



通过第 1 章的学习,我们已经知道了傅里叶变换。傅里叶变换本质是建立以“时间”为变量的信号与以“频率”为变量的频谱函数之间的变换关系,换言之,傅里叶变换定义了时域和频域之间的一种变换,或者说映射。这里的“时间”和“频率”变量可以取连续值和离散值,因而形成几种形式的傅里叶变换对。离散傅里叶变换是数字信号处理中最基本也是最重要的运算。下面首先回顾已学过的连续时间信号的傅里叶变换,然后详细介绍离散傅里叶变换和快速傅里叶变换。

3.1 连续时间信号的傅里叶变换

3.1.1 时间连续频率离散的傅里叶变换

周期为 T 的周期性连续时间函数 $x(t)$, 可以展开成傅里叶级数, 级数的系数为 $X(k\Omega_0)$ 。 $x(t)$ 和 $X(k\Omega_0)$ 组成变换对, 正变换为

$$X(k\Omega_0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jk\Omega_0 t} dt \quad (3.1.1)$$

反变换为

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 t} \quad (3.1.2)$$

式中, $X(k\Omega_0)$ 是离散频率的非周期函数; $\Omega_0 = 2\pi/T$ 为离散频谱相邻两谱线的角频率间隔; k 为谐波序号。

式(3.1.1)表明, 周期性连续时间信号 $x(t)$ 可分解为由无穷次谐波叠加而成, 级数系数的绝对值 $|X(k\Omega_0)|$ 代表谐波成分的大小。

3.1.2 时间连续频率连续的傅里叶变换

时间连续的非周期信号 $x(t)$ 的傅里叶变换的结果是连续的非周期的频谱密度 $X(j\Omega)$, 变换公式为

$$X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt \quad (3.1.3)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega \quad (3.1.4)$$

式中, Ω 是模拟信号的角频率, 简称模拟角频率, 单位是 rad/s。由此可见, 时域函数的连续性造成了频域函数的非周期性, 而时域的非周期性造成了频谱的连续性。

3.2 离散傅里叶变换及性质

离散傅里叶变换是有限长度序列的傅里叶表示式, 同时它本身也是一个序列, 而不是一个连续函数, 它相当于把信号的傅里叶变换进行频率间隔采样。由于存在计算离散傅里叶变换的快速算法, 因而离散傅里叶变换在离散时间信号分析与处理中应用非常广泛。

3.2.1 序列的傅里叶变换

序列的傅里叶变换(DTFT)公式定义为

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n} \quad (3.2.1)$$

式中, ω 为离散信号的圆周频率, 简称圆周频率或数字频率, 单位是 rad, 它和模拟角频率 Ω 的关系在下面说明。

由式(3.2.1)得

$$\begin{aligned} X(e^{j(\omega+2\pi)}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j(\omega+2\pi)n} = e^{-j2\pi n} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n} \\ &= X(e^{j\omega}) \end{aligned}$$

所以, $X(e^{j\omega})$ 是 ω 的周期函数, 周期为 2π 。

用 $e^{j\omega m}$ 乘以式(3.2.1), 并在 $-\pi \sim \pi$ 内对 ω 积分, 并考虑到虚指函数的正交性, 有

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega m} d\omega &= \int_{-\pi}^{\pi} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n} \right) e^{j\omega m} d\omega \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega(m-n)} d\omega = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \delta(m-n) = 2\pi x(m) \end{aligned}$$

所以

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (3.2.2)$$

这是 DTFT 的反变换公式。式(3.2.1)和式(3.2.2)为序列的傅里叶变换对, 即离散时间信号的傅里叶变换对。

我们已经学习了模拟角频率 Ω , 圆周频率 ω , 它们之间的关系如下:

$$\omega = \Omega T_s = 2\pi f / f_s \quad (3.2.3)$$

其中, T_s 为采样时间间隔, $f_s = 1/T_s$ 是采样频率。如果在式(3.2.3)中令

$$f' = f / f_s \quad (3.2.4)$$

则 $\omega = 2\pi f'$, f' 称为归一化频率或相对频率。这样便可得到对离散序列作 DTFT 时频率轴定标的物理解释^[1], 如图 3.2.1 所示。

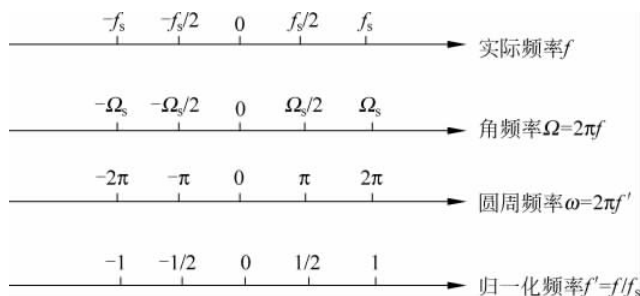


图 3.2.1 四种频率

由于存在以下关系:

$$X(e^{j\omega}) = X(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} \Big|_{z=e^{j\omega}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

所以, 序列的傅里叶变换就是单位圆上 ($|z|=1$) 的 z 变换, 故序列的傅里叶变换的一切特性, 皆可由 z 变换得到。表 3.2.1 是序列傅里叶变换的主要性质, 其中性质 13~性质 18 是傅里叶变换的对称性质, 它有助于简化运算和求解, 这里做以下说明。

表 3.2.1 序列傅里叶变换的主要性质

序 号	序 列	傅里叶变换
1	$x(n)$	$X(e^{j\omega})$
2	$h(n)$	$H(e^{j\omega})$
3	$ax(n) + bh(n)$	$aX(e^{j\omega}) + bH(e^{j\omega})$
4	$x(n-m)$	$e^{-j\omega m} X(e^{j\omega})$
5	$a^n x(n)$	$X\left(\frac{1}{a} e^{j\omega}\right)$
6	$x(n) e^{j\omega_0 n}$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
7	$nx(n)$	$j \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
8	$x(n) * h(n)$	$X(e^{j\omega}) H(e^{j\omega})$
9	$x(n)h(n)$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) H(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta$
10	$x^*(n)$	$X^*(e^{-j\omega})$
11	$x(-n)$	$X(e^{-j\omega})$

续表

序 号	序 列	傅里叶变换
12	$x^*(-n)$	$X^*(e^{j\omega})$
13	$\text{Re}[x(n)]$	$X_e(e^{j\omega}) = \frac{X(e^{j\omega}) + X^*(e^{-j\omega})}{2}$
14	$\text{jIm}[x(n)]$	$X_o(e^{j\omega}) = \frac{X(e^{j\omega}) - X^*(e^{-j\omega})}{2}$
15	$x_e(n) = \frac{x(n) + x^*(-n)}{2}$	$\text{Re}[X(e^{j\omega})]$
16	$x_o(n) = \frac{x(n) - x^*(-n)}{2}$	$\text{jIm}[X(e^{j\omega})]$
17	$x(n)$ 为实序列	$\begin{cases} X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega}) \\ \text{Re}[X(e^{j\omega})] = \text{Re}[X(e^{-j\omega})] \\ \text{Im}[X(e^{j\omega})] = -\text{Im}[X(e^{-j\omega})] \\ X(e^{j\omega}) = X(e^{-j\omega}) \\ \arg[X(e^{j\omega})] = -\arg[X(e^{-j\omega})] \end{cases}$
18	$x_e(n) = \frac{x(n) + x(-n)}{2}$ ($x(n)$ 为实序列)	$\text{Re}[X(e^{j\omega})]$
19	$x_o(n) = \frac{x(n) - x(-n)}{2}$ ($x(n)$ 为实序列)	$\text{jIm}[X(e^{j\omega})]$
20	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y^*(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})Y^*(e^{j\omega})d\omega$ (Parseval 公式)	
21	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) ^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) ^2 d\omega$ (Parseval 公式)	

共轭对称序列定义为满足

$$x_e(n) = x_e^*(-n) \quad (3.2.5)$$

的序列 $x_e(n)$ 。当共轭对称序列是实数时,条件变为 $x_e(n) = x_e(-n)$,即 $x_e(n)$ 为偶对称序列。

共轭反对称序列定义为满足

$$x_o(n) = -x_o^*(-n) \quad (3.2.6)$$

的序列 $x_o(n)$ 。当共轭反对称序列是实数时,条件变为 $x_o(n) = -x_o(-n)$,即 $x_o(n)$ 为奇对称序列。

任意一个序列 $x(n)$ 总可以表示成一个共轭对称序列和共轭反对称序列之和,即

$$x(n) = x_e(n) + x_o(n) \quad (3.2.7)$$

其中,

$$x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(-n)] \quad (3.2.8a)$$

$$x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x^*(-n)] \quad (3.2.8b)$$

同理, $x(n)$ 的傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$ 也可分解成共轭对称分量和共轭反对称分量之和, 即

$$X(e^{j\omega}) = X_e(e^{j\omega}) + X_o(e^{j\omega}) \quad (3.2.9)$$

其中,

$$X_e(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}[X(e^{j\omega}) + X^*(e^{-j\omega})] \quad (3.2.10a)$$

$$X_o(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}[X(e^{j\omega}) - X^*(e^{-j\omega})] \quad (3.2.10b)$$

由以上的定义可以得到列于表 3.2.1 中的傅里叶变换的一些对称性质。

由第 2 章离散系统的基本概念可知, 线性移不变系统单位采样响应 $h(n)$ 和系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$ 也是一对 DTFT 变换对, 即存在如下关系:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} \quad (3.2.11)$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (3.2.12)$$

例 3.2.1 设矩形窗

$$d(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n \text{ 为其他值} \end{cases}$$

若 $h(n)=d(n)$, 求 $N=5$ 时系统的频率响应^[2]。

解 由公式(3.2.11)得到

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\omega n} = \frac{1 - e^{-j\omega N}}{1 - e^{-j\omega}} = \frac{e^{-j\omega N/2} (e^{j\omega N/2} - e^{-j\omega N/2})}{e^{-j\omega/2} (e^{j\omega/2} - e^{-j\omega/2})} \\ &= e^{-j\omega(N-1)/2} \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)} \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

$$H(e^{j\omega}) = H_R(e^{j\omega}) + H_I(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| \exp\{\varphi(\omega)\} \quad (3.2.14)$$

由此式可知, 矩形窗幅频响应和相频响应分别为

$$|H(e^{j\omega})| = |\sin(\omega N/2)/\sin(\omega/2)| \quad (3.2.15)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{H_I(e^{j\omega})}{H_R(e^{j\omega})} = -\omega(N-1)/2 \quad (3.2.16)$$

当 $N=1$ 时, $\varphi(\omega)=0$

$$\text{当 } N=2 \text{ 时, } \varphi(\omega) = \begin{cases} -\omega/2, & 0 \leq \omega < \pi \\ -\omega/2 + \pi, & \pi \leq \omega < 2\pi \end{cases}$$

$$\text{当 } N=3 \text{ 时, } \varphi(\omega) = \begin{cases} -\omega, 0 \leq \omega < \frac{2}{3}\pi \\ -\omega + \pi, \frac{2}{3}\pi \leq \omega < \frac{4}{3}\pi \\ -\omega + 2\pi, \frac{4}{3}\pi \leq \omega < 2\pi \end{cases}$$

当 $N=4$ 时, ……

$$\text{所以, } \varphi(\omega) = \begin{cases} -\omega(N-1)/2, 0 \leq \omega < \frac{2\pi}{N} \\ -\omega(N-1)/2 + \pi, \frac{2\pi}{N} \leq \omega < \frac{4\pi}{N} \\ \vdots \\ -\omega(N-1)/2 + (n-1)\pi, \frac{2(n-1)\pi}{N} \leq \omega < \frac{2n\pi}{N} \\ \vdots \\ -\omega(N-1)/2 + (N-1)\pi, \frac{2(N-1)\pi}{N} \leq \omega < 2\pi \end{cases}$$

可见,每隔 $\frac{2\pi}{N}$ 的整数倍相位翻转(频率响应由负变正或由正变负),因而每隔 $\frac{2\pi}{N}$ 的整数倍相位要加上 π 。

如图 3.2.2 所示。

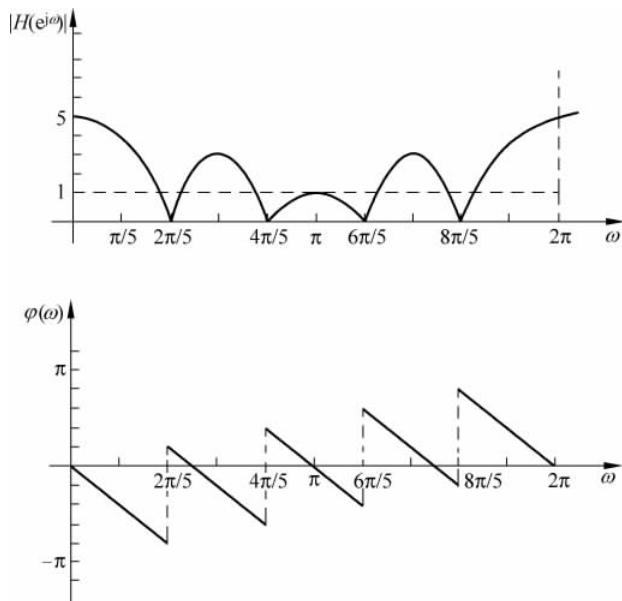


图 3.2.2 矩形窗的频率响应

3.2.2 离散傅里叶变换

本节以有限长度序列和周期序列之间的关系为出发点推导离散傅里叶变换(DFT)表示式,首先讨论周期序列的傅里叶级数表示式,它相当于有限长度序列的离散傅里叶变换。

1. 周期序列的离散傅里叶级数(DFS)

设 $\tilde{x}(n)$ 是周期为 N 的周期序列,即^[3]

$$\tilde{x}(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x(n+rN), \quad r \text{ 为任意整数} \quad (3.2.17)$$

周期序列不是绝对可和的,换言之,对于 z 平面内的任意 z 值,其 z 变换都不收敛,即

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{x}(n)z^{-n}| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{x}(n)| |z^{-n}| = \infty$$

所以,周期序列不能用 z 变换表示。

但是,和连续时间周期信号一样,周期序列也可用离散傅里叶级数表示,也就是用周期为 N 的复指数序列表示。

周期为 N 的复指数序列的基频序列为

$$e_1(n) = e^{j\frac{2\pi}{N}n}$$

k 次谐波序列为

$$e_k(n) = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

由于存在关系

$$e^{j\frac{2\pi}{N}(k+rN)} = e^{j\frac{2\pi}{N}k}, \quad r \text{ 为任意整数}$$

即

$$e_{k+rN}(n) = e_k(n)$$

因而,离散傅里叶级数的所有谐波中只有 N 个独立分量,这是和连续傅里叶级数不同之处,后者有无穷多个谐波分量。

将 $\tilde{x}(n)$ 展成如下的离散傅里叶级数:

$$\tilde{x}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (3.2.18)$$

式中的 N 是常数,选取它是下面的 $\tilde{X}(k)$ 表达式成立的需要。 $\tilde{X}(k)$ 是 k 次谐波的系数。下面来求解系数 $\tilde{X}(k)$,要利用下面的性质,即

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}rn} = \frac{1}{N} \frac{1 - e^{j\frac{2\pi}{N}rN}}{1 - e^{j\frac{2\pi}{N}r}} = \begin{cases} 1, & r = mN, m \text{ 为任意整数} \\ 0, & r \text{ 为其他值} \end{cases} \quad (3.2.19)$$

将式(3.2.18)两边同乘以 $e^{-j\frac{2\pi}{N}rn}$,并对 $n=0 \sim N-1$ 的一个周期内求和,则得到

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}rn} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) e^{j\frac{2\pi}{N}(k-r)n} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) \left[\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(k-r)n} \right] = \tilde{X}(r)\end{aligned}$$

式(3.2.18)的系数 $\tilde{X}(k)$ 为

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (3.2.20)$$

由于

$$\tilde{X}(k+mN) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}(k+mN)n} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \tilde{X}(k)$$

所以, $\tilde{X}(k)$ 也是一个以 N 为周期的周期序列。时域离散周期序列的离散傅里叶级数的系数仍然是一个周期序列,因而我们把式(3.2.18)和式(3.2.20)一起称为周期序列的离散傅里叶级数(DFS)对。

习惯上采用以下符号:

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}, \quad W_N^{kn} = e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

这样,式(3.2.18)、式(3.2.20)又可表示为

$$\tilde{X}(k) = \text{DFS}[\tilde{x}(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) W_N^{kn} \quad (3.2.21)$$

$$\tilde{x}(n) = \text{IDFS}[\tilde{X}(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) W_N^{-kn} \quad (3.2.22)$$

其中, $\text{DFS}[\cdot]$ 表示离散傅里叶级数的正变换, $\text{IDFS}[\cdot]$ 表示离散傅里叶级数的反变换。

从上面的表示式可以看出,求和时都只取 N 点序列值,这一事实说明,一个周期序列虽然是无限长序列,但只要研究一个周期(有限长序列)的性质,其他周期的性质也就知道了,因而周期序列和有限长序列有着本质的联系。

周期序列 $\tilde{X}(k)$ 可以看成是对 $\tilde{x}(n)$ 的一个周期 $x(n)$ 作 z 变换,然后将 z 变换在 z 平面单位圆上按等间隔角 $2\pi/N$ 采样而得到的。令

$$x(n) = \begin{cases} \tilde{x}(n), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则 $x(n)$ 的 z 变换为

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z^{-n} \quad (3.2.23)$$

将式(3.2.23)与式(3.2.21)比较得到

$$\tilde{X}(k) = X(z) \big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}$$

所以, $\tilde{X}(k)$ 是在 z 平面单位圆上 N 个等间隔角点上对 $X(z)$ 的采样值。

连同连续时间信号的傅里叶变换和傅里叶级数,到目前为止,我们已经学习了

四种形式的傅里叶变换,如图 3.2.3 所示。总之,若信号在时域是周期的,那么其频谱一定是离散的,反之亦然;同样,若信号在时域是非周期的,其频谱一定是连续的,反之也成立。第四种周期序列的离散傅里叶级数在时域和频域都是离散的,且都是周期的,我们可以利用它引出有限长序列的离散傅里叶变换。

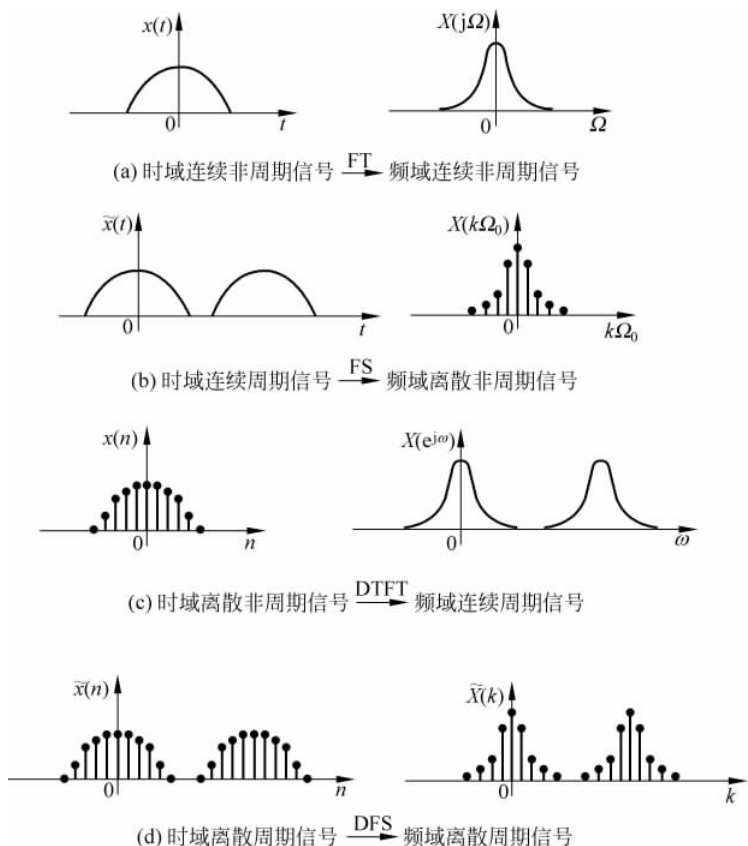


图 3.2.3 四种形式的傅里叶变换

2. 离散傅里叶变换(DFT)的定义

由于周期序列只有有限个序列值有意义,因而它的离散傅里叶级数表达式也适用于有限长序列,这就是有限长序列的离散傅里叶变换。如果把长度为 N 的有限长序列 $x(n)$ 看成周期为 N 的周期序列的一个周期,就可以利用离散傅里叶级数计算有限长序列。

对于一个周期序列 $\tilde{x}(n)$,定义它的第一个周期的序列值为此周期序列的主值序列(principal value sequence),用 $x(n)$ 表示,设周期为 N ,则有

$$x(n) = \begin{cases} \tilde{x}(n), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n \text{ 为其他值} \end{cases} \quad (3.2.24)$$

显然 $x(n)$ 是一个有限长序列, 周期序列 $\tilde{x}(n)$ 可以看作将 $x(n)$ 以 N 为周期进行周期延拓(periodic delay)的结果, 如公式(3.2.17)所示, 该式可简写为

$$\tilde{x}(n) = x((n))_N \quad \text{及} \quad x(n) = \tilde{x}(n)d(n) \quad (3.2.25)$$

其中, $d(n)$ 是长度为 N 的矩形序列, 即

$$d(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n \text{ 为其他值} \end{cases} \quad (3.2.26)$$

$((n))_N$ 是余数运算, 也可以记为 $n \bmod N$, 表示以 N 为模对 n 求余数。

例 3.2.2 $\tilde{x}(n)$ 是周期为 $N=8$ 的序列, 求 $n=19$ 和 $n=-5$ 两数对 N 的余数。

解 由于

$$n = 19 = 3 + 2 \times 8$$

故 $((19))_8 = 3$, 又由于

$$n = -5 = 3 + (-1) \times 8$$

故 $((-5))_8 = 3$, 即

$$\tilde{x}(19) = x(3), \quad \tilde{x}(-5) = x(3)$$

■

同理, 频域周期序列 $\tilde{X}(k)$ 也可看成是对有限长序列 $X(k)$ 的周期延拓, 而有限长序列 $X(k)$ 看成周期序列 $\tilde{X}(k)$ 的主值序列, 即

$$\tilde{X}(k) = X((k))_N, \quad X(k) = \tilde{X}(k)d(k) \quad (3.2.27)$$

由 DFS 和 IDFS 定义可知, 由于求和运算分别只限定在 $n=0 \sim N-1$ 和 $k=0 \sim N-1$ 的主值区间进行, 故完全适用于主值序列 $x(n)$ 与 $X(k)$ 。由公式(3.2.21)和公式(3.2.22)可得有限长序列的离散傅里叶变换定义。

正变换:

$$X(k) = \text{DFT}[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (3.2.28)$$

反变换:

$$x(n) = \text{IDFT}[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-nk}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.2.29)$$

或分别表示成

$$X(k) = \text{DFS}[\tilde{x}(n)]d(k), \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (3.2.30)$$

$$x(n) = \text{IDFS}[\tilde{X}(k)]d(n), \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.2.31)$$

$x(n)$ 和 $X(k)$ 是一个有限长序列的离散傅里叶变换对。由于 $x(n)$ 和 $X(k)$ 都是长度为 N 的序列, 都有 N 个独立值, 因而已知其中一个序列, 就能唯一地确定另一序列。有限长序列的傅里叶变换是作为周期序列的一个周期表示的, 也含有周期性的意义。

离散傅里叶变换和前面曾介绍的序列的傅里叶变换都是处理有限长序列的重要工具, 它们之间有什么关系呢? 由于序列 $x(n)$ 在单位圆上的 z 变换等于序列的傅