

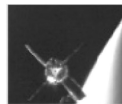
引言

2004年4月20日,美国宇航局发射了B型引力探测器卫星(Gravity Probe B,GP-B)来验证爱因斯坦的广义相对论,这在全世界引起了巨大的反响。GP-B(见图0.1)也许是曾经发射过的最精密的卫星。为了使静电力矩和噪声干扰降到最小,卫星搭载了大量的子系统,每个子系统需协同工作来获得预定的测量精度,因此卫星构造非常复杂。这项任务被美国宇航局前任首席科学家法兰克·麦克唐纳博士称作是“新千年美国宇航局将要完成的最富挑战性的实验”,由此可见它的难度和重要意义。这项实验,不仅吸引了不少相对论物理学家的目光,同时也引起了惯性技术学界有关人士的兴趣和关注。因为在引力探测器里用到了4个静电陀螺(其中1个充当无拖曳控制用的引力基准加速度计)。我们对GP-B项目,尤其对其中的惯性技术进行了研究,并在本书中介绍了GP-B中用到的惯性技术,希望对惯性技术在太空科学实验中的应用及惯性技术的发展有一些启示和帮助。

GP-B发射——2004年4月20日



2004年,美国太平洋时区时间4月20日上午9:57:24,引力探测器卫星从南加州的范登堡空军基地发射升空。约1h11min后,卫星太阳能板展开,搭载的照相机记录了卫星从二级运载火箭中分离的过程。波音Delta II型运载火箭准确地把卫星放置到预定的距地球400mile(1mile=1609.344m)的极地轨道上。



从4月到8月,GP-B卫星进入了初始化和轨道校验阶段,在此期间,陀螺加转到约4000r/min,卫星姿态和搭载的各个子系统都被调整到准备进行接下来为期10个月的科学实验阶段。在2004年8月末,GP-B卫星开始正式从4个陀螺中收集实验数据。数据收集阶段过后,是为期2个月的实验后标定阶段。

图0.1 GP-B的发射

1 爱因斯坦广义相对论的预测及验证原理

1916 年是人类思想史上辉煌的一年。在这一年,爱因斯坦发表了巨作《广义相对论基础》。在这篇论文中,爱因斯坦首先将以前适用于惯性系的相对论称为狭义相对论,将物理规律的协变性只在惯性系中成立的原理称为狭义相对性原理,并进一步表述了广义相对性原理:物理学定律必须对于无论以哪种方式运动着的参照系都适用。爱因斯坦广义相对论是比牛顿万有引力定律更精确并与狭义相对论相容的引力理论。

1.1 广义相对论

相对性原理最先由牛顿在他的运动定律的其中一个推论中陈述:“在一个给定的空间中,各个物体的运动是彼此相同的,无论这个空间是静止的还是作匀速直线运动的。”此后,伽利略进一步完善了这个原理,因此这个原理被称为伽利略相对性原理。然而,麦克斯韦方程组似乎不遵从伽利略相对性原理。后来,洛伦兹(Lorentz)在麦克斯韦方程组中实施下面的变换时发现方程组在两个坐标系中保持形式不变!

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\end{aligned}$$

这就是著名的“洛伦兹变换”。式中, u 表示坐标系 $x'y'z'$ 相



对于坐标系 x,y,z 沿 x 方向的运动速度, c 是光速。当然,最普遍的洛伦兹变换是相当复杂的,全部 4 个变量都混合在一起。洛伦兹变换的基本性质是它保持四维时空间隔不变,其中包含“原时”不变(由一个运动的时钟所测得的时间常常叫做原时或固有时)。

但是,洛伦兹对他这个新变换(特别是对其中的时间坐标)的物理解释仍然沿用了牛顿的时空观念,因而他没有发现光速的不变性和新的时空理论。是爱因斯坦提出了狭义相对性原理:一切物理方程在洛伦兹变换下保持形式不变。进而他又提出了光速不变原理:光在真空中总是以不变的速度传播,且与光源的运动无关。由狭义相对性原理和光速不变,爱因斯坦得到了洛伦兹变换(但其物理解释与洛伦兹完全不同),继而建立了狭义相对论。

根据狭义相对性原理,爱因斯坦 1905 年在他的第一篇狭义相对论的论文中对牛顿力学第二定律施以洛伦兹变换,得到了形式不变的方程式。同时他给出了真空中电磁场的变换形式,因而也使真空中的电动力学即真空中的麦克斯韦电磁场方程和洛伦兹力得以满足狭义相对性原理。后来闵柯夫斯基在 1908 年给出了满足狭义相对性原理的运动介质中的电动力学,至此唯一迫切需要修改的另一个基本理论就是牛顿万有引力定律。如果像修改牛顿力学第二定律那样,仍然把时间和空间看做是平直的,那么无论如何也不可能把牛顿万有引力定律修改成满足狭义相对性原理的形式。为此爱因斯坦借助于弯曲空间的黎曼几何才得以把牛顿引力定律推广成与狭义相对论相容的新型理论。这就是 1916 年公布的广义相对论——一种弯曲时空的度规(metric)理论。

这个理论的问世引起了当时物理学界的很大反响,因为这个理论太抽象,很难直观地想像和理解,并且与牛顿对引力的解释截然不同。牛顿的万有引力定律(1687 年)认为两个物体之间有相互的吸引力——引力,但是他没有指出这个引力以什么方式传递及以多快的速度传递,他仅假设这个引力是超距作用的(没有引力子的交换)。牛顿的万有引力定律和牛顿力学第二定律一起解释了物体、行星和星系的运动,但是水星近日点每百年的进动数值还剩下 $42''$ (角秒)不能解释。

早在 19 世纪,人们就已经用实验测量证明了光在真空中传播速度是有限的(大约 3×10^8 m/s)。爱因斯坦提出的狭义相对论也显示:任



何物质在宇宙中的速度极限是光速。因此,牛顿引力的瞬时超距作用与这一结论相抵触。

为了解决以上这些问题,爱因斯坦根据等效原理和广义协变原理在弯曲时空中建立起了一个新的引力理论即广义相对论。这个理论表明,物质决定了时空的弯曲,而时空的弯曲又决定了物质的运动。

爱因斯坦指出了这个弯曲空间的曲率。爱因斯坦给出的有关曲率的规则如下:如果存在一个有物质分布于其中的空间区域,取一个足够小的球面,使其中的物质密度 ρ 近似为常数,那么,这个球面的半径超出量正比于球面内的质量,即

$$\text{半径超出量} = GM/3c^2$$

式中, M ——球面内物质的质量;

G ——牛顿万有引力常数, $G=6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$;

c ——真空光速。

这就是空间平均曲率的爱因斯坦定律。这条定律给出,在各个曲率分量与平均曲率随位置的变化之间存在某种关系,因此假如知道了每一点的平均曲率就能够计算出每一点上曲率的细节。地球上方的平均曲率随高度而改变,因此空间是弯曲的。

关于时间,爱因斯坦所用的观念是:时间能够在各点不一样,即在不同的地点,时间以不同的速率演进。爱因斯坦给出了在引力场中一个时钟的快慢是如何随高度而改变的。只有当这个有关引力场中的时钟的预言正确无误时,有关相对论量子物理学和能量守恒的观念才会全部吻合。

因此,空间的度量和时间的度量是相互关联的,它们必须被组合起来形成时空。一个自由降落的物体在这个弯曲的时空中沿着“直线”(短程线)运动。例如,我们可以想像太阳使时空变形,如同重物使橡皮膜变形一样,因而彗星的轨道弯向太阳可以看成是为了保持其路径尽可能的短。这是一种几何的类比。图 1.1 可以形象化地表示空间弯曲,想像一个保龄球放置在一块绷紧的桌布中央,桌布由于保龄球所受的重力而凹陷。当一个小质量物体经过一个大质量物体时,由于空间自身向大质量物体弯曲,因此小质量物体将向大质量物体加速靠近,这一现象又叫做短程线效应(geodesic effect)。

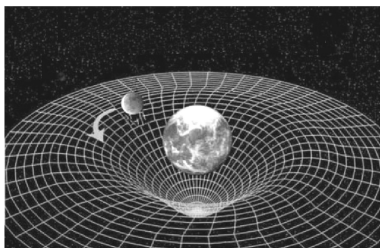


图 1.1 短程线效应引起的空间弯曲

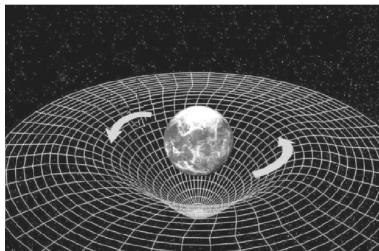


图 1.2 坐标系拖曳效应示意图

1918年, J. Lense 和 H. Thirring 根据广义相对论推导出如果物体自转, 那就不只局限于时空弯曲了, 它还会有“拖曳”结构, 形成漩涡(空间扭曲)。这称为坐标系拖曳效应(frame-dragging effect)。当引力与经典的电动力学类比时, 产生坐标系拖曳效应的引力叫磁型引力(gravitomagnetism)。坐标系拖曳效应可以如图 1.2 形象地表示。如果把保龄球放置在一个很大的盛有容易流动的黏性流体的容器中, 当球旋转时, 会带动周围的流体一起旋转, 这个现象可以类比坐标系拖曳效应。

1.2 对广义相对论所预言的新物理效应的预测

只有通过实验验证才能让人们接受爱因斯坦的弯曲时空理论。在历史上, 已有过几次重要的实验验证了爱因斯坦广义相对论所预言的几个新的物理效应。

第 1 个验证是关于水星进动(图 1.3)的。天文学家观测到水星近日点的进动速率是 $574''/100a$, 用牛顿的万有引力定律和力学第二定律计算出来的水星近日点的进动数值比观测值小 $43''/100a$ 。爱因斯坦应用他的方程计算的相对论效应则恰好是 $43''/100a$ 。

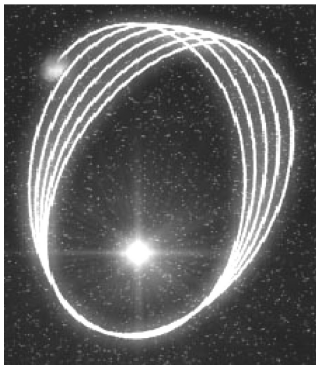


图 1.3 水星进动

广义相对论的第 2 大预言是引力场使光线偏转,遥远的星光如果掠过太阳表面将会发生偏转。图 1.4 中,图(a)表示星体的视位置;图(b)表示星体的实际位置;图(c)表示星光弯曲的原理示意。1919 年,在南美和西非观察日全食(日食的一种,月球转到太阳和地球中间,遮住全部太阳),证明了星光在太阳附近的确发生了偏转。后来通过测量中子星电波辐射,也证明了光线的弯曲。

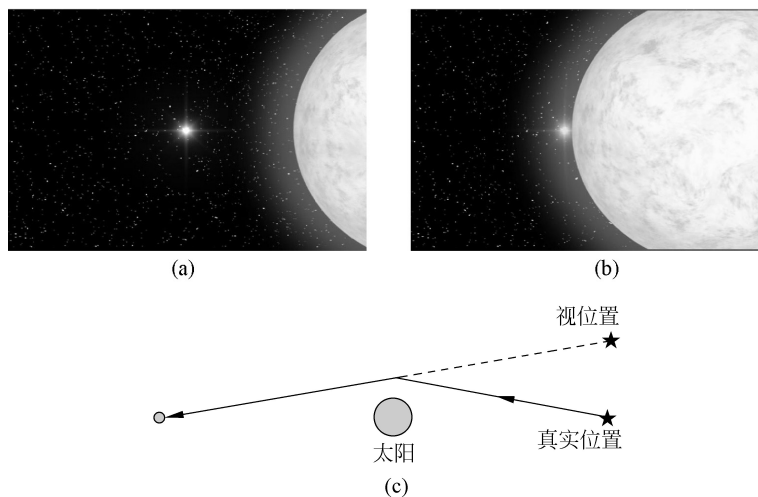


图 1.4 星光弯曲

广义相对论的第 3 大预言是引力红移,即在强引力场中光谱向红端移动。1960 年,哈佛大学的电梯上的高能 γ 射线被检测到红移,检测精度为 10%。1976 年,NASA 引力探测-A (GP-A)实验将一个氢微波受激发射器时钟送入离地 1 万 km 的太空中,据预测,氢微波受激发射器时钟到达弱的引力场后要走得快一些,这有效地模拟了光的红移。GP-A 实验证实了爱因斯坦提出的引力会使时间变慢的推测,对引力红移作了最精确的测量,测量精度为 0.1%。图 1.5 是地面上(引力场强)和太空中(引力场弱)的两只时钟的快慢显示和光的频率显示,可以看到,强引力场中的时钟变慢,光波长变长,频率变慢,即光谱向红端移动了。(红光比紫光的波长长,频率慢。)

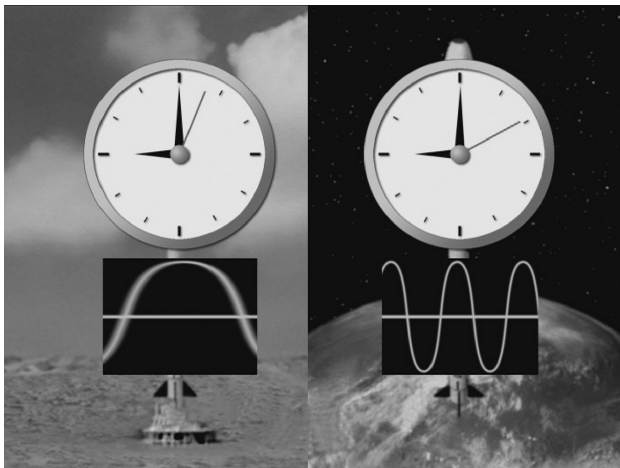


图 1.5 引力红移(左图为地面,右图为太空)

广义相对论的第 4 大预言是夏皮洛(Shapiro)时延。由于时空的弯曲,光的行程变长,因此光通过引力场时将有时延。1964 年,科学家用射电望远镜在已知距离的物体间测量得到了 0.5% 的夏皮洛时延测量精度,还有很多利用空间飞行器对时延进行的验证。

广义相对论通过了这些验证,但是仍然有些学者持不同意见,而且争论还在继续。各种验证实验或者是反例实验仍然继续酝酿、进行。例如,寻找引力波的激光干涉引力波天文台(laser interferometer gravitational-wave observatory, LIGO)和太空激光干涉天线(laser interferometer space antenna, LISA)任务,验证广义相对论的短程线效应和坐标系拖曳效应的 GP-B 任务等。值得一提的是,GP-B 任务中的坐标系拖曳效应是迄今为止的第一次验证实验。下面,我们将介绍 GP-B 是如何测量短程线效应和坐标系拖曳效应的。

1.3 短程线效应和坐标系拖曳效应引起的陀螺进动

陀螺,或者是一个旋转的物体,在不受外力的情况下,根据角动量守恒原理,将保持其转速和旋转轴的指向不变,这是旋转物体具有惯性矩(rotational inertia)的特性所导致的。惯性矩是指旋转的物体抗拒改



变其转速大小和方向的倾向,即,在没有外力作用的情况下,旋转物体保持其匀速旋转状态。例如,我们的地球始终保持黄赤交角 23.5° 的位置,主要就是由于地球的惯性矩所致。

当一个近乎完美的旋转球体——陀螺,在地球上方的太空中漂浮时,如果把所有可能的外力矩(如重力、太阳辐射、大气摩擦、磁场、电荷)和内在的不平衡(如不球度、密度不均衡、表面瑕疵)屏蔽掉,陀螺将保持其初始旋转方向不变。唯一能引起旋转轴方向改变的因素是时空自身的结构。如果陀螺所处的空间被弯曲或扭曲,陀螺的旋转轴方向将跟随这种弯曲或扭曲而变化。如果我们能监控这种方向变化,就能“看到”时空自身的行为和形状了。这就是 1959 年,斯坦福大学物理系的 Leonard Schiff 教授和美国国防部的 George Pugh 利用广义相对论的原理所预测的物理效应:在卫星轨道上的陀螺受空间弯曲和空间扭曲的作用将产生两项正交的进动速率,分别叫作短程线进动和坐标系拖曳进动。短程线效应,即自旋轨道耦合(spin-orbit coupling),由位于地球产生的弯曲空间中的陀螺绕地球轨道旋转所引起;坐标系拖曳效应,即自旋-自旋耦合(spin-spin coupling),由地球的旋转产生的空间扭曲所决定。

在这种弯曲和扭曲的空间中陀螺的进动幅度有多大呢?下面给出这两个进动公式的简单推导过程。

我们研究处于极地轨道中的,除空间弯曲外不受任何外力的旋转陀螺的运动方程。这样的陀螺处于自由下落状态,即陀螺始终沿短程线运动(短程线是自由粒子在弯曲时空中运动的轨迹;自由粒子是指除时空弯曲外不受任何外力的点粒子),下面我们讨论的陀螺被认为是带有自旋矢量的自由粒子。陀螺的运动状态可以用自旋四维矢量 s^α 来描述(把三维矢量概念扩展,使之包括 1 个时间分量和 3 个空间分量,就成为四维矢量——有 4 个分量的四维时空中的矢量),一个自由下落粒子的自旋按照如下方程进动:

$$\frac{ds^\alpha}{d\tau} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha s^\beta u^\gamma = 0 \quad (1.1)$$

式中, $s^\alpha = (s^t, s^x, s^y, s^z) = (0, \mathbf{s})$, \mathbf{s} 是空间(自旋)矢量, s^α 常常被看做是系统的内禀角动量;



α, β, γ ——遍取四维坐标符号 t, x, y, z (Cartesian 坐标系) 或 t, r, θ, ϕ (球坐标系);

u^α ——四维速度矢量, 在陀螺的局部惯性系中(在此惯性系中, 陀螺是没有进动的), $u^\alpha = (1, 0)$;

$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$ ——Christoffel 仿射联络, 它决定引力场的大小;

τ ——原时。

公式(1.1)叫做陀螺方程(gyroscope equation), 它描述了旋转陀螺在沿短程线运动过程中自旋矢量的方向变化。

在陀螺所处的局部惯性系中, 根据 s^α 和 u^α 的定义, 可知

$$s \cdot u = 0 \quad (1.2)$$

上式在其他坐标系中也成立。

1.3.1 短程线效应引起的陀螺进动

首先考虑陀螺绕一个不旋转的理想球体以圆轨道运行时的情形。

一个球体在其外部产生的引力场由爱因斯坦场方程的 Schwarzschild 球对称解给出:

$$\begin{aligned} ds_{\text{Schwarz}}^2 = & - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) (cdt)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 \\ & + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \end{aligned} \quad (1.3)$$

式中, ds_{Schwarz}^2 ——Schwarzschild 时空的线元;

M ——球体质量;

t ——坐标时间;

r, θ, ϕ ——球面坐标。

如果在上述方程中取 $M=0$ (即没有引力场的源存在, 也就是真空), 则方程(1.3)简化成

$$ds^2 = - (cdt)^2 + dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

这是平直时空中的线元; 因此, 与这个平直时空线元相比较, 式(1.3)右边前两项的系数与 1 的差别就代表了时间和空间的弯曲。

由 Schwarzschild 度规描述的时空的 Christoffel 仿射联络为

$$\Gamma_{tt}^r = M/r^2 (1 - 2M/r), \quad \Gamma_{\phi\phi}^r = - (r - 2M) \sin^2 \theta, \quad \Gamma_{r\phi}^\phi = 1/r \quad (1.4)$$