

测量误差

内容提要

人们在生活、学习和生产活动中,都离不开对物体的测量。本章主要讲述测量的分类、测量中存在的误差种类、各种测量误差来源的分析、仪表误差的有关概念、有效数字及测量不确定度的概念。通过本章的学习使读者清楚地了解测量误差的来源及相关的概念,明确如何选择测量方法和测量仪器,如何表示测量得到的数据,为后面章节的学习打下坚实基础。

学习目标

深刻理解测量的基本概念

掌握误差的表示、误差的分类

熟悉仪表误差的有关概念

熟悉有效数字定义及选取

重点

误差的分类与仪表误差

1.1 测量

1.1.1 测量的术语

1. 量

量是现象、物体或物质可定性区别和定量确定的属性。可以相互比较大小的并且可按照大小排序的量称为同种量,若干同种量合在一起称为同类量,如功、热、能、厚度、周长、波长等。

“量”的描述分为定性描述和定量描述。定性描述的量是不采用数学的方法,而是根据评价者对评价对象的表现、现实状态的评价来描述,如水中是否含有某种可溶性物质的试验结果为有或无。定量描述是采用数学的方法,收集和处理数据资料,对评价对象的特性用数值进行描述和判断。定量描述又分为量值描述和计数描述。以量值描述的量是通过测量获得的,包括数值

和测量单位,如质量为 1.50kg,电压为 200.3mV 等;以计数描述的量是将全体观测值按照某种性质或特征分组,然后再分别清点各组观察数,包括数字、量词和名称,如 3 个项目、8 项合同、2 个缺陷、5 个男孩、10 架飞机等。以定性描述的和以计数描述的量是非连续量,不需要评估测量不确定度;以量值描述的量是连续量,应评估测量不确定度。

2. 测量

测量是以确定被测对象的量值为目的的全部操作。在这一操作过程中,将待测量与同类标准量进行比较,以该标准量为测量单位,确定待测量是该单位量的多少倍,并以被测量与单位量的比值及单位和测量不确定度来表达测量结果。

3. 量值

量值用于表示某特定量的大小或测量结果,一般由一个数并附以测量单位表示特定量的大小。如用直尺测量一物体的长度为 18.6cm,则说明选用的标准单位是厘米,数值是 18.6。再如,某活动延续的时间为 10.2s;某物质的质量为 15.6kg 等。

4. 量的单位

量的单位为定量表示同种量的大小而约定定义和采用的特定量。

测量单位具有约定赋予的名称和符号。国际单位制(SI)规定了国际单位制单位的名称和符号,《量和单位》(GB 3100~3102—1993)规定了国家法定计量单位的名称和符号,如表 1-1 所示。其他物理量的单位可由基本单位导出,称为导出单位。

表 1-1 基本单位

被测量	单位	单位缩写	被测量	单位	单位缩写
长度	米	m	热力学温度	开(尔文)	K
质量	千克	kg	物质的量	摩(尔)	mol
时间	秒	s	发光强度	坎(德拉)	cd
电流强度	安(培)	A			

5. 测量系统

测量系统是用来对被测特性定量测量或定性评价的仪器或量具、标准、操作、夹具、软件、人员、环境和假设的集合,用来获得测量结果的整个过程称为测量过程或测量系统。

完整的测量应包含被测量、计量单位、测量方法(含测量器具)和测量精度 4 个要素。

6. 测量结果

测量结果指由测量所得到的赋予被测量的值。

测量结果仅仅是在特定测量条件下被测量值的估计,并非真值。给出“测量结果”时,应说明它是示值、未修正的测量结果或已修正的测量结果,是单次测量所得还是多次测量所得。

测量结果的质量是度量测量结果可信程度最重要的依据。人们采用测量不确定度对测

量结果的可信性、有效性的怀疑程度或不肯定程度的定量表征,测量结果的可用性很大程度上取决于其不确定度的大小。所以,完整表述测量结果时,必须同时包含赋予被测量的值及与该值相关的测量不确定度。

1.1.2 测量的分类

根据测量精度、测量方法、测量条件及被测对象在测量过程中所处的状态,可把测量的方法分为多种类型。

1. 按对测量结果精确度的要求分类

按对测量结果精确度的要求可以分工程测量和精密测量。

1) 工程测量

工程测量是指一般生产现场或一般工程中所进行的测量,不需要考虑测量结果误差的大小或测量值的可信程度。

在工程测量中使用的设备或仪器,其敏感度和精度都较低,对进行测量的环境和条件没有特殊的要求和限制,测量值较稳定,多次测量的结果一致。

2) 精密测量

精密测量是指对测量误差要求比较高的测量。进行精密测量的测量仪器和设备应具有较高的精度和敏感度,条件比工程测量严格,多数在实验室中进行,也称为实验室测量。

精密测量需多次重复测量,每次测量都能反映出测量误差的变化和存在。一般来说,测量结果与测量方法相关。在同一量值范围,根据测量要求的不同,选用不同的测量方法。例如,对于长度的测量,从微观到宏观,可选用电子显微镜、扫描隧道显微镜、激光干涉仪、光学显微镜、螺旋测微计、游标卡尺、直尺、水准仪或经纬仪等设备。

精密测量从测量方案设计、实地施测到结果处理都要利用误差理论作指导。测量前,应先明确结果的精度要求,确定属于哪一种测量,以便提出测量方案,选择测量仪器、设备及决定对测量值进行何种处理等。不同的测量付出的代价不同,要根据实际需要,合理选用测量方法。

2. 按测量的方法分类

按测量方法可分为直接测量、间接测量和组合测量。

1) 直接测量

直接测量是指与实物量具直接比较而获得被测量值的方法,如用游标卡尺测量长度,用量杯测量液体体积,用天平测量质量,用测量仪器或仪表测出待测量量值的测量等。

直接测量又分等精度测量和不等精度测量两种。

(1) 等精度测量: 测量仪器的精度、观测者技术水平、外界条件都相同的重复测量称为等精度测量。在等精度测量中,各重复测量值可能不相等,但没理由认为哪一次的测量值更可靠。在测量过程中,保持测量条件完全相同的多次测量是极其困难的。但当某一条件的变化对结果影响不大时,仍可视为等精度测量。等精度测量的误差分析和数据处理比较容易,故绝大多数实验都采用等精度测量。

注意: 重复测量是指重复测量的整个操作过程,而不是重复读数。

(2) 不等精度测量: 在测量条件不同的情况下, 对同一物理量进行的重复测量称为不等精度测量。如使用游标卡尺和千分尺测同一钢球的直径, 所进行的测量为不等精度测量。在科学研究或高精度测量中, 为了得到更精确的测量结果, 常常在不同的测量条件下, 用不同的测量仪器, 不同的测量方法, 不同的测量地点、时间、次数以及不同的测量者进行的测量为不等精度测量。

2) 间接测量

有很多物理量没有可直接测量的量具, 无法通过直接比较法来测量, 只能利用物理量之间的函数关系, 对直接测量量经过计算得到所需要的物理量, 此过程称为间接测量。例如, 在测量电阻 R 时, 可用电压表测电压 U 值, 用电流表测电流 I 值, 再根据公式 $R=U/I$ 计算出电阻 R 值。

3) 组合测量

如有若干个待求量 $y_1, y_2, \dots, y_t$, 不能通过直接测量或间接测量得到, 必须通过直接测量或间接测量的测得值建立起联立方程组, 方程的数目与被测量的个数相等。通过解联立方程组, 才能得到最后结果, 这样的测量方法称为组合测量。为提高测量的准确程度, 常使得方程的数量多于被测量的数目, 这时需使用最小二乘法求解方程组。

3. 按测量技术分类

按测量技术不同分为放大法、转换法、模拟法、平衡法、补偿法、干涉和衍射法。

1) 放大法

在测量中有时由于被测量很小, 无法被实验者或仪器直接感知和反应, 可以借助一些方法将待测量放大后再进行测量。常用的放大法有累积放大法、机械放大法、电学放大法和光学放大法等。

(1) 累积放大法: 在物理实验中使用该方法对某些物理量单次测量时可能会产生较大的误差, 如测量单摆的周期, 若用秒表来测量, 假设单摆的周期 $T=2.0\text{s}$, 而人操作秒表的平均反应时间 $\Delta T=0.2\text{s}$, 则单次测量周期的相对误差为 $\Delta T/T=10\%$ 。但是, 如果将测量单摆的单个周期改为连续测量 50 个周期, 那么因人的反应时间而引入的相对误差会降低到 $\Delta T/(50T)=0.2\%$ 。

(2) 机械放大法: 利用机械部件间的几何关系, 使标准单位量在测量过程中得到放大的方法称为机械放大法。螺旋测微器是个典型的例子, 套在螺杆上的微分筒被分成 50 格, 若微分筒每转动一圈, 螺杆移动 0.5mm , 即每转动一格, 螺杆移动 0.01mm , 如图 1-1 所示。

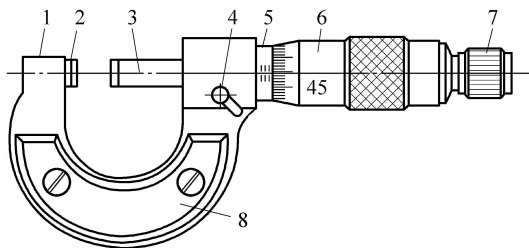


图 1-1 螺旋测微器

1—尺架; 2—测砧; 3—测微螺杆; 4—锁紧装置; 5—固定套管; 6—微分筒; 7—测力装置; 8—隔热装置

另一个典型例子是机械天平,通过一个固定于横梁且与横梁垂直的长指针,可将横梁的微小倾斜转换为刻度尺上指针移动的较大距离。

(3) 电学放大法:在测量中,常将一些非电量转换为电信号,经过放大后再进行测量,如心电、脑电等的测量。

(4) 光学放大法:常见的光学放大仪器有放大镜、显微镜和望远镜等。将被测的物体通过光学仪器形成放大的像,以增加观察的视角。图 1-2 所示为常用的测微目镜实物和构造图,配在适当的光学仪器上,可测量测定孔距、刻线宽度、粉末颗粒、涂面厚度等,也可作为某些硬度计附件来测量压痕及划痕。螺旋测微目镜的测定精度很高,可达 $0.5\mu\text{m}$ 以上。光杠杆可感知微小的角度变化量,通过光指针的移动实现对微小量的测量,如图 1-3 所示。

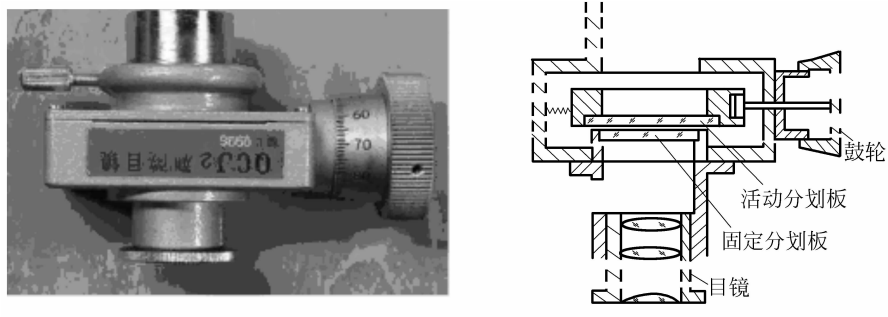


图 1-2 测微目镜

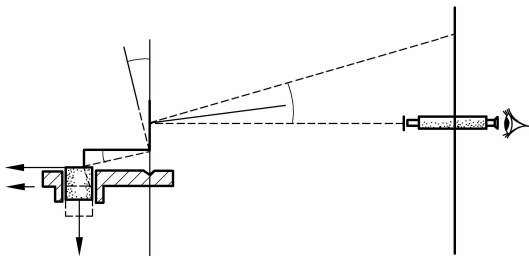


图 1-3 光杠杆

2) 转换法

转换法是为了测量某些因条件所限无法直接用仪器测量的待测量,或者为了提高待测量的精度,将待测量转换成为另一种形式的物理量的测量方法。

转换法通常应用于以下几个方面:

(1) 不可测量的转换,例如古代曹冲称象,把不可直接测量的大象的质量转换为可测的石块的质量。

(2) 不易测准量的转换,例如测量不规则物体的体积,可根据阿基米德原理,将其转换为液体的体积进行测量;利用热敏元件将对温度量的测量转换为对电压或电阻的测量;利用压电陶瓷等压敏元件将压力信号转换成电信号等。

3) 模拟法

模拟法是依据相似性原理,对一些特殊(如过大或微小、十分危险或缓慢)的研究对象,人为地制造一个类似的模型来进行实验,使自然现象重现,提高实验效率。例如,在研制飞

机时为模拟风速对机翼的升力而进行的风洞试验等。

4) 平衡法

测量时用被测量与标准量相比较,用指零仪表判断测量系统中被测量与标准量之间是否达到平衡来实现测量。惠斯通电桥测电阻是一个应用平衡法进行测量的典型例子,如图 1-4 所示。电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_0 组成电桥的 4 个臂; G 为检流计,用来检查它所在的支路有无电流,当 G 无电流 i_g 通过时,称电桥达到平衡。平衡时,4 个臂的阻值满足 $R_1 : R_3 = R_2 : R_0$,利用这一关系就可测量电阻 R_0 。

5) 补偿法

补偿法就是在测量中通过一个标准的物理量产生与待测物理量等量或相同的效应,用于补偿(或抵消)待测物理量的作用,使测量系统处于平衡状态,从而得到待测量与标准量之间的关系。电位差计是补偿法应用的典型例子,测量时不从测量对象中支取电流,因而不干扰被测量的数值。

6) 干涉、衍射法

无论是声波、水波还是光波,都可通过测量干涉条纹的数目或条纹的改变量,实现对一些相关物理量的测量。当选用相干光波时,可实现物理量的微米量级,甚至亚微米量级的精确测量。

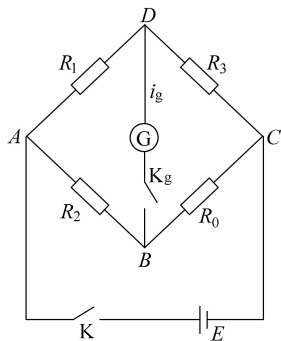


图 1-4 惠斯通电桥

1.2 测量误差

1.2.1 测量值

1. 真值

在理想情况下,表征一个物理量真实状态或属性的值 x_0 即为真值。真值是客观存在的,需要通过完善的测量才能获得。但实际测量中要想测得真值却十分困难甚至可能根本无法实现。因此,“真值”按其本性是不确定的,可分为理论真值、约定真值和相对真值 3 种。

(1) 理论真值是根据一定的理论所定义的数值,如三角形三内角的和为 180° 。

(2) 约定真值是针对给定的某种目的,按照约定的办法赋予特定量具有适当不确定度的值,也称为指定值或最佳估计值。在给定地点由参考标准复现而赋予该量的值可作为约定真值,一般指国际设定的实物标准或基准值,如保存在巴黎计量局的国际千克原器的质量为 1kg 等。实际工作中,常用某量的多次测量结果作为约定真值。

(3) 相对真值指满足规定精度要求的条件下,用来代替真值的量值,如在仪器校准过程中,一般是通过标准仪器的测量值作为标准进行比对。相对真值也称为参考值。

2. 标称值

计量或测量器具上标注的量值,如标准砝码上标出的 1g 即为标称值。受制造、测量及环境条件变化的影响,标称值并不一定等于它的实际值。为此,通常在给出标称值的同时也要给出它的误差范围或精度等级。

3. 示值

示值是由测量仪器给出或提供的量值,也称测量值。对于实物量具,示值就是其标称值。通常用高一等级测量标准所提供的或复现的量值,作为约定真值(常称校准值或标准值)。

4. 测量结果

由测量所得的赋予被测量的值即为测量结果。在测量结果的表述中,还应包括测量不确定度和有关影响量的值。

1.2.2 测量误差定义

测量时,由于仪器、实验条件、环境等因素的限制,测量不可能无限精确,物理量的测量值与客观存在的真实值之间总会存在着一定的差异,这种差异就是测量误差。

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

误差与错误不同,错误是应该而且可以避免的,而误差是不可能绝对避免的。实验的原理、实验所用的仪器及仪器的调整、对物理量的每次测量,都不可避免地存在误差。多年来人们对误差进行了深入的研究,形成了系统的理论。然而,对完全已知或猜测的误差因素进行补偿、修正后,所得的结果仍然只是被测量的一个估计值。实际上误差也只能是个理想概念,不可能得到它的准确值。

1.2.3 误差性质的分类

1. 按表示形式分类

误差性质按照其表示形式可分为绝对误差和相对误差。

1) 绝对误差

测量值与被测量客观真实值之间的差值称为绝对误差(简称误差),即

$$\begin{aligned}\text{绝对误差} &= \text{测量值} - \text{真值} \\ \Delta x &= x - x_0\end{aligned}\quad (1-1)$$

绝对误差可正可负,表示测得值偏离真值的程度。在被测量相同的情况下,绝对误差的大小能够反映测量的准确度;但在被测量不同的情况下,绝对误差难以确切地表示测量的准确程度。一般来说,真值仅是一个理想的概念,在很多情况下绝对误差只有理论的价值。

2) 相对误差

对两个数量级不等的量分别进行测量时,应使用相对误差来比较两次测量的准确程度。测量的绝对误差(Δx)与被测量的真实值(x_0)之比称为相对误差(ϵ):

$$\begin{aligned}\text{相对误差} &= \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\% \\ \epsilon &= \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\%\end{aligned}\quad (1-2)$$

相对误差反映误差对真实值的影响程度和仪器的准确度。相对误差可用绝对误差的绝对值与测量值之比来近似表达。

例 1.1 假定一个物体的真实长度为 99.5mm,而测得值为 100.0mm,则测量误差为

0.5mm。另一物体的真实长度为 9.5mm,测得值为 10.0mm,测量误差也为 0.5mm。对哪个物体的测量较为准确呢?

解:第一个物体的测量相对误差 $\epsilon_1 = \frac{100.0 - 99.5}{99.5} \times 100\% \approx 0.5\%$;

第二个物体的测量相对误差 $\epsilon_2 = \frac{10.0 - 9.5}{9.5} \times 100\% \approx 5\%$ 。

显然,第一个物体测量的相对误差要小,即测量准确度高。

例 1.2 弹道导弹的射程为 10000km 时,其命中点偏离预定点不超过 0.1km,而优秀射手能在距离 50m 远处准确地射中直径为 2cm 的靶心,试判断哪一个射击的准确度高?

解:弹道导弹的相对误差

$$\epsilon_1 = \frac{0.1}{10000} = 0.00001 = 0.001\%$$

靶心直径为 2cm,射中靶心意味偏离靶心的圆心不超过 1cm,射手的相对误差

$$\epsilon_2 = \frac{1\text{cm}}{50\text{m}} = \frac{0.01\text{m}}{50\text{m}} = 0.0002 = 0.02\%$$

可见弹道导弹射击的相对误差小,即准确度高。

2. 按性质分类

根据测量误差的特征规律可以将误差分为系统误差、随机误差和疏失误差三大类。

1) 系统误差

系统误差(system error)是由特定原因引起,具有一定因果关系并按确定规律变化的误差,即在一定的测量条件下,对同一个被测量进行多次重复测量时,误差值的大小和符号(正值或负值)保持不变;或者在条件变化时,按一定规律变化的误差。因此系统误差又称为规律误差。

一般情况下,对某被测量无限多次测量结果的平均值与该被测量的约定真值之差是其系统误差的最佳估计。

2) 随机误差

随机误差(random error)又称偶然误差,是测量值与在重复性条件下对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值之差,是一种大小和符号都不确定的误差。因为测量只能进行有限次数,故可确定的只是随机误差的最佳估计值。

$$\text{随机误差} = \text{误差} - \text{系统误差}$$

在同一条件下对同一被测量重复测量时,各次测量结果服从某种统计分布,对这种误差的处理可依据概率统计方法进行。

产生随机误差的原因很多,如温度、噪声、地面振动、电磁场的微变及电源频率、电压等的偶然变化都可能引起这种误差;观测者本身感官分辨能力的变化也是这种误差的来源。

3) 疏失误差

疏失误差(mistake error)又称粗大误差,是测量过程中由于测量者的粗心大意而导致操作、读数、记录和计算等方面的错误,使测量结果明显偏离正常值。一般新手容易产生这种误差,但若采取适当措施,这种误差是完全可以避免的。例如,通过细心检查、认真操作、重复测量、多人合作等都可以避免粗大误差的产生。

含有疏失误差的数据一般称为离群值或坏值而应该剔除,剔除离群值需慎重处理。一

般是在测量后整理数据发现有错误时,经过实验环境、过程及物理规律的分析认为不合理的异常数据才可以舍弃。

1.2.4 测量的重复性和复现性

1. 重复性

重复性指在相同测量条件下,对同一被测量进行连续多次测量所得结果之间的一致性。相同测量条件(亦称重复性条件)包括相同的测量程序、相同的观测者、在相同地点、相同条件下使用相同的测量仪器、在短时间内的重复测量。重复观测中的变化,是由于所有影响结果的影响量不能完全保持恒定而引起的。

重复性可以用测量结果的分散性来定量地表示,通常用在重复性条件下重复观测结果的实验标准差 s_r 来表示。

重复性限 r 是指在重复性条件下,两次测量结果之间差的绝对值不超过大小为 r 的概率(一般为 95%)的值。

2. 复现性

复现性(reproducibility)指在不同测量条件下,对同一被测量的测量结果之间的一致性。不同测量条件(亦称复现性条件)包括测量原理、测量方法、观测者、地点、测量仪器、参考测量标准、使用条件、时间等。

复现性又称“再现性”,可以用测量结果的分散性来定量地表示,通常用在复现性条件下的重复观测结果的实验标准差 s_R 来表示。

复现性限是指在复现性条件下,两次测量结果之间差的绝对值不超过 R 的概率为一指定值(一般为 95%), R 称为复现性限。

1.2.5 测量仪器的特性

测量仪器的特性可以用如下术语描述。

1. 最大允许误差

最大允许误差是由技术标准、技术规范对测量器具和仪器所规定的允许误差的极限值。

测量仪器、容量器皿的允许误差表示仪器、器皿的特性,是制造厂对某种型号仪器所规定的示值误差的允许范围,而不是某一台仪器实际存在的误差。测量仪器的最大允许误差可以在仪器说明书中查到,用数值表示时有正负号,通常用绝对误差、相对误差、引用误差或它们的组合形式表示。测量仪器的最大允许误差可以作为测量不确定度评定的依据。

检测方法的允许误差表示在一定测量条件和置信水平下,用该检测方法测量结果所允许的误差限。

2. 示值误差

测量仪器的示值与对应输入量的约定真值之差为测量仪器的示值误差。

示值相对误差表示为示值绝对误差与示值之比。

$$\text{示值相对误差} = (\text{示值} - \text{实际值}) / \text{示值} \times 100\% \quad (1-3)$$

3. 引用误差

引用误差(quoted error)是仪表中通用的误差表示方法,它是相对于仪表满量程的一种误差,为测量的绝对误差与仪表的满量程值之比,常以百分数来表示。在仪表测量范围内每个示值的绝对误差 Δx 都不相同,因此引用误差与仪表的具体示值有关。

最大引用误差说明了测量的精度,常用来确定仪表的精度等级:

$$r_m = \frac{\Delta x_m}{x_m} \times 100\% \quad (1-4)$$

式中, r_m 为引用误差; Δx_m 为最大绝对误差; x_m 为量程范围,即测量范围上限减去测量范围下限。

4. 测量精密度

测量精密度(precision of measurement)指在相同条件下,对被测量进行多次反复测量,测得值之间的符合程度。精密度反映的是测量值随机误差的影响程度,精密度高指随机误差小,但不一定正确度高。

精密度常用测量结果的标准差表示。

5. 测量正确度

测量正确度(correctness of measurement)指测量结果期望与其“真值”的一致程度。正确度反映的是测得值的所有系统误差的综合影响,正确度高,标识系统误差小,但不一定精密度高。

6. 测量准确度

测量准确度(accuracy of measurement)亦称精确度,指被测量的测量值之间的一致程度以及与其“真值”的接近程度,它是测量值的随机误差和系统误差的综合反映。

通常所说的测量精度或仪器的精度,一般指精确度(准确度),而并非精密度。在实际工作中,对计量结果的评价,多系综合性的,只有在某些特定的场合才对精密度和正确度单独考虑。就大多数计量领域和计量工作者来说,习惯于用“精度”来表示“精确度”或准确度。

准确度是一个定性概念,可以描述为准确度高或低、准确度为 0.25 级等。将引用误差值去掉“%”就是精度等级。

国家标准《直接作用模拟指示电测量仪表及其附件》(GB 7676.2—1987)规定,直读式的电流表、电压表等电工测量仪表的精度等级有 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 5.0 等,精度等级越小说明仪表准确度越高。

图 1-5 以打靶为例来比较说明了精密度、正确度、准确度三者之间的关系。图中靶心为射击目标,相当于真值,每次射击相当于一次测量。

例 1.3 有两台测温仪,它们的测温范围分别为 $0 \sim 100^\circ\text{C}$ 和 $100 \sim 300^\circ\text{C}$,校验表时得到它们的最大绝对误差均为 2°C ,试确定两台仪表的精度等级。

解: 这两台仪表的最大引用误差分别为

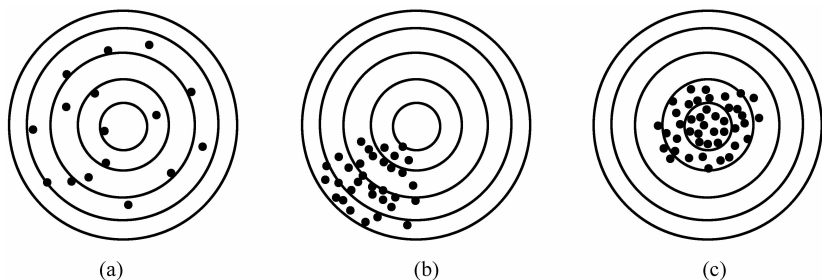


图 1-5 精密度、正确度、准确度三者间的关系

(a) 正确度高、精密度低；(b) 精密度高、正确度低；(c) 准确度高

$$r_{m1} = 2/(100 - 0) \times 100\% = 2\%$$

$$r_{m2} = 2/(300 - 100) \times 100\% = 1\%$$

去掉“%”即为仪表精度等级,显然后一台仪表的精度等级高,为1级。

例 1.4 现有指针式电流计4只,其精度等级和量程分别为2.5级 $100\mu\text{A}$ 、2.5级 $200\mu\text{A}$ 、1.5级 1mA 、1.5级 100mA ,被测电流为 $90\mu\text{A}$ 时,用上述4只表测量,分别求出可能产生的最大相对误差(即标称相对误差),并说明为什么精度等级高的仪表测量误差不一定小,仪表的量程应如何选择。

$$\text{解: 相对误差} = \frac{\text{可能产生的最大绝对误差}}{\text{仪表示值}} = \frac{\text{量程} \times \text{精度等级}\%}{\text{仪表示值}} \times 100\%$$

4只表的相对误差分别为

$$\epsilon_1 = \frac{100 \times 2.5\%}{90} = 2.78\%$$

$$\epsilon_2 = \frac{200 \times 2.5\%}{90} = 5.56\%$$

$$\epsilon_3 = \frac{1 \times 10^3 \times 1.5\%}{90} = 16.67\%$$

$$\epsilon_4 = \frac{100 \times 10^3 \times 1.5\%}{90} = 1667\%$$

由计算知,2.5级 $100\mu\text{A}$ 电流计测量的相对误差最小。

可见,在接近仪表满量程时,测量的相对误差最小。因此,为减少引用误差,在用仪表进行测量时,应尽量使用小量程档进行测量。选择仪表量程应使仪表示值在满量程的 $2/3$ 以上。

例 1.5 要测量常压下水加热过程中的温度,现有两种温度计,一种为0.5级,测量范围为 $0 \sim 300^\circ\text{C}$;另一种为1.0级,测量范围为 $0 \sim 100^\circ\text{C}$,试分析它们各自产生的示值误差,并确定选用哪个温度计更合适?

解: 水加热过程中,最高温度为 100°C 。

对于0.5级的温度计,示值相对误差为

$$\Delta T/T \times 100\% = \pm 0.5\%$$

可能产生的最大绝对误差为

$$\Delta T = (\pm 0.5) \times 300^\circ\text{C} = \pm 1.5^\circ\text{C}$$

对于1.0级的温度计,示值相对误差为

$$\Delta T/T \times 100\% = \pm 1.0^\circ\text{C}/100^\circ\text{C} = \pm 1.0\%$$

可能产生的最大绝对误差为

$$\Delta T = (\pm 1.0) \times 100^\circ\text{C} = \pm 1.0^\circ\text{C}$$

可见,该题中 1.0 级小量程的温度计所产生的示值误差要小于 0.5 级大量程的温度计所产生的示值误差,故选用小量程温度计更合适。

例 1.6 检定一只 2.5 级,量程上限为 100V 的电压表,在 50V 处误差最大,误差值为 2V,其他刻度处的误差均小于 2V,问此电压表是否合格?

解: 电压表的引用误差为

$$r_m = \frac{\text{MAX 检测仪表的指示值} - \text{被测量真值}}{\text{测量上限} - \text{测量下限}} \times 100\% = (2/100) \times 100\% = 2\%$$

因该表为 2.5 级,而 $r_m = 2\% < 2.5\%$,故该电压表合格。

1.2.6 测量基本原则

在实际测量中,对于同一被测量往往可以采用多种测量方法。为减小测量的不确定度,应尽可能遵守以下基本测量原则。

1. 阿贝原则

阿贝原则指在测量过程中测量轴线与基准轴线应在同一直线上。若被测轴线与基准轴线并行,测量时可能产生阿贝误差。如用卡尺测量物体,在测量过程中由于移动测量爪的偏移,两测量爪之间出现夹角 φ 而产生较大的误差 δ ,如图 1-6 所示。误差的大小除与两测量爪之间夹角大小有关外,还与测量轴线与基准轴线之间距离 S 的大小有关,距离越大,误差也越大。

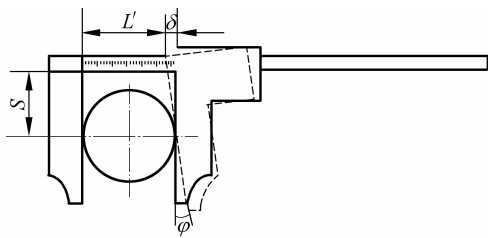


图 1-6 阿贝误差产生原因

2. 基准统一原则

测量基准应与加工基准和使用基准统一,即测量应以工艺基准为测量基准,最终检测量应以设计基准为测量基准。

3. 最短链原则

在间接测量中,与被测量具有函数关系的其他量同被测量形成测量链,形成测量链的环节越多,被测量的不确定度越大。因此,应尽可能减少测量链的环节数,以保证测量精度,即遵循最短链原则。

4. 最小变形原则

测量器具与被测零件都会因受力(重力和测量力)和实际温度偏离标准温度而产生变形,形成测量误差。在测量过程中,控制测量温度及其变动,保证测量器具与被测零件有足够的等温时间,选用与被测零件线胀系数相近的测量器具,选用适当的测量力并保持其稳

定,选择适当的支承点等,都是实现最小变形原则的措施。

1.2.7 测量误差来源及数据处理方法综述图

测量误差、误差来源、误差分类、测量不确定度及分类等相互间的关系,可用图形表示,如图 1-7 所示。

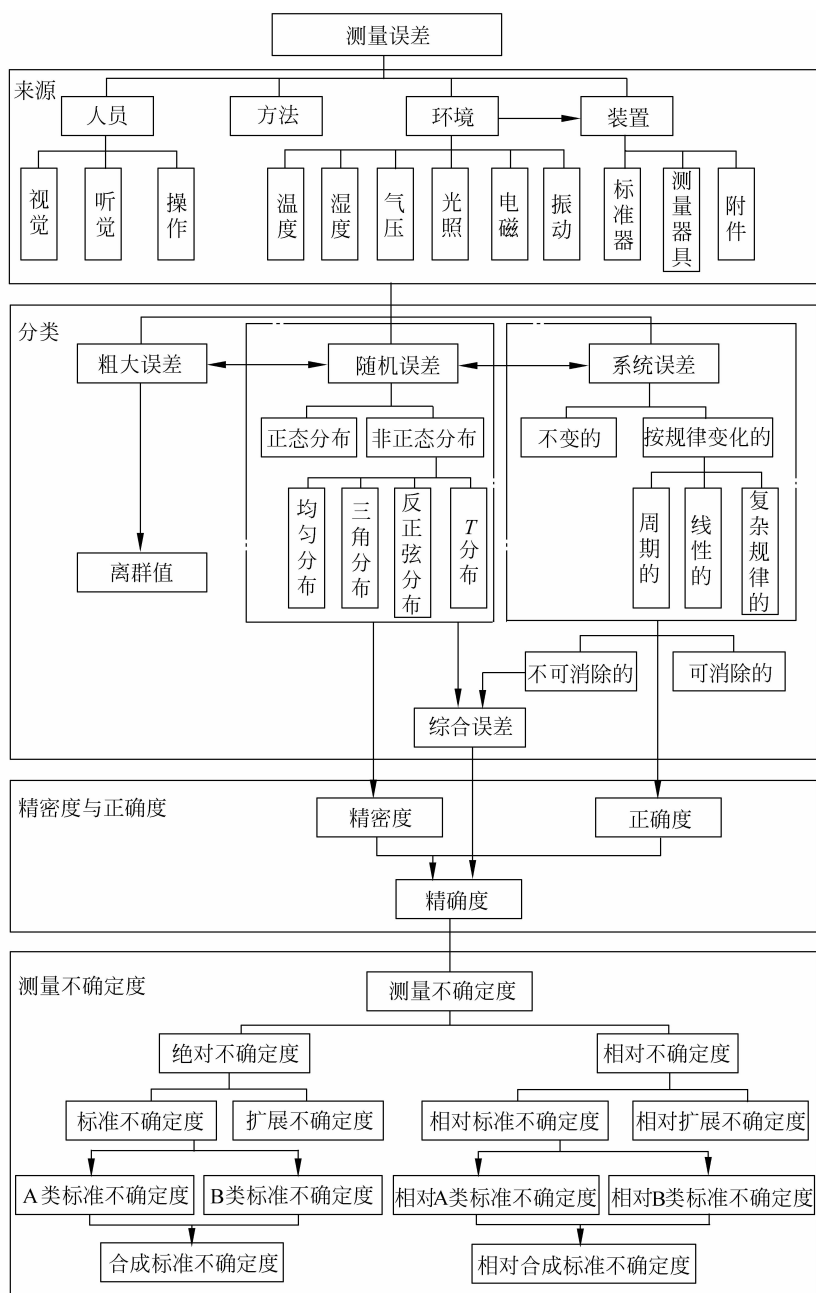


图 1-7 测量误差来源及数据处理方法综述

1.3 测量数据表示方法

1.3.1 读数方法

不同量具和仪器的读数方法不同。

1. 带有游标的仪器

对于像卡尺这样带有游标的仪器,如图 1-8 所示,是通过两个刻度尺中对的最齐的那条线来进行读数的。读数时只记对齐线的相应数值,不需估读。图中,尺的测量精度为 0.05mm,物体长度为 2.020cm。

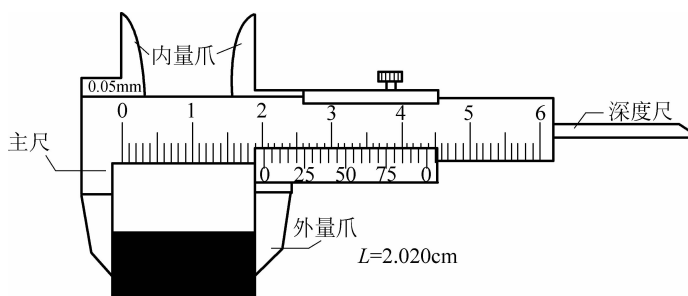


图 1-8 卡尺

2. 带指针或刻度的仪器

对指针式仪表和有刻度或标尺的仪器,如图 1-9 和图 1-10 所示,要求估读一位(该位是有效数字的可疑位),估读数一般取最小分度的 $1/10 \sim 1/2$ 。

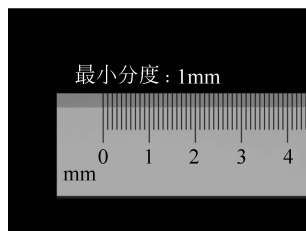


图 1-9 直尺



图 1-10 指针式仪表

3. 其他情况

若仪表的示值不是连续变化而是以最小步长跳跃变化的,则不估读,记录全部数据即可。例如图 1-11 所示的数字式仪表即是以最小步长跳跃变化的。

记录测量的数据时,数据位数的确定应依据相应的误差值,测量值最末位的数值被认为



图 1-11 数字仪表

是含有误差的欠准数值。若测量误差为 0.005mm ，结果为 0.794mm ，则取位适宜；若给出 $0.793\ 93\text{mm}$ ，则毫无意义；若只给出 0.80mm ，则损失了精度。

例如图 1-12 所示的 3 种情况，读数方法为：

[1] 位置处测值为 35.00cm ，不能写成 35cm ，在读取整刻度值时不能只读整数值，还需读估计的那位“0”；

[2] 位置处测值为 35.40cm ；

[3] 位置处测值介于 35.70 与 35.80 之间，可以估计为 35.75cm 。

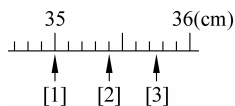


图 1-12 读尺示例

1.3.2 近似值

含有误差的数值均为近似值，包括：

- (1) 测量值；
- (2) 数学常量的有限位小数表示，如 $\pi=3.1416$ ， $e=2.718$ ；
- (3) 物理量值，如传热系数、汽化潜热、空气密度等；
- (4) 运算结果，数字运算过程中有舍入误差的积累。

在运用近似算法进行计算时，所得结果亦为近似值。为使计算合理简化，应避免盲目追求不切实际、没有必要的精确计算，否则会使计算工作繁复，既浪费人力又耗费时间，也无法表示数据的精确程度。

在记录测量结果和计算时，数据所取得的位数都应以测量所能达到的精度为依据。有时候数据的极小差异可能会导致结果的差异巨大。

例如，在求解如下两个方程组时， y 的系数虽仅差 0.0002 ，但结果却截然不同：

$$\begin{aligned} \begin{cases} x - y = 1 \\ x - 1.0001y = 0 \end{cases} & \text{对应解为} \begin{cases} x = 10\ 001 \\ y = 10\ 000 \end{cases} \\ \begin{cases} x - y = 1 \\ x - 0.9999y = 0 \end{cases} & \text{对应解为} \begin{cases} x = -9999 \\ y = -10\ 000 \end{cases} \end{aligned}$$

1.3.3 有效数字

在测量中,通过直读获得的准确数字叫做可靠数字,通过估读得到的数字叫做存疑数字,结果中能反映被测量的带一位存疑数字的全部数字叫有效数字。

有效数字是观测者或数据处理者根据显示装置的分辨力、数据处理的需要或测量不确定度的要求等对一个近似数所保留的位数,它是从保留的末位直到左边的第一个非零数字之间的所有数字。

写有效数字时应注意:

(1) 有效数字的位数与小数点位置无关,单位改变时,有效数字的位数不应发生变化。例如,重力加速度 980cm/s^2 ,以“ m/s^2 ”表示时记为 9.80m/s^2 ,以“ km/s^2 ”表示时记为 0.00980km/s^2 ,数值前面定位所用的“0”不是有效数字,应从非“0”的第一个数起,仍为 3 位有效数字。

(2) 为表示方便,特别是对较大或较小的数值,常用 $\times 10^{\pm n}$ 的形式书写(n 为正整数),可避免有效数字写错,也便于识别和记忆。这种表示方法叫科学记数法。通常小数点前只写一位数字,如地球平均半径 6371km 可写作 $6.371 \times 10^6\text{m}$,表明有 4 位有效数字,在计算机中用 6.371E6 来表示。例如,3.1416,2.1173,280.00,均为 5 位有效数字;2.718,0.091 60, 6.150×10^8 均为 4 位有效数字。

(3) 测量结果的数字,其有效位数代表结果的不确定度,表示测量值的有效数字尾数与不确定度的尾数一般要取齐。

1.3.4 有效数字计算规则

1. 数据加减

在数据加减运算中,所得结果(和或差)的小数点后保留的位数,应与参与加减运算的各数据中小数点后位数最少的数据的位数相同。如:

$$\begin{array}{r} 67.5 \\ + 55.76 \\ \hline 123.26 \\ \text{结果 } 123.3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13.56 \\ - 8.7 \\ \hline 4.86 \\ \text{结果 } 4.9 \end{array}$$

可见在加法计算中,小数点后位数最少的数 67.5 中的.5 已可疑,相加后使得 123.26 中的.2 也可疑,故结果应保留至此位,是 123.3。

在利用各个直接测量值进行加法或减法计算间接测量值时,选用精度相同的仪器测量最为合理。

2. 乘法与除法

在计算几个数据相乘或相除时,其积或商的有效数字位数应以有效数字位数最少的为准。

例如, $1.457 \times 0.0974 \times 85.319 = 12.107$,其中 0.0974 为 3 位有效数字,故计算结果应写成 12.1。

可疑数字运算后仍可疑,但进位视为可靠,可靠位运算后仍可靠。

3. 乘方开方

若利用各个直接测量值进行乘方和开方运算计算间接测量值时,结果的有效数字位数与底数的有效数字位数相同。例如, $4.314^2=18.61$, $\sqrt{4.315}=2.077$ 。

4. 对数

若利用各个直接测量值进行对数运算计算间接测量值时,结果尾数的有效数字位数应与真数有效数字位数相同。如2345为4位有效数字,其对数 $\lg 2345=3.3701$,尾数部分仍保留4位,首数“3”不是有效数字;例如, $\lg 32.8=1.51587\cdots$,应取 $\lg 32.8=1.516$ 。

1.3.5 修正值

在实际工作中,为了消除系统误差常使用修正值。修正值等于负的系统误差,用代数法与未修正的测量结果相加,以补偿其系统误差的值:

$$\text{真值} = \text{测量结果} + \text{修正值}$$

例如用高一等级的测量标准来校正测量仪器、器皿时,校正者给出一个修正值。修正可以使系统误差减小,使测量结果更接近于真值,但同时又引入了修正值的不确定度,因而补偿是不完全的。为补偿系统误差与未修正的测量结果相乘的因子称为修正因子。

1.3.6 测量结果的质量和表示

由于测量中无论采用什么样的精密仪器,测量都存在误差,真值永远无法得到,而结果只能是力求接近真值,至于接近程度是不确定的。为评价测量的质量,需要了解测量结果落在真值附近什么范围内,因此人们提出了测量不确定度。

测量不确定度是与测量结果相联系的参数,它表征了合理地赋予被测量值的分散性。不确定度恒为正值。在报告测量结果时,不仅要给出测量结果,还应附有不确定度说明,这样才有意义。如根据长度和直径测值算出圆柱体体积 $V=6158.3201\text{mm}^3$,不确定度 $\Delta V=\pm 4\text{mm}^3$,第四位数字8已不精确,因此应写作 $V=(6158\pm 4)\text{mm}^3$ 。其中,前3位是准确数字,后一位是存疑数字。

本章小结

本章主要讲述了测量的分类、测量中存在的误差种类、各种测量误差来源的分析、仪表误差、测量数据的表示法等概念。通过本章的学习使读者清楚地了解测量误差的来源及相关的概念,明确如何选择测量方法和测量仪器,如何表示测量数据。

测量是以确定被测对象的量值为目的的全部操作。将待测量与同类标准量进行比较,确定待测量是该同类单位量的多少倍,并以被测量与单位量的比值及其准确度表达测量结果。

1. 测量的分类

根据测量精度、测量方法、测量条件及被测对象在测量过程中所处的状态,可将测量进

行分类:

- (1) 按对测量结果精确度的要求分类;
- (2) 按测量的方法来分类;
- (3) 按测量技术分类。

2. 测量误差

1) 真值

任何物理量,在一定条件下,都存在一个客观的真实值,即该物理量的真值 x_0 。真值分为理论真值、约定真值和相对真值 3 种(相对真值也称为参考值)。

2) 误差

测量时,由于仪器、实验条件、环境等因素的限制,测量不可能无限精确,物理量的测量值与客观存在的真实值之间总会存在着一定的差异,这种差异就是测量误差。

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

3) 误差性质的分类

- (1) 按表示形式分为绝对误差和相对误差。
- (2) 按性质可以分为系统误差、随机误差和疏失误差三大类。

3. 测量仪器的特性

(1) 最大允许误差是由技术标准、技术规范对测量器具和仪器所规定的允许误差的极限值。

(2) 示值误差是测量仪器的示值与对应输入量的约定真值之差。

(3) 引用误差是仪表中通用的误差表示方法,它是相对于仪表满量程的一种误差,为测量的绝对误差与仪表的满量程值之比。

(4) 测量正确度指被测量的测量结果的期望值与其“真值”的接近程度。正确度反映的是测得值的所有系统误差的综合影响。正确度高,标识系统误差小,但不一定精密度高。

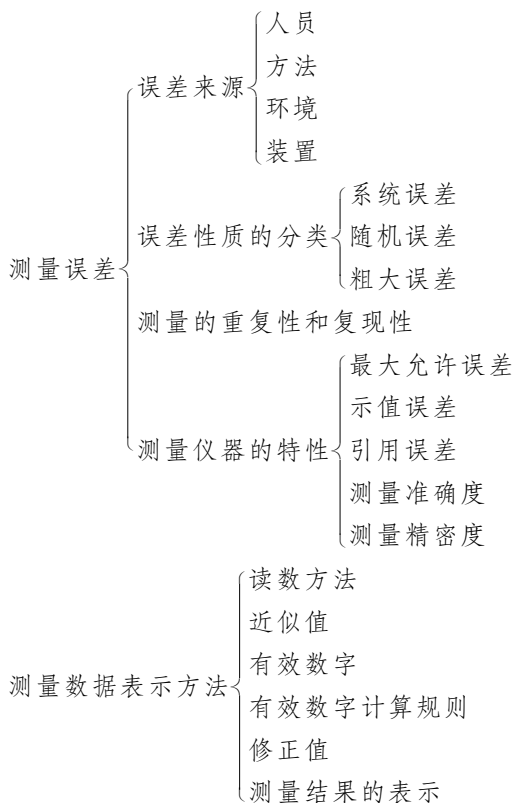
(5) 测量精密度为在规定条件下,对被测量进行多次反复测量,所获得的独立测量值之间相互一致的程度。精密度只取决于被测量的随机误差分布,而与真值或规定值无关,反映随机误差对测量结果的影响。

(6) 测量准确度亦称精度,表示被测量的测得值之间的一致程度以及与其“真值”的接近程度,它是测量值的随机误差和系统误差的综合反映。准确度是一个定性概念,可以描述为准确度高或低、准确度为 0.25 级等。

本章还介绍了测量数据的表示方法,测量时读数的方法、有效数字、计算规则及测量结果的质量表示。

本章内容结构

测量的分类 $\begin{cases} \text{直接测量} \\ \text{间接测量} \end{cases}$



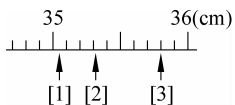
习 题

一、选择题

1. 有3台测温仪表A,B,C,它们的测温范围分别为A为 $0\sim 100^{\circ}\text{C}$,B为 $0\sim 200^{\circ}\text{C}$,C为 $0\sim 300^{\circ}\text{C}$,校验表时得到它们的最大绝对误差均为 2°C ,判断哪台仪表的精度等级高()。

- A. A表 B. B表 C. C表 D. 3台表相同

2. 用直尺测量,箭头[1]所在处的数值为()。



- A. 35cm B. 35.2cm C. 35.02cm D. 35.020cm

3. 写出 $13.67+3.79531+6.8527$ 正确的计算结果()。

- A. 24.318 B. 24.3 C. 24.32 D. 24.31801

4. 用钢直尺测得某物体的长度,试分析下列哪个数据是正确的()。

- A. 16.3cm B. 16.30cm C. 16.300cm D. 16cm

5. 下面表示测量值数据的为()。

- A. 6.00 B. 75 C. 5°C D. -45

6. 试分析以下哪个正确()。
- A. $830\text{kg}=0.83\text{t}$ B. $830\text{kg}=8.30\text{E}5\text{g}$
 C. $830\text{kg}=8.3\times 10^5\text{g}$ D. $830\text{kg}=0.83\text{E}3\text{g}$
7. 我国目前电能的法定计量单位名称是()。
- A. 瓦[特] B. 千瓦[特][小]时
 C. 度 D. 焦耳
8. 测量值与被测量真值之间的差值是()。
- A. 偏差 B. 测量误差 C. 系统误差 D. 随机误差
9. 某计量员测得一铁板厚 5.65mm , 被测量真值为 5.70mm , 绝对误差为()。
- A. 0.05mm B. -0.05mm C. 0mm D. $|-0.05\text{mm}|$
10. 测得值包括()。
- A. 示值 B. 标称值 C. 实验值 D. $A+B+C$
11. ()是为了确定准确度或允许误差而采用的一种误差方法。
- A. 绝对误差 B. 相对误差 C. 引用误差 D. $A+B+C$
12. 测量()高, 则系统误差和随机误差都小。
- A. 准确度 B. 精确度 C. 正确度 D. 精度
13. 校准的主要目的是测量被测值的()。
- A. 测量不确定度 B. 灵敏度 C. 精度 D. 都不是
14. 平面三角形的内角和为 180° 是()。
- A. 理论真值 B. 计量学约定真值
 C. 不是真值 D. 都不是
15. 在记录测量数值时, 只保留可疑数字()。
- A. 3 位 B. 2 位 C. 1 位 D. 不限制
16. 把 543216 修约为 3 位有效数字的形式为()。
- A. 5.432×10^5 B. 5.4×10^5 C. 5.43×10^5 D. 5×10^5

二、多选题

1. 测量结果的重复性条件包括()。
- A. 相同的测量程序 B. 相同的观测者
 C. 在相同的条件下使用相同的测量仪器
 D. 相同的地点 E. 相同的时间
 F. $A+B+C+D$ G. $A+B+C+D+E$
2. 测量结果的复现性可改变的条件包括()。
- A. 测量原理 B. 测量方法 C. 观测者 D. 测量仪器
 E. 参考测量标准 F. 地点 G. 以上全部
3. 任何测量设备只要出现下列哪些情况就是不合格的测量设备()。
- A. 已经损坏 B. 过载或误操作
 C. 可能使其预期用途无效的故障 D. 产生不正确的测量结果
 E. 超过了规定的计量确认间隔 F. 封印或保护装置损坏或破裂
 G. $A+B+C+D+E+F$