

第5章 物理光学基础

学习目标

理解光波的电磁性质；掌握光波相位的概念；掌握平面单色光波的表达和应用；理解折射率和速度的关系；理解球面波和柱面波的表示；理解群速度和相速度的概念；理解菲涅尔公式及其应用；能运用菲涅尔公式理解半波损失；理解全反射和倏逝波的概念和应用。

19世纪70年代,麦克斯韦(Maxwell)在电磁学理论的研究基础上,从理论上总结出了描述电磁现象的麦克斯韦方程组,指出了电磁波的传播速度等于光速,并把光学现象和电磁现象联系起来,并预言光波就是一种电磁波。赫兹(Hertz)第一次在实验上证实了光波的速度与电磁波的传播速度相同,证实了麦克斯韦的预言,逐步形成了光的电磁理论,奠定了整个物理光学的基础,并推动了光学及整个物理学的发展。

本章基于光的电磁理论性质,讨论光波的基本特性,光波在均匀介质中传播的基本规律,光波在介质分界面上的反射和折射等。

5.1 光波的电磁理论描述

5.1.1 光波的电磁特性

目前光学领域内遇到的绝大部分现象和技术,都能从电磁学得到很好的解释。表 5.1.1 给出了整个电磁波的波谱范围,其覆盖了从 γ 射线到无线电波的一个相当广阔的范围,在整个电磁频谱中,光学频谱只占很窄的一部分,而其中能够引起人眼视觉的可见光频率范围很窄,波长约为 $390\sim 760\text{nm}$,相应的频率范围为 $8\times 10^{14}\sim 4\times 10^{14}\text{Hz}$ 。在可见光范围内,随着波长从小到大,所引起的视觉颜色从紫色逐渐过渡到红色。而通常意义上的光波段,除了可见光外,还包括紫外线和红外线,波长范围约为 $1\text{nm}\sim 1\text{mm}$ 。

表 5.1.1 电磁波的波谱范围

电磁波	频率范围(Hz)	波长范围(m)
无线电波	$<10^9$	$>300\times 10^{-3}$
微波	$10^9\sim 10^{12}$	$(300\sim 0.3)\times 10^{-3}$
光波	红外光	$(300\sim 0.7)\times 10^{-6}$
	可见光	$(0.7\sim 0.4)\times 10^{-6}$
	紫外光	$(0.4\sim 0.03)\times 10^{-6}$
射线	λ 射线	$(30\sim 0.03)\times 10^{-9}$
	γ 射线	$<0.03\times 10^{-9}$

电磁光学反映了光的矢量本质,能够演绎出几何光学、波动光学的全部理论,能够解释光的偏振、色散、散射、双折射和旋光等现象,能够从定性和定量两个方面给出宏观光学过程的精确结果。但是电磁光学不能解释量子光学所能处理的光的微观特性,合理地包含光的波动性质和微粒性质,因此要了解光的微观性质,请参考其他量子光学书籍。图 5.1.1 给出了几何光学、波动光学、电磁学和量子光学之间的联系和各个学科的研究重点。

光是电磁波的一种,其本质与电磁波相同。麦克斯韦在前人的电磁学研究成果的基础上,把普遍电磁现象的基本规律归纳为以下四个方程,称为麦克斯韦方程组。

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (5.1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5.1.2)$$

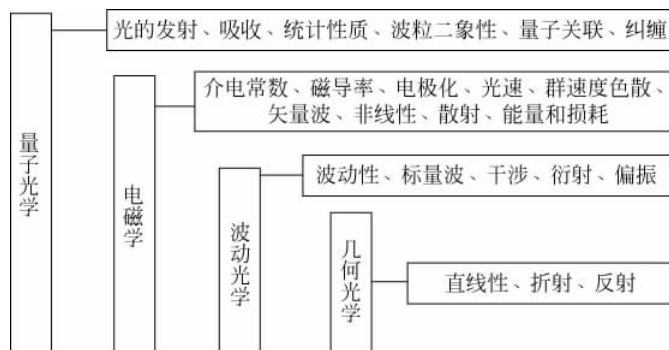


图 5.1.1 几何光学、波动光学、电磁学和量子光学之间的联系

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5.1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (5.1.4)$$

式中, \mathbf{D} 、 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{H} 分别表示电位移矢量(电位移矢量)、电场强度、磁感强度和磁场强度; ρ 表示封闭曲面内的电荷密度; \mathbf{J} 为积分闭合回路上的传导电流密度, $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 为位移电流密度。

∇ 为哈密顿算符, 在直角坐标系下的表达式为

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (5.1.5)$$

\mathbf{D} 、 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{H} 、 \mathbf{J} 之间有如下关系, 称为物质方程:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (5.1.6)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (5.1.7)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (5.1.8)$$

式中, σ 是电导率; ϵ 和 μ 是两个标量, 分别称为介电常数(或电容率)和磁导率。在各向同性均匀介质中, ϵ 、 μ 是常数, $\sigma = 0$ 。在真空中, $\epsilon = \epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$, $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{S}^2/\text{C}^2$ 对于非磁性物质, $\mu = \mu_0$ 。

麦克斯韦方程组概括了静电场和似稳电流磁场的性质和时变场情况下电场和磁场之间的联系, 其中:

式(5.1.1)称为电场的高斯定律, 表示电场可以是有源场, 此时电力线必是从正电荷发出, 终止于负电荷。

式(5.1.2)称为磁通连续定律, 穿入和穿出任一闭合面的磁力线的数目相等, 磁场是个无源场, 磁力线永远是闭合的, 磁通量恒等于零。

式(5.1.3)称为法拉第电磁感应定律, 指变化的磁场会产生感应的电场, 这是一个涡旋场, 其电力线是闭合的, 不同于闭合面内有电荷时的情况。

式(5.1.4)是安培全电流定律, 指传导电流能产生磁场, 同时位移电流也能产生磁场。

从麦克斯韦方程组知道, 随时间变化的电场在周围空间产生一个涡旋的磁场, 随时间变

化的磁场在周围空间产生一个涡旋的电场,它们互相激发,交替产生,在空间形成统一的电磁场,交变电磁场在空间以一定的速度由近及远地传播,就形成了电磁波。

当电磁波由一种介质传播到另一种介质时,由于介质的折射率 $n(\epsilon, \mu)$ 不同,电磁场量在界面上不再连续,但存在一定关系。根据麦克斯韦方程可以找出界面两边电磁场量之间的联系,以及它们应该满足的条件,即边界条件。

由麦克斯韦方程组可以导出时变电磁场在两介质分界面的连续条件是:在没有传导电流和自由电荷的介质中,磁感强度 \mathbf{B} 和电感强度 \mathbf{D} 的法向分量在界面上连续,而电场强度 \mathbf{E} 和磁场强度 \mathbf{H} 的切向分量在界面上连续,可以表示为

$$\left. \begin{aligned} a_n \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) &= 0 \\ a_n \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) &= 0 \\ a_n \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) &= 0 \\ a_n \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{或者} \left. \begin{aligned} B_{1n} &= B_{2n} \\ D_{1n} &= D_{2n} \\ H_{1t} &= H_{2t} \\ E_{1t} &= E_{2t} \end{aligned} \right\} \quad (5.1.9)$$

有了这一连续条件,就可以建立两种介质界面两边场量的联系,以具体讨论传播时的问题。

当电磁波在真空中传播时,由电磁理论,其传播速度为

$$c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad (5.1.10)$$

代入 ϵ_0, μ_0 值后,得电磁波在真空中的传播速度 $c = 2.99794 \times 10^8 \text{ m/s}$,这一数值等于实验测定的光在真空中的传播速度。

在介质中,引入相对介电常数 $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ 和相对磁导率 $\mu_r = \mu / \mu_0$,可得电磁波的速度为

$$v = c / \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (5.1.11)$$

将电磁波在真空中的速度 c 与介质中速度 v 的比值 n 定义为介质对电磁波的折射率,有

$$n = c/v = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (5.1.12)$$

上式给出了介质的光学常数 n 与介质电学常数 ϵ 和磁学常数 μ 的关系,同时可知折射率是指该介质对电磁波的传播的阻碍程度的一种描述,表 5.1.2 给出了一些典型材料的相对介电常数和相对磁导率及电导率。

表 5.1.2 典型材料的相对介电常数和相对磁导率以及电导率

介 质	相对介电常数	相对磁导率	电导率(s/m)
干地	4	1	$10^{-4} \sim 10^{-5}$
湿地	10	1	$10^{-2} \sim 10^{-3}$
淡水	80	1	$10^{-2} \sim 10^{-3}$
海水	80	1	3~5
蒸馏水	80	1	10^{-3}
自来水	80	1	$(0.5 \sim 5.0) \times 10^{-2}$
聚乙烯	2.3	1	10^{-6}
水晶	2.1	1	10^{-16}
铜	1	1	$5.8 \sim 10^7$

5.1.2 光波的波动方程

基于麦克斯韦方程组,在均匀透明介质中且远离辐射源的无源区域,结合物质方程,可以得到电磁波的波动方程:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (5.1.13)$$

该波动方程表明了时变电磁场是以速度 v 传播的电磁波。显然,上述波动方程是一个矢量方程,每个方程都可以分解为三个标量方程组,如场矢量 \mathbf{E} 可以分解为 E_x 、 E_y 、 E_z 。相应的只有将 \mathbf{E} 的三个分量都解出后才能获得电矢量 \mathbf{E} 。如果在某些特殊情况下, \mathbf{E} 不需要考虑方向,则可以转化为标量场方程来处理,如在讨论干涉和衍射时,一般不考虑光的振动方向,只需要知道大小,则可以用标量波来表示;而对于光的偏振,需要考虑光的振动方向,则光波只能用矢量波来表示。

根据具体情况对上述波动方程求解,可以获得该波动方程的通解:令 \mathbf{E}_1 和 \mathbf{E}_2 (\mathbf{B}_1 和 \mathbf{B}_2) 为两个分别以 $\left(\frac{z}{v} - t\right)$ 和 $\left(\frac{z}{v} + t\right)$ 为自变量的任意函数,各代表以相同速度 v 沿 z 轴正、负方向传播的平面波。选取沿 z 正方向行进的形式有:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 \left(\frac{z}{v} - t \right) \quad (5.1.14)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 \left(\frac{z}{v} - t \right) \quad (5.1.15)$$

上式表示有源点的振动经过一定的时间推迟才传播到场点,电磁场是逐点传播的。结合具体的光的波动情况,可以获得具体的光波的表达式。

5.1.3 平面单色光波解

取最简单的简谐振动作为波动方程的特解,对应频率为 ω 的平面简谐电磁波有

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} \cos \left[\omega \left(\frac{z}{v} - t \right) \right] \quad (5.1.16)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}' \cos \left[\omega \left(\frac{z}{v} - t \right) \right] \quad (5.1.17)$$

对于光波来说,上述两个式子就是平面单色波的波动公式。式中 \mathbf{A} 和 \mathbf{A}' 分别是电场和磁场的振幅矢量,表示平面波的偏振方向和大小; v 是平面波在介质中的传播速度; ω 是角频率; $\left[\omega \left(\frac{z}{v} - t \right) \right]$ 称为相位,一般用 φ 来表示,它是时间和空间坐标的函数,表示平面单色光波在不同时刻空间各点的振动状态。光在介质中传播时不同的光程之间存在一个光程差,一般用 Δ 表示,而这时相对应的存在一个相位差: $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$ 。

理想的平面单色光波是在时间上无限延续、在空间上无限延伸的光波动,具有时间、空间周期性。时间周期性用周期(T)、频率(ν)和圆频率(ω)表征,三者之间有如下关系:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T \quad (5.1.18)$$

空间周期性用波长(λ)、空间频率(f)和空间圆频率(k)表征,三者之间有如下关系:

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi f \quad (5.1.19)$$

时间周期性和空间周期性之间的关系由相速度相联系:

$$v = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu \quad (5.1.20)$$

因此,平面单色波表达式(5.1.16)可以写成下面两种形式:

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\cos\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \quad (5.1.21)$$

或者

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\cos(kz - \omega t) \quad (5.1.22)$$

上面的平面单色光波表达式所描述的光波是一个具有单一频率、在时间上无限延续、在空间上沿 z 正方向行进的光波。

如果要考虑沿任意方向传播的平面单色光波,可以用空间圆频率 k 的矢量形式波矢量 \mathbf{k} 来表示。如图 5.1.2 所示,沿空间任一方向 \mathbf{k} 传播的平面波在垂直于传播方向的任一平面 Σ 上场强相同,且由该平面与坐标原点的垂直距离 s 决定,则平面 Σ 上任一点 P 的矢径 \mathbf{r} 在 \mathbf{k} 方向上的投影都等于 s ,因此 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = ks$,于是有

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (5.1.23)$$

式(5.1.23)就是沿 \mathbf{k} 方向传播的平面波波动公式。平

面波的波面是 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{常数}$ 的平面。设 \mathbf{k} 的方向余弦为 $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$,平面上任意点 P 的坐标为 x, y, z ,则式(5.1.23)可以写为

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\cos[k(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma) - \omega t] \quad (5.1.24)$$

单色平面波波动公式(5.1.23)也可以写成复数形式

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (5.1.25)$$

式(5.1.23)实际上是式(5.1.25)的实数部分。这种代替完全是形式上的,其目的是使计算简化。

把式(5.1.25)中的振幅和空间相位因子的乘积记为

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{A}\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (5.1.26)$$

称 $\tilde{\mathbf{E}}$ 为复振幅,表示某一时刻光波在空间的分布。只关心其场振动的空间分布时(例如光的干涉和衍射等问题中),常常用复振幅表示一个简谐光波。

5.1.4 平面波的性质

电场和磁场波动方程的平面单色光波的解是相互关联的,可根据麦克斯韦方程组进行讨论。

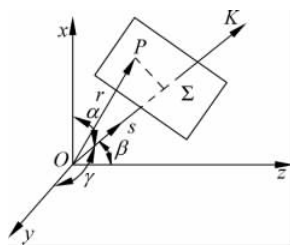


图 5.1.2 任一方向传播的平面波

1. 平面波的横波性

由平面电磁波的波动公式(5.1.25)取散度,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (5.1.27)$$

同理,可得

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5.1.28)$$

上两式表明,电矢量与磁矢量的方向均垂直于波传播方向,电磁波是横波。

2. 电矢量和磁矢量相互垂直

由 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的表达式可知,

$$i\omega\mathbf{B} = ik(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}) \quad (5.1.29)$$

式中, \mathbf{k}_0 是波矢量 \mathbf{k} 的单位矢量。进一步运算有

$$\mathbf{B} = \frac{1}{v}(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}) = \sqrt{\epsilon\mu}(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}) \quad (5.1.30)$$

上式表明, \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 互相垂直,又分别垂直于波的传播方向 \mathbf{k}_0 ,所以 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{k}_0 互成右手螺旋系。

3. \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 同相位

取式(5.1.30)的标量形式,得

$$\frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = v \quad (5.1.31)$$

此式表示 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的复振幅比为一正实数,所以 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的振动始终同相位,它们在空间某一点对时间的依赖关系相同,同时达到最大值,同时达到最小值。

平面单色光波是光波的基本形式,其他复杂的光波都可以用该光波的叠加来描述。

5.1.5 球面波和柱面波

对于不同的波面,波动方程的解的具体形式不同,波面为球面的光波为球面光波,如理想点光源发出的光波;波面为柱面的光波为柱面光波,如理想线光源发出的光波。

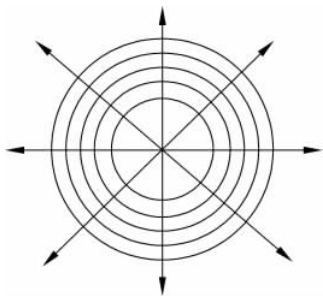


图 5.1.3 球面波

一个在真空或各向同性均匀介质中的一个点光源,某一时刻光波所到达的各点将构成一个以点光源为中心的球面,其等相面(波面)是球面,这种光波称为球面波,如图 5.1.3 所示。

球面波的波动公式可以利用球面坐标下的拉普拉斯算符 ∇^2 的具体形式,由波动方程解得,也可以利用能量守恒关系来简单求取。

球面简谐波的波动公式为

$$E = \frac{A_1}{r} \exp[i(kr - \omega t)] \quad (5.1.32)$$

它表明,球面波的振幅与离开源点的距离 r 成反比,且相位相等的面是 r 为常数的球面。

$$\tilde{E} = \frac{A_1}{r} \exp(ikr) \quad (5.1.33)$$

称为球面简谐波的复振幅,通常表示一个由源点向外的发散的球面波,而

$$\tilde{E} = \frac{A_1}{r} \exp(-ikr) \quad (5.1.34)$$

则表示一个向源点会聚的球面波。

柱面波是具有无限长圆柱形波面(等相面)的波。在光学中,用一平面波照射一细长狭缝可获得接近于圆柱形的柱面波,如图 5.1.4 所示。柱面波的场强分布只与离开光源(狭缝)的距离 r 和时间 t 有关,可求得柱面波的波动公式为

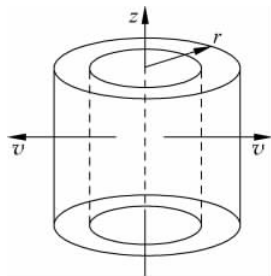


图 5.1.4 柱面波

$$E = \frac{A_1}{\sqrt{r}} \exp[i(kr - \omega t)] \quad (5.1.35)$$

5.1.6 群速度和相速度

单个光波的传播速度是指它的等相面的传播速度,称为相速度。但实际中的光波并不是严格的单色波,而是由若干个振幅、频率的单色波叠加而成,是一种合成波。这种合成波包含等相面传播速度和等幅面传播速度两部分,求得该合成波的相速度为:

$$v = \bar{\omega} / \bar{k} \quad (5.1.36)$$

式中, $\bar{\omega}$ 为合成波中各频率的平均, \bar{k} 为各波矢的平均。

群速度是指合成波中振幅恒定点的移动速度,也即振幅调制包络的移动速度。如果叠加的两个波在无色散的真空中传播,则由于两个波的速度一样,因而合成波是一个波形稳定的拍,其相速度和群速度相等。当光波在色散介质中传播时,由于频率不同,其传播速度也不同,其合成波的波形在传播过程中不断地产生微小变形,此时很难确切定义合成波的速度。

考虑两列光波叠加,定义合成波的振幅最大值的速度为合成波的群速度,用 v_g 表示。根据振幅不变的条件,可得

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \quad (5.1.37)$$

式中, $\Delta\omega$ 为两列光波频率之差, Δk 为两列光波波矢之差,当 $\Delta\omega$ 很小时,有

$$v_g = d\omega/dk \quad (5.1.38)$$

由上式可得到群速度 v_g 与相速度 v 有如下关系:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} \quad (5.1.39)$$

代入 $k = 2\pi/\lambda$, 上式改写为

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (5.1.40)$$

上式表示,在色散物质中, $v_g \neq v$, 色散 $\frac{dv}{d\lambda}$ 越大,即波的相速度随波长的变化越大时,群速

度 v_g 与相速度 v 相差越大。当 $dv/d\lambda > 0$ 或 $dn/d\lambda < 0$, 即正常色散时, 群速度小于相速; 反之, 在 $dv/d\lambda < 0$ 或 $dn/d\lambda > 0$ 的反常色散时, 群速大于相速, 对于无色散介质, 即有 $dv/d\lambda = 0$, 即群速等于相速。

5.2 光的反射和折射的波动描述

当光从一种介质投射到与另一种介质的分界面时, 由于两种介质的折射率不同, 将产生反射和折射现象。在学习了几何光学的反射和折射定律之后, 确定了光在反射和折射后的传播方向。但这对于光学研究来说, 还远远不够。因为光波在传播过程中, 除了传播方向这个特征外, 还有光的振幅(能量)、相位、偏振等特征。因此必须将这些特征都分析清楚才算是对光的传播进行了透彻的分析。本节将在几何光学的反射和折射定理基础之上, 运用菲涅尔公式进一步研究反射光和透射光与入射光之间的振幅、相位和偏振等关系。

5.2.1 光在两电介质分界面上的反射和折射

反射定律和折射定律给出了反射光和折射光的方向, 但没有给出反射光和折射光的能量分配、相位变化等。最早菲涅尔把光看成弹性波, 导出了反射光和折射光的相对振幅, 在光的电磁理论建立以后, 又从电磁场理论角度导出相关的关系式, 形成了菲涅尔公式。

光波入射到两电介质分界面上时会产生反射和折射现象, 可以根据麦克斯韦方程组(5.1.1)~(5.1.4)和电磁场边界条件(5.1.9)来研究平面光波在两电介质分界面上的反射和折射问题。

设两种不同介质的无限大界面如图 5.2.1 所示, 两边介质的折射率分别为 n_1 和 n_2 , 对应的介电常数和磁导率分别为 ϵ_1, μ_1 和 ϵ_2, μ_2 。定义在界面法线与入射光线组成的平面为光波入射面。电场矢量的方向与入射光线组成的平面为光波的振动面, 振动面相对于入射面的夹角用方位角 α 表示。对于任一方位振动的光矢量 \mathbf{E} , 都可以分解成互相垂直的两个分量, 称平行于入射面振动的分量为光矢量的 p 分量, 记作 \mathbf{E}_p ; 称垂直于入射面振动的分量为光矢量的 s 分量, 记作 \mathbf{E}_s 。这样, 对任一光矢量, 只要分别讨论两个分量的变化情况就可以了。

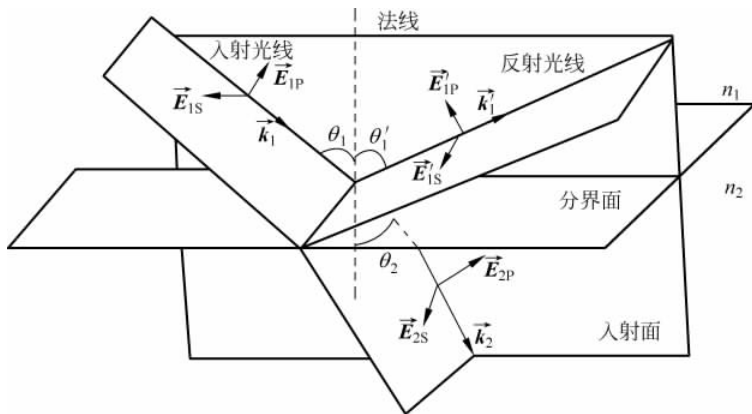


图 5.2.1

设一单色平面光波入射在界面上,反射光波、折射光波也均为平面光波。设入射波、反射波和折射波的波矢量分别为 \mathbf{k}_1 、 \mathbf{k}'_1 和 \mathbf{k}_2 ,相应的入射角、反射角和折射角为 θ_1 、 θ'_1 和 θ_2 ,角频率为 ω_1 、 ω'_1 和 ω_2 。将入射波 \mathbf{E}_1 分解成 \mathbf{E}_{1s} 和 \mathbf{E}_{1p} 两个分量。 \mathbf{E}_{1s} 和 \mathbf{E}_{1p} 分别垂直于和平行于入射面振动,设只考虑 s 分量的情况,则可得到入射波、反射波和折射波的表示分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{1s} &= \mathbf{A}_{1s} \exp[i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)] \\ \mathbf{E}'_{1s} &= \mathbf{A}'_{1s} \exp[i(\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} - \omega'_1 t)] \\ \mathbf{E}_{2s} &= \mathbf{A}_{2s} \exp[i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)] \end{aligned} \right\} \quad (5.2.1)$$

由连续条件式(5.1.9)中的第四式,且注意到界面一边的场量应等于界面另一边的场量,得到

$$\mathbf{E}_{1s} + \mathbf{E}'_{1s} = \mathbf{E}_{2s} \quad (5.2.2)$$

将式(5.2.1)代入上式,有

$$\mathbf{A}_{1s} \exp[i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)] + \mathbf{A}'_{1s} \exp[i(\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} - \omega'_1 t)] = \mathbf{A}_{2s} \exp[i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)] \quad (5.2.3)$$

因为 t 和 \mathbf{r} 是两个相互独立的量,上式成立的条件是 \mathbf{E}_{1s} 、 \mathbf{E}'_{1s} 和 \mathbf{E}_{2s} 对变量 \mathbf{r} 和 t 的函数关系必须严格相等,于是有

$$\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2 \quad (5.2.4)$$

$$\mathbf{A}_{1s} + \mathbf{A}'_{1s} = \mathbf{A}_{2s} \quad (5.2.5)$$

上式表明反射波、折射波的频率与入射波的频率相等,这是线性介质表现出来的性质。在界面上,同时还有

$$\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} \quad (5.2.6)$$

考虑到界面上 $z=0$,可得

$$k_1 \sin\theta = k'_1 \sin\theta'_1 = k_2 \sin\theta_2 \quad (5.2.7)$$

因为 $k_1 = k'_1 = \omega/v_1$ 和 $k_2 = \omega/v_2$, 所以有

$$\theta_1 = \theta'_1 \quad (5.2.8)$$

即入射角等于反射角,这就是反射定律。同时可得折射定律(也称为斯涅尔定律):

$$\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2} \quad \text{或} \quad n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \quad (5.2.9)$$

式中, n_1 、 v_1 和 n_2 、 v_2 分别是光波在介质 1 和介质 2 中的折射率和传播速度;综上所述,入射波、反射波和折射波传播矢量共面,反射角等于入射角,折射角由折射定律确定。

5.2.2 菲涅尔公式

对于入射平面光波 \mathbf{E}_1 的两个互相垂直的分量 s 波和 p 波,其反射波和折射波的振幅和相位关系是不相同的。将图 5.2.1 画成平面图,如图 5.2.2 所示。

规定 \mathbf{E}_s 的正向沿 y 轴方向,即垂直于纸面(入射面)向外, \mathbf{E}_p 的正向如图 5.2.2 所示;其相应的 \mathbf{H}_s 、 \mathbf{H}_p 的方向由 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{k}_0 右手螺旋关系给出。

定义 s 分量和 p 分量的反射系数和透射系数分别为:

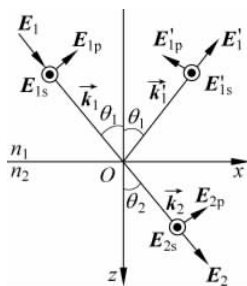


图 5.2.2

$$r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} \quad (5.2.10)$$

$$t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} \quad (5.2.11)$$

$$r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} \quad (5.2.12)$$

$$t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} \quad (5.2.13)$$

下面分别求出这些系数的表达式。

对于 s 波,由电磁场连续条件,有

$$\mathbf{E}_{1s} + \mathbf{E}'_{1s} = \mathbf{E}_{2s} \quad (5.2.14)$$

$$\mathbf{H}_{1p} \cos\theta_1 - \mathbf{H}'_{1p} \cos\theta_1 = \mathbf{H}_{2p} \cos\theta_2 \quad (5.2.15)$$

当两介质的折射率为 n_1, n_2 时,由耦合电磁场的电场和磁场关系 $\sqrt{\mu}\mathbf{H} = \sqrt{\epsilon}\mathbf{E}$,式(5.2.15)可表达为

$$\frac{n_1}{\mu_1}(\mathbf{E}_{1s} - \mathbf{E}'_{1s})\cos\theta_1 = \frac{n_2}{\mu_2}\mathbf{E}_{2s}\cos\theta_2 \quad (5.2.16)$$

这样由式(5.2.5)、式(5.2.14)、式(5.2.16),并考虑 $\mu_1 = \mu_2$ 和 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$,可得

$$r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \quad (5.2.17)$$

$$t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{2\cos\theta_1 \sin\theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \quad (5.2.18)$$

r_s, t_s 称为 s 波的振幅反射系数和振幅透射系数,并取它们之间有下面的关系:

$$1 + r_s = t_s \quad (5.2.19)$$

类似地,可以得到 p 波的振幅反射和透射系数:

$$r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} \quad (5.2.20)$$

$$t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} = \frac{2\sin\theta_2 \cos\theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} \quad (5.2.21)$$

由上两式可知 p 分量的振幅反射和透射系数之间有如下关系:

$$1 + r_p = \frac{n_2}{n_1} t_p \quad (5.2.22)$$

式(5.2.17)、式(5.2.18)、式(5.2.20)和式(5.2.21)统称为菲涅尔公式。

如果垂直入射,即 $\theta_1 = 0$,定义相对折射率 $n = n_2/n_1$,菲涅尔公式为

$$r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} = -\frac{n-1}{n+1} \quad (5.2.23)$$

$$t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{2}{n+1} \quad (5.2.24)$$

$$r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \frac{n-1}{n+1} \quad (5.2.25)$$

$$t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} = \frac{2}{n+1} \quad (5.2.26)$$

5.2.3 反射波和透射波的性质

下面利用菲涅尔公式来具体讨论反射波和透射波的振幅、相位、光强度以及偏振等特性。

1. 振幅特性

由菲涅尔公式可得到反射波或透射波与入射波的振幅的相对变化。当光从光疏介质入射到光密介质(如从空气射向玻璃,设玻璃的折射率为 1.5)时,以振幅反射(或透射)系数 r (或 t)为纵坐标,以入射角为横坐标,根据菲涅尔公式画出的 r_s 、 r_p 、 t_s 和 t_p 随入射角 θ_1 的变化关系如图 5.2.3(a)所示。当光从光密介质入射到光疏介质(如从玻璃射向空气,设玻璃的折射率为 1.5)时,相应的如图 5.2.3(b)所示。

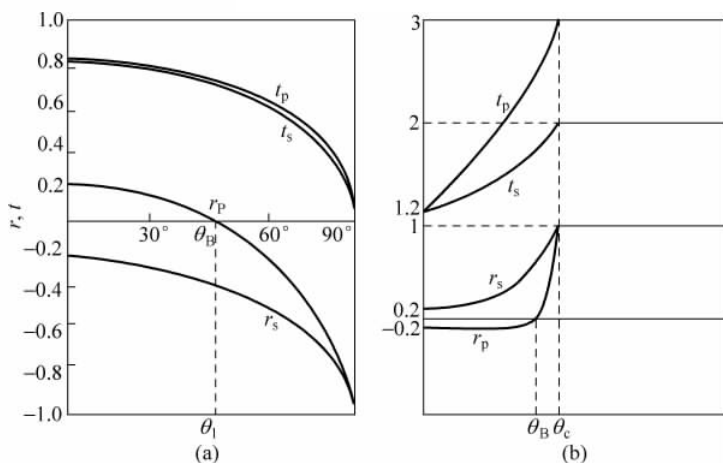


图 5.2.3 r_s 、 r_p 、 t_s 、 t_p 随 θ_1 的变化关系

可见,图 5.2.3(a)对于透射波无论是 s 分量还是 p 分量,其振幅都随 θ_1 的增大而单调减小。当 $\theta_1 = 0$,即垂直入射时, $|r_s|$ 、 $|r_p|$ 、 t_s 和 t_p 都不等于零,表示存在反射波和折射波。当 $\theta_1 = 90^\circ$,即掠入射时, $|r_s| = |r_p| = 1$, $t_s = t_p = 0$,即没有折射光波。从图中可见, t_s 、 t_p 随 θ_1 的增大而减小; $|r_s|$ 则随 θ_1 的增大而增大,直到等于 1; 而 $|r_p|$ 值在 $\theta_1 = \theta_B$ (θ_B 满足 $\theta_B + \theta_2 = 90^\circ$) 有 $|r_p| = 0$,即反射光波中没有 p 波,只有 s 波,产生全偏振现象。

布儒斯特角: 当光波以 $\theta_B = \arctan(n_2/n_1)$ 角度入射时,反射光中只有垂直于入射面的振动,此入射角称为起偏角,又称为布儒斯特角。

2. 相位特性

当光波在电介质表面反射和透射时, r_s 、 r_p 、 t_s 和 t_p 随着 θ_1 的变化会出现正值或负值的情况。当振幅比为正值时,表明两个场同相位,相应的相位变化为零,反之则两个场反相位,相应的相位变化是 π 。

透射波与入射波的相位关系比较简单,由菲涅尔公式(5.2.18)和(5.2.21)可知,不管 θ_1

取何值, t_s 、 t_p 都是正值, 即表明透射波和入射波的相位总是相同, 不发生相位改变。

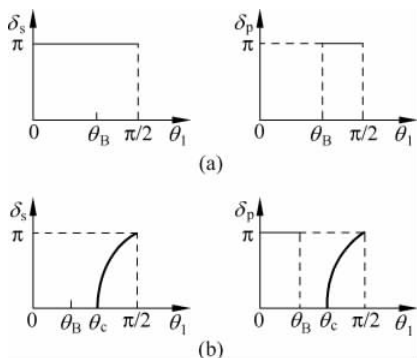


图 5.2.4 反射波与入射波的相位关系

反射波与入射波的相位关系比较复杂, 由菲涅尔公式可得图 5.2.4。其中图 5.2.4(a) 表示的是 $n_1 < n_2$ (光从光疏介质入射到光密介质) 时的情况, 可见 r_s 对所有的 θ_1 都是负值, 即 E'_{1s} 的取向与规定的正向相反, 表明反射时 s 波在界面上发生了 π 的相位变化。对 r_p 分量, 当 $\theta_1 < \theta_B$ 时, E'_{1p} 相位变化为零, 当 $\theta_1 > \theta_B$ 时, E'_{1p} 有 π 相位变化; 当 $\theta_1 = \theta_B$ 时, $r_p = 0$, 表明反射光中没有平行于入射面的振动, 而只有垂直于入射面的振动, 即发生全偏振现象。

图 5.2.4(b) 表示的是 $n_1 > n_2$ (光从光密介质入射到光疏介质) 时的情况, 由图可知, 当入射角 $\theta_1 > \theta_c$ 时, 相位改变随入射角缓慢增大, 而且 s 波和 p 波的相位改变值不相同。而在 $\theta_1 < \theta_c$ 时, s 波的相位变化为零, 当 $\theta_1 < \theta_B$ 时, p 波的相位变化为 π , 当 $\theta_B < \theta_1 < \theta_c$ 时, p 波无相位变化, 情况与 $n_1 < n_2$ 时得到的结果相反, 当 $\theta_1 = \theta_B$ 时产生全偏振现象。

对于正入射 ($\theta_1 \rightarrow 0$) 的情况, 当光从光疏介质入射到光密介质时, 由菲涅尔公式可以知道, 反射光的光矢量产生 π 的相位改变, 如图 5.2.5(a) 所示。通常把反射时发生的 π 的相位突变称为半波损失, 意思是反射时损失了半个波长。因为相位差与光程差之间存在如下关系: $\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$, 当 $\delta = \pi$ 时, Δ 对应的等于 $\frac{\lambda}{2}$ 。当光从光密介质入射到光疏介质时, 反射光没有半波损失, 如图 5.2.5(b) 所示。

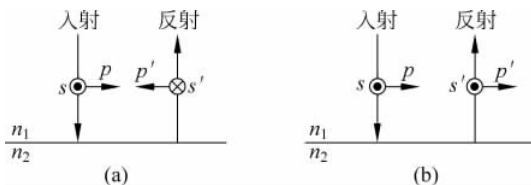


图 5.2.5

对于掠入射 (θ_1 趋于 90°) 情况, 当光从光疏介质射到光密介质时, 由菲涅尔公式可以知道, 入射光和反射光的 s 分量、 p 分量方向如图 5.2.6 所示, 反射光的光矢量产生 π 的相位改变。

对于一般斜入射的情况下, 界面上任一点的三束光的振动方向不一致, 比较它们之间的相位没有意义。但在干涉中, 当研究薄膜上下表面反射的两束光由于反射过程的相位变化而引起的附加程差时, 可以根据菲涅尔公式, 参考图 5.2.4 中各种相位变化情况, 分析后决定其附加程差。

3. 反射率和透射率

为了计算反射波和透射波从入射波获取能量的大小, 定义了反射率 ρ 和透射率 τ , 设入射波单位时间入射到界面上的平均辐射能为 W_1 , 同一时间同一界面上反射波和透射波从

入射波获得的平均辐射能分别为 W'_1 和 W_2 , 则反射率 ρ 和透射率 τ 的定义是

$$\rho = \frac{W'_1}{W_1} \quad \tau = \frac{W_2}{W_1} \quad (5.2.27)$$

设入射波、反射波和透射波的光强分别为 I_1 、 I'_1 和 I_2 , 入射角和折射角分别为 θ_1 和 θ_2 , 如图 5.2.7 所示, 则每秒入射到界面上单位面积的能量为



图 5.2.6

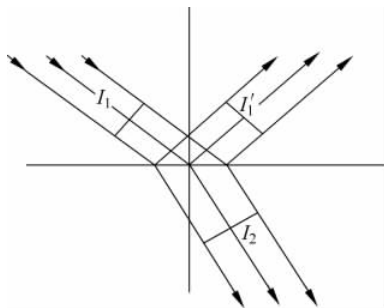


图 5.2.7

$$W_1 = I_1 \cos \theta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} A_1^2 \cos \theta_1 \quad (5.2.28)$$

$$W'_1 = I'_1 \cos \theta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} A'^2_1 \cos \theta_1 \quad (5.2.29)$$

$$W_2 = I_2 \cos \theta_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} A_2^2 \cos \theta_2 \quad (5.2.30)$$

因此有

$$\rho = \frac{W'_1}{W_1} = \frac{I'_1 \cos \theta_1}{I_1 \cos \theta_1} = \frac{I'_1}{I_1} = \left(\frac{A'_1}{A_1} \right)^2 = r^2 \quad (5.2.31)$$

$$\tau = \frac{W_2}{W_1} = \frac{I_2 \cos \theta_2}{I_1 \cos \theta_1} = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t^2 \quad (5.2.32)$$

当不考虑介质的吸收和散射时, 根据能量守恒关系, 得

$$\rho + \tau = 1 \quad (5.2.33)$$

应用菲涅尔公式, 可以写出 s 波和 p 波的反射率和透射率表示式为

$$\rho_s = r_s^2 = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (5.2.34)$$

$$\tau_s = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_s^2 = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \frac{4 \sin^2 \theta_2 \cos^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (5.2.35)$$

$$\rho_p = r_p^2 = \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (5.2.36)$$

$$\tau_p = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_p^2 = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \frac{4 \sin^2 \theta_2 \cos^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \quad (5.2.37)$$

显然有

$$\rho_s + \tau_s = 1, \quad \rho_p + \tau_p = 1 \quad (5.2.38)$$

4. 全反射

光波从光密介质入射向光疏介质时,存在一个对应 $\theta_2 = 90^\circ$ 的入射角,此角度表示为 θ_c ,称为临界角,这时没有折射光,在界面上所有的光都反射回介质 1,这种现象称为全反射。根据折射定律

$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_c = 1 \quad (5.2.39)$$

有

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (5.2.40)$$

5. 倏逝波

实验表明,在发生全反射时,光波并不是绝对地在界面上被全部反射回第一介质,而是透入第二介质大约一个波长量级的深度,并沿着界面流过波长量级距离后重新返回第一介质,沿着反射光方向射出。这个沿着第二介质表面流动的波称为倏逝波。从电磁场的连续条件来看,倏逝波的存在是必然的。因为电场和磁场不会在两介质的界面上突然中断,在第二介质中应该有透射波存在。

设取 xz 平面为入射面,其透射波可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= \mathbf{A}_2 \exp[-i(\omega t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})] \\ &= \mathbf{A}_2 \exp[-i(\omega t - k_2 x \sin\theta_2 - k_2 z \cos\theta_2)] \\ &= \mathbf{A}_2 \exp[-k_1 z \sqrt{\sin^2\theta_1 - n_2^2/n_1^2}] \exp[-i(\omega t - k_1 x \sin\theta_1)] \end{aligned} \quad (5.2.41)$$

上式表明,透射波是一个沿 x 方向传播其振幅在 z 方向作指数衰减的波,这个波就是倏逝波,如图 5.2.8 所示。

可以看出,这是一个非均匀波,其等幅面是 z 为常数的平面,其等相面是 x 为常数的平面,两者互相垂直,并且倏逝波的波长和传播速度分别为

$$\lambda_2 = \frac{2\pi}{k_1 \sin\theta_1} = \frac{\lambda_1}{\sin\theta_1} \quad (5.2.42)$$

$$v_2 = \frac{v_1}{\sin\theta_1} \quad (5.2.43)$$

通常定义振幅减少到界面($z=0$)处振幅的 $1/e$ 时的深度为穿透深度 z_0 ,则

$$z_0 = \frac{\lambda_1}{2\pi \sqrt{\sin^2\theta_1 - n_2^2/n_1^2}} \quad (5.2.44)$$

全反射现象的特点,即无反射能量损失、反射时有位相变化及存在倏逝波,在许多方面得到了实际应用。

如图 5.2.9 所示,两块靠得很近的全反射棱镜,两斜面间留有一定空气间隙 d 。当光入射在棱镜的斜面上时,两斜面之间的空气隙内有一个倏逝波存在,在波场的耦合下,光波可从一块棱镜入射到另一块棱镜,若不考虑棱镜的吸收,则总的能量守恒。当改变 d 的大小时,将改变透射量的大小,这种因为倏逝波透入第二介质中深度的变化所带来的对介质 1 中

全反射效应的影响,称为受抑全反射效应。应用这一原理可以制作成激光可变输出耦合器。反之,若测出透射和反射的两路光的光强,也可以求取微小位移 d 。

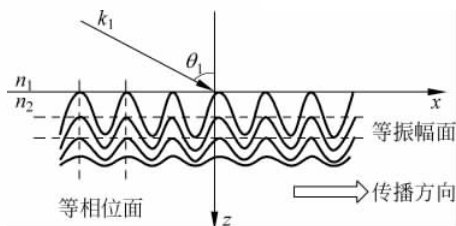


图 5.2.8

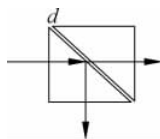


图 5.2.9

5.3 例题解析

例题 5-1 一平面电磁波可以表示为 $E_x=0, E_y=2\cos\left[2\pi\times 10^{14}\left(\frac{z}{c}-t\right)+\frac{\pi}{2}\right], E_z=0$, 求(1)该电磁波的频率、波长、振幅和原点的初相位? (2)波的传播方向和电矢量的振动方向? (3)相应的磁场 \mathbf{B} 的表达式?

解 此题考查的是平面电磁波的表达式以及其各个参数之间的关系。

(1) 根据平面电磁波的通用表达式: $E=A\cos\left[2\pi\nu\left(\frac{z}{c}-t\right)+\varphi\right]$, 对应有

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \times 10^{14} \text{ rad/s}, \quad \text{即频率 } \nu = 10^{14} \text{ Hz},$$

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{10^{14}} = 3\mu\text{m}, \quad A = 2\text{V/m}$$

当 $z=0, t=0$ 时, 初相位 $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ 。

(2) 由表达式可知, 波沿 z 轴正方向传播, 电矢量振动方向为 y 轴。

(3) \mathbf{B} 与 \mathbf{E} 垂直, 传播方向相同, 因为 $\frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = c$, 所以相应磁场 \mathbf{B} 的表达式为

$$B_x = 0.67 \times 10^{-8} \cos\left[2\pi \times 10^{14}\left(\frac{z}{c}-t\right)+\frac{\pi}{2}\right], \quad B_y = 0, \quad B_z = 0$$

例题 5-2 一平面简谐电磁波在真空中沿 z 轴正向传播, 其频率为 $6 \times 10^{14} \text{ Hz}$, 电场振幅为 42.42 V/m 。如果该电磁波的振动面与 xz 平面成 45° , 试写出 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 的表达式。

解 本题考查的是平面简谐电磁波的表达式以及其各参数关系和性质。

电矢量的振幅在 x 和 y 方向上的分量分别为:

$$A_x = A\cos 45^\circ = (42.42 \times 0.707) \text{ V/m} = 30 \text{ V/m}$$

$$A_y = A\cos 45^\circ = (42.42 \times 0.707) \text{ V/m} = 30 \text{ V/m}$$

因此该电矢量的表达式为:

$$E_x = E_y = A_x \cos\left[\omega\left(\frac{z}{c}-t\right)\right] = 30 \cos\left[2\pi \times 6 \times 10^{14}\left(\frac{z}{3 \times 10^8}-t\right)\right] \text{ V/m}, \quad E_z = 0$$

$$\text{又 } B_y = B_x = \frac{E_x}{c} = \frac{30}{30 \times 10^8} \text{T} = 1 \times 10^{-7} \text{T}$$

磁场的表达式为

$$B_y = -B_x = (1 \times 10^{-7}) \cos \left[2\pi \times 6 \times 10^{14} \left(\frac{z}{3 \times 10^8} - t \right) \right], \quad B_z = 0$$

例题 5-3 只有一个振动方向的一束光在玻璃中传播时, 表达式为 $E_x = 100 \cos \pi 10^{15} \left(t + \frac{z}{0.65c} \right)$, 试求该光的频率、波长和玻璃的折射率。

解 由该光的表达式可知

$$\omega = \pi \times 10^{15} \text{ rad/s},$$

可得频率为

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

该光在真空中的波长为

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 6 \times 10^{-6} \text{ m}$$

同时由该光的表达式可知该光在玻璃中的传播速度为

$$v = 0.65c$$

所以该玻璃的折射率为

$$n = \frac{c}{v} = 1.538$$

例题 5-4 如图所示, 要使某线偏振的激光通过某一放大介质棒时, 在棒的端面没有反射损失, 棒端面对棒轴向的倾角 α 应取何值? 光束入射角应为多大? 入射光的振动方向如何? 已知该放大介质的折射率为 1.7, 光束在棒内沿棒轴向传播。



例题 5-4 图

解 若没有反射损耗, 入射角应为布儒斯特角, 入射光的振动方向应平行于入射面, 且垂直于传播方向。

所以入射角为

$$\theta_1 = \theta_B = \arctan \left(\frac{n_2}{n_1} \right) = 59.53^\circ$$

折射角为

$$\theta_2 = 90^\circ - \theta_B = 30.47^\circ$$

由图中几何关系可知

$$\alpha = 90^\circ - \theta_2 = 59.53^\circ$$

例题 5-5 一电矢量振动方向与入射方向成 45° 的线偏振光入射到两种介质分界面上, 第一、第二种介质的折射率分别为 $n_1=1$ 和 $n_2=1.5$ 。问: 入射角 $\theta_1=50^\circ$ 时, 反射光电矢量的方位角(与入射面所成角度)是多少? 入射角 $\theta_1=60^\circ$ 时, 反射光电矢量的方位角又是多少?

解 本题所考知识点是电磁场的性质和菲涅尔公式, 要注意当入射角分别小于或大于

布儒斯特角时,反射光中平行分量的变化。

$$(1) \text{ 根据题意可得布儒斯特角 } \theta_p = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 56.3^\circ.$$

当 $\theta_1 = 50^\circ$ 时,由折射定律 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ 求出折射角 $\theta_2 = \arcsin\left(\frac{\sin 50^\circ}{1.5}\right) = 30.71^\circ$,代入菲涅尔公式得

$$r_s = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = -\frac{\sin(19.290^\circ)}{\sin(80.710^\circ)} = -0.3347$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\tan(19.290^\circ)}{\tan(80.710^\circ)} = 0.057$$

由于入射光中电矢量振动方向与入射面成 45° 角,所以入射光中 $A_s = A_p = A$ 。

反射光分量: $A'_s = r_s A_s = -0.3347A$, $A'_p = r_p A_p = 0.057A$

合振动与入射面的夹角: $\alpha = \arctan(A'_s/A'_p) = \arctan(-5.8719) = -80.335^\circ = -80^\circ 20'$ 。

(2) 当 $\theta_1 = 60^\circ$ 时,

由折射定律 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ 求出折射角 $\theta_2 = \arcsin\left(\frac{\sin 60^\circ}{1.5}\right) = 35.246^\circ$

代入菲涅尔公式得

$$r_s = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = -\frac{\sin(24.736^\circ)}{\sin(95.264^\circ)} = -0.4202$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\tan(24.736^\circ)}{\tan(95.264^\circ)} = -0.0424$$

由于入射光中电矢量振动方向与入射面成 45° 角,所以入射光中 $A_s = A_p = A$ 。

反射光分量: $A'_s = r_s A_s = -0.4202A$, $A'_p = r_p A_p = -0.0424A$ 。

合振动与入射面的夹角: $\alpha = \arctan(A'_s/A'_p) = \arctan(9.9104) = -84.238^\circ = -84^\circ 14'$ 。

习题

1. 一束平面光波从 A 点传播到 B 点,今在 AB 之间插入一透明薄片,其厚度为 $h = 1\text{mm}$,折射率 $n = 1.5$ 。假定光波的波长为 500nm ,请推导出插入透明薄片后 B 点相位变化表达式并计算 B 点位相的变化。

2. 一束光在某种介质中传播时,其电场强度的表达式为: $\vec{E} = (2\sqrt{3}\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0) \cos[2\pi \times 10^6(x + \sqrt{3}y - 4 \times 10^8 t)]$,式中: $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ 分别是直角坐标系 (x, y, z) 中 x, y, z 轴方向的单位矢量。求:

(1) 计算该光波波矢与 x 轴夹角,并画图示意出该光波的传播方向和偏振方向(标出相应的角度值);

(2) 该电磁波的频率、波长、振幅和相速度;

(3) 该介质的折射率。

3. 一束光以 30° 角从空气入射到玻璃的界面,试求电矢量垂直于入射面和平行于入射

面的反射系数(设玻璃折射率为 1.7)。

4. 已知冕牌玻璃对 0.3988 微米的波长的光的折射率为 1.52546, $dn/d\lambda = -0.126\mu\text{m}^{-1}$, 求光在该玻璃中的相速度和群速度。

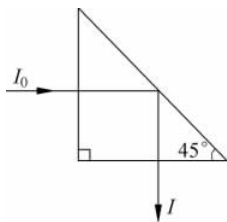
5. 太阳光(自然光)以 60° 角入射到窗玻璃($n=1.5$)上, 试求太阳光的透射比。

6. 光束入射到平行平面玻璃板上, 如果在上表面反射时发生全偏振, 试证明折射光在下表面反射时亦发生全偏振。

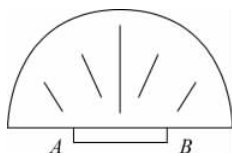
7. 一束右旋圆偏振光(迎着光的传播方向看)从玻璃表面垂直反射出来, 若迎着反射光的方向观察, 是什么光?

8. 如图所示, 光束垂直入射到 45° 直角棱镜的一个侧面, 并经斜面反射后由底二个侧面射出, 若入射光强为 I_0 , 求从棱镜透过的出射光强 I ? 设棱镜的折射率为 1.52, 且不考虑棱镜的吸收。

9. 如图所示, 一半导体砷化镓发光管, 管芯 AB 为发光区, 其直径 $d \approx 3\text{mm}$ 。为了避免全反射, 发光管上部磨成半球形, 以使内部发的光能够以最大投射比向外输送。要使发光区边缘两点 A 和 B 的光不发生全反射, 半球的半径至少应取多少? (已知对发射的 $\lambda = 0.9\text{nm}$ 的光, 砷化镓的折射率为 3.4)。



习题 8 图



习题 9 图

10. 线偏振光在玻璃-空气界面上发生全反射, 线偏振光的方位角 $\alpha = 45^\circ$, 问线偏振光以多大角度入射才能使反射光的 s 波和 p 波的相位差等于 45° , 设玻璃折射率 $n = 1.5$ 。

11. 线偏振光在 n_1 和 n_2 介质的界面发生全反射, 线偏振光的方位角 $\alpha = 45^\circ$, 证明当 $\cos\theta = \sqrt{\frac{1-n^2}{1+n^2}}$ 时(θ 是入射角), 反射光波和波的相位差有最大值(式中 $n = n_2/n_1$)。

12. 证明布儒斯特角恒小于全反射临界角。