

第 1 章

绪 论

主要内容

非线性有限元基础：非线性力学问题，非线性有限元发展历程、主要论著和软件

三种非线性：材料本构模型，几何大变形，接触碰撞

三位有限元奠基人：Clough R. W. (1920—2016, 美国), Argyris J. H. (1913—2004, 德国), Zienkiewicz O. C. (1921—2009, 英国)

三种网格描述：拉格朗日坐标，欧拉坐标，任意的拉格朗日-欧拉坐标

三类偏微分方程：双曲线型，抛物线型，椭圆型

1.1 基于仿真的工程与科学

科学是在对物质结构和物理世界行为的系统研究中所获得的知识，包括发展理论计算和实验测量以描述这些研究活动的结果。**工程**是将科学应用于人类的需求，将科学原理和实践经验应用于对工程目标和过程的设计。**工程科学**是将科学与工程结合而获得解决实际问题的系统化知识。**基于仿真的工程与科学**采用模拟和计算机仿真的原理和方法获取和应用知识，贡献于人类活动。人类获得知识的两种方式为理论和实践。理论是假设、原理、规律和解释；实践是实验、测量和观察。知识不一定是真理，它是感觉到可能会成为真理的信息，直到矛盾的事实被**验证和确认**(verification and validation, V&V)，知识才可能成为真理。这里的验证内容是指应用理论模型、计算方法和实验技术验证所获得结果的正确性，而确认内容是指所获得结果应用了正确的理论模型、计算方法和实验技术。如果科学的定义发展到应用知识能够预见物理世界发生的事情，并且通过计算机仿真能清晰地再现，仿真则能够支撑科学的预见。大量的工程实践和科学研究行为表明：理论、实验和仿真

为三大支柱,支撑着工程与科学的大厦。

基于仿真的工程与科学是对科学现象、工程或产品的功能、性能和运行行为实施计算机模拟的方法体系。人类需要借助各种工具来增强和延伸自己认识世界并获取知识的能力,基于仿真的工程与科学正是通过科技手段构造一种人工环境,帮助工程师和科学家创造一个时域和空域可变的虚拟世界,使人们能够在这个虚拟世界中纵观古今,瞬抚四海,实现从必然王国到自由王国的认识过程。“纵观古今,瞬抚四海”取自我国晋代儒学家陆机(261—303)的《文赋》,他在谈及文学创作的思维活动时说,应“观古今于须臾,抚四海于一瞬”。纵观古今为时间尺度,是宙的概念;瞬抚四海为空间尺度,是宇的概念,驰骋宇宙即在时间和空间中遨游。“实现从必然王国到自由王国的认识过程”取自毛泽东(1893—1976)的《实践论》(庄茁,2009)。

基于仿真的工程与科学是处于快速发展中的计算数学、计算物理、计算力学、计算材料学及相关的计算工程科学,其与现代计算机科学和技术相结合,从而形成了综合性、集成化、网络化与智能化的信息处理方法、技术和产品。在信息技术和各种计算科学高度发展的时代,基于仿真的工程与科学应该成为科学家探索科学奥秘的得力助手;成为工程师实施工程创新或产品研发,并确保其可靠性的有效工具。非线性力学问题(材料、几何和接触)几乎永远是力学发展的前沿课题,非线性有限元是计算力学的重要组成部分,而有限元计算程序软件正是我们实现工程与科学仿真的主要工具。

20 世纪人类最伟大的发明之一是电子计算机,这一发明极大地推动了相关科学研究领域和产业的发展。随之诞生和发展的有限元等数值计算方法,使传统的复杂力学问题得以进行数值模拟和计算分析,解决了大量工程和科学问题。因此,诞生了跨专业和跨行业的学科分支,如基于计算机的设计(computer-aided design, CAD),基于计算机的工程(computer-aided engineering, CAE)和基于计算机的制造(computer-aided manufacture, CAM)等,它们的共同特点是以工程和科学问题为背景建立计算模型并进行计算机仿真分析,充分体现了基于仿真的工程与科学的时代特色。

随着互联网、大数据、云计算和机器学习技术的日新月异,我们迎来了以人工智能为标志的新工业革命时代。人工智能将引发科学突破的链式反应,引领新一轮科技创新和产业变革,从而加速培育经济发展新动能并塑造新型产业体系,深刻地改变人类社会。人工智能的特殊性决定了其研究不能循规蹈矩、亦步亦趋。“善出奇者,无穷如天地,不竭如江河”。创新是大学的灵魂,创新在某种意义上就是最大的“出奇”。人工智能研究离不开理论创新和方法创新,但同时也与产业应用密不可分。产业界为人工智能研究提供了丰富的真实问题、生动的应用场景和有力的大数据支持。人工智能代表性的核心技术是机器学习与神经网络,应用条件是数据量大、逻辑清楚、规则明确;取得的成效体现在避免出错,预测结果。以有限元为代表的计算力学是创造仿真数据的有力工具,因此,人工智能为计算力学的发展开辟了巨大的空间。

1.2 非线性力学问题

1.2.1 力学问题的非线性特征

力学中的非线性是指变量之间呈现非线性关系,一个简单的对比就是具有线性和非线性

性刚度响应的弹簧(图 1-1)。对非线性力学问题进行数值分析的学科被称为非线性计算力学。

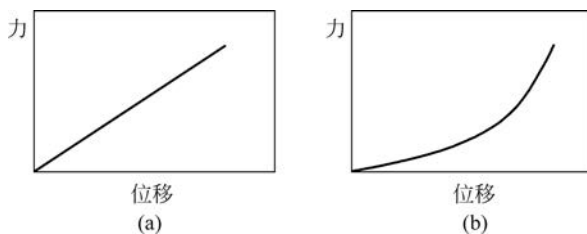


图 1-1 线性和非线性弹簧特性

(a) 线性弹簧,刚度为常数; (b) 非线性弹簧,刚度非常数

非线性结构问题是指结构的刚度随其变形而改变的非线性问题,所有真实物理结构均是非线性的,线性分析只是一种方便的近似。对于某些设计,这种近似提供了足够的精确度。但是对于许多结构问题,例如加工过程(锻造、冲压和切削等)和橡胶部件(轮胎、减震元器件等)的模拟分析,采用线性分析显然是不精确的,甚至是难以实现的;采用解析方法同样难以实现对真实状态材料与结构的力学分析,因而这类非线性问题不得不采用数值方法。目前,在能够有效地处理复杂固体力学问题的数值方法中,有限元方法仍然占据着主导地位。

由于刚度依赖于位移,所以不能再用初始柔度乘以外力的方法来计算任意载荷下的弹簧位移。在非线性隐式分析中,结构的刚度矩阵在整个分析过程中必须进行多次生成和求逆,这使分析求解的成本比线性隐式分析昂贵得多;在非线性显式分析中,稳定时间增量步的减小同样会增加计算成本。另外,非线性系统的响应不是所施加载荷的线性函数,不可能通过叠加来获得不同载荷情况的解答。所以,针对每种载荷情况都必须给出独立的分析和求解。

在固体力学与结构力学中,非线性行为一般包括材料的弹性和塑性等非线性行为,几何的大变形非线性行为,界面或边界的接触非线性行为三种。

1.2.2 材料非线性

材料的非线性是指本构关系中给出的应力-应变响应是非线性的,最简单的形式是非线性弹性,即应力-应变之间不呈线性关系。更一般的情况是材料对加载和卸载的响应各不相同的情况,如熟知的金属弹-塑性行为。大多数金属在低应变时都具有良好的线性应力-应变关系,但是在高应变时材料发生屈服,此时应力-应变响应为非线性且不可恢复(图 1-2)。另外,橡胶材料可以用一种非线性、可恢复(弹性)的本构响应来近似(图 1-3),即超弹性本构关系。

材料的非线性特性也可能与应变以外的其他因素有关,如温度、应变率和失效行为等,也可以是其他预定义场变量的函数。

1.2.3 几何非线性

非线性的第二种来源与分析模型的几何形状改变相关,当模型的位移大小影响结构响

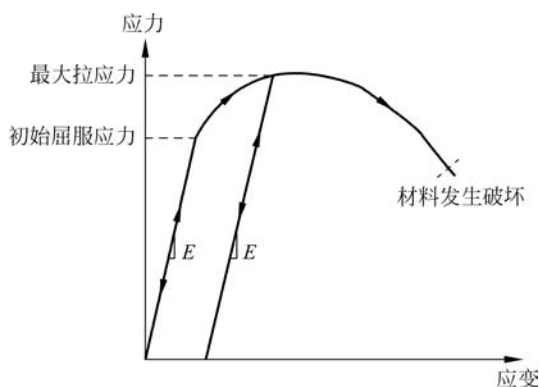


图 1-2 弹-塑性材料轴向拉伸的应力-应变曲线

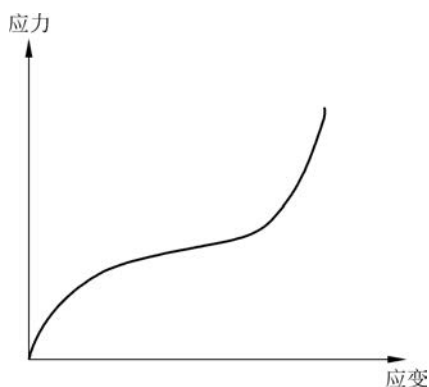


图 1-3 超弹性材料的应力-应变曲线

应时,几何非线性作用凸显。其主要原因包括大挠度或大转动、“突然翻转”(snap through)、初应力或载荷刚性化等情况。例如,考虑在端部竖向加载的悬臂梁(图 1-4)。如果端部的挠度较小,可以认为是近似的线性分析。然而,如果端部的挠度较大,结构的形状和刚度都会发生改变。另外,如果载荷不能保持与梁轴线垂直,其对结构的作用也将发生明显的改变。当悬臂梁挠曲时,载荷的作用可以分解为一个垂直于梁轴线的分量和一个沿着梁轴线方向的分量。这两种效应都会对悬臂梁的非线性响应产生贡献,即随梁承受载荷的增加,梁的刚度将发生变化。因此,大挠度和大转动对结构承载方式产生了显著的影响。

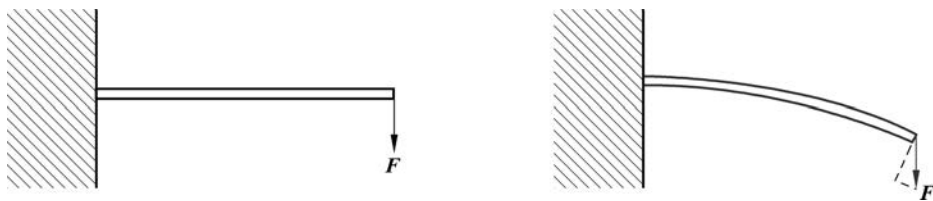


图 1-4 悬臂梁的大挠度

然而,当位移相对于结构尺寸很小时,几何非线性也可能会显著。考虑一块很大的具有小曲率的板在压力作用下“突然翻转”的过程,如图 1-5 所示。板的刚度在变形时会产生剧烈变化。当板突然翻转时,刚度变负,常称其失去稳定性,即当卸载时仍然发生一定量的位移,如图 1-5 中的曲线斜率所示。在这种情况下,尽管位移的量值相对于板的尺寸很小,但是变形过程具有明显的几何非线性,必须在分析中加以考虑。

当固体变形前后有较大差别时,就会产生有限变形状态。在这种情况下,不再可能针对未变形的几何构形写出线性应变-位移关系或平衡方程。甚至在有限变形发生前,在某些结构上可能观察到屈曲或载荷分叉现象,此时需要考虑非线性平衡的影响。这类问题的经典算例是欧拉细长杆,其屈曲时的平衡方程包含轴向压缩载荷的影响。

1.2.4 接触非线性

如果边界条件在分析过程中发生变化,就会产生接触(边界)非线性问题。考虑如图 1-6 所示的悬臂梁,它随施加的载荷产生挠曲。梁的自由端在接触障碍物以前,其竖向挠度与载荷近似呈线性关系(如果挠度是小量)。当碰到障碍物时,梁端点的边界条件发生突然变

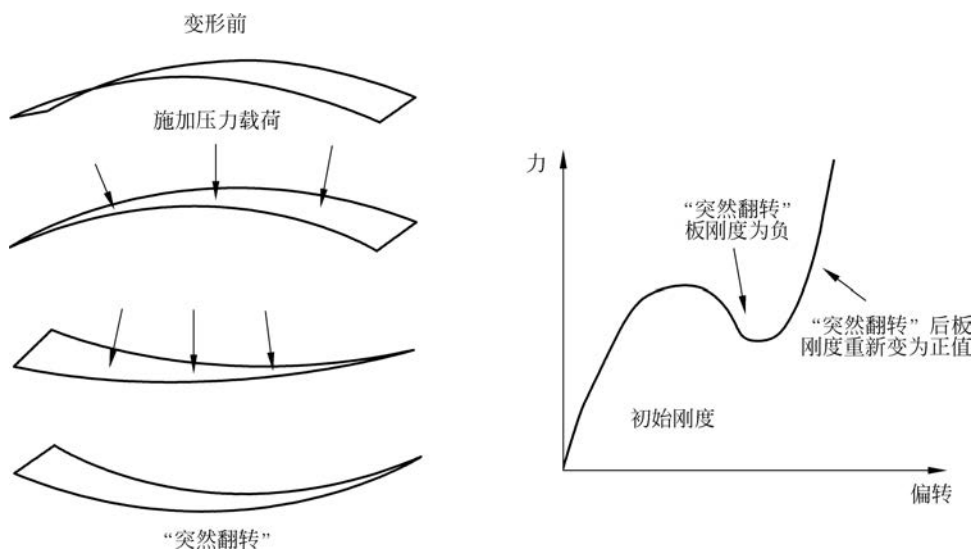


图 1-5 小曲率板的突然翻转

化,阻止了进一步的竖向挠度。尽管载荷可以继续增加,但是梁的响应不再是线性的。作为练习,读者可尝试画出图 1-6 悬臂梁自由端处的载荷-位移曲线图(或折线图)。边界非线性是极度不连续的,当在模拟中发生接触时,结构中的响应会在瞬时发生很大变化。因此,边界非线性也称为接触非线性。

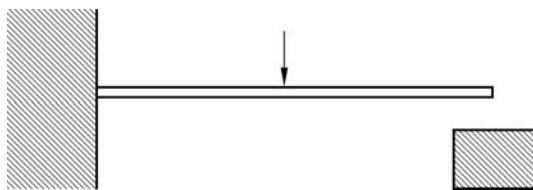


图 1-6 自由端将接触到障碍物的悬臂梁

另一个接触非线性的例子是将金属板坯材料冲压入模具的过程。在与模具接触前,板坯在压力下比较容易发生伸展变形。在与模具接触后,由于边界上接触条件的改变,如摩擦等,必须增加压力才能使板坯继续成型。

1.3 有限元的发展和论著

在计算力学的有限元领域,大师云集,名人荟萃。历经 80 余年,有限元已经发展为在力学领域日趋完善的计算科学,为科学研究和工程问题的解答提供了不可替代的工具,它是力学家在 20 世纪对科学的伟大贡献之一(注:一般称断裂力学和有限元为力学家在 20 世纪对科学的伟大贡献)。下面请随我们一起追溯有限元的发展历程。

1952 年,当时在加利福尼亚大学伯克利校区任教的 Clough 承担了波音公司 Delta 三角形机翼的振动分析。他应用传统梁理论和数学计算,基于一维梁模型计算小三角形板的刚度,结果是机翼结构挠度的计算值与小比例模型试验数据相差甚远,该项分析失败。1953

年,他将一片片小三角形板的刚度汇合成机翼模型的整体刚度,使得机翼结构挠度计算的结果与小比例模型试验数据吻合,这一成功的尝试可能就是有限元的直接刚度法(direct stiffness method)的雏形。随之,美国波音研究组的工作与 Argyris(1955)关于矩形单元的文章及 Turner、Clough、Martin 和 Topp(1956)的著名文章,使线性有限元分析得以闻名。Clough 在 1960 年发表的一篇论文中创造了“有限元法”这个短小精悍、切中要点的短语,准确地概括了该方法的实质,立即引起轰动。

1999 年,在德国慕尼黑召开的欧洲计算力学会议上,Robert L. Taylor 在主题报告中形象生动地用三角形单元的 3 个节点形容有限元法的三位奠基人,Clough R. W. (1920—2016)、Argyris J. H. (1913—2004)和 Zienkiewicz O. C. (1921—2009),足以证明他们对发展有限元法的贡献,文前插图 1 为三人在会议期间的合影。对有限元理论做出杰出贡献并被国际认可的中国科学家有两位,一位是胡海昌(1928—2011),他独立建立了固体力学中三类变量(位移、应变和应力,或速度、变形率和应力)的广义变分原理(1954),解决了两场原理(位移和应力)在非线性分析中与应变控制的本构方程不相容的问题。这一原理推广了最小势能原理,是一种以三类变量为自变函数的无附加条件变分原理,对弹性力学、变分原理、力学中的数值方法产生了深远影响。另一位是应用数学和力学家冯康(1920—1993),他提出了基于变分原理的有限元方法(1965),被国际学术界视为中国独立发展有限元法的里程碑(Liu,2022)。

自 1955 年第一篇有限元文章问世以来,研究者发表了大量相关文章,出版了众多学术专著,其中一些成功的试验和专题文章完全地或部分地对有限元的发展做出了贡献。例如,仅论述非线性有限元分析的著作包括 *Finite Elements of Nonlinear Continua* (Oden, 1972)、*Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures* (Crisfield, 1991)、*Incremental Finite Element Modelling in Nonlinear Solid Mechanics* (Kleiber, 1989)和 *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems* (Zhong, 1993)。特别值得注意的是 Oden 的著作,它是固体和结构非线性有限元分析的先驱之作。其他著作还有 *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis* (Bonet et al., 1997),关注在有限元分析中所涉及的非线性连续介质力学问题,Simo 和 Hughes(1998)讲授了在非线性有限元中材料非线性本构积分的数学方法。

Belytschko、Liu 和 Moran(2000)出版了连续体与结构的非线性有限元专著 *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structure*,这是将非线性有限元理论模型、数值方法和编写程序完美结合的一部著作,其中文版《连续体和结构的非线性有限元》由庄茁翻译并出版(2002),是清华大学研究生计算固体力学课程的主要教材,在中国已经印刷了数万册。2016 年,该书的第 2 版由庄茁、柳占立和成健翻译出版,以纪念在 2014 年逝世的 Belytschko T. (1943—2014)。Belytschko 被公认为有限元显式积分方法的奠基人之一。2004 年 6 月,他应邀来清华大学访问讲学,举办了首届全国非线性有限元讲习班。文前插图 2 为他应邀与中国力学学会主要领导会面并合影的照片,文前插图 3 为他在清华大学讲学的照片,文前插图 4 为他游览北京大学的照片。从 2005—2021 年,这个讲习班共举办了 17 届,主要由庄茁和他的学生们主讲,介绍非有限元的理论和计算,共培养了数千名教师、工程师和研究生。

以下作者的著作也对非线性分析技术的发展做出了重要贡献 *Computational Methods*

for Transient Analysis (Belytschko et al., 1983)、*The Finite Element Method* (Zienkiewicz et al., 1991, 2000)、*Finite Element Procedures* (Bathe, 1996) 和 *Concepts and Applications of Finite Element Analysis* (Cook et al., 1989)。特别值得一提的是 Zienkiewicz 和 Taylor (2000) 的有限元经典著作, 凝聚了作者近 50 余年的研究成果, 荟萃了近千篇文献的精华, 曾攀、庄茁、符松、岑松和陈海昕等将其第 5 版的三卷本翻译成中文并出版 (2006)。对于非线性有限元分析的学习, 这些书籍提供了很大的帮助。作为姐妹篇, 线性有限元分析的著作也是有用的, 其中内容最全面的是 *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis* (Hughes, 1987), 以及 Zienkiewicz 和 Taylor 的著作 (1991, 2000)。

在我国比较有影响力的有限元教材和专著包括河海大学的徐芝纶的《弹性力学问题的有限单元法》(1972)、浙江大学谢贻权和何福保的《弹性和塑性力学中的有限单元法》(1981)、同济大学的徐次达和上海计算技术研究所华伯浩的《固体力学有限元理论、方法及程序》(1983)。清华大学王勖成和劭敏的《有限元法基本原理和数值方法》(1987, 1995) 是高校应用比较广泛的教材。清华大学龙驭球等的《新型有限元论》(2004) 提出了以广义协调元为核心研究成果的新型有限元法。清华大学曾攀的《有限元分析及应用》(2004) 注重数学力学基础、建模方法和工程应用。浙江大学郭乙木、陶伟明和清华大学庄茁的《线性与非线性有限元及其应用》(2005) 讲述了线性和非线性有限元的基本内容 and 应用。王勖成 (2003) 出版了全面描述线性有限元和部分非线性有限元内容的教材《有限单元法》。庄茁、柳占立、成斌斌和廖剑晖 (2012) 出版了扩展有限单元法的专著《扩展有限单元法》, 2014 年该书的英文版由 Elsevier 公司和清华大学出版社合作出版。非线性有限元内容丰富、博大精深, 作者希望本书能够为读者全面呈现非线性有限元的内容深度、广度和最新进展。

1.4 有限元软件的发展

有限元软件的发展适逢有限元数值计算的蓬勃兴起和基于仿真的工程与科学的大量需求, 顺应历史自强不息者昌, 高瞻远瞩持续创新者进, 由此诞生了许多国际化的软件公司和软件产业。在信息与计算机时代, 像许多其他方面的进步一样, 在有限元分析中, 有限元软件的更新常常比文献更能凸显其取得的进展。下面请随我们一起简要回顾有限元软件的发展历程。

在 20 世纪 50 年代的许多大学和研究所里, 工程师们开始将有限元方法扩展至非线性、小位移的静态问题。但是, 计算软件的缺失使它难以燃起人们对有限元的激情, 更难以改变传统解析和实验研究者们对于这些方法的鄙视。例如, 因为考虑“没有科学的实质”, *Journal of Applied Mechanics* 许多年都拒绝刊登关于有限元方法的文章。然而, 必须涉及工程问题的工程师们非常清楚有限元方法的前途, 因为它提供了一种处理复杂几何形状真实问题的可能性, 这种求解的可能性是解析解答无法实现的。

有限元软件的发展可分为两条脉络: 隐式求解程序和显式求解程序。

1.4.1 隐式求解程序

20 世纪 60 年代, 加利福尼亚大学伯克利校区的 Wilson 发布了第一代程序, 点燃了开发有限元程序的激情。第一代程序没有名字, 在遍布世界的许多实验室里, 通过改进第一

代程序,工程师们扩展了新的用途,由此产生了对工程分析的巨大冲击,有限元软件也随之迅速发展。在加利福尼亚大学伯克利校区开发的第二代线性程序称为 SAP (Structural Analysis Program)。由此工作发展的第一个非线性程序是 NONSAP,它具有隐式积分进行平衡求解和瞬态问题求解的功能。在 20 世纪 80 年代中期,北京大学的袁明武从加利福尼亚大学伯克利校区访学回国并带回了 SAP 程序,将其与我国的建筑结构设计规范结合并补充了部分功能,扩展的程序(SAP84)曾经在国内风靡一时。

第一批关于非线性有限元方法的文章的主要贡献者有 Argyris(1965)、Marcal 和 King (1967)。不久,文章数量激增,非线性有限元软件随之诞生。当时在布朗大学任教的 Pedro Marcal,为了使第一个非线性商业有限元程序进入市场,于 1969 年成立了软件公司,他将该程序命名为 MARC。该公司几经转手,于 1999 年被 MSC 公司兼并,程序更名为 MSC/MARC。目前,它仍然是主要的非线性有限元软件。大约在同期,John Swanson 为了把有限元应用于核能工业,在西屋公司(Westinghouse)发展了非线性有限元程序,命名为 ANSYS,为了使该程序能够进入市场,他于 1969 年离开了西屋公司。ANSYS 多年来是有限元商用市场的主要软件之一。随后,ANSYS 收购了流体软件 FLUENT。商用有限元软件舞台上的另一个主要人物是 Klaus-Jürgen Bathe。他在 Wilson 的指导下获得了加利福尼亚大学伯克利校区的博士学位,之后在麻省理工学院(Massachusetts Institute of Technology, MIT)任教,这期间他发布了 ADINA 程序,这是 NONSAP 软件的派生产品。

这里特别需要提到 David Hibbitt,一位来自英国剑桥大学、本书第一作者庄茁非常熟悉的本科生。他在 Pedro Marcal 指导下获得了布朗大学的博士学位,并与 Marcal 合作到 1972 年。在 1978 年,他与 Karlsson 和 Sorensen 合作,在罗得岛州成立了 HKS 公司,使得 ABAQUS 软件进入市场。ABAQUS 源于中国珠算的英文单词 ABACUS,发音相同,拼写仅一个字母之差。因为该程序能够为研究人员提供用户单元、材料模型和场变量等自定义子程序,深得研究人员和大学师生的青睐,给软件行业带来了实质性的冲击。2005 年,HKS 公司被法国达索公司兼并,2007 年公司更名为 SIMULIA。

另一个大型通用有限元软件是 NASTRAN,属于 1963 年创立的 MSC 公司(The MacNeal-Schwendler Corporation)。它得到了美国 NASA 和 FAA 的资助,为飞行器验证软件,其前处理程序为 PATRAN。按照美国国家反垄断法,NASTRAN 的源代码于 2003 年一式两份,归属于 MSC 公司和 UGS 公司,分别命名为 MSC/NASTRAN 和 NX.NASTRAN。在 20 世纪 90 年代末和 21 世纪初,国际上的各大软件公司整合资源,开拓市场。如 MSC 公司先后收购了 MARC 和 ADAMS。2007 年德国西门子(Siemens)公司收购了 UGS 公司。2017 年,瑞典海克斯康公司收购了 MSC 公司。

在 20 世纪 70—90 年代,商用有限元程序集中在隐式方法的静态和动态解答。这些方法取得了非常大的进步,主要贡献来自于加利福尼亚大学伯克利校区和从这里走出的研究人员: Thomas J. R. Hughes、Robert L. Taylor、Juan Simo、Jürgen Bathe、Carlos Felippa、Pal Bergan、Kaspar Willam、Ekerhard Ramm 和 Michael Ortiz。他们是这所学校中杰出研究者的一部分,毋庸置疑,他们也是有限元早期的主要孵化者。

1.4.2 显式求解程序

有限元软件的另一支血脉是显式有限元程序。20 世纪 60 年代,Wilkins 在美国能源部

(Department of Energy, DOE) 国家实验室的工作强烈地影响了早期的显式有限元方法 (Wilkins, 1964), 创建了名为 hydro-codes 的程序。Costantino 在芝加哥的伊利诺伊理工大学 (Illinois Institute of Technology) 研究院发展了可能是首个显式有限元程序 (Costantino, 1967) 的程序, 它局限于线性材料和小变形, 由带状刚度矩阵乘以节点位移计算内部的节点力。它首先在一台 IBM7040 系列计算机上运行, 花费了数百万美元, 其速度远远低于一个 megaflop (每秒一百万次浮点运算) 和 32kB 内存。刚度矩阵存储在磁带上, 通过观察磁带驱动来监测计算过程; 当每一步骤完成时, 磁带驱动将逆转以便允许阅读刚度矩阵。这和之后的 Control Data 机器有类似的性能, 如 CDC6400 和 CDC6600, 它们是运行有限元程序的机器。当时一台 CDC6400 价值几乎为一千万美元, 有 32kB 内存 (存储全部的操作系统和编译器) 和大约一个 megaflop 的真实速度。

1969 年, 为了美国空军的项目, 研究人员开发了从单元到单元的求解技术。节点力的计算不必应用刚度矩阵。因此, 发展了名为 SAMSON 的二维有限元程序, 它被美国的武器实验室应用了 10 年。1972 年, 该程序功能扩展至结构的完全非线性三维瞬态分析, 称为 WRECKER。这一工作得到美国运输部 (Department of Transportation, DOT) 敢于幻想的计划经理 Lee Ovenshire 的资助。他在 20 世纪 70 年代初期就曾预言汽车的碰撞试验可能会被计算机仿真所代替, 后来的事实证明计算机仿真比他所预言的时间还提前了一些。对于一台两千万次模拟需要约 30 小时机时的计算机, 在当时进行一个 300 个单元模型的模拟计算需要花费大约 3 万美元。Lee Ovenshire 的计划资助了若干开拓性的工作, 如 Hughes 的接触-冲击工作, Ivor McIvor 的碰撞工作, 以及由 Ted Shugar 和 Carly Ward 在 Port Hueneme 从事的在汽车碰撞时驾驶员人头响应的模拟研究。但是, 1975 年, 美国运输部认为仿真过于昂贵, 决定将所有基金转向实验方面, 由此这些研究令人痛心地停滞下来。在福特公司, WRECKER 勉强维持了下一个十年。而在 Argonne, 由 Belytschko 发展的显式程序被移植应用在核安全工业上, 其程序命名为 SADCAT 和 WHAMS。

与此同时, 美国能源部的国家实验室开始了平行的研究工作。1975 年, 工作在桑迪亚国家实验室 (Sandia National Laboratory, SNL) 的 Sam Key 完成了 HONDO, 它也具有从单元到单元的求解功能的显式方法。该程序可以处理材料非线性和几何非线性问题, 并且有精心编辑的文件。然而, 基于保密的原因, 该程序被禁止发布。后来得益于西北大学的研究生 Dennis Flanagan 的工作, 这些程序得到了进一步发展, 他将其命名为 PRONTO。

显式有限元程序发展的里程碑来自劳伦斯利弗莫尔国家实验室 (Lawrence Livermore National Laboratory, LLNL) 的 John Hallquist。1976 年, 他首先发布了 DYNA 程序, 慧眼汲取了众多前人的成果, 并且与加利福尼亚大学伯克利校区的研究人员紧密合作, 包括 Jerry Goudreau, Robert L. Taylor, Thomas J. R. Hughes 和 Juan Simo。他成功的关键因素是令人敬畏的编程效率, 还有与 Dave Benson 的合作——他们开发了接触-冲击相互作用, 发展了计算程序 DYNA-2D 和 DYNA-3D。与桑迪亚国家实验室相比, 程序的传播在劳伦斯利弗莫尔国家实验室几乎没有任何障碍, 因此, 像 Wilson 和 John 的程序, 不久后便在全世界的大学、研究所和工业实验室到处可见。这些程序不易被修改, 并且以此发展了许多以 DYNA 程序作为数值试验的平台。

Hallquist 发展了高效接触-冲击的算法, 采用一点积分单元和高阶矢量使工程仿真效率得以显著提高。与今天的高效算法相比, 这些原始的第一批算法目前仍然常被采用。矢

量似乎已经与新一代计算机无关,但是,在 20 世纪 80 年代以 Cray 为主的计算机上运行大型问题时,矢量是至关重要的。相比完全积分的三维单元,一点积分单元与沙漏模式的一致性可以大大提高非线性三维模型计算分析的速度。在 20 世纪 80 年代,DYNA 程序首先被法国 ESI 公司商品化,命名为 PAMCRASH,它与 WHAMS 采用了许多相关的子程序。1989 年,John Hallquist 离开了劳伦斯利弗莫尔国家实验室,开始经营自己的公司,扩展了 LSDYNA,即商业版的 DYNA 程序。如今,DYNA-3D 已成为模拟汽车碰撞和电子产品跌落试验的主要工具。

1.4.3 国产有限元软件现状

中国的计算力学工作者一直在探索开发具有自主知识产权的有限元软件,也得到了国家科技部、工信部和自然科学基金委提供的立项资助。在 20 世纪 80 年代,北京大学的袁明武在 SAP 程序基础上开发了 SAP84,开创了我国有限元软件市场化的先河。中国建筑研究院开发的 PKPM 软件结合了我国建筑结构设计规范,成为国内建筑结构分析和设计的专用程序。中国航空强度研究所组织研发的 HAJIF 软件填补了我国飞机结构强度分析有限元程序的空白。大连理工大学钟万勰领导开发了 SIPESC 工程与科学计算集成软件平台。中国工程物理研究院总体所开发了“熊猫”(PANDA)有限元软件。中科院计算所梁国平开发的“飞箭”软件和郑州机械所开发的“紫瑞”软件都曾经进入有限元商用软件市场。大连理工大学胡平领导开发的 KMAX 软件和湖南大学钟志华开发的有限元程序成为汽车覆盖件冲压模具的主要研制工具。清华大学庄茁课题组分别自主开发了动态断裂力学有限元程序“东方”(DYFRAC)和基于断裂力学的扩展有限元程序“西方”(SAFRAC)。

目前,我国的有限元软件仍主要依赖进口,存在三个方面问题。一是人才问题,开发软件的人才资源不缺,但散落在民间;国外软件公司的研发主力是华人工程师,应促成他们回国发展,成为国产自主软件开发的一支重要力量。二是机制体制问题,开发软件没有大学参与不行,但是依托高校的体制无法做大、做强,必须依托工业界和民营企业,通过市场需求和应用牵引,形成市场运作机制(引领有限元软件发展的工业领域主要是航空、航天、核工业、汽车、造船、兵器、土木工程、能源、智慧医疗和电子设备等)。三是技术路线问题,近 10 年,许多中小型软件公司,如云道、中旺、英特、天洑、励颐拓、飞迈等发展迅速,群雄逐鹿,因此需要好的产业政策和商业模式引导,发展自主可控的有限元工业软件,解决核心技术国产化问题。值得欣喜的是,国家科技部和工信部已分别资助一批自主软件开发项目,由重点工业部门和民营企业揭榜挂帅,高校和科研院所攻关核心技术,形成千帆竞发、成果可期的态势。

1.4.4 计算机硬件超速发展

计算机的推广和应用从来都是软件和硬件并行发展,即所谓“软硬兼施”。21 世纪的前 20 年,其硬件的超速发展几乎掩盖了计算算法改进带来的效率。2004 年,在上海超级计算中心落成的曙光 4000A 超级计算机群的系统峰值速度为 10.2 万亿次/秒,其硬件系统为 $512 \text{ 节点} \times 4 = 2048 \text{ CPU}$ 、内存 4256GB 和容量 95TB。此时,在美国劳伦斯利莫尔国家实验室装备的蓝色基因计算机的并行计算峰值速度达到 136.8 万亿次/秒。美国完成了武器系统在敌方辐射与爆炸冲击波环境下的仿真,以及武器系统从库存到靶目标的多物理场动力