

正弦电路的稳态分析

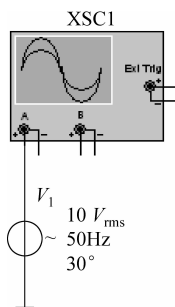
3.1 正弦交流电三要素的仿真

3.1.1 正弦交流电的三要素

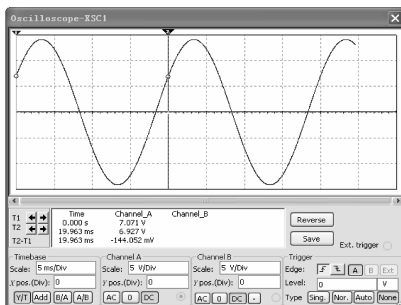
在进行交流电路的仿真实验前,务必对当前电路界面进行设置。执行菜单命令 Option→Global Preferences,在弹出的 Global Preferences 对话框中打开 Simulation 选项卡,在 Positive phase shift direction 选项组中,选中 shift right 选项,图形曲线即向右移动。

对于任一正弦量,只要确定了它的振幅(或有效值)、频率(或周期)和初相角,这个正弦量便被唯一地确定了,因此常常把这三个量称为正弦量的三要素。交流量的三要素可以用示波器进行观察,例如将一个交流电 $u = 10\sqrt{2}\sin(314t + 30^\circ)\text{V}$,接入示波器的输入端,如图 3-1(a)所示,仿真运行后我们可以在示波器屏幕上观察到正弦量的波形,测量出三要素。当 $t=0$ 时,交流电电压的瞬时值为 7.071V ,由交流电瞬时值表达式,可以计算出初相角 $\varphi = 30^\circ$, $u = 10\sqrt{2}\sin(314t + 30^\circ) = 7.071\text{V}$ 。一般来说, $t=0$ 时刻的电压或电流值大于零(波形首先出现在横轴上方),初相角为正值; $t=0$ 时刻

的电压或电流值小于零(波形首先出现在横轴下方),初相角为负值。拖动屏幕上的滑动指针 2,当指针移动到波峰处可以测量出交流电压的最大值为 14.142V 。将指针 2 向右移动一个周期,测量出交流电的周期为 20ms ,如图 3-1(b)所示。



(a) 测量电路

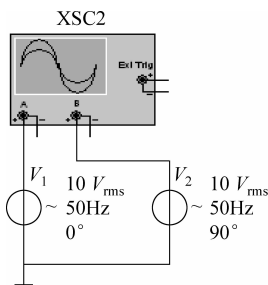


(b) 三要素的测量

图 3-1 正弦交流电三要素的测量

3.1.2 相位差的测量

两个相同频率的交流电的初相位之差,称为相位差,规定相位差 $0 < \varphi \leq \pi$,若相位差大于 180° ,则用负角表示。图 3-2 中,一个交流电的初相角为 90° 或 $(\pi/2)$,另一交流电初相角为 0° , $\varphi=90^\circ$,称两者正交,在示波器上可以测量出两个交流电达到峰值的时间相差 5ms ,折合成角度为 90° 。图 3-3 中,两个交流电相位差 $\varphi=180^\circ$ 称为反相,在示波器上可



(a) 两个交流电正交

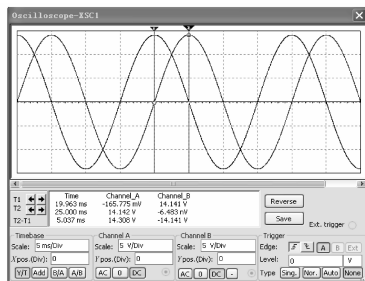
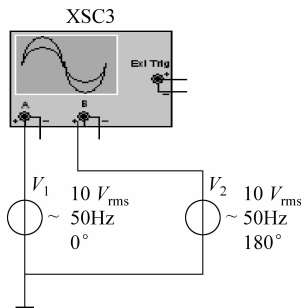
(b) 相位差为 90°

图 3-2 两个交流电正交



(a) 两个交流电反相

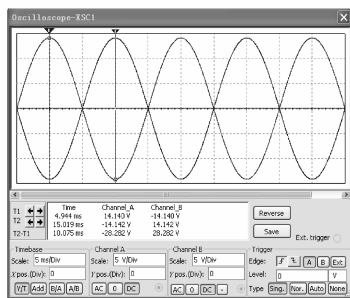
(b) 相位差为 180°

图 3-3 两个交流电相位相反

以测量出两个交流电达到峰值的时间相差 10ms,折合成角度为 180° 。图 3-4 中,两个交流电的变化趋势一模一样,相位差为 0° ,称为同相位。

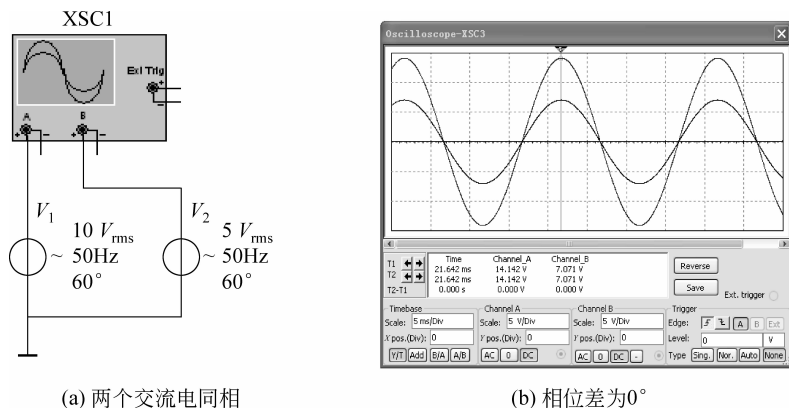


图 3-4 两个交流电同相位

3.1.3 正弦交流电的有效值

交流电的电压和电流的大小是随时间变化的,没有一个固定的数值。为了确切衡量其大小,通常采用一个称为有效值的量来描写交流电。以电压为例,当一个交流电源接在电阻 R 两端时,在一个周期 T 内,电阻 R 所消耗的电能如果与一个直流电压接在该电阻两端、在相同的时间内所消耗的电能相等,则这个直流电压(或电流)的大小定义为正弦交流电压(或电流)的有效值。

图 3-5(a)为一个 10Ω 的电阻接在一个交流电压源上,瓦特表测量的是电阻消耗的电功率。图 3-5(b)将 10Ω 的电阻接在一个 12V 的直流电压源上。仿真结果表明, 10Ω 电阻在两种电压的作用下消耗的电能(转换为热能)完全相等,因此说交流电的电压也为 12V。同理,图 3-5(b)中交流电流的大小等于 1.2A。周期电流的有效值等于它的瞬时值的平方在一个周期内积分的平均值再取平方根,因此又称方均根值,并用 rms 表示。

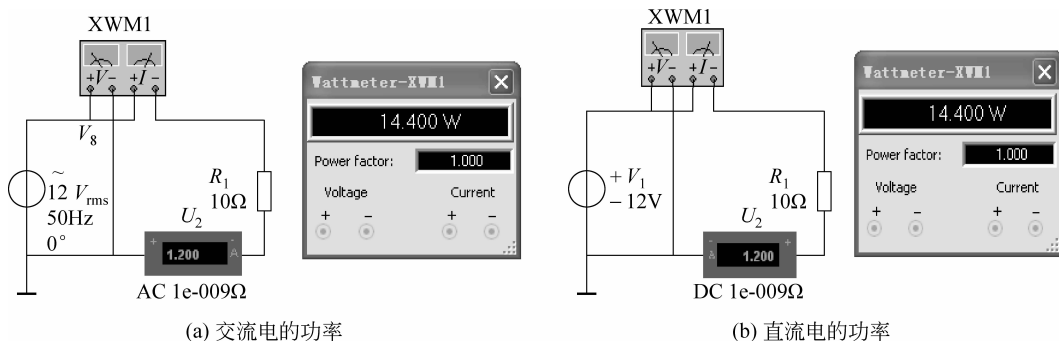


图 3-5 正弦交流电的有效值

3.2 正弦交流电路

3.2.1 纯电阻电路

1. 电压与电流关系

在图 3-6 中,正弦交流电压 $u=10\sqrt{2}\sin(314t)\text{V}$,电阻 $R=2\Omega$,用示波器和电流探针测量电阻两端的电压 u 和电阻上的电流 i 的相位关系。在图 3-6(b)中,示波器屏幕上显示 u 和 i 的相位一致。

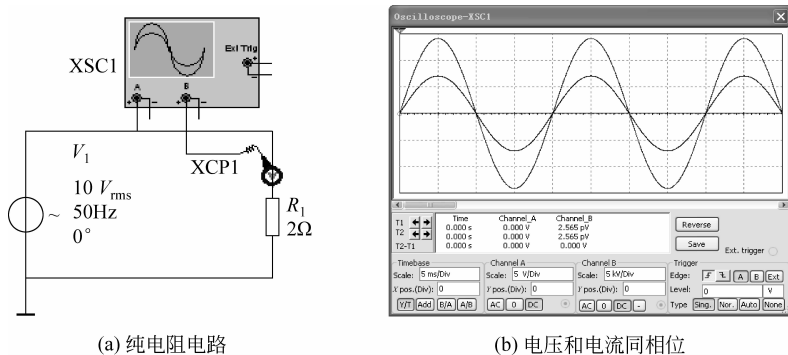


图 3-6 纯电阻电路电压和电流的相位关系

2. 有功功率和瞬时功率

图 3-7 是测量纯电阻电路有功功率的电路,一个瓦特表测量交流电源发出的功率,另一个瓦特表测量电阻消耗的功率,测量结果表明,电源发出的功率和电阻吸收的功率完全相等,电阻的功率因数 $\cos\varphi=1$,电阻消耗的功率等于负载两端电压和电流的乘积(50W)。

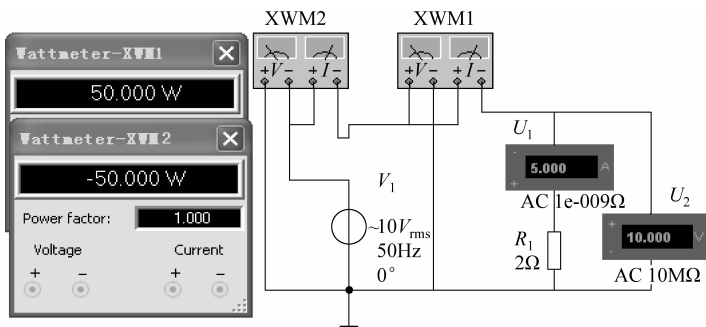
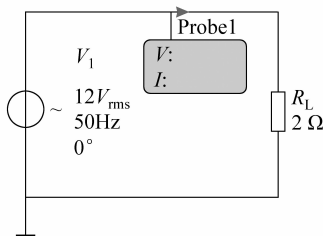


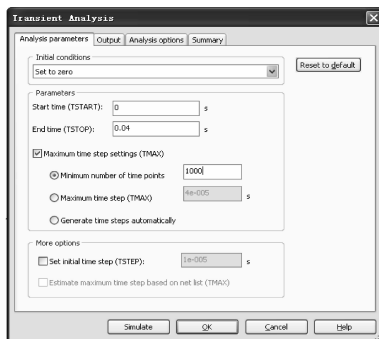
图 3-7 纯电阻有功功率的测量

下面用“瞬态分析”法分析正弦交流电作用下电阻的瞬时功率,采用图 3-8(a)进行分析(为了分析方便,在电路上放置了一个测量探针),执行菜单命令 Simulate→Analysis→Transient Analysis,屏幕弹出一个对话框,如图 3-8(b)所示,在 Initial Conditions(设置初始条件)栏下选择 Set to zero(初始条件为 0)。选择 Start time(分析起始时间)为 0s,End

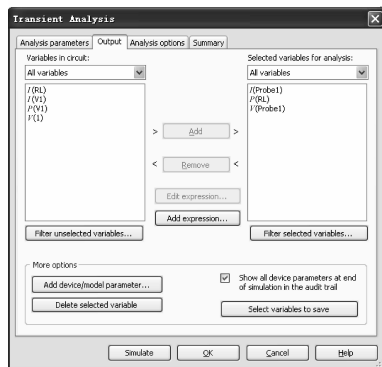
time(分析的终止时间)为 0.04s,其他系统默认的设置如图 3-8(b)所示。之后单击 Output 打开输出项选择页面,从中选择 $I(\text{Probe1})$ 、 $V(\text{Probe1})$ 和 $P(R_1)$ 为输出项,如图 3-8(c)所示。最后单击 Simulate 按钮,得到如图 3-8(d)所示的电阻瞬时功率波形图,图中有三条曲线,分别是瞬时功率曲线、电压曲线和电流曲线。从中可以看出在任意时刻,电阻的瞬时功率总是大于等于 0 的,说明纯电阻在任意瞬间恒为耗能元件。电阻的瞬时功率是 2 倍于它的电压或电流频率变化的正弦量。



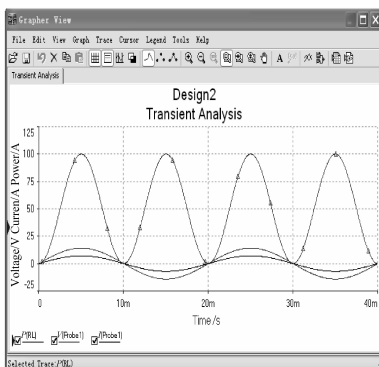
(a) 分析电路



(b) 瞬态分析参数设置



(c) 扫描对象



(d) 瞬态功率曲线

图 3-8 电阻的瞬态功率

由于纯电阻电路中电阻两端的电压 u 和流过电阻的电流 i 相位相同,所以欧姆定律在纯电阻电路中有三种表达形式。

$$\text{瞬时值形式} \quad i = u/R$$

$$\text{最大值形式} \quad I_m = U_m/R$$

$$\text{有效值形式} \quad I = U/R$$

3.2.2 纯电容电路

1. 电压与电流的关系

图 3-9(a)是一个纯电容电路,电容上的电压 $u = 10\sqrt{2}\sin 314t \text{ V}$,电容 $C = 1000\mu\text{F}$,从示波器上可以看出流过电容器的电流比交流电压在相位上超前 90° ,如图 3-9(b)所示,两根测量游标之间的时间差($T_2 - T_1$)为 5ms,折算成角度为 90° 。由于电容两端的电压和

流过它的电流相位不同,所以欧姆定律在纯电容电路只有两种表达式。

$$\text{最大值形式} \quad I_m = \frac{U_m}{X_C} = \frac{U_m}{2\pi fC}$$

$$\text{有效值形式} \quad I = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{2\pi fC}$$

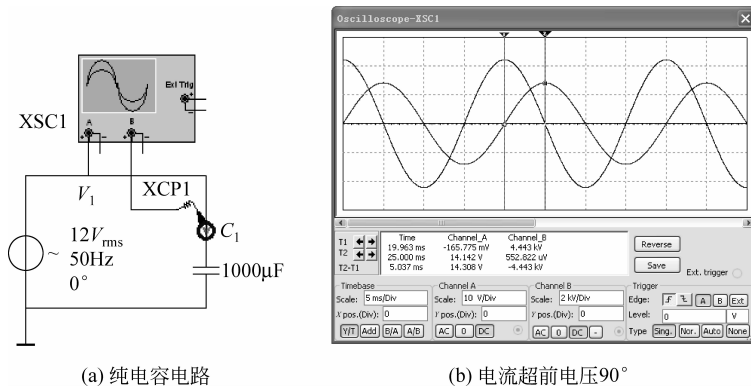


图 3-9 电容电压和电流的相位关系

也就是说,电容元件的欧姆定律只适用于描述电容上电压与电流的有效值或最大值之间的关系。由于电压和电流存在 90° 的相位差,瞬时值之间不具有欧姆定律的形式。

2. 容抗

容抗是表示电容对交流电流的阻碍作用大小的一个物理量,它与 f 成反比。图 3-10 是测量容抗大小和电容器容量关系的仿真实验,图 3-10 中同一个电源和 4 个容量不同的电容器通过单刀 4 掷开关分别连接,然后观察流过电容器的电流,电容器的容量依次为前者的 10 倍,测得的电流也依次是前者的 10 倍。这说明电流和电容的容量成正比,容抗 X_C 和容量 C 成反比。图 3-11 是测量容抗大小和交流电频率高低关系的仿真实验电路,图中有 4 个频率不同的交流电源,通过单刀 4 掷开关和同一个电容器分别相连,电源频率依次是前者的 2 倍,测得的电流也同样依次为前者的 2 倍。这表明对于同一个电容器。交流电频率越高通过电容器的电流也就越大,两者成线性关系,容抗 X_C 和交流电的频率成反比。进行上述两个仿真实验时,首先将开关切换到位,再运行“仿真开关”,才能保证读数正确。

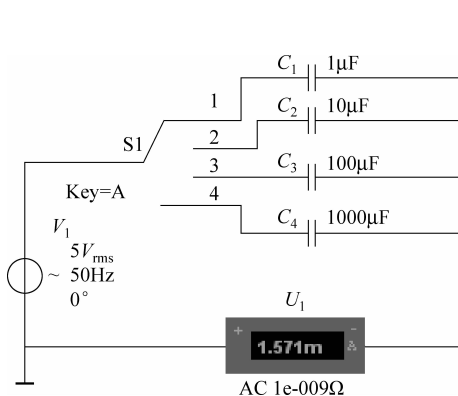


图 3-10 容抗和电容量大小的关系

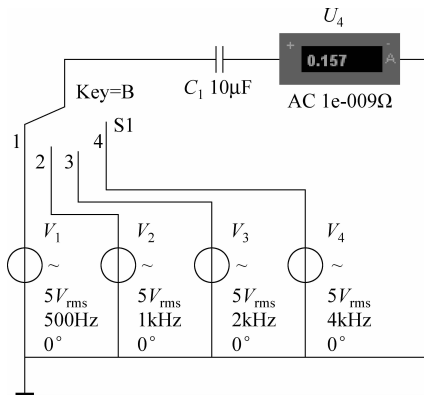


图 3-11 容抗和频率的关系

总之,电容器具有“通交流、隔直流,通高频、阻低频”的特性。

3. 功率

图 3-12 是测量电容器吸收功率的电路,瓦特表显示有功功率为 0,功率因数也为 0。电容器的有功功率为 0,表明它不消耗电能,但它要占用电源设备的容量。那么电容器两端电压和流过它的电流的乘积,就称为电容的无功功率 Q_C ,即

$$Q_C = UI = I^2 X_C = \frac{U^2}{X_C} = 10 \times 3.116 = 31.16(\text{Var})$$

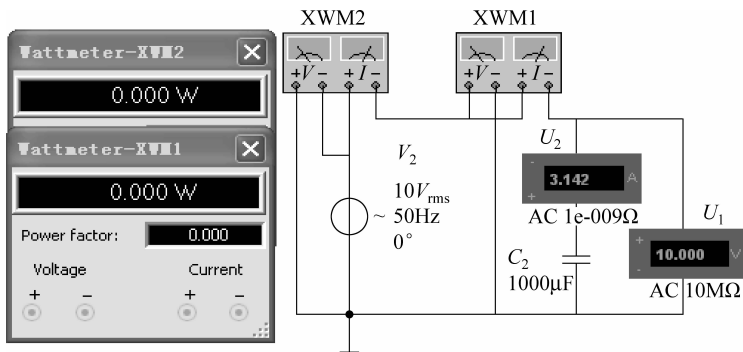
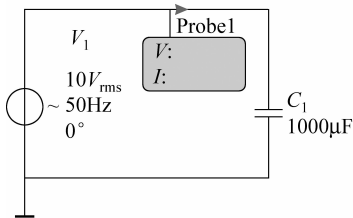
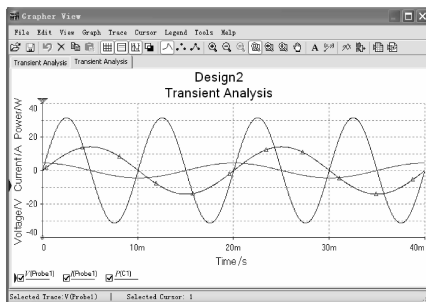


图 3-12 电容器的功率

下面在图 3-13(a)的基础上,应用“瞬态分析”法对电容的功率进行分析,设置的方法和上述对电阻的瞬时功率分析完全一样,分析结果如图 3-13(b)所示。图中有三条曲线,电容两端的电压、流过电容的电流和电容瞬时功率曲线。瞬时功率曲线是一个幅值为 $U_C I_C$ 并以 2ω 的角频率随时间变化的交变量,半个周期在时间轴上方,半个周期在时间轴下方,所以一个周期内电容器的平均功率为零。从图中测得瞬时功率的幅值为 31.28Var。



(a) 分析电路



(b) 电容瞬时功率曲线

图 3-13 电容器的瞬时功率

3.2.3 纯电感电路

1. 电感上电压和电流的关系

图 3-14(a)用于测量纯电感电路中电感两端的电压 $u = 10\sqrt{2}\sin 2000\pi t \text{ V}$ 和流过电感

的电流之间的相位关系。从示波器屏幕上可以看出,电压 u_L 比电流 i_L 超前 90° ,如图 3-14(b)所示。

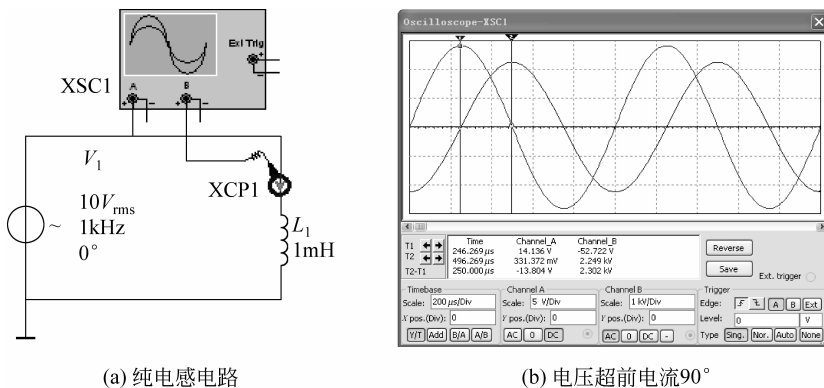


图 3-14 电感电压和电流的相位关系

对于纯电感电路,电压和电流之间的有效值、最大值的关系为

$$U_m = 2\pi fLI_m \quad \text{或} \quad I_m = \frac{U_m}{2\pi fL}$$

$$U = 2\pi fLI \quad \text{或} \quad I = \frac{U}{2\pi fL}$$

令

$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

则

$$I_m = \frac{U_m}{X_L} \quad \text{或} \quad I = \frac{U}{X_L}$$

$I = \frac{U}{X_L}$ 称为电感元件的欧姆定律。对于电感元件,电压和电流的瞬时值并不具有欧姆定律的形式,感抗 $X_L = \omega L = 2\pi fL$,也不能用电压、电流瞬时值的比值来表示。因此,电感元件的欧姆定律只适用于描述电感两端电压与电流的有效值或最大值之间的关系。

2. 感抗

交流电通过电感线圈时要受到一个阻力,称其为感抗,它与 ωL 的乘积成正比。图 3-15(a)是同一交流电源接到电感量不同的线圈上,观察电流大小有什么不同,测量结果发现电感量越大,流过的电流越小,这说明感抗大小和电感量成正比。图 3-15(b)针对同一个电感,外接不同频率的交流电,观察电流大小有什么变化,仿真结果发现电源频率越高,流过电感的电流越小,即同一电感,对高频交流电呈现的阻力大,对低频交流电呈现的阻力小。对直流电,因为 $f=0$, $X_L=0$,即电感对直流电流相当于短路。所以电感具有“通直流、阻交流,通低频、阻高频”的特性。在整流滤波电路中利用电感“通直流、阻交流”的特点阻止交流成分通过,只让直流分量通过,这种器件叫低频扼流圈;而在高频电路中利用电感“通低频、阻高频”的特点阻止高频交流分量通过,只允许低频交流信号和直流电

通过,这种器件叫高频扼流圈。

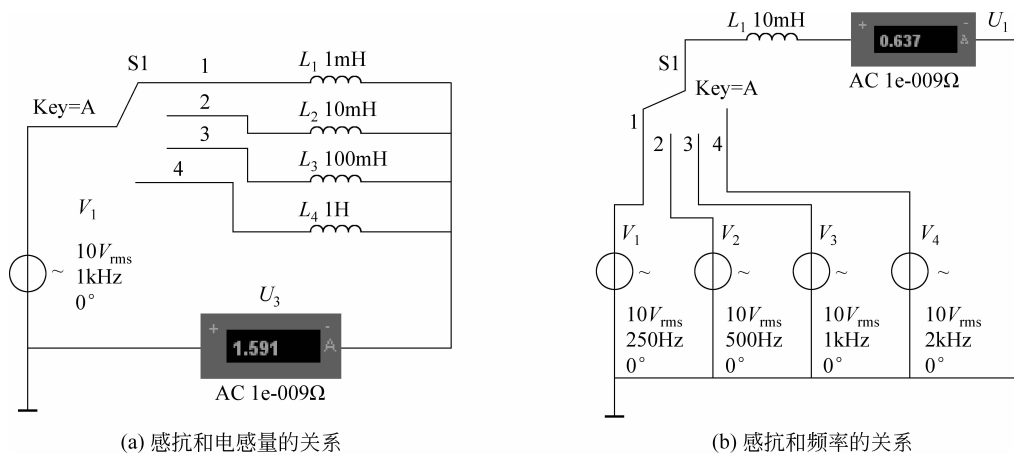


图 3-15 感抗与电感量及频率的关系

3. 电感元件的功率

图 3-16 是用瓦特表测量电感消耗有功功率的电路,从图中可看出电感是不消耗电能的。电感两端电压和电流的乘积,即电感的无功功率 Q_L 为

$$Q_L = UI = 10 \times 1.591 = 15.91(\text{Var})$$

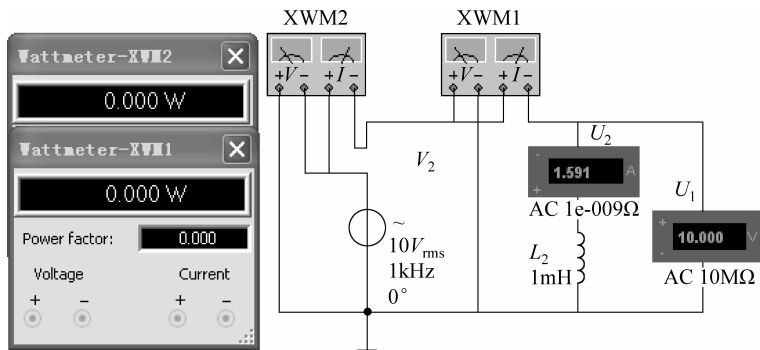
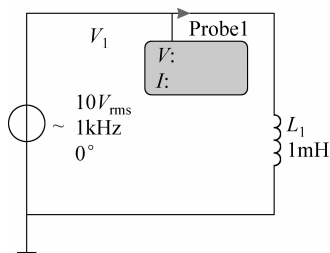


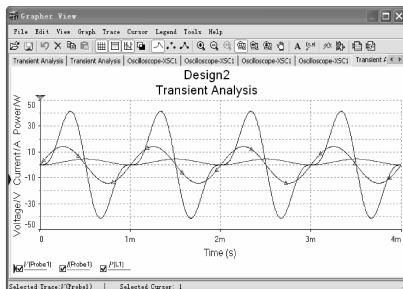
图 3-16 电感器功率的测量

如同电容一样,电感在交流电路中虽然不消耗电能,但是它也要占用电源设备的容量,无形之中对设备容量的要求提高了,也加大了投资成本。

在图 3-17(a)的基础上,应用“瞬时分析”法同样可以对电感的瞬时功率进行分析,分析时的参数设置和对电阻瞬时功率的分析完全一样,分析结果如图 3-17(b)所示。图中有三条曲线:电感两端的电压、流过电感的电流以及电感的瞬时功率。和电容元件一样,电感的瞬时功率也是随时间变化的正弦函数,它以 2ω 的频率随时间变化,在一个周期内,瞬时功率的平均值为 0。



(a) 分析电路



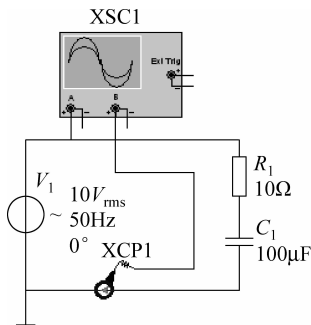
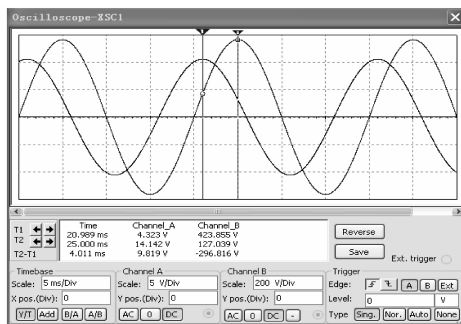
(b) 电感的瞬时功率曲线

图 3-17 电感器的瞬时功率

3.3 RLC 串联电路

3.3.1 RC 串联电路

图 3-18(a)为 RC 串联电路,电压 u 的初相角为 0° ,测量结果电流 i 的初相角小于 90° ,在相位上电流超前电压大约为 4.011ms ,换算成角度大约为 72° ,如图 3-18(b)所示。

(a) RC 串联电路

(b) 电流超前电压

图 3-18 RC 串联电路 U 和 I 的相位关系

图 3-19 为 RC 串联电路的总电压和电流之间的数量关系以及有功功率的测量电路。根据交流电路的欧姆定律 $U = IZ$, RC 串联电路的阻抗 $Z = 10/0.3 = 33.33(\Omega)$ 。根据公式

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 100 \times 10^{-6}} \approx 31.84(\Omega)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{10^2 + (31.84)^2} = 33.37(\Omega)$$

理论计算和仪器测量结果十分接近,符合阻抗三角形关系。功率表测量 RC 串联电路的功率因数 $\cos\varphi = 0.3$,查余弦函数表 $\varphi = 72.54^\circ$,即 RC 串联电路中电流比电压超前 72.54° , RC 串联电路对外呈容性。理论上功率因数 $\cos\varphi = R/Z = 10/33.37 = 0.2997$,瓦特表上显示功率因数 $\cos\varphi = 0.3$ 。

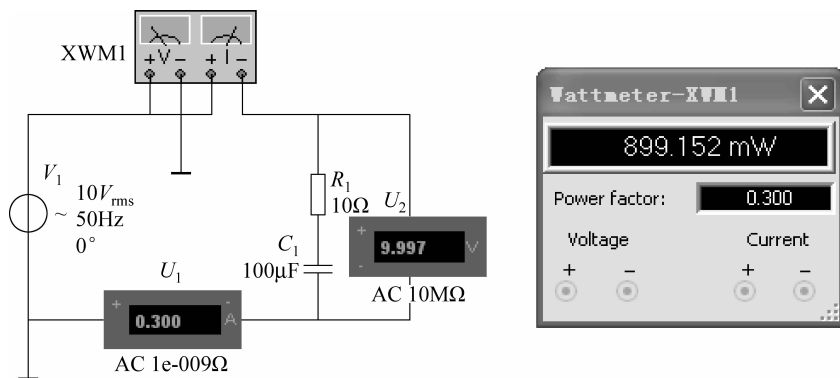


图 3-19 RC 串联电路的欧姆定律

图 3-20 中,电源电压为 10V,测得电阻两端电压 U_R 为 2.996V,电容两端电压 U_C 为 9.538V。用虚拟双踪示波器测量电阻 R_1 和电容 C_1 两端电压,它们相位上相差 90° 。 $\sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{(2.996)^2 + (9.538)^2} = 9.997(\text{V})$,三个电压的关系服从勾股定理,又称为电压三角形关系。

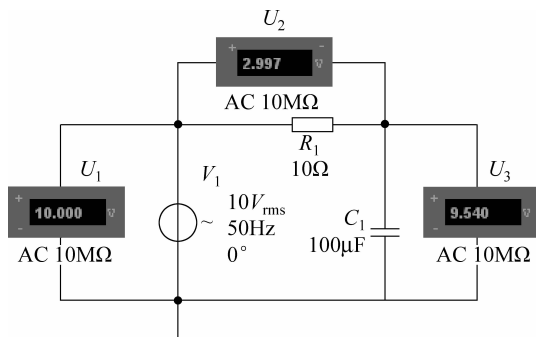


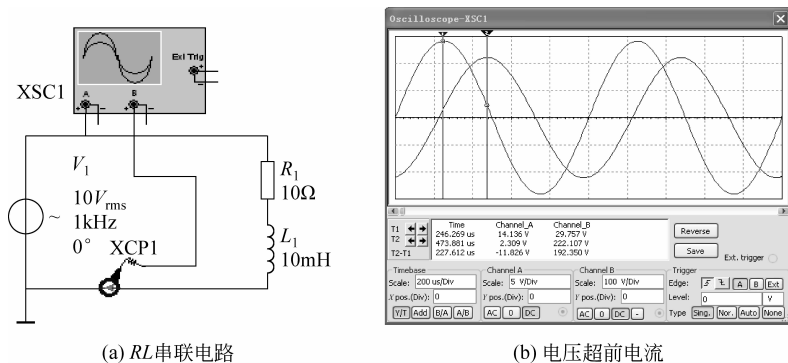
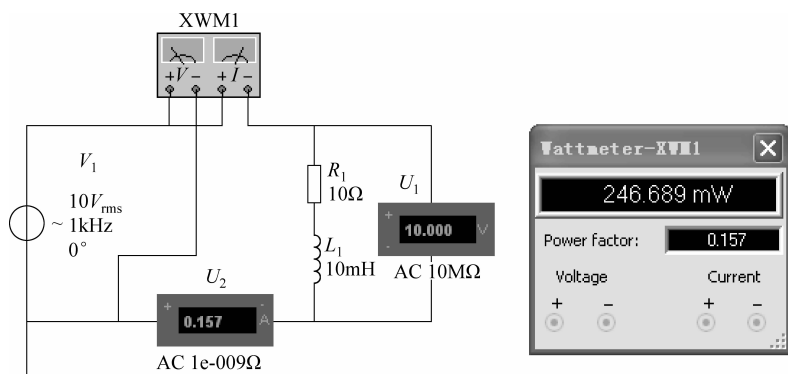
图 3-20 RC 串联电路的电压三角形

3.3.2 RL 串联电路

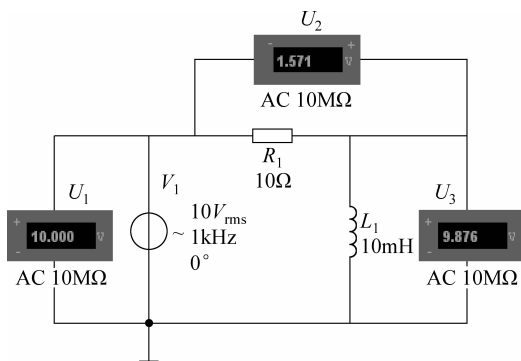
图 3-21 是 RL 串联电路,从示波器中可以看出相位上电压超前电流 $227\mu\text{s}$,换算成角度大约为 81.7° 。

在图 3-22 中,用电压表和电流表测量总电压和电流的有效值,根据交流电路的欧姆定律,RL 串联电路的阻抗 $Z = U/I = 10/0.157 = 63.69(\Omega)$ 。根据公式 $X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-3} = 62.8(\Omega)$, $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + (62.8)^2} = 63.59(\Omega)$,理论计算值和实际测量值十分接近,它们服从阻抗三角形关系。从功率表上看到功率因数 $\cos\varphi = 0.157$,查余弦函数表阻抗角 $\varphi \approx 80.967^\circ$,这表示在 RL 串联电路中电压比电流超前 80.967° ,即 RL 串联电路对外呈感性。理论上功率因数 $\cos\varphi$ 可以用阻抗三角形求出,即 $\cos\varphi = R/Z = 10/63.59 = 0.1572$, $\varphi = 80.95^\circ$ 。功率表还显示该电路的有功功率为 $246.689(\text{mW})$ 。

图 3-23 中,可以看到总电压和各部分电压之间的关系。用虚拟电压表测量电阻 R_1

图 3-21 RL 串联电路 u 和 i 的相位关系图 3-22 RC 串联电路的欧姆定律

和电感 L_1 两端电压以及总电压。电阻两端电压 $U_R = 1.57V$, 电感两端电压 $U_L = 9.876V$, $\sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{(1.571)^2 + (9.876)^2} = 10(V)$, 可见总电压 U 和 U_R 、 U_L 服从电压三角形的关系。

图 3-23 RL 串联电路的电压三角形

3.3.3 RLC 串联电路

RLC 串联电路如图 3-24(a)所示, 图 3-24(b)为电压和电流波形, 图中电流 i 超前电

压 u 一个角度 φ , $\varphi < 90^\circ$, 所以该电路为容性电路。首先根据图 3-23(a) 进行理论计算。电感线圈的感抗 $X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 100 \times 10^{-3} = 31.4(\Omega)$, 电容器的容抗 $X_C = 1/(2\pi fC) = 1/(2 \times 3.14 \times 50 \times 50 \times 10^{-6}) = 63.69(\Omega)$, 根据公式计算阻抗 $Z = 33.8\Omega$, 电路的电流为 $0.296A$, RLC 串联电路的视在功率 $S = (0.296)^2 \times 33.8 = 2.96(VA)$, 有功功率 $P = (0.296)^2 \times 10 = 0.876(W)$ 。由于 $X_C > X_L$, 电压在相位上滞后电流, 即如图 3-23(a) 所示的 RLC 电路对外呈现容性。根据功率三角形可以计算出电路的功率因数 $\cos\varphi = P/S = 0.876/2.96 = 0.296$, 查表得阻抗角 $\varphi = 72.78^\circ$, 也就是说图 3-24(a) 中的电流比电压相位超前 72.78° 。

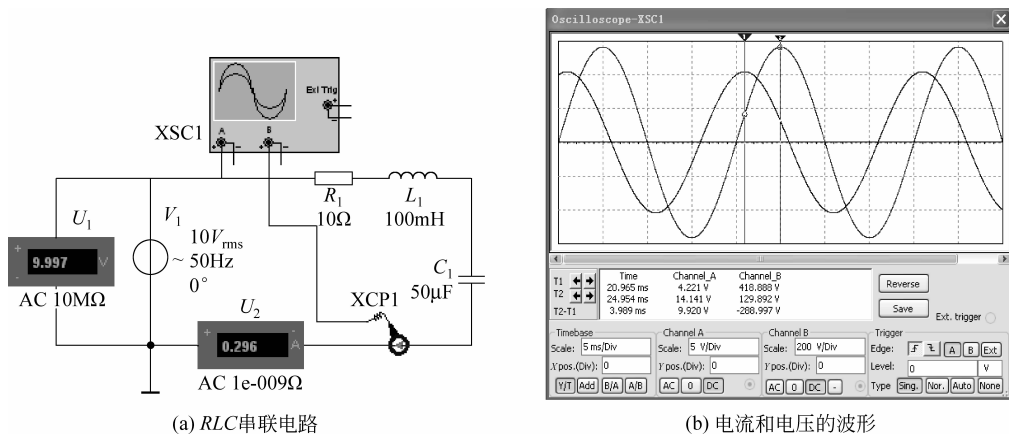


图 3-24 RLC 串联电路电流和电压的关系

从示波器上可以看出电流比电压相位超前 $3.989ms$, 转换为角度大约为 73° , 如图 3-24(b) 所示, 理论计算和实际测量值基本相同。

在图 3-25(a) 中, 根据公式可以计算出电阻两端的电压为 $2.96V$ 、电感两端的电压为 $9.294V$ 、电容两端的电压为 $18.85V$ 。现在用 4 个电压表分别测量总电压和各部分电路的电压, 总电压为 $10V$, 电阻两端电压为 $2.962V$, 电感两端电压为 $9.305V$, 电容两端电压为 $18.851V$, 图 3-25(b) 中示波器显示电感两端的电压和电容两端的电压在时间上相差 $10ms$, 转换为角度为 180° , 即电容两端的电压比电感两端的电压超前 180° , 电容两端的电压和电感两端的电压是相减关系。电阻电压、电抗电压、电源电压满足直角三角形关系。理论计算值和实际测量值完全符合。

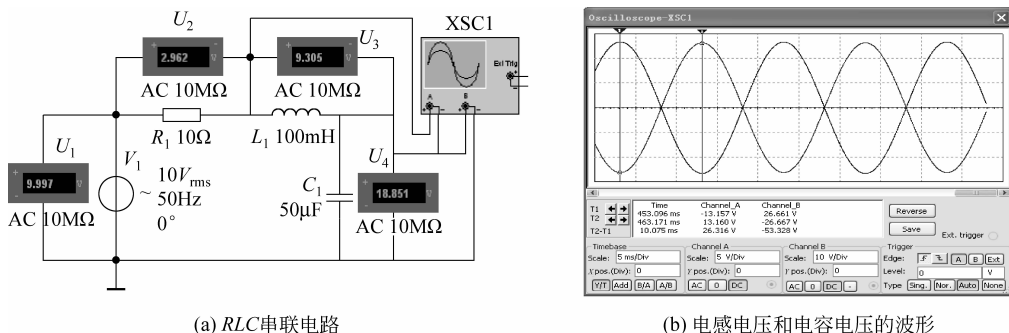


图 3-25 RLC 串联电路的电压

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_C - U_L)^2} = \sqrt{(2.962)^2 + (18.851 - 9.305)^2} \\ = \sqrt{99.93} = 9.996(\text{V})$$

图 3-26 是测量 RLC 电路的视在功率、有功功率和功率因数的电路,视在功率 S 可以根据电压表和电流表的读数求得, $S = 10 \times 0.296 = 2.96(\text{VA})$ 。功率表显示该电路的有功功率 $P = 876.752\text{mW}$, 功率因数 $\cos\varphi = 0.296$ 。

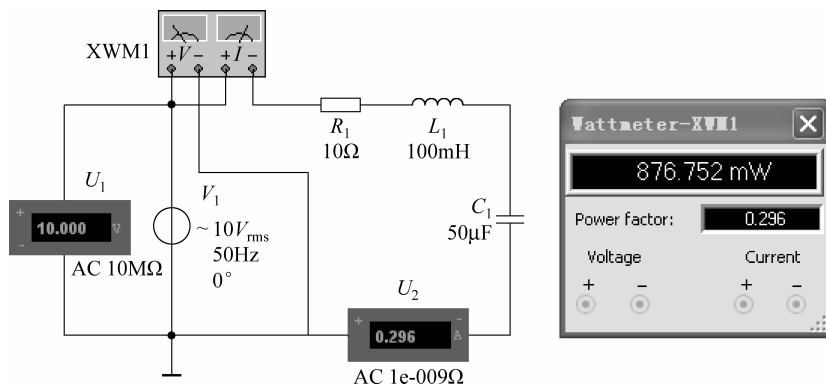


图 3-26 RLC 串联电路的功率

3.4 RLC 并联电路

3.4.1 RC 并联电路

RC 并联电路如图 3-27(a) 所示。首先进行理论计算, 因为 RC 并联电路的电压为 $\dot{U} = 10\angle 0^\circ\text{V}$, 则电阻支路和电容支路的电流分别为

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} = 10\angle 0^\circ\text{mA}$$

$$\dot{I}_C = j\omega C\dot{U} = j2 \times 3.14 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-6} \times 10 = 62.8\angle 90^\circ(\text{mA})$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)\dot{U} = (G + jB)\dot{U} = Y\dot{U}$$

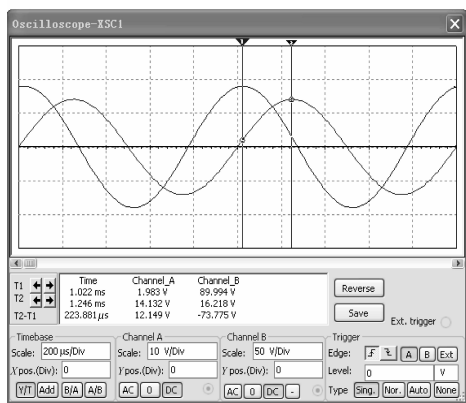
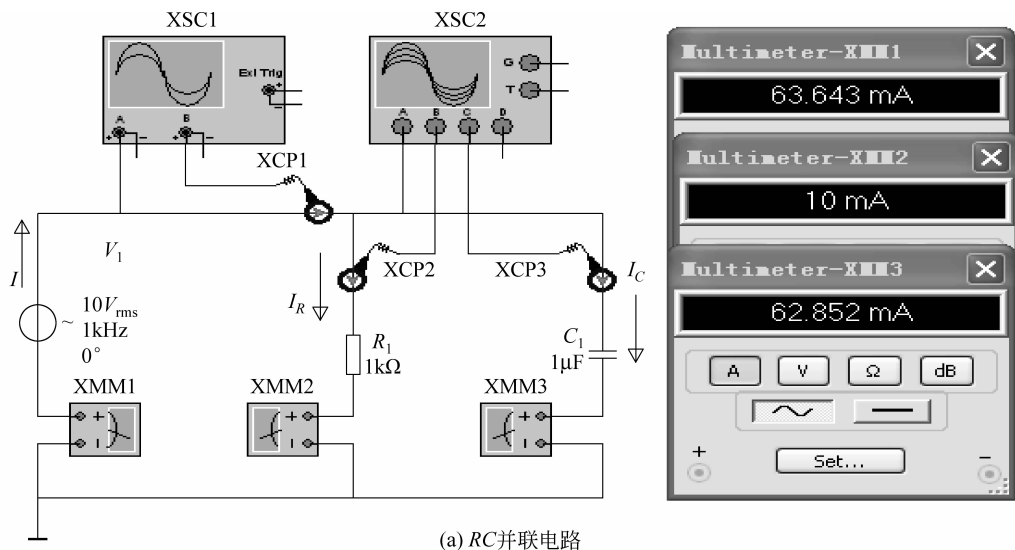
$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = G + jB = 10^{-3} + j6.28 \times 10^{-3}(\text{S})$$

电流 $\dot{I}$ 和 $\dot{U}$ 的夹角

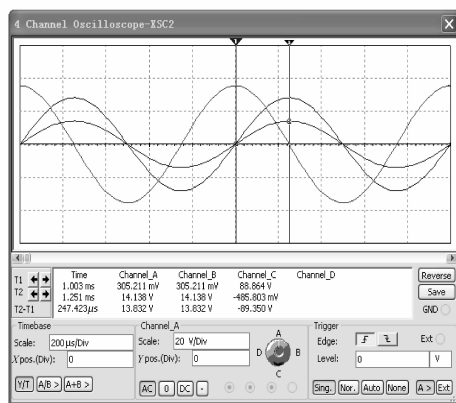
$$\varphi = \arctan \frac{B}{G} = \arctan \frac{6.28 \times 10^{-3}}{10^{-3}} = 80.95^\circ$$

即 RC 并联电路中, 干路上的电流相位超前电源电压 80.95° , 即并联 RC 电路对外呈现容性。

由图 3-27(a), 根据电流表的读数, 可以计算出总电流 $I = \sqrt{10^2 + (62.852)^2} = 63.64(\text{mA})$ 。图 3-27(b) 是用双踪示波器测量出来的 RC 并联电路中电源电压和电流之间的相位关系。从示波器上可以看出电流超前电压约为 $227.6\mu\text{s}$, 换算为相位角等于 80.6° , 仿真实验测量的



(b) 电压和总电流的相位关系



(c) 电压和支路电流的相位关系

图 3-27 RC 并联电路的仿真实验

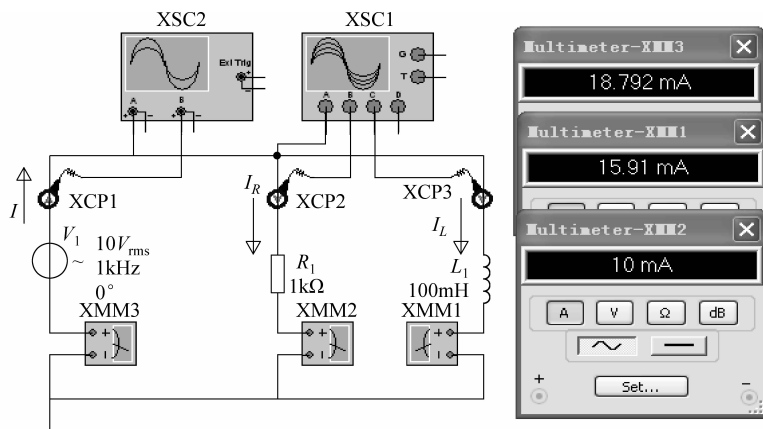
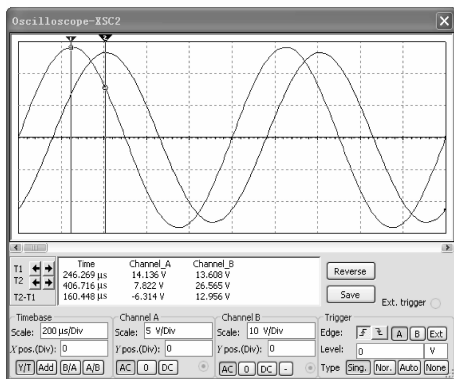
结果和理论公式计算的数值基本相同。

图 3-27(c) 的示波器屏幕上显示的是电源电压 U 、电阻支路 I_R 和电容支路电流 I_C 三者之间的相位关系,从示波器屏幕上可以看出电源电压 U 和电阻支路电流 I_R 的相位相同,而电容支路电流 I_C 的相位比电源电压 U 超前 $247\mu\text{s}$,即电流 I_C 比电压相位超前 90° 。

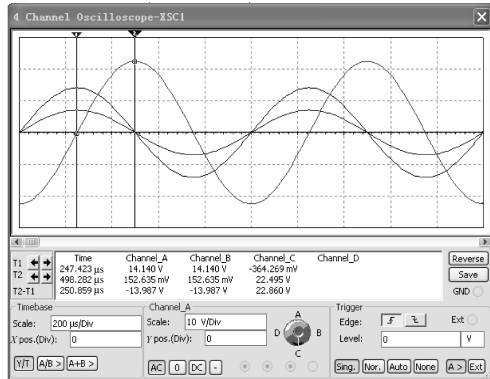
3.4.2 RL 并联电路

图 3-28(a) 为 RL 并联电路,已知交流电压的初相角为 0° 。图中连接了两个示波器、三个电流探针和三个电流表。测得总电流为 18.792mA ,电阻支路电流为 10mA ,电感支路电流为 15.91mA 。双通道示波器测量的是电源电压和总电流之间的相位关系,用读数指针测量出电压超前电流 $160.45\mu\text{s}$,换算成角度为 57.8° ,即电压比总电流超前 57.8° ,如图 3-28(b) 所示,说明 R_L 并联电路对外呈现感性。图 3-28(c) 中四通道示波器显示的是

电源电压、电阻支路电流和电感支路电流三者的波形,从示波器上可以看出,电阻上的电流和电源电压的相位相同,电感电流比电源电压滞后 $250\mu\text{s}$,即落后 90° 。以电压为参考相量 $U=10\angle 0^\circ\text{V}$,则各支路电流相量为 $\dot{I}_R=10\angle 0^\circ\text{mA}$, $\dot{I}_L=16\angle -90^\circ\text{mA}$ 。于是干路上电流 $I=\sqrt{I_R^2+I_L^2}=\sqrt{10^2+16^2}=18.87(\text{mA})$, $\dot{I}$ 和 $\dot{U}$ 之间的夹角 $\varphi=\arctan(I_L/I_R)=\arctan 16/10=1.6$,查表得 $\varphi=57.99^\circ$ 。总电流比电源电压相位落后 57.99° 。

(a) RL 并联电路

(b) 电压和总电流的相位关系



(c) 电压和支路电流的相位关系

图 3-28 RL 并联电路的仿真实验

下面对 RL 并联电路进行理论计算。

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R}, \quad \dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{j\omega L}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{j\omega L} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \right) \dot{U}$$

导纳

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{10^3} - \frac{j}{628} = 10^{-3} - j1.592 \times 10^{-3} (\text{S})$$

$$G = 10^{-3} \text{ S}, \quad B = -1.592 \times 10^{-3} \text{ S}$$

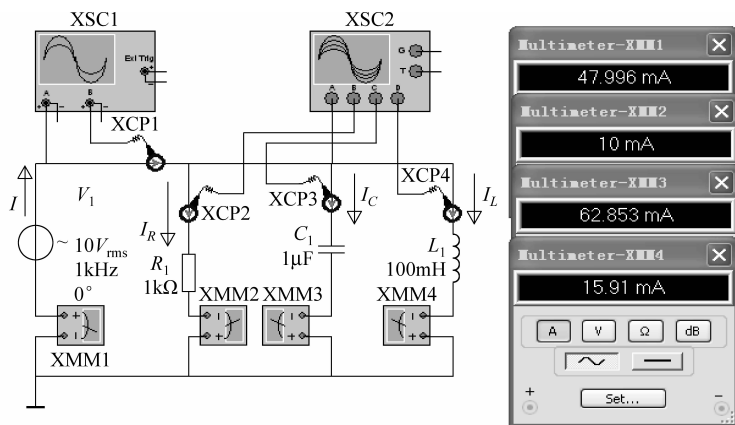
导纳角

$$\varphi = \arctan \frac{B}{G} = \arctan(-1.592) = -57.86^\circ$$

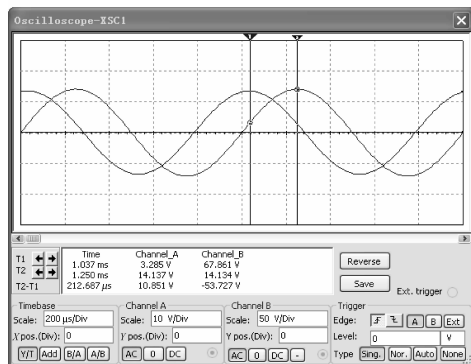
导纳角为 -57.86° ，即并联 RL 电路干路上电流相位比电源电压相位落后 57.86° 。仿真实验结果和理论计算数值基本相同。

3.4.3 RLC 并联电路

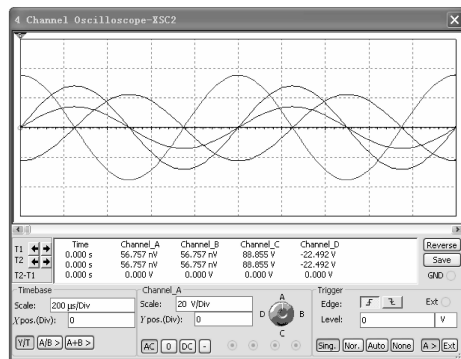
图 3-29(a) 为 RLC 并联电路。双踪示波器测量的是电源电压 U 和总电流之间的相位差，四踪示波器测量的是电源电压 U ，电阻支路电流 I_R 、电容支路电流 I_C 和电感支路电流 I_L 之间的相位关系。



(a) RLC 并联电路的电流



(b) 电压和总电流的相位关系



(c) 电压和各支路电流的相位关系

图 3-29 RLC 并联电路的仿真实验

下面首先用公式进行计算，已知电源电压相量为 $\dot{U} = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$ ，则三条支路电流相量为

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} = 10\angle 0^\circ \text{mA}$$

$$\dot{I}_C = j\omega C\dot{U} = 62.8\angle 90^\circ \text{mA}$$

$$\dot{I}_L = -j\frac{\dot{U}}{\omega L} = 15.92\angle -90^\circ \text{mA}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C + \dot{I}_L = \left(\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C\right)\dot{U} = 10 + j46.88(\text{mA})$$

$$\text{电流大小为 } I = \sqrt{10^2 + (46.88)^2} = 47.93(\text{mA})$$

$$\text{电流和电压之间的夹角 } \varphi = \arctan \frac{46.88}{10} = \arctan 4.688 = 77.96^\circ$$

图 3-29(b) 的双踪示波器上显示的是 RLC 并联电路总电流和电源电压之间的相位差, 时间轴上显示时间差为 $212.7\mu\text{s}$, 换算成相位角为 76.6° , 即电流相位超前电压 76.6° , 和理论计算值十分接近。

图 3-29(c) 的四踪示波器显示的是电源电压 U 、电阻支路电流 I_R 、电容支路电流 I_C 和电感支路电流 I_L 的波形及相位关系。其中电阻支路电流 I_R 和电源电压 U 同相位, 电容支路电流 I_C 超前电源电压 90° , 电感支路电流 I_L 落后电源电压 90° 。各支路电流的有效值电流表已经测量出来了, 根据交流电路的基尔霍夫电流定律, 可以写出如下方程。

$$\dot{I} = 10\angle 0^\circ + 62.853\angle 90^\circ + 15.91\angle -90^\circ(\text{mA})$$

$$I = \sqrt{10^2 + (62.853 - 15.91)^2} = \sqrt{2303.6} = 47.99(\text{mA})$$

$$\varphi = \arctan \frac{62.853 - 15.91}{10} = 77.97^\circ$$

根据仿真实验测量数值计算, 总电流为 47.99mA , 电流超前电压 77.97° 。仿真结果和理论公式计算基本一致。

3.5 交流电路的功率

3.5.1 RLC 并联电路的功率

图 3-30 为 RLC 并联电路, 理论上它的视在功率、有功功率和无功功率大小计算如下。

视在功率

$$S = IU = 0.04793 \times 10 = 0.4793(\text{VA})$$

有功功率

$$P = I^2 R = (0.01)^2 \times 10^3 = 0.1(\text{W})$$

$$\cos\varphi = P/S = 0.1/0.4793 = 0.2086$$

$$\varphi = 77.95^\circ$$

$$\sin\varphi = 0.9780$$

无功功率

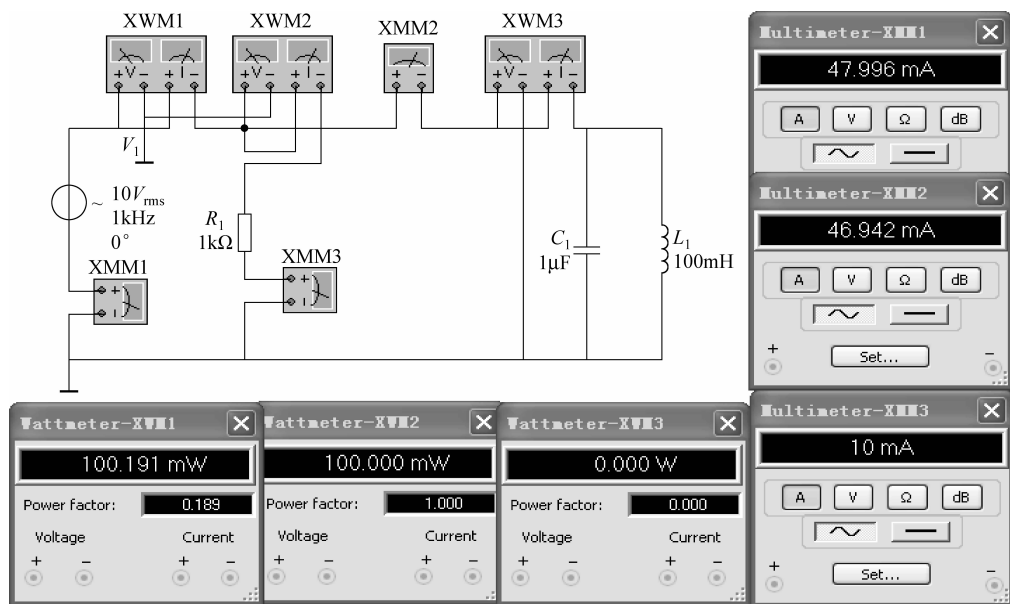


图 3-30 RLC 并联电路的功率

$$Q = IU \sin \varphi = S \sin \varphi = 0.4793 \times 0.9780 = 0.4687 (\text{Var})$$

下面通过图 3-30 的仿真实验,看看结果如何。

$$\text{视在功率 } S = IU = 0.047996 \times 10 = 0.47996 (\text{VA})$$

$$\text{有功功率 } P = 100 \text{ mW} = 0.1 (\text{W})$$

$$\text{功率因数 } \cos \varphi = 0.189$$

$$\text{无功功率 } Q = 0.046942 \times 10 = 0.46942 (\text{Var})$$

仿真实验测量数据和理论计算结果十分接近。

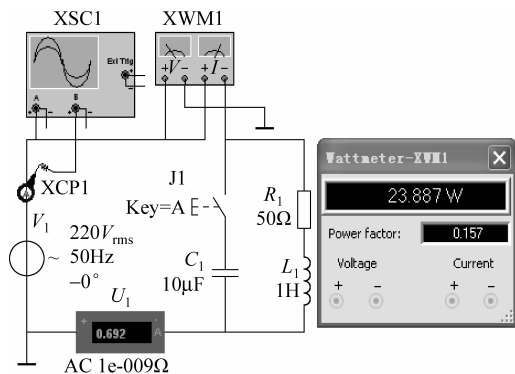
3.5.2 功率因数的提高

在实际工作中,大部分负载属于感性负载,通常采用并联补偿电容的方法来提高电路的功率因数。

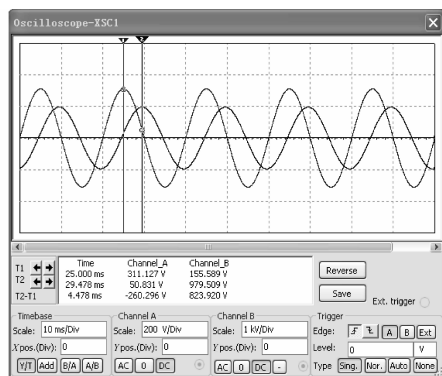
图 3-31(a)为一个感性负载电路,在没有并联电容器之前,电路的功率因数为 0.157,从图 3-31(b)中看出电压和电流相位差比较大,电流表显示电源向负载的输出电流为 0.692A。当合上开关,即将电容器和负载并联后,功率因数提高到 0.997,电流下降为 0.109A,如图 3-32(a)所示,从示波器上可以看出电压和电流的相位差几乎为 0° 。无论开关闭合还是断开,功率表中有功功率的数值是不变的。并联电容器后,整个电路的功率因数从 0.157 提高到 0.997,电压和电流之间的相位角减小了,负载本身的功率因数并没有改变,如图 3-32(b)所示。

3.5.3 正弦交流电路的最大功率传递定理

直流电路中负载为纯电阻,负载从电源获得最大功率的条件已经讨论过了,现在再来讨论正弦交流电路中负载从电源获得最大功率的条件。

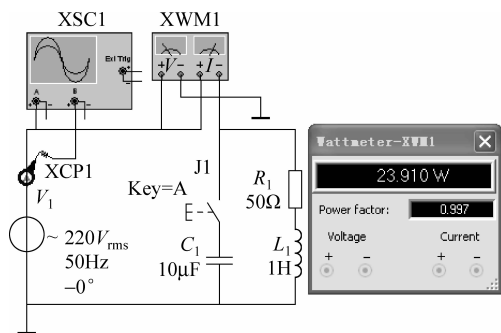


(a) 没有补偿电容的感性负载

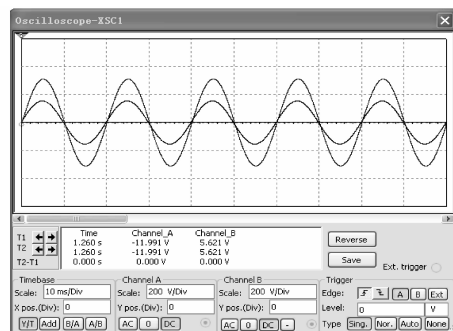


(b) 电压和电流的波形

图 3-31 功率因数的提高



(a) 增加补偿电容的感性负载



(b) 电压和电流的波形

图 3-32 提高功率因数的方法

正弦稳定时,电路中的瞬时功率包含两部分,即有功功率和无功功率。负载从电源获得最大功率的条件是指获得最大有功功率的条件。图 3-33 为最大功率传输定理仿真实验电路,电源的内阻包含电阻和电感,负载同样为电阻和电感组成,两个功率表分别测量的是电源输出的有功功率和负载从电源获得的有功功率。由于电源内阻和负载阻抗没有匹配,电源输出电流较大,功率因数偏低。

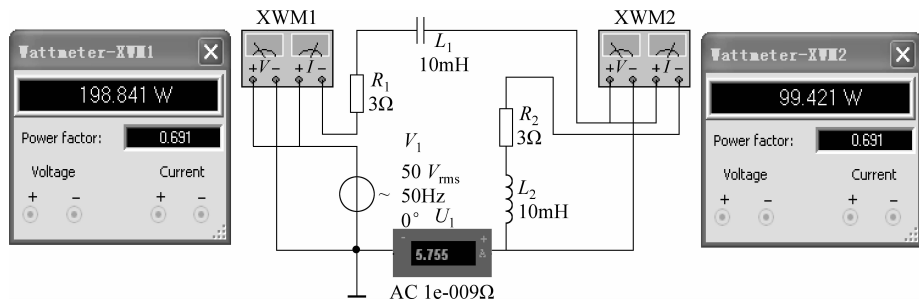


图 3-33 负载获得最大功率的条件