

投资收益和风险

进行证券投资决策的一项基础性工作是计算证券的投资收益与风险。本章的内容包括单一证券投资收益与风险的计算,证券组合的投资收益与风险,以及投资的决策准则。

第一节 单项资产投资收益与风险

一、投资收益

(一) 基本概念

投资收益(return on investment)是指投资者在一定期间内进行投资所获取的净收益。投资收益的表现形式分为股票的红利、债券票息以及资本利得。股票的红利或者债券票息是投资者在持有投资工具期间所获得的分配收入,资本利得是投资者在投资期末卖出投资工具与期初买入时的价差。

投资收益可以使用绝对值表示,也可以用相对值表示,使用相对值表示称为投资收益率(rate of return)。本书有时也会将投资收益和投资收益率两个概念混用。

投资收益率的一般计算公式为

$$r = \frac{P_1 - P_0 + C_1}{P_0}$$

式中 r 表示投资收益率, P_0 表示投资期初投资者购买投资品的投入, P_1 表示投资期末投资者出售投资品所获得的收入, C_1 表示投资期间投资者所获得的股票的红利或者债券票息。

例 3.1 投资者购买了一只股票,在投资期内获得了每股分红 0.2 元,购买股票时支出 12.8 元,出售股票时获得 13.6 元。

投资者的投资收益率计算如下:

$$r = \frac{P_1 - P_0 + C_1}{P_0} = \frac{13.6 - 12.8 + 0.2}{12.8} = 7.81\%$$

在例 3.1 中,投资者在期初的投入等于购买投资品的价格,在期末的收入等于出售投资品的价格。有时这些数值并不相等,计算投资收益率时就要当心。

例 3.2 投资者使用保证金账户进行投资,按照规定初始保证金率为 50%,也就是购买价格为 45 元的股票只需支付 22.5 元的现金,其余部分由有关机构垫付。如果投资期末股票价格涨到了 52 元,期间没有红利,则投资收益率为(忽略保证金利息)

$$r = \frac{52 - 45}{22.5} \times 100\% = 31.11\%$$

当股票价格下降到 32 元时,投资收益率为

$$r = \frac{32 - 45}{22.5} \times 100\% = -57.78\%$$

(二) 收益率换算

计算收益率时,为了便于交流和比较,时间期限通常以年为单位,也就是计算年收益率。实践中,投资者的投资期不一定等于一年,需要将各种投资期的收益率换算成年收益率,也就是对不同时间段收益率之间进行换算。

1. 投资期收益率与年收益率

将一个投资期内的收益率换算成年收益率的计算公式为

$$r_y = (1 + r_T)^{\frac{1}{T}} - 1$$

式中, r_y 为年收益率, r_T 为投资期 T 内的收益率, T 以年度为单位,例如 2 年,或者 1/2 年。

例 3.3 如果例 3.1 中的投资是在半年内完成的,也就是 $T=1/2$ 年,那么该项投资的年收益率为

$$r_y = (1 + r_T)^{\frac{1}{T}} - 1 = (1 + 7.81\%)^2 - 1 = 16.23\%$$

换一个时期,如果例 3.1 中的投资是在一年半内完成的,也就是 $T=1.5$ 年,那么该项投资的年收益率为

$$r_y = (1 + 7.81\%)^{\frac{1}{1.5}} - 1 = 5.14\%$$

2. 分期收益率与平均收益率

有时已知一段时间内多个时期内的收益率,希望计算多个时期内平均每一个时期的收益率,计算方法有两种,分别为几何平均法(geometric mean)和算术平均法(arithmetic mean)。几何平均法将投资看成在各单个时期的循环性投资,即利滚利(compound),每一个时期结束,上一个时期的本利和作为下一个时期的本金。平均收益率计算如下:

$$r = \left(\prod_{i=1}^n (1 + r_i) \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

其中 n 为计算时间段内的时期数。

算术平均法,将多个时期中的每一个都看成是一次独立的投资,平均收益率为

$$r = \frac{\sum_i r_i}{n}$$

例 3.4 投资者共投资 5 年时间,在 5 年内各个年度的收益率如表 3-1 所示。

表 3-1 5 年内各年度投资收益率

年份	2008	2009	2010	2011	2012
收益率(%)	-10	15	24	18	33

将数值代入几何平均公式得到平均每年的收益率为

$$r_y = [(1 - 10\%)(1 + 15\%)(1 + 24\%)(1 + 18\%)(1 + 33\%)]^{\frac{1}{5}} - 1 = 15\%$$

利用算术平均法计算的结果为

$$r = \frac{10\% + 15\% + 24\% + 18\% + 33\%}{5} = 20\%$$

有时单个投资期的收益率不是按照整年给出,例如,按照月份或者按照季度等,在这种情况下,将多个时期收益率换算成年平均收益率,计算过程稍麻烦一些。按照几何平均法将这种情况下的计算时间段内的收益率换算成年平均收益率,计算公式为

$$r_y = [(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_n)]^{\frac{m}{n}} - 1$$

式中, r_1, \dots, r_n 表示在计算时间段内每一个时期的收益率, n 表示时期的数量, m 表示1年中有多少时期。

例 3.5 已知1年中12个月的收益率同样都为2%,使用这个数据计算年收益率。本例中 $n=12, m=12$,代入公式:

$$r_y = [(1 + 2\%)^{12}]^{\frac{12}{12}} - 1 = 26.82\%$$

例 3.5 中的年收益率同样可以使用算数平均法计算。使用算数平均法的计算公式为

$$r_y = \frac{m}{n} \sum_{i=1}^n r_i$$

式中, r_i 为每个时期的收益率。

代入例 3.5 中的数据,平均年收益率为

$$r_y = \frac{12}{12}(2\% \times 12) = 24\%$$

(三) 投资收益率类型

1. 实现收益率、期望收益率与要求收益率

实现的收益率(realized rate of return),指在投资期结束之后,按照实际投入和回收所计算出来的投资收益率。实现的收益率是对一个投资期投资业绩的衡量,也反映了资本市场中各种变量对于投资结果的影响。由于影响投资收益率的因素众多,各种因素变化具有不确定性,能够实现的收益率在投资期初难以准确判断,尤其是对于非固定收益类投资。投资收益率被认为是一个随机变量,实现的收益率是随机变量的一个取值。如果将投资过程再重复一遍,实现的收益率可能会取另外一个数值。无论实现的收益率取什么数值,都是随机变量分布中的一个实现而已。

期望收益率(expected rate of return),也称为预期收益率,是进行投资决策时,根据市场状况和资产投资风险所判断的未来能够获得收益率的平均值。尽管投资收益率是随机变量,不能事前判断具体数值,但是投资收益率的变化有一定规律性。根据历史数据,以及所掌握的关于未来经济和资本市场状况的信息,可以推测出未来发生的各种可能的变化。如果能够推测每种变化结果出现的概率,以及每种变化结果下的投资收益率数值,可以对收益率的结果求加权平均:

$$E(\bar{r}) = \sum_{i=1}^n p_i r_i$$

通过这个公式计算出的 $E(\bar{r})$ 就是随机变量 \bar{r} 的期望收益率,随机变量 \bar{r} 代表投资收益率。 p_i 为第 i 种状况出现的概率; r_i 为随机变量 \bar{r} 在第 i 种状况出现时的实现值,也就是实现收益率。

投资决策需要事前评估投资收益率。按照上述公式,未来的期望收益也需要根据未来的实现收益计算,未来的实现收益未知,期望收益也无法估算。在实践中,经常假设资产的投资收益随机变量在一段时期内符合一个不变的分布特征,因此可以使用历史实现收益率计算历史期望收益率。因为随机变量分布特征不变,可以使用历史期望收益率估算未来期望收益率。

表 3-2 是一个计算期望收益率的例子。表中第一列为影响投资收益率的经济状况可能出现的结果,第二列为根据历史经验估计的各种经济状况下对应的投资收益率,第三列为各种经济状况出现的概率,第四列为各个收益率与对应概率的乘积。表中最后一行最后一列的 19% 为计算出的期望收益率结果。

表 3-2 期望收益率计算

经济状况 i	对应的收益率 r_i (%)	概率 (%)	$p_i r_i$ (%)
1	0	20	0
2	10	10	1
3	20	40	8
4	30	20	6
5	40	10	4
合计			19

要求的收益率(required rate of return),指从投资者角度出发,对从事投资活动所要求的最低报酬。投资者进行投资,要牺牲当前的消费,还要承担投资风险,因此降低当前的效用水平,也就是存在机会成本。投资的结果必须提高效用水平,并且提高的效用水平至少能抵偿因为投资而降低的效用水平,投资者才会愿意进行投资,即投资收益至少等于最大的机会成本。投资者要求的收益具有一定的主观性。每一个投资者根据自己所掌握的信息寻找参照物,做出自己对于投资收益的判断,都会提出自己的投资收益率要求。

尽管要求的收益率具有主观性,在市场均衡条件下,投资者要求的收益率等于期望收益率。投资者根据所掌握的信息对于市场做出判断,参与市场交易。如果投资者要求与市场不符,就不可能达成交易。例如,投资者要求收益率高,而市场期望收益率低,投资者不愿意参与投资;反之,投资者就会有高涨的投资热情。为了能够实现交易,投资者会根据市场状况,调整自身的要求。当市场顺畅交易,每个投资者都满足了自身愿望时,市场达成均衡。在市场均衡条件下,要求的收益率等于期望收益率,也等于市场均衡收益率。

使用要求、期望与均衡三个收益率的概念,是分析不同问题的需要。资产品价值评估的基本方法是资产产生未来现金流的折现。投资者进行折现,需要使用要求收益率,也就是用自己满意的收益率折现现金流。期望收益率作为要求收益率的估计值,用以计算要求的收益率。期望收益率能够更好地反映收益率作为随机变量的特性,建立起现实和预期之间的关系。均衡收益率反映了市场的一种状态,一种无套利状态下的稳定收益率。只有在稳定状态下的变量关系,才是有意义的关系,也就是均衡状态建立了要求收益率和期望收益率之间有意义的等值关系。

2. 名义收益率与实际收益率

名义收益率(nominal rate of return)就是使用投资的投入货币和回收货币所计算出的收益率。如例 3.1 中使用出售股票的价格,加上期间股息,扣除购买股票时的价格,就是名义投资收益。名义投资收益率是基于货币收益计算的收益率。

实际收益率(real rate of return)是名义收益率扣除通货膨胀影响后的收益率,是基于不变购买力收益计算的收益率。例如,年初种 1 斤小麦,不考虑各种其他开支,年末产出 1.5 斤小麦,小麦种植的年实际收益率为 50%。由于年初年末小麦价格未必一致,使用基于货币计算的收益率未必是 50%。以单期投资为例,实际收益率与名义收益率之间的关系可以表示为

$$r_r = \frac{1 + r_n}{1 + \text{CPI}} - 1$$

式中, r_r 为实际收益率; r_n 为名义收益率;CPI(consumer price index)为通货膨胀率^①。

当通货膨胀率较低时,如低于两位数时,上述关系可以近似表示为

$$r_r = r_n - \text{CPI}$$

通过对两种收益率的分析,能够更好地反映投资收益的构成,反映通过投资,投资者能够获得的实际财富增长。

注意,实际收益率不等同于实现收益率。实现收益率可以使用实际收益率表示,也可以使用名义收益率表示。

(四) 除权除息时收益率处理

除权除息多数发生在股票资产。在实践中,经常会遇到在投资期内发生公司发放现金红利、股票红利、配股、增发等情况。发生这些情况时,股票价格会发生非交易性的变化。如果仍然使用市场价格计算投资收益率,就会发生错误。例如,某公司股票价格为 12 元,当日发放了股票股利,每 10 股送 2 股。送股后股票市场价格降为 10 元。投资者在除权前购买股票,支付 12 元,除权后卖出股票,每股得到 10 元,使用公式计算:

$$r = \frac{10 - 12}{12} \times 100\% = -16.67\%$$

实际上,在发放股票股利之前,如果投资者持有 10 股,总财富为 120 元,发放股票红利后,持有 12 股,总财富仍为 120 元,总财富没有变化。从投资者财富变化情况看,投资者在当日的收益率应为 0。所以,一旦发生各种影响股票价格的非交易性事件,投资收益率不应直接使用股票价格计算,而应该进行一定的调整。调整的原则是,在除权除息的瞬间,即在除权除息前买入,除权除息后卖出,投资收益率等于 0。

一般情况下,发生除权除息后,当天股票投资收益率 r_t 可按照下面公式计算:

$$r_t = \frac{p_t(1 + F_t + S_t)x_t + \text{DIV}_t}{p_{t-1} + x_t S_t K_t} - 1$$

式中, p_t 为股票在 t 日(除权除息日)的收盘价; p_{t-1} 为股票在 $t-1$ 日调整前的收盘价; DIV_t 为股票在 t 日发放的现金股利; F_t 为股票在 t 日发放的每股红股数; S_t 为股票在

^① 尽管 CPI 不是通货膨胀的同义词,但是投资学中经常使用 CPI 表示通货膨胀率。

t 日的每股配股数; K_t 为股票在 t 日的每股配股价; x_t 为股票在 t 日的每股拆细数。

将上述数据带入公式:

$$r_t = \frac{10 \times (1 + 0.2 + 0) \times 1 + 0}{12 + 1 \times 0} - 1 = 0$$

定义 P'_t 为股票在 t 日的可比收盘价, P_1 为股票在上市首日的收盘价。按照上述方法计算出每一天的投资收益率, 可以利用这个收益率计算出每一天的可比收盘价:

$$P'_t = P_1 \prod_{z=2}^t (1 + r_z)$$

利用股票的可比收盘价, 可以计算出任何一个时段的股票投资收益率。例如, 计算月收益率, 可以用月末可比收盘价与上月末可比收盘价进行计算。利用本部分开始的数据, 除权除息前一日股票收盘价为 12 元, 除权除息日收盘价为 10 元, 因为当日收益率为 0, 所以除权除息日可比收盘价为 12 元。可比收盘价与实际收盘价之间的比值为 1.2。如果以后不发生除权除息, 那么后续交易日的可比收盘价也可以利用开始 1.2 的比值计算。如果除权除息后的第二个交易日实际收盘价格为 10.1 元, 那么可比收盘价为 $10.1 \times 1.2 = 12.12$ (元)。

当股票发生除权除息后, 不同时间阶段的投资收益与风险需要使用可比交易价格计算。如果投资者除权除息前一天按照收盘价买入股票, 除权除息后第二天按照收盘价卖出股票, 则 2 天投资收益率为 $(12.12 - 12) / 12 = 1\%$ 。

二、投资风险

(一) 基本概念

投资风险是指投资者面临的未来投资收益的不确定性^①, 不确定性程度高, 风险高, 反之, 则风险低。所谓收益不确定, 指实现的收益率不确定, 而不是期望收益率不确定。例如, 购买股票以后, 没有人能够准确获知投资期末实现的收益率会是多少。投资债券也是如此。虽然债券投资者可以明确知道预期收益, 但并不能确定债券发行人是否能够百分之百偿还债务。投资期货与期权等衍生工具的不确定性收益特征更明显。

实现的投资收益出现不确定性波动是伴随着大多数投资过程的必然现象。人们根据现有信息预测未来。人们现在掌握的信息可能不完全, 也可能人们对于信息的理解不准确。即使掌握完全信息, 具备完美计算能力, 现实世界仍然可能出现不可预知的变化。所有这些因素, 都会导致资产价格的不确定性变化, 会或多或少地影响投资收益率。

投资风险指实现收益率围绕期望收益率的双向波动。尽管任何投资的实现收益都无法准确预知, 但是根据收益率的历史信息以及对于未来经济状况的判断, 可以估计出一个收益率的预期值, 或者平均值、期望值。期望值可以预先判断, 实现的投资收益率会表现出以期望收益率为基准的上下波动, 但具体数据无法预知。实现收益率可能高于期望收

^① 严格来说, 风险和不确定性有区别。不确定性指事前知道有不同的结果出现, 但是哪种结果会出现无法判断, 出现的概率也无法预期。风险指事前知道有不同结果出现, 尽管哪种结果会出现无法准确判断, 但是出现的概率可以预期。

益率,也可能低于期望收益率。所以,当投资者面临投资风险时,不一定仅仅承担经济损失。

投资风险具有一定程度的可测性。根据历史经验,投资实现收益经常表现出一定的规律性。例如,可以根据历史经验以及对未来的判断,推测收益率可能实现的最高与最低值,多数情况下投资收益会落在最高与最低值之间。再如,偏离期望收益率越小的实现收益率出现的可能性越大,偏离越大的实现收益率出现的可能性越小。根据投资收益率的规律性,可以使用某些数学变量描述随机波动性。当然,在有规律变化的同时,也会出现一些无规律的变化。投资风险具有可测性,不是指一切变化都可测。

(二) 投资风险测量

测量投资风险就是测量投资收益随机变量的波动特征。随机变量的波动特性可以使用多种方法描述,实现收益率的标准差(standard deviation)是一种常用的方法。使用标准差描述投资风险具有如下三方面特点:第一,标准差描述随机变量取值围绕均值的波动情况,表现了投资风险的双向波动特性;第二,标准差综合反映了随机变量取值与期望值之间的偏差以及出现的概率,较全面地反映了投资收益变动信息;第三,投资组合中有多个资产收益率随机变量,可以利用数学中关于随机变量组合方法计算标准差,因此有利于投资组合风险的测量。

随机变量的标准差,也称为均方差,是方差的算术平方根,用 σ 表示。计算随机变量标准差需要两种信息,第一为随机变量的各种取值;第二为各个随机变量取值的概率。在计算投资风险时,首先预测出未来实现收益率的可能数值,以及各种可能实现收益率出现的概率。

根据表 3-2 中的数据计算投资收益率的标准差为

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\sum_{i=1}^n p_i [r_i - E(r)]^2} \\ &= \sqrt{20\% \times 19\%^2 + 10\% \times 9\%^2 + 40\% \times 1\%^2 + 20\% \times 11\%^2 + 10\% \times 21\%^2} \\ &= 9.7\%\end{aligned}$$

为了使标准差与收益率的单位一致,经常使用百分数表示,如上述计算得出的标准差为 9.7%。

在实践中,如果没有关于实现收益率及其出现概率的数值,通常假设未来是过去若干个投资期的重复,因此可以使用历史收益率变化推测未来收益率的变化情况。以表 3-3 中的股票月收益率为例,表中给出了某年 1 月份至 12 月份的投资收益率数值,需要测量该股票投资收益率的标准差。假设月投资收益率是随机变量,在这个例子中有 12 个月收

表 3-3 股票投资月收益率 %

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
收益率	0.5	1.9	-0.2	1	1.8	1.4	0.8	1	1.3	1.2	1.8	1.2

益率随机变量,分别为 $\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_{12}$,表中对应的每个月的收益率是每个月投资收益随机变量的一个取值,如0.5%是 \bar{r}_1 的一个取值。注意,0.5%、1.9%等数值不是同一个随机变量的取值,而是不同随机变量的取值。

假设每个月投资收益率变量相互独立,具有相同分布,也就是独立同分布假设。这样,历史中12个月实现的投资收益率可以被认为是下个月份实现收益率的各种可能取值,也就是过去12个月的12个收益率,是同一个随机变量的不同实现值,利用这些数据可以计算出下个月份期望收益率和标准差。如果股票月收益率分布特征不发生变化,由此所计算出的期望收益率和标准差也可以用来描述未来任何一个月份。

因此,依据表3-2中的数据,投资月收益率的均值为1.14%,月投资收益率 \bar{r} 的方差为

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - E(\bar{r}))^2}{n-1} \\ &= \frac{(0.5\% - 1.14\%)^2 + (1.9\% - 1.14\%)^2 + \dots + (1.2\% - 1.14\%)^2}{12-1} \\ &= 0.0004\end{aligned}$$

标准差为2%。如果表3-3为2015年1月份至12月份数据,那么1.14%和2%可以用来表示2016年1月份该股票的期望收益率和标准差,也可用来描述该股票未来投资的月收益率和标准差。

(三) 不同长度投资期风险换算

一个投资期可能是一个月,如表3-3中的投资,也可能是一年。有时已知的投资收益率数据与投资期不一致,就需要做不同长度投资期之间风险的换算。以年投资期和月投资期之间的换算为例,在各月投资收益率变量独立同分布(i. i. d, independent identical distribution)假设下,使用算数平均法计算年度收益率,即不考虑复利,那么

$$\begin{aligned}\bar{r}_y &= \bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \dots + \bar{r}_{12} \\ \sigma^2(\bar{r}_y) &= \sigma^2(\bar{r}_1) + \sigma^2(\bar{r}_2) + \dots + \sigma^2(\bar{r}_{12})\end{aligned}$$

式中, \bar{r}_y 为年收益率随机变量, \bar{r}_1 至 \bar{r}_{12} 为一年中1月份至12月份的月收益率随机变量, $\sigma^2(\bar{r})$ 为投资收益率随机变量的方差。因为独立同分布,各个月份的标准差相等,则

$$\sigma(\bar{r}_y) = \sqrt{12} \times \sigma(\bar{r}_m)$$

式中, $\sigma(\bar{r}_m)$ 为月投资收益率标准差。

以表3-3中数据为例,因为月收益率标准差为2%,所以年投资收益率标准差为 $\sqrt{12} \times 2\% = 6.93\%$ 。

第二节 投资组合的收益与风险

一、投资组合收益

(一) 两项资产组合的投资收益

考虑由两项资产构成的投资组合,也就是投资组合中仅包括两项资产1和2,根据投

资产收益率的基本计算公式,该组合的投资收益率可以计算如下:

$$\begin{aligned} r_p &= \frac{P_{1,1} + P_{2,1} - P_{1,0} - P_{2,0}}{P_{1,0} + P_{2,0}} \\ &= \frac{1}{P_{1,0} + P_{2,0}} (P_{1,1} + P_{2,1} - P_{1,0} - P_{2,0}) \\ &= \frac{P_{1,0}}{P_{1,0} + P_{2,0}} \times \frac{P_{1,1} - P_{1,0}}{P_{1,0}} + \frac{P_{2,0}}{P_{1,0} + P_{2,0}} \times \frac{P_{2,1} - P_{2,0}}{P_{2,0}} \\ &= \omega_1 r_1 + \omega_2 r_2 \end{aligned}$$

式中, $P_{1,0}$ 、 $P_{1,1}$ 和 $P_{2,0}$ 、 $P_{2,1}$ 分别为两种资产在期初和期末的价值; ω_1 、 ω_2 是资产1和资产2的权重(即该项资产价值占投资组合价值的比重), r_1 、 r_2 是两项资产的投资收益率(可以是两个随机变量,也可以是实现收益率,计算方法一致)。

整理后可得

$$\begin{aligned} r_p &= \omega_1 r_1 + \omega_2 r_2 \\ r_i &= \frac{P_{i,1} - P_{i,0}}{P_{i,0}} \\ \omega_i &= \frac{P_{i,0}}{P_{1,0} + P_{2,0}} \end{aligned}$$

式中, i 表示第 i 项资产。

收益率公式两边取期望值为

$$\begin{aligned} E(r_p) &= \omega_1 E(r_1) + \omega_2 E(r_2) \\ \omega_1 + \omega_2 &= 1 \end{aligned}$$

例 3.6 投资者分别投资于两只股票,两只股票的买入价格分别为15元、27元,卖出价格分别为16.5元和26.7元,两种股票各购买100股,计算投资者在此期间的投资收益率。

首先,分别计算两只构成股票的投资收益率:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{P_{1,1} - P_{1,0}}{P_{1,0}} \times 100\% = \frac{16.5 - 15}{15} \times 100\% = 10\% \\ r_2 &= \frac{P_{2,1} - P_{2,0}}{P_{2,0}} \times 100\% = \frac{26.7 - 27}{27} \times 100\% = -1.11\% \end{aligned}$$

其次,分别计算两只构成股票的权重:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{P_{1,0}}{P_{1,0} + P_{2,0}} \times 100\% = \frac{15}{15 + 27} \times 100\% = 35.71\% \\ \omega_2 &= 1 - \omega_1 = 64.29\% \end{aligned}$$

最后,计算投资组合收益率:

$$r_p = \omega_1 r_1 + \omega_2 r_2 = 35.71\% \times 10\% + 64.29\% \times (-1.11\%) = 2.86\%$$

(二) 多项资产组合的投资收益

按照两项资产构成投资组合收益率的计算方法,推广至多项资产,可以表示为

$$r_p = \sum \omega_i r_i$$

$$w_i = \frac{P_{i,0}}{\sum_{i=1}^n P_{i,0}}$$

$$\sum w_i = 1$$

公式两边取期望值,得到

$$E(r_p) = \sum w_i E(r_i)$$

例 3.7 由某三种股票构成的投资组合的有关原始数据如表 3-4 所示。

表 3-4 投资组合构成

股票	股数	期初价格(元)	期末价格(元)	期初总投资额
A	100	20	25	2 000
B	200	15	18	3 000
C	200	25	32	5 000

对投资组合收益的计算如表 3-5 所示。表中第一列表示三只股票,第二列表示三只股票投资占总投资的比重,第三列为各个股票的投资收益率,第四列为每只股票的权重与对应收益率的乘积。表中最后一行最后一列,为最后一列三个数之和,即为投资组合收益率 25%。

表 3-5 投资组合计算

股票	权重(%)	收益率(%)	权重×收益率(%)
A	20	20	5
B	30	15	6
C	50	25	14
组合			25

一般情况下,投资组合中资产的权重在 0 和 1 之间。当存在买空卖空(融资融券)条件时,某项资产的权重也可以超出 0 至 1 的范围,即取大于 1 或者小于 0 的数。如投资者资金不足时,可以借钱买股票(融资)。如果投资者拥有现金 50 万元,借入 50 万元,将 100 万元购买股票。借钱的利率为 8%,通过购买股票的收益率为 15%。在这种情况下,投资者总投资为 50 万元,购买股票 100 万元,构成了一个投资组合,组合中的两项资产分别为股票和现金。按照权重的计算方法,股票投资的权重为 2,现金的权重为 -1(将来要还钱)。投资者投资组合中构成资产的总权重仍然为 1。投资组合的收益率可以计算为

$$\begin{aligned} r_p &= w_1 r_1 + w_2 r_2 \\ &= 2 \times 15\% + (-1) \times 8\% \\ &= 22\% \end{aligned}$$

二、投资组合风险

(一) 两项资产组合的投资风险

根据随机变量标准差的性质,以及投资组合的收益率计算公式,容易推导出投资组合