条且仅两条支路。显然，闭合路径为回路是一种直观的说法。

7. 平面图和非平面图

若将一个图画在平面上或球面上不会出现支路在非节点处交叉的情况，则称为平面图，否则为非平面图。图 3-6(a)为平面图，而图 3-6(b)为非平面图。

8. 网孔

网孔的概念仅适用于平面图。网孔是一类特殊的回路，即该回路的限定域内或限定域外不含有任何支路。网孔又分为内网孔和外网孔。若回路的限定域内不含有支路，则为内网孔；若回路的限定域外不含有支路，则为外网孔。在图 3-7 中，内网孔有三个，即网孔 m_1，m_2 和 m_3，而外网孔为一个，它由支路 1、4 和 6 构成。电路分析时所指的网孔一般为内网孔。

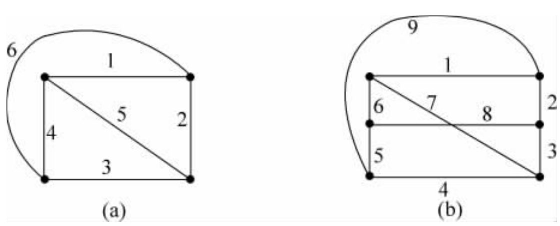

图 3-6 平面图和非平面图

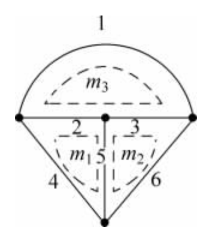

图 3-7 网孔的概念

二、树

在网络图论中，“树”是非常重要的概念。

1. 树的定义

连通图中同时满足下面三个条件的一个子图称为一棵“树”：

(1) 此子图是连通的；

(2) 它包括了原图中的全部节点；

(3) 它不含有任何闭合回路。

如图 3-8(b)、(c)分别均是图 3-8(a)所示图的一棵树，但图 3-8(d)、(e)都不是图 3-8(a)的树。因为图 3-8(d)不满足条件(1)，图 3-8(e)不满足条件(3)。

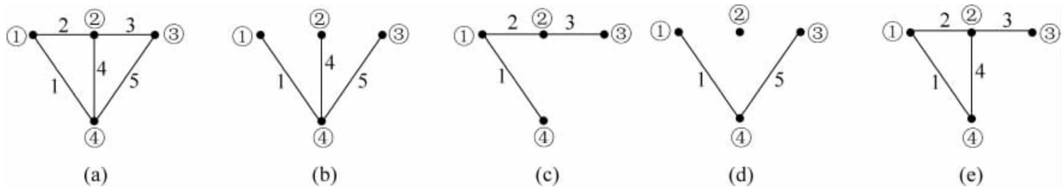

图 3-8 树的概念说明用图

2. 树支和连支

图中构成树的支路称为“树支”，树支以外的支路称为“连支”或“树余”。在一个图中，通常树支用实线表示，连支用虚线表示。所谓树支和连支，均是针对一棵已选定的树而言的。

若图的节点数为 n，支路数为 b，则树支的数目为 $n-1$，连支的数目为 $b-(n-1)=b-n+1$。关于树支数比节点数少 1 可简单地证明如下：由于树包含了图的全部节点又不含有回路，若在去掉一条树支的同时删去一个节点，则在最后只剩下一条树支时，剩余的节点为两个，这表明节点数比树支数多 1。

3. 树的数目

一个图可选出多棵不同的树，例如一个全通图(全通图又称完备图，系指图中任意两节点间有且仅有一条支路相连的图，如图 3-4(b)所示为一全通图)可选出 n^{n-2} 种树，其中 n 为该图的节点数。如一个具有 10 个节点的全通图能选出 $10^{10-2}=10^8$ 即 1 亿种树，这是一个多么庞大的数字！

一个图的树的数目为一定数，且可用公式计算，这一公式将在 3.2 节给出。

三、割集和基本割集

1. 割集的概念

连通图中同时满足下面两个条件的支路集合称为割集：

(1) 该支路集合被拿掉后，原连通图变成一个具有两个分离部分的非连通图(注意孤立节点亦算一个独立部分)；

(2) 在该支路集合中，只要有一条支路不移走，则剩下的图仍是连通的。

2. 关于割集的说明

(1) 一般而言，一个封闭面所切割的支路集合符合割集的定义，因此可将作封闭面作为选取割集的方法，即表示封闭面的割线所切割的支路集合为一割集。如图 3-9 中的割线 C_1 和 C_2 分别表示两个割集。应注意选取割集时，割线对每一条支路只能切割一次。在图 3-9 中，虚割线切割支路 6 两次，故该割线所切割的四条支路不构成割集，因为这一支路集合不满足第二个条件。

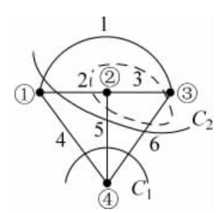

图 3-9 割集的概念说明用图

(2) 环绕任一节点的割线为一封闭面，其切割的是连于该节点上的全部支路，这一支路集合必是一个割集。因此可说节点与割集等价。

(3) KCL可用于电路中的任一节点或封闭面，因此研究割集的一个基本目的是为了应用KCL。

3. 基本割集

一个图可选出许多割集，这些割集中有许多是不独立的。如在图3-9中，连接于节点①、②、③、④的支路集合分别构成四个割集，即 C_1：{1,2,4}，C_2：{2,3,5}，C_3：{1,3,6}，C_4：{4,5,6}。另外，还可找出两个割集，它们是 C_5：{1,2,5,6}，C_6：{1,3,4,5}。不难发现上述割集相互之间并不都是独立的，例如将割集 C_1、C_2 和 C_3 组合(除去这三个割集中的公共支路1、2和3)后便得到割集 C_4，又如将割集 C_1 和 C_4 组合(除去这两个割集中的公共支路4)后便得到割集 C_5 等。在一个图中有多少个独立的割集，又如何找出这一组独立的割集呢？这可由树的概念来解决这个问题。

割集是支路的集合，若该集合中仅含有一条树支，则称为单树支割集。这种单树支割集被称为基本割集，按此法得到的每个割集中均含有一条别的割集所没有的树支，因此这些单树支割集都是独立的割集。

显然一个图的基本割集数等于树支数，若一个图有 n 个节点，则

$$\text{基本割集数}=\text{树支数}=\text{独立节点数}=n-1$$

因此有下述结论：一个图在选定一棵树后，由树支决定的全部基本割集构成一组独立割集。

割集有参考方向，有向图基本割集的参考方向规定为该割集所含树支的正向。

4. 选取基本割集的方法

对一个有向图，可按下述方法选取一组基本割集：

(1) 选一棵树；

(2) 根据选定的树找出全部单树支割集，并给每一割集标示正向。

显然不同的树各自对应着一组不同的基本割集，一个图的基本割集的组数和树的组数相等。

例3-1 试选出图3-10(a)所示定向图的一组基本割集。

解 选支路集合{3,4,5}为树支(树支和连支分别用实线、虚线表示)，则基本割集为三个，即

C_3： 为支路集合{3,1,2,6,7}

C_4： 为支路集合{4,6,7}

C_5： 为支路集合{5,1,2,7}

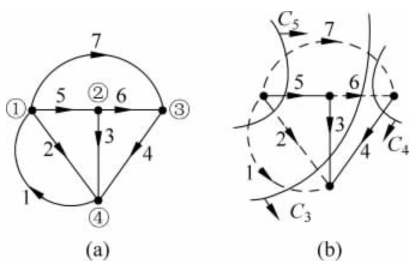

图3-10 例3-1图

注意要标明每一割集的正向(和树支的正向相同)，如树支3的参考方向是由表示割集 C_3 的封闭面内指向面外，则割集 C_3 的方向选为封闭面的外法线的方向。可将基本割集的编号顺序选得和树支编号顺序一致，这样可清楚地知道每一割集与哪一树支相对应。

四、基本回路

1. 基本回路

和割集的情形相似，一个图可选出许多回路，但这些回路并不都是独立的。如何选出一组独立的回路呢？仍由树的概念来解决这个问题。

按照定义，树不含有回路，但又是连通的。若在树上添一条连支便会出现一个由若干树支和该连支构成的回路，这样，每添一条连支便出现一个新的回路，这种单连支回路被称为基本回路。由于每一基本回路中都含有一条其他回路所没有的连支，故基本回路是独立回路。

显然一个图的基本回路数等于连支数。若某图有 n 个节点，b 条支路，则

$$\text{基本回路数}=\text{连支数}=\text{独立回路数}=b-(n-1)$$

一个基本回路的绕行正向规定与确定此回路的连支的方向一致。

2. 选取基本回路的方法

选一个图的一组基本回路，可按下述方法进行：

（1）选一棵树；

（2）根据选定的树找出全部的单连支回路，并标明回路的绕行方向。这些回路便是一组基本回路。

显然不同的树各自对应着一组不同的基本回路。

例 3-2 试选出图 3-11(a)所示定向图的一组基本回路。

解 选支路{1,3}为树支，支路{2,4,5}为连支。这样基本回路有三个，即

l_2： 由支路{2,3}构成

l_4： 由支路{4,1,3}构成

l_5： 由支路{5,1,3}构成

每一基本回路的绕行正向如图 3-11(b)所示。这里，最好将基本回路的编号顺序选得和连支的编号顺序一致，这样可清楚地知道该回路与哪一连支相对应。

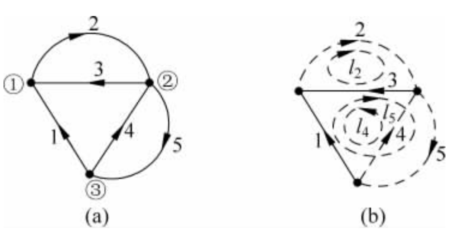

图 3-11 例 3-2 图

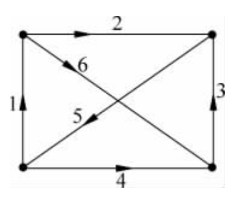

图 3-12 练习题 3-1 图

练习题

3-1 有向图如图 3-12 所示。(1)试列举出其全部的树；(2)列举出其全部的回路。

3-2 有向图仍如图 3-12 所示。若选支路 1,3,5 为树支，(1)找出对应的基本割集组；(2)找出对应的基本回路组。

3.2 有向图的矩阵描述

一个有向图包含有许多重要的信息,例如一个节点连接了哪几条支路,一条支路连接在哪两个节点之间;一个回路由哪些支路构成,一条支路属于哪几个回路等。这些信息可用一些相关的矩阵予以表征。本节介绍有向图的四种矩阵。

一、关联矩阵

有向图中节点与支路的连接关系用关联矩阵描述。

1. 增广关联矩阵 $\boldsymbol{A}_a$

在网络图论中,常用到"关联"一词。该词的含义可说明如下:若支路 j 与节点 i 相联,便称 j 支路与 i 节点相关联;若 k 支路是构成 l 回路的支路之一,则称 k 支路和 l 回路关联等。

矩阵 $\boldsymbol{A}_a=[a_{ij}]$的行是图的节点序列,列为图的支路序列。若某有向图有 n 个节点,b 条支路,则 $\boldsymbol{A}_a$ 为 $n\times b$ 阶矩阵。

对 $\boldsymbol{A}_a$ 中的元素 a_{ij} 作如下规定:

$$a_{ij}=\begin{cases}1, & \text{若 } j \text{ 支路与 } i \text{ 节点关联,且 } j \text{ 支路的正向背离 } i \text{ 节点}\\ -1, & \text{若 } j \text{ 支路与 } i \text{ 节点关联,且 } j \text{ 支路的正向指向 } i \text{ 节点}\\ 0, & \text{若 } j \text{ 支路与 } i \text{ 节点不关联}\end{cases}$$

例 3-3 试写出图 3-13 所示有向图的增广关联矩阵 $\boldsymbol{A}_a$。

解 按对 $\boldsymbol{A}_a$ 中元素 a_{ij} 的规定,写出该图的增广关联矩阵为

$$\boldsymbol{A}_a=\begin{array}{c}\\ n_1\\ n_2\\ n_3\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5\end{array}\\ \begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & -1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}\end{array}$$

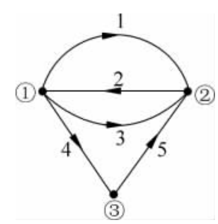

图 3-13 例 3-3 图

该矩阵的第一行表示节点①与哪些支路相关联,而第一列表示支路 1 与哪些节点相关联。支路 1、3、4 和节点①相关联,且这几条支路的正向背离该节点,所以相应的元素均取+1;支路 2 和节点①相关联,但该支路的正向指向该节点,因此相应的元素取−1;支路 5 和节点①不关联,故对应的元素取 0。另外两行中元素的取值情况可做出类似的解释。

2. 关联矩阵 $\boldsymbol{A}$

观察例 3-3 中的 $\boldsymbol{A}_a$ 矩阵可发现,其任一列总含有且仅含有一个"+1"和一个"−1",若把 $\boldsymbol{A}_a$ 中所有的行相加,所得结果恒为零,这表明 $\boldsymbol{A}_a$ 中各行线性相关,即 $\boldsymbol{A}_a$ 的秩 $r(\boldsymbol{A}_a)\leqslant n-1$。删去 $\boldsymbol{A}_a$ 中的任一行,仍保留了原矩阵中的全部信息。称 $\boldsymbol{A}_a$ 中任删一行后所得矩阵为降阶关联矩阵,简称关联矩阵,并用 $\boldsymbol{A}$ 表示,通常写 $\boldsymbol{A}$ 阵时,删去的是图中被选作参考点的节点所对应的那一行。

在例 3-3 中,删去 $\boldsymbol{A}_a$ 中对应节点③的那一行,得关联矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & -1 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

一般写 $\boldsymbol{A}$ 阵时，可先选定一棵树，并将支路按先连支后树支的顺序排列编号，这样 $\boldsymbol{A}$ 阵可写为分块矩阵

$$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{A}_l \;\vdots\; \boldsymbol{A}_t] \tag{3-1}$$

其中，子矩阵 $\boldsymbol{A}_l$ 的列与连支对应，它是一个$(n-1)\times(b-n-1)$阶矩阵；$\boldsymbol{A}_t$ 的列与树支对应，它是一个$(n-1)\times(n-1)$阶方阵。

3. 列写 A 阵的步骤

由给定的有向图列写 $\boldsymbol{A}$ 阵时，按下列步骤进行：

(1) 对有向图中的各节点、支路编号；

(2) 选择一棵树(也可不选树，是否选树根据需要而定)；

(3) 将参考点除外，对剩下的 $n-1$ 个节点按 $\boldsymbol{A}$ 阵中元素的规定写出 $\boldsymbol{A}$ 阵。

例 3-4　一定向图的 $\boldsymbol{A}$ 阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

试做出该定向图。

解　由给定的 $\boldsymbol{A}$ 阵可知，该定向图有三个节点，六条支路。作定向图的步骤如下：

① 由 $\boldsymbol{A}$ 阵写出 $\boldsymbol{A}_a$ 阵为

$$\boldsymbol{A}_a = \begin{array}{c} \\ n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

其中第 3 行是按 $\boldsymbol{A}_a$ 中的每一列的元素之和为零这一规律写出的；

② 给 $\boldsymbol{A}_a$ 中的每一行和每一列编号。行号和有向图中的节点号对应，列号和支路号对应；

③ 先做出有向图中的三个节点，而后根据 $\boldsymbol{A}_a$ 阵的列分析，在这三个节点之间联上各支路并标上参考方向。譬如从 $\boldsymbol{A}_a$ 中可知，支路 1 联在节点①和③之间，其正向由节点③指向节点①；支路 3 联在节点②和③之间，且正向由节点②指向节点③等。由此做出的有向图如图 3-14 所示。

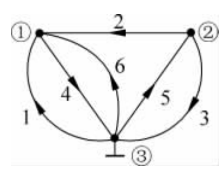

图 3-14　例 3-4 图

4. 关于 A 阵的说明

(1) 若支路按先连支后树支的顺序排列，则关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 可写为分块矩阵的形式，即

$$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{A}_l \;\vdots\; \boldsymbol{A}_t]$$

其中子矩阵 $\boldsymbol{A}_l$ 和 $\boldsymbol{A}_t$ 分别与连支和树支对应。与树支对应的子矩阵 $\boldsymbol{A}_t$ 是一个 $n-1$ 阶的方阵，可以证明

$$\det\boldsymbol{A}_t = \pm 1$$

这说明 $\boldsymbol{A}_t$ 是一个 $n-1$ 阶的非奇异阵，同时也表明关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是一个满秩阵，其秩为

$$r(\boldsymbol{A}) = n-1$$

(2) 可用 $\boldsymbol{A}$ 阵计算一个连通图树的总数 NUM(T)。可以证明

$$\mathrm{NUM(T)} = \det(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}) \tag{3-2}$$

二、基本割集矩阵

割集矩阵是描述有向图中割集与支路相互关联情况的矩阵。

割集矩阵包括表示图中全部割集与支路相互关联情况的一般割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_a$ 和表示图中基本割集与支路相互关联情况的基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$。基本割集是独立的割集。在电路分析中，我们只对独立割集感兴趣，因此只讨论基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$。

1. 基本割集矩阵 Q 的构成

矩阵 $\boldsymbol{Q}=[q_{ij}]$的行是图的基本割集序列，列是图的支路序列。若某有向图有 n 个节点，b 条支路，则 $\boldsymbol{Q}$ 为$(n-1)\times b$ 阶矩阵。$\boldsymbol{Q}$ 中的支路通常按先连支后树支的顺序排列。

$\boldsymbol{Q}$ 中的元素 q_{ij} 按如下规定写出：

$$q_{ij}=\begin{cases}1, & \text{若支路 } j \text{ 与割集 } i \text{ 关联，且两者正向一致} \\ -1, & \text{若支路 } j \text{ 与割集 } i \text{ 关联，且两者正向不一致} \\ 0, & \text{若支路 } j \text{ 与割集 } i \text{ 不关联}\end{cases}$$

2. 列写 Q 阵的步骤

由给定的有向图列写 $\boldsymbol{Q}$ 阵可按下述步骤进行：

(1) 给有向图的各支路编号；选择一树，并由此树决定各基本割集(注意标明各割集的正向)及其编号顺序；

(2) 根据对元素 q_{ij} 的规定，且支路按先连支后树支的顺序排列，写出 $\boldsymbol{Q}$ 矩阵。

例 3-5 试写出图 3-15(a)所示有向图的一个基本割集矩阵。

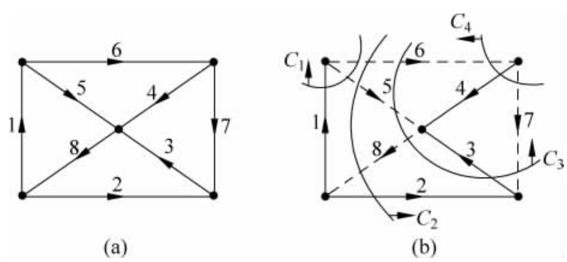

图 3-15 例 3-5 图

解 选支路{1,2,3,4}为树支，支路{5,6,7,8}为连支，并由此决定四个基本割集如图 3-15(b)所示。写出基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 为

$$\boldsymbol{Q}=\begin{array}{c}\\ C_1\\ C_2\\ C_3\\ C_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccccc}b_5 & b_6 & b_7 & b_8 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4\end{array}\\ \left[\begin{array}{cccc:cccc}-1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{array}\right]\end{array}$$

3. 关于 Q 阵的说明

(1) 当支路按先连支后树支的顺序排列时，$\boldsymbol{Q}$ 阵可表示为

$$\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{E} \vdots \boldsymbol{1}] \tag{3-3}$$

其中 $\boldsymbol{1}$ 阵(单位阵)与树支对应，子矩阵 $\boldsymbol{E}$ 阵与连支对应。由于 $\boldsymbol{1}$ 阵是 $n-1$ 阶，因此 $\boldsymbol{Q}$ 是一

个满秩矩阵，其秩 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{Q})=n-1$。这也表明以 $\boldsymbol{Q}$ 阵为系数矩阵的方程组是独立方程组。

（2）对一个有向图而言，其基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 和关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数完全相同。若图的节点数为 n，支路数为 b，则 $\boldsymbol{Q}$ 阵和 $\boldsymbol{A}$ 阵均是 $(n-1)\times b$ 阶矩阵，两者的秩都为 $n-1$。

（3）关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 可视为基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 的特例。事实上，对有向图选择一棵恰当的树后，通常可使得按此树写出的 $\boldsymbol{Q}$ 阵与 $\boldsymbol{A}$ 阵相同，至多是两个矩阵中对应的某些行相差一个符号。

三、基本回路矩阵

回路矩阵是描述有向图中回路与支路相互关联情况的矩阵。

回路矩阵包括表示图中全部回路与支路相互关联情况的一般回路矩阵 $\boldsymbol{B}_a$ 和表示图中基本回路与支路相互关联情况的基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$。基本回路是独立的回路。在电路分析中，我们只对独立回路感兴趣，因此只讨论基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$。

1. 基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的构成

矩阵 $\boldsymbol{B}=[b_{ij}]$ 的行是图的基本回路序列，列为图的支路序列。若某图有 n 个节点，b 条支路，则 $\boldsymbol{B}$ 为 $(n-b+1)\times b$ 阶矩阵。通常 $\boldsymbol{B}$ 阵的列按先连支后树支的顺序排列。

$\boldsymbol{B}$ 阵中的元素 b_{ij} 按下述规定写出：

$$b_{ij}=\begin{cases}1, & \text{若 } j \text{ 支路与 } i \text{ 回路关联，且两者的正向一致} \\ -1, & \text{若 } j \text{ 支路与 } i \text{ 回路关联，且两者的正向相反} \\ 0, & \text{若 } j \text{ 支路与 } i \text{ 回路不关联}\end{cases}$$

2. 列写 $\boldsymbol{B}$ 阵的步骤

由给定的有向图列写 $\boldsymbol{B}$ 阵时，按下述步骤进行：

（1）给有向图的各支路编号；

（2）选一棵树，并由此决定各基本回路（注意标明各基本回路的绕行正向）及其编号顺序；

（3）对 $\boldsymbol{B}$ 中的支路序列按先连支后树支的次序排列，而后根据对 $\boldsymbol{B}$ 中元素 b_{ij} 的规定写出 $\boldsymbol{B}$ 阵。

例 3-6 试写出图 3-16(a)所示有向图的一个基本回路矩阵。

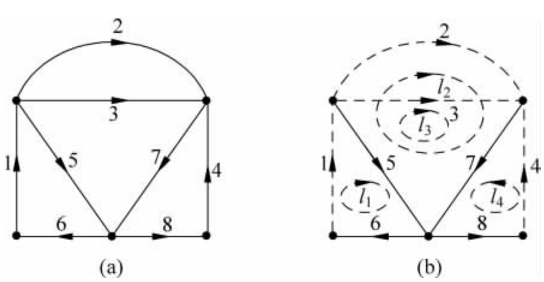

图 3-16 例 3-6 图

解 选支路{5,6,7,8}为树支，支路{1,2,3,4}为连支，并由此决定四个基本回路如图 3-16(b)所示。将支路按先连支后树支的顺序排列，写出 $\boldsymbol{B}$ 阵为