

信号的表示和运算

本章开始练习利用 MATLAB 进行信号的表示和运算,主要包括离散时间信号的表示,连续时间信号的数值表示,连续时间信号的符号表示和信号的运算。

5.1 离散时间信号的表示

5.1.1 有限长序列

一个时间序列可用一个序列数组和一个时间标号数组来表示。

例 5-1 利用 MATLAB 表示序列 $\{1, 2, 4, 2, 3\}$ 。

$\uparrow$
 $n=0$

```
%exm5_1_samples.m  
%序列数组(纵坐标)  
x=[0 0 0 1 2 4 2 3 0 0 0];  
%时间标号数组(横坐标)  
n=[-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5];  
%绘制序列对应的波形  
stem(n,x); xlabel('n'); ylabel('x');
```

由 stem 绘制的波形图如图 5-1 所示。

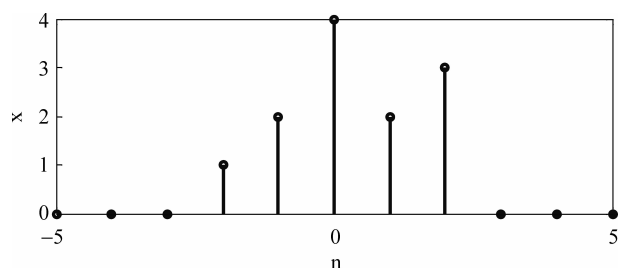


图 5-1 一个序列的波形图

注意：命令的尾部用了分号，用以除掉 MATLAB 不必要的回响。

习题 5-1 利用 MATLAB 表示序列 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。

$n=0$

5.1.2 单位样值序列

单位样值序列可以表示为

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases} \quad (5-1)$$

它可以用只有一个元素为 1 其余元素均为 0 的数组表示，如例 5-2 所示。

例 5-2

```
%exm5_3_impulse.m
n=[-5:5];
x=[zeros(1,5) 1 zeros(1,5)];
stem(n,x);xlabel('n');ylabel('x');
```

单位样值序列波形图如图 5-2 所示。

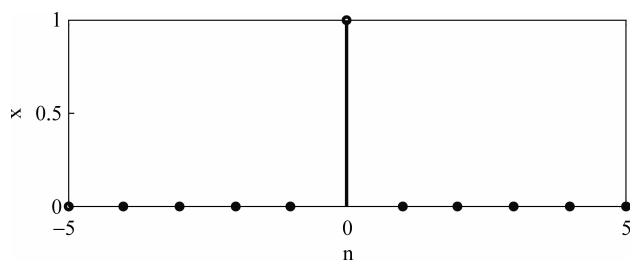


图 5-2 单位样值序列波形图

5.1.3 由已知序列得到另一个序列

1. 取长序列中的一部分

例 5-3

```
%exm5_3_construciton.m
nx=0:10;x=nx;
%取序列 nx 的前 5 个值
ny=nx(1:5);
%取序列 x 的前 5 个值
y=x(1:5);
subplot(2,1,1);stem(nx,x);xlabel('nx'); ylabel('x');axis([0 10 0 10]);
subplot(2,1,2);stem(ny,y);xlabel('ny'); ylabel('y'); axis([0 10 0 5]);
```

MATLAB 执行结果见图 5-3。

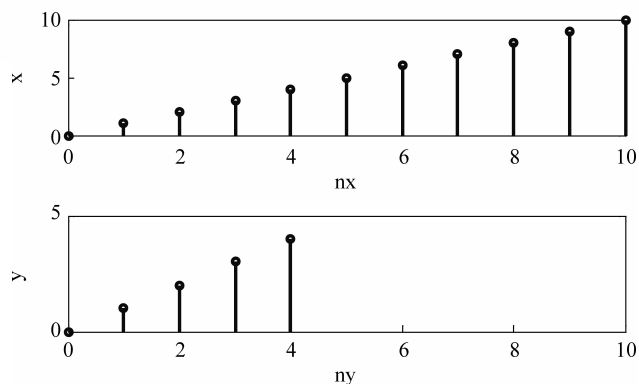


图 5-3 例 5-3 结果图

2. 组合一个新序列

例 5-4

```
%exm5_4_multiple.m
n=0:5; x=n;
%重复三次
y=[x x x];
ny=0:(length(y)-1);
%序列间插 0
z=[x 0 0 0 x 0 0 0 x 0 0 0];
nz=0:(length(z)-1);
subplot(2,1,1);stem(ny,y); axis([0 length(z) 0 5.5]);
xlabel('n'); ylabel('y');
subplot(2,1,2);stem(nz,z,'r'); axis([0 length(z) 0 5.5]);
xlabel('n'); ylabel('z');
```

MATLAB 执行结果见图 5-4。

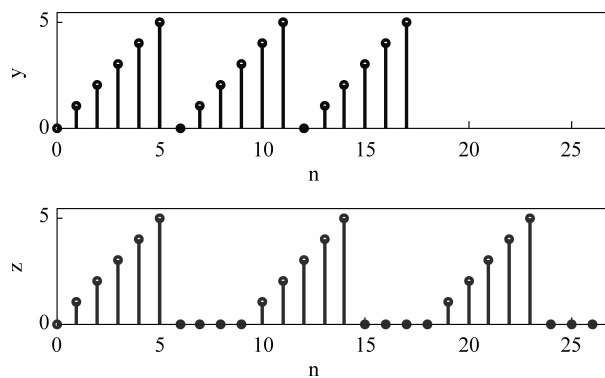


图 5-4 例 5-4 结果图

5.1.4 幂级数序列

$$x(n) = a^n u(n) \quad (5-2)$$

幂指数序列可以利用 power() 函数来表示。

例 5-5

```
%exm5_5_power.m
n=0:10;
x1=power(1.1,n);
subplot(2,2,1);stem(n,x1);legend('a=1.1');
x2=power(-1.1,n);
subplot(2,2,2);stem(n,x2);legend('a=-1.1');
x3=power(0.9,n);
subplot(2,2,3);stem(n,x3);legend('a=0.9');
x4=power(-0.9,n);
subplot(2,2,4);stem(n,x4);legend('a=-0.9');
```

习题 5-2 请利用 MATLAB 产生序列 $x(n) = 0.8^n u(n)$, $0 \leq n \leq 10$, 并画出其波形图。

5.1.5 正弦序列

$$x(n) = \sin(n\omega_0), \quad x(n) = \cos(n\omega_0) \quad (5-3)$$

n 为整数, ω_0 为数字角频率。

例 5-6 产生离散正弦序列 $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$, $0 \leq n \leq 10$, 并画出其波形图。

```
%exm5_6_sin.m
n=0:10;x=sin(pi/4*n);
stem(n,x);xlabel('n');ylabel('sin(\pi/4*n)');
```

MATLAB 执行结果见图 5-5。

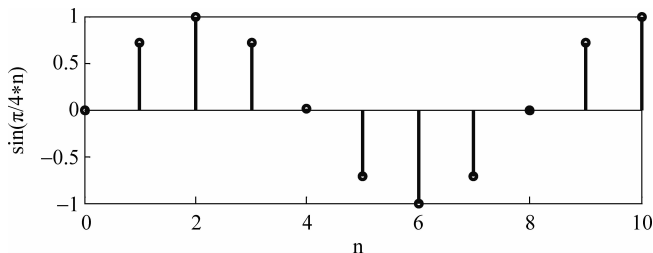


图 5-5 例 5-6 结果图

习题 5-3 产生离散衰减正弦序列 $x(n) = 0.8^n \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$, $0 \leq n \leq 10$, 并画出其波形图。

例 5-7 钢琴键盘上中音 1 对应的频率为 262Hz。若抽样频率为 8192Hz, 请产生 1s 此频率信号并播放。

分析: 信号的数字角频率为 $\omega_0 = 2\pi \frac{f}{f_s}$, 其中 f 为模拟信号的频率, f_s 为抽样频率。首

先生成此频率的离散正弦信号,然后利用 MATLAB 的 sound 函数用来播放该数字音频信号。

sound 函数具体用法如下。

(1) sound($\mathbf{y}, f_s$): 在扬声器上以抽样频率 f_s 来播放矩阵 $\mathbf{y}$ 中存储的音频信号, $\mathbf{y}$ 的取值范围假设为一 $1.0 \leq \mathbf{y} \leq 1.0$, 超出这个范围将发生削波, 当 $\mathbf{y}$ 为 $N \times 2$ 的矩阵时 (N 为整数), 则播放立体声。

(2) sound($\mathbf{y}$): 采用默认的 8192Hz 的抽样频率来播放音频信号。

(3) sound($\mathbf{y}, f_s, \text{bits}$): 如果硬件条件允许的话则使用 bits 比特/样值的量化参数来播放音频信号, 大部分硬件平台支持 bits=8 或 16。

```
%xm5_7_sound.m
f=262;fs=8192;
omega=2*pi*f/fs;
n=0:fs-1;x=sin(n*omega);
sound(x,fs);
```

利用例 5-7 中的方法, 可以产生各音符对应的时域信号, 将音符串接起来就可以生成乐曲了。下面给出了 C 大调各音符对应的频率值及其关系, 其中 $f_1 = 262\text{Hz}$ 代表中音 1 的频率。

简谱音符	1	2	3	4	5	6	7	$\dot{1}$
音符频率	f_1	$f_1 \cdot 2^{\frac{2}{12}}$	$f_1 \cdot 2^{\frac{4}{12}}$	$f_1 \cdot 2^{\frac{5}{12}}$	$f_1 \cdot 2^{\frac{7}{12}}$	$f_1 \cdot 2^{\frac{9}{12}}$	$f_1 \cdot 2^{\frac{11}{12}}$	$f_1 \cdot 2^{\frac{12}{12}}$

例 5-8 《小蜜蜂》的简谱如图 5-6 所示, 抽样频率取 8192Hz, 请生成此乐曲对应的离散正弦序列信号, 并播放。

小蜜蜂

1=C 5 3 3 4 2 2 1 2 3 4 5 5 5

小 蜜 蜂 嗡 嗡 嗡, 大 家 一 起 来 做 工。

5 3 3 4 2 2 1 3 5 5 3 —

来 匆 匆, 去 匆 匆, 做 工 兴 味 浓。

2 2 2 2 2 3 4 3 3 3 3 3 4 5

天 暖 花 开 不 做 工, 将 来 哪 里 能 过 冬?

5 3 3 4 2 2 1 3 5 5 1 —

快 做 工, 快 做 工, 别 学 懒 惰 虫。

图 5-6 《小蜜蜂》乐谱

MATLAB 代码如下:

```
%exm5_8_bees.m
clc;close all;clear;
%中音 1 的频率
f1=262;
%采样率
fs=8192;
%中音 2,3,4,5 的频率
f2=f1 * power(2,2/12);f3=f1 * power(2,4/12);
f4=f1 * power(2,5/12);f5=f1 * power(2,7/12);
N_zeros=300;
%产生四分之一音符,1s
n=0:(fs/2-N_zeros-1);
x1=[sin(n * 2 * pi * f1/fs) zeros(1,N_zeros)];
x2=[sin(n * 2 * pi * f2/fs) zeros(1,N_zeros)];
x3=[sin(n * 2 * pi * f3/fs) zeros(1,N_zeros)];
x4=[sin(n * 2 * pi * f4/fs) zeros(1,N_zeros)];
x5=[sin(n * 2 * pi * f5/fs) zeros(1,N_zeros)];
%产生八分之一音符,0.5s
n=0:(fs/2-N_zeros-1);
xh1=[sin(n * 2 * pi * f1/fs) zeros(1,N_zeros)];
xh2=[sin(n * 2 * pi * f2/fs) zeros(1,N_zeros)];
xh3=[sin(n * 2 * pi * f3/fs) zeros(1,N_zeros)];
xh4=[sin(n * 2 * pi * f4/fs) zeros(1,N_zeros)];
xh5=[sin(n * 2 * pi * f5/fs) zeros(1,N_zeros)];
%产生二分之一音符,2s
n=0:(2 * fs-N_zeros-1);
x_1=[sin(n * 2 * pi * f1/fs) zeros(1,N_zeros)];
x_3=[sin(n * 2 * pi * f3/fs) zeros(1,N_zeros)];
%生成乐曲信号
notes=[xh5 xh3 x3 xh4 xh2 x2 xh1 xh2 xh3 xh4 xh5 xh5 x5];
notes=[notes xh5 xh3 x3 xh4 xh2 x2 xh1 xh3 xh5 xh5 x_3];
notes=[notes xh2 xh2 xh2 xh2 xh2 xh3 x4 xh3 xh3 xh3 xh3 xh4 x5];
notes=[notes xh5 xh3 x3 xh4 xh2 x2 xh1 xh3 xh5 xh5 x_1];
%播放乐曲
sound(notes,fs);
```

习题 5-4 用 MATLAB 产生音阶信号 $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ \dot{1}$, 并播放。

5.1.6 离散复指数序列

例 5-9 请产生离散复指数信号 $x(n) = e^{j\frac{\pi}{8}n}$, $0 \leq n \leq 32$ 并绘制其波形图。

MATLAB 代码如下:

```
%exm5_9_exp.m
```

```

n=[0:32];
w0=pi/8;x=exp(j*w0*n);
subplot(2,2,1);stem(n,real(x));xlabel('n');ylabel('real(x)');
subplot(2,2,2);stem(n,imag(x));xlabel('n');ylabel('imag(x)');
subplot(2,2,3);stem(n,abs(x));xlabel('n');ylabel('abs(x)');
subplot(2,2,4);stem(n,angle(x));xlabel('n');ylabel('angle(x)');

```

MATLAB 执行结果如图 5-7 所示。

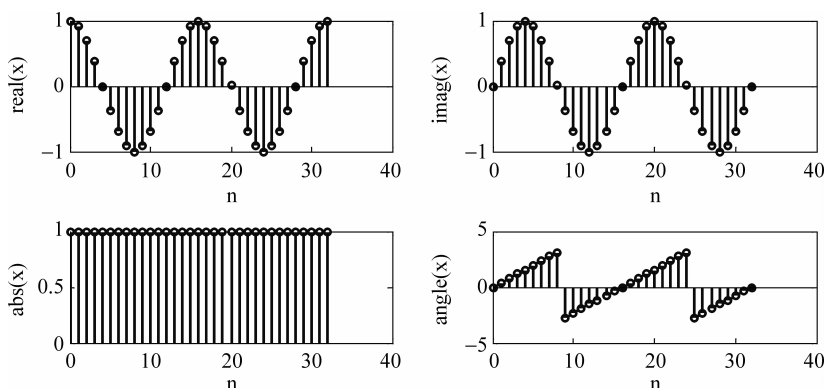


图 5-7 例 5-9 结果图

5.1.7 单位阶跃序列

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (5-4)$$

下面的 MATLAB 程序 step_function() 用于生成单位阶跃序列。

```

%step_function.m
function [n,x]=step_function(n1,n2,ns,A)
% n1 is the first location
% n2 is the last location
% ns is the step location
% A is the gain
n=n1:n2;
x=A*[zeros(1,(ns-n1)) ones(1,(n2-ns+1))];
h=stem(n,x);
set(h,'LineWidth',2);
title('step function');

```

函数调用：

```
[n,x]=step_function(-10,10,0,2)
```

5.1.8 矩形脉冲序列

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n < 0, n \geq N \end{cases} \quad (5-5)$$

例 5-10 矩形脉冲可利用以下代码实现：

```
%exm5_10_rectangular.m
RN_length=20;
N=10;
RN=[ones(1,N),zeros(1,RN_length-N)];
```

5.2 连续时间信号的数值表示

本节讨论用 MATLAB 表示和分析连续时间信号。严格来说,只有用符号推理的方法才能分析连续时间信号与系统。用数值方法是不能表示连续信号的,因为它给出的是各个样本点的数据。只有当样本点取得很密时才可看成连续信号。所谓密,是相对信号变化的快慢而言的。以下均假定相对于采样点密度而言,信号变化足够慢。

1. 单位冲激信号

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0 \quad (t \neq 0) \end{cases} \quad (5-6)$$

单位冲激函数 $\delta(t)$ 无法直接用 MATLAB 描述,可以把它看作宽度为 Δ (程序中用 dt), 幅度为 $1/\Delta$ 的矩形脉冲,即

$$x_1(t) = \delta_{\Delta}(t - t_1) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & t_1 < t < t_1 + \Delta \\ 0, & \text{其余 } t \end{cases} \quad (5-7)$$

表示在 $t=t_1$ 处的冲激。

例 5-11

```
%exm5_11_impulse.m
clear;
t0=0;tf=5;dt=0.05;t1=1;
t=[t0:dt:tf];st=length(t);
n1=floor((t1-t0)/dt);
x1=zeros(1,st);x1(n1+1)=1/dt;
stairs(t,x1);grid on;
axis([0,5,0,25]);xlabel('t');ylabel('\delta(t-t_1)');
```

结果图形如图 5-8 所示。

在例 5-11 中使用了几个新函数,说明如下。

- (1) floor: 向下取整。
- (2) stairs: 画阶梯状图形。
- (3) grid on: 显示网格线。

2. 单位阶跃函数

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (5-8)$$

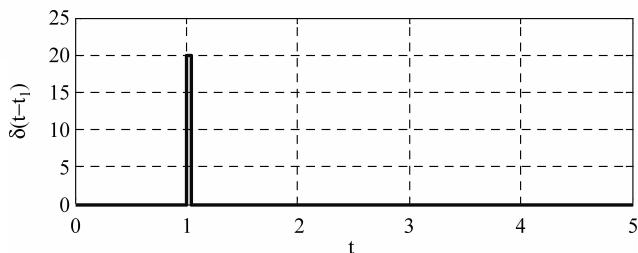


图 5-8 用 MATLAB 产生的单位冲激信号波形图

在跳变点 $t=0$ 处该函数值无定义或在 $t=0$ 处规定函数值 $u(0)=\frac{1}{2}$ 。

例 5-12

```
%exm5_12_unit_step.m
clear;
t0=0;tf=5;dt=0.05;t1=1;
t=[t0:dt:tf];st=length(t);
n1=floor((t1-t0)/dt);
x2=[zeros(1,n1),ones(1,st-n1)];
stairs(t,x2);grid on;
axis([0,5,0,1.5]);xlabel('t');ylabel('u(t-t_1)');
```

结果图形如图 5-9 所示。

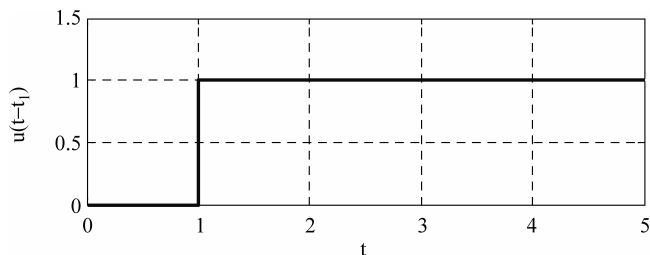


图 5-9 用 MATLAB 产生的单位阶跃信号波形图

3. 复指数信号

$$x(t) = e^{(\alpha + j\omega)t} \quad (5-9)$$

例 5-13

```
%exm5_13_complex_exp.m
clear;t0=0;tf=5;dt=0.05;
t=[t0:dt:tf];
alpha=-0.5;w=10;x=exp((alpha+j*w)*t);
subplot(2,2,1);plot(t,real(x));
grid on;xlabel('t');ylabel('real part');
subplot(2,2,2);plot(t,imag(x));
grid on;xlabel('t');ylabel('imaginary part');
subplot(2,2,3);plot(t,abs(x));
```

```
grid on;xlabel('t');ylabel('abs');
subplot(2,2,4);plot(t,angle(x));
grid on;xlabel('t');ylabel('angle');
```

结果图形如图 5-10 所示。

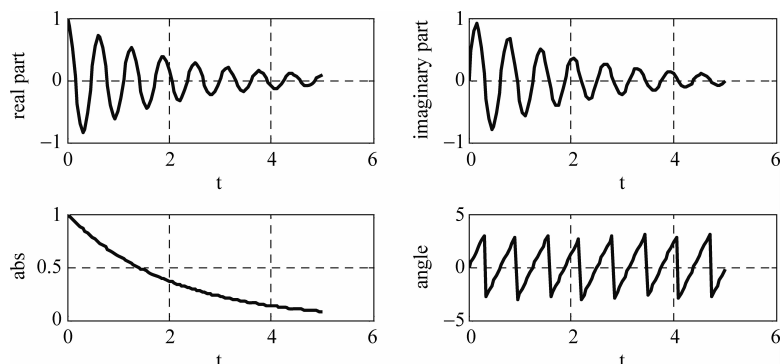


图 5-10 复指数信号波形图

信号 $x(t) = e^{(a+j\omega)t}$ 的相位为 ωt , 这是关于 ω 的线性函数。但是图 5-10 绘制的相位曲线是分段线性的, 被去掉了 2π 的整数倍, 图形分布在区间 $(-\pi, \pi)$, 这种现象称为卷绕。这和实际的预期不一样。相位图出现卷绕是因为求复数函数的相位时使用了反正切 atan 函数, 它的值域为 $(-\pi, \pi)$ 。相位卷绕就好像是一根长长的线绕到了一个线轴上, 真正的相位函数需要将这些线从轴上绕下来, 再拉直, 这个过程称为解卷绕。MATLAB 提供了解卷绕的函数 `unwrap`。例 5-13 中实现相位卷绕的代码如下:

```
x_ang_unwrap=unwrap(angle(x));
figure;plot(t,x_ang_unwrap);
grid on;xlabel('t');ylabel('angle');
```

解卷绕后的相位图如图 5-11 所示。

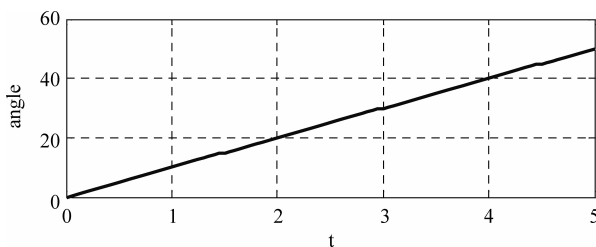


图 5-11 解卷绕后的相位图

习题 5-5 改变例 5-13 中参数的值, 观察信号的幅度、相位、实部和虚部的变化情况。

4. 抽样信号

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin(t)}{t} = \text{sinc}(t/\pi) \quad (5-10)$$

执行以下命令:

```
t=linspace(-3,3,7);
```