

电路的基本概念和基本定律

本章主要介绍电路的组成和基本物理量,以及电路的基本定律和分析方法。这些知识是分析与计算电路的基础。

1.1 电路的基本概念

学习目标

- 1. 了解电路的基本组成及功能。
- 2. 熟悉电路的基本物理量,会进行相关计算。
- 3. 了解稳恒电流、脉动电流和交流电流的特点。
- 4. 理解电流、电压的参考方向和实际方向。

1.1.1 电路和电路图

电路是指电流流通的路径。图 1-1 所示为手电筒电路的实物图和电路原理图。由图可见,该电路由**电源**、**负载**(也称**用电器**)和**中间环节** 3 个基本部分组成。

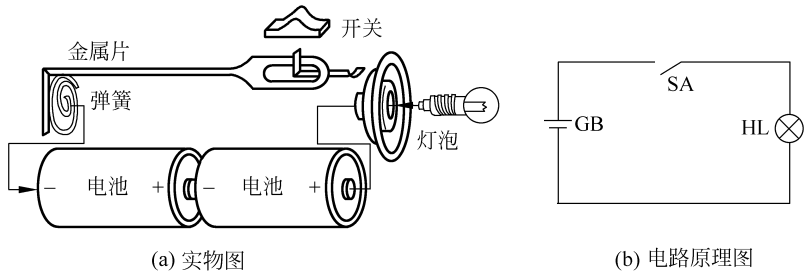


图 1-1 手电筒电路

电源是把其他形式的能量转换为电能的装置。例如,电池将化学能转换为电能,发电机将机械能转换为电能等,它们是推动电路中电流流动的原动力。

电源分为**直流电源**和**交流电源**两类。手电筒电路是由直流电源供电的,称为直流电路。

中间环节是连接电源和负载的部分,使它们构成电流的通路,把电源的能量输送给负载,并根据需要控制电路的接通和断开,如变压器、输电线、开关等。

有些电路中还装有**保护装置**,以保证电路的安全运行,如熔断器、热继电器等。

负载的作用是把电能转换为其他形式的能量。例如,电灯将电能转换为光能,电炉将电

能转换为热能,电动机将电能转换为机械能,扬声器将电能转换为声能等。

将电路中的元器件用理想元件的电气符号表示,并用引线连接而成的关系图称为**电路原理图**,简称**原理图**。它主要反映电路中各元件之间的连接关系,并不考虑各元器件的实际大小和相互之间的位置关系。例如,图 1-1(b)即为图 1-1(a)所示手电筒电路的原理图。

电路原理图能让我们简洁、直观地表达和了解电路的组成,便于分析电路的工作原理和性能。绘制电路原理图必须采用国家颁布的电气图用图形符号,可查阅相关标准,如GB/T 4728、GB/T 20939 等。

1.1.2 电路的功能

电路的基本功能分为以下两大类。

一是**进行能量的传输、分配和转换**。例如,在电力系统中,发电机把热能、风能、原子能等转换成电能,通过变压器、输电线路将电能传输和配送到用户,然后用户根据实际需要又把电能转换成机械能、光能和热能等。图 1-2 所示为电能传输示意图。

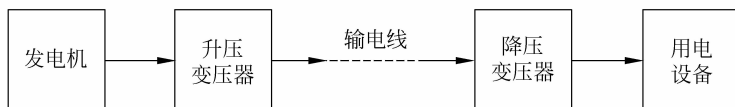


图 1-2 电能传输示意图

二是**进行信息的传递和处理**。通过电路元件,可以将信号源施加的信号变换或加工成所需的输出信号,如测量电路、扩音器电路、计算机电路等。图 1-3 所示为扩音器电路示意图。



图 1-3 扩音器电路示意图

除了“电路”的概念外,现在还经常用到“**网络**”这一概念,特别是在讨论复杂的电路问题时,常常把电路称为网络;而在讨论比较简单或者是某一具体电路时,则比较多地使用“**电路**”这一概念。因此,可以把网络看做是对电路的泛称。

1.1.3 电路的主要物理量

1. 电流

电荷有规则地定向移动形成电流。规定正电荷的移动方向为电流的方向。若电流的方向不随时间的变化而变化,则称其为**直流电流**,简称**直流**,用符号 DC 表示。其中,电流大小和方向都不随时间变化而变化的电流,称为**稳恒直流电**;电流大小随时间变化而变化,但方向不变的电流,称为**脉动直流电**。若电流的大小和方向都随时间而变化,则称其为**交变电流**,简称**交流**,用符号 AC 表示(表 1-1)。

表 1-1 直流电和交流电

名 称	直流电流(稳恒电流)	脉 动 电 流	交 流 电 流
波形图			
特 点	大小和方向都不随时间而变化	大小随时间变化,而方向不随时间变化	大小和方向都随时间而变化

电流的大小用单位时间所通过的电荷量来表示:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

电流的单位为安培,简称安(A)。安培(A)=库仑(C)/秒(s)。

单位换算:

$$\begin{aligned} 1\text{kA} &= 10^3\text{ A} \\ 1\text{mA} &= 10^{-3}\text{ A} \\ 1\mu\text{A} &= 10^{-6}\text{ A} \end{aligned}$$

如果是稳恒直流电,则有

$$I = \frac{q}{t}$$

在分析和计算较为复杂的直流电路时,经常会遇到某一电流的实际方向难以确定的问题,这时可先任意假定电流的**参考方向**,然后根据电流的参考方向列方程求解。如果计算结果 $I > 0$,则表明电流的实际方向与参考方向相同(图 1-4(a));如果计算结果 $I < 0$,则表明电流的实际方向与参考方向相反(图 1-4(b))。

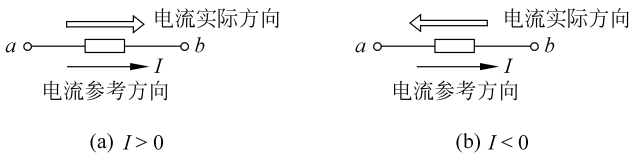


图 1-4 电流的参考方向 and 实际方向

2. 电压

电路中有电流流动是电场力做功的结果。设电场力将正电荷 q 从 a 点移到 b 点所做的功为 W ,则 a 、 b 两点间的电压 u_{ab} 可用下式表示:

$$u_{ab} = \frac{dW}{dq}$$

电压的单位为伏特(V)。电压的实际方向即正电荷在电场中的受力方向。

与电流相似,把大小和方向不随时间变化的电压称为**恒定电压**或**直流电压**,用大写字母“ U ”表示,把实际方向随时间变化的电压称为**交变电压**,用小写字母“ u ”表示。

电压的参考方向有以下 3 种表示方法,如图 1-5 所示。

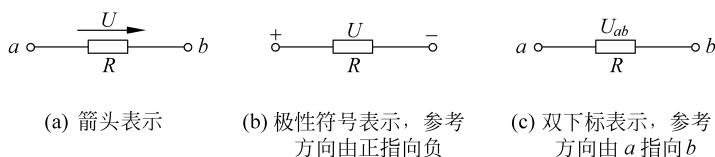


图 1-5 电压的参考方向

在计算较复杂的直流电路时,常常难以判断电压的实际方向,因此也要先设定电压的参考方向。如果计算结果 $U > 0$,则表明电压的实际方向与参考方向相同;如果计算结果 $U < 0$,则表明电压的实际方向与参考方向相反。

提示: 原则上电压的参考方向可以任意选取,但如果已知电流参考方向,则电压参考方向最好选择与电流参考方向一致,这称为**关联参考方向**(图 1-6(a)),否则称为**非关联参考方向**(图 1-6(b))。

3. 电动势

电动势是度量电源内非静电力做功能力的物理量,在数值上等于非静电力把单位正电荷自电源内部从负极移到正极所做的功,用字母 E 来表示,单位为伏特(V)。电源电动势在数值上等于电源没有接入电路时两极间的电压。**电动势的方向规定为在电源内部由负极指向正极**(图 1-7)。

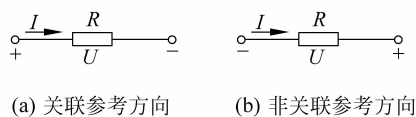


图 1-6 电流与电压的参考方向

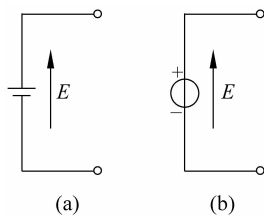


图 1-7 电动势的两种符号

提示: 对于一个电源来说,既有电动势,又有端电压。电动势只存在于电源内部;而端电压则是电源加在外电路两端的电压,其方向由正极指向负极。一般情况下,电源的端电压总是低于电源内部的电动势,只有当电源开路时,电源的端电压才与电源的电动势相等。

4. 电位

所谓电位是电路中某点相对于**参考点**的电压,因此电位是一个相对物理量,它的大小和极性与所选取的参考点有关。参考点选取是任意的,但通常规定参考点电位为零,故**参考点**又称为**零电位点**。

5. 电功(电能)

当用电设备接通电源后,电场力就使电荷移动,形成电流并做功。电流做功的过程,实质上就是将电能转化为其他形式的能的过程。例如,电流通过电动机做功,电能转化为机械能;电流通过电炉做功,电能转化为热能;电流通过灯泡做功,电能转化为热能和光能;电流通过电解槽做功,电能转化为化学能等。

电流所做的功,称为**电功**或**电能**,用字母 W 表示。研究表明,电流在一段电路上所做的功等于这段电路两端的电压 U 、电路中的电流 I 和通电时间 t 三者的乘积,即

$$W = UI t$$

式中, W 、 U 、 I 、 t 的单位分别为焦耳(J)、伏特(V)、安培(A)、秒(s)。

电能的另一个常用单位是**千瓦时**($\text{kW} \cdot \text{h}$),即通常所说的**1度电**,它和焦耳的换算关系为

$$1 \text{kW} \cdot \text{h} = 3.6 \times 10^6 \text{J}$$

6. 电功率

电功率是指电能对时间的变化率,也就是指电场力在单位时间内所做的功,用字母 P 表示,单位为瓦特(W),其计算式为

$$P = \frac{\text{d}W}{\text{d}t}$$

在直流电路中,则有

$$P = \frac{W}{t} = UI$$

对于纯电阻电路,上式还可以写为

$$P = I^2 R \quad \text{或} \quad P = \frac{U^2}{R}$$

提示: 在计算电功率时应注意以下几点:

(1) 只有在 U 和 I 为关联参考方向的情况下,才能应用 $P=UI$ 来计算电功率,否则应添加一个负号,即 $P=-UI$ 。

(2) 公式选定后, U 和 I 的代入值应包括其正、负号。

(3) 无论应用哪个公式计算的结果,只要 P 为正值,就表明元件吸收功率,处于负载状态;若 P 为负值,则表明元件发出功率,处于电源状态。

1.2 简单直流电路的分析

学习目标

1. 理解线性电阻和非线性电阻的概念。
2. 掌握电阻串、并联电路的特点及其应用。
3. 掌握欧姆定律及其应用。

1.2.1 部分电路欧姆定律

只含有负载而不包含电源的一段电路称为**部分电路**,如图 1-8 虚线框中所示。

部分电路欧姆定律的内容是:导体中的电流,与导体两端的电压成正比,与导体的电阻成反比。其公式为

$$I = \frac{U}{R}$$

如果以电压为横坐标,电流为纵坐标,可画出电阻的 U/I 关系曲线,即**伏安特性曲线**。电阻元件的伏安特性曲线是直线时,称为**线性电阻**(图 1-9),其电阻值可以认为是不变的常数;如果

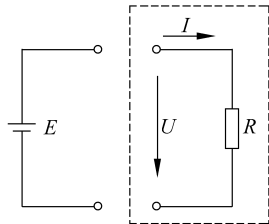


图 1-8 部分电路

不是直线,则称为非线性电阻(图 1-10)。

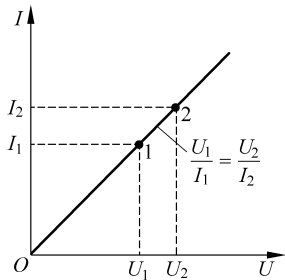


图 1-9 线性电阻的伏安特性曲线

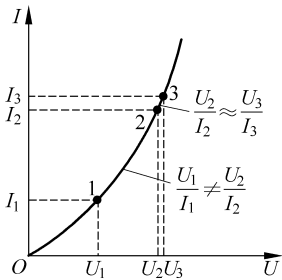


图 1-10 非线性电阻的伏安特性曲线

1.2.2 电阻的连接

1. 电阻串联电路

把 2 个或 2 个以上的电阻一个接一个地依次连接起来,就组成了串联电路。图 1-11 所示为 3 个电阻组成的串联电路。

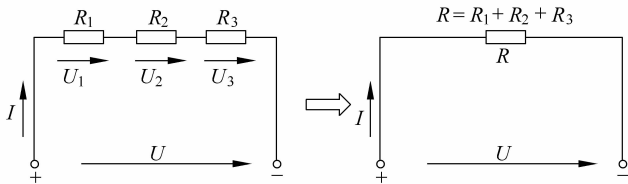


图 1-11 电阻串联电路

电阻串联电路的特点如表 1-2 所示。

表 1-2 电阻串联电路的特点

多个电阻	电压 U	$U=U_1+U_2+U_3+\cdots+U_n$
	等效电阻 R	$R=R_1+R_2+R_3+\cdots+R_n$
	电流 I	$\frac{U_1}{R_1}=\frac{U_2}{R_2}=\cdots=\frac{U_n}{R_n}$
	功率 P	$P=P_1+P_2+P_3+\cdots+P_n=I^2R_1+I^2R_2+I^2R_3+\cdots+I^2R_n$
两个电阻	等效电阻 R	$R=R_1+R_2$
	分压公式	$U_1=\frac{UR_1}{R_1+R_2}, \quad U_2=\frac{UR_2}{R_1+R_2}$

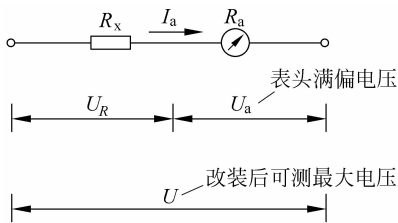


图 1-12

由表 1-2 中的分压公式可知,在串联电路中,阻值越大的电阻分配到的电压越大,反之电压越小。利用电阻串联电路的这一特点,可以扩大电压表的量程,还可以制成电阻分压器。

【例 1-1】 有一只万用表,表头等效内阻 $R_a=10\text{k}\Omega$,满刻度电流(即允许通过的最大电流) $I_a=50\mu\text{A}$,如图 1-12 所示。如改装成量程为 10V 的电压

表,应串联多大的电阻?

解 按题意,当表头满刻度时,表头两端电压 U_a 为

$$U_a = I_a R_a = 50 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^3 = 0.5 (\text{V})$$

设量程扩大到 10V 需要串入的电阻为 R_x ,则

$$R_x = \frac{U_R}{I_a} = \frac{U - U_a}{I_a} = \frac{10 - 0.5}{50 \times 10^{-6}} = 190 (\text{k}\Omega)$$

2. 电阻并联电路

把 2 个或 2 个以上电阻并列地连接起来,由同一电压供电,就组成了并联电路。图 1-13 所示为由 3 个电阻组成的并联电路。

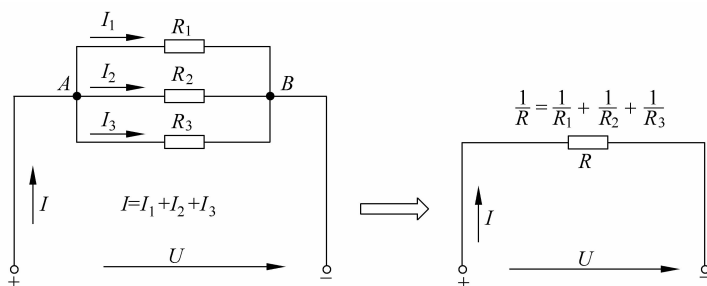


图 1-13 电阻并联电路

电阻并联电路的特点如表 1-3 所示。

表 1-3 电阻并联电路的特点

多个电阻	电压 U	$IR = I_1 R_1 = I_2 R_2 = \cdots = I_n R_n$
	等效电阻 R	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$
	电流 I	$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n$
	功率 P	$P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n = \frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2} + \frac{U^2}{R_3} + \cdots + \frac{U^2}{R_n}$
两个电阻	等效电阻 R	$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
	分流公式	$I_1 = \frac{IR_2}{R_1 + R_2}, \quad I_2 = \frac{IR_1}{R_1 + R_2}$

凡是额定工作电压相同的负载都可以采用并联的工作方式。例如,家庭中使用的电灯、电风扇、电视机、电冰箱、空调、洗衣机等,工厂中的电动机、电炉以及各种照明灯具等,都是并列地连接在电路中,并各自安装一个开关,它们可以分别控制,互不影响。

提示: (1) n 个相同的电阻并联,总电阻为一个电阻的 $1/n$ 。

(2) 若干个不同的电阻并联,总电阻小于其中最小的电阻。

电路中元件既有串联又有并联的连接方式称为**混联**。对于电阻混联电路的计算,只根据电阻串、并联的规律逐步求解即可;但对于某些较为复杂的电阻混联电路,很难立即判别出各电阻之间的连接关系。那么,比较有效的方法就是画出等效电路图,即把原电路整理

成较为直观的串、并联关系的电路图,然后计算其等效电阻。

1.2.3 全电路欧姆定律

全电路是含有电源的闭合电路,包括用电器和导线等,如图 1-14 所示。电源内部的电路称为**内电路**,如发电机的线圈、电池内的溶液等;电源内部的电阻称为**内电阻**,简称内阻;电源外部的电路称为**外电路**;外电路中的电阻称为**外电阻**。

全电路欧姆定律的内容是: 闭合电路中的电流与电源的电动势成正比,与电路的总电阻(内电路电阻与外电路电阻之和)成反比,其公式为

$$I = \frac{E}{R + r}$$

式中, E 为电源的电动势; R 、 r 分别为内电路电阻和外电路电阻。

由上式可得

$$E = IR + Ir = U_{\text{外}} + U_{\text{内}}$$

式中, $U_{\text{内}}$ 为内电路的电压降; $U_{\text{外}}$ 为外电路的电压降,也是电源两端的电压。这样,全电路欧姆定律又可表述为: 在一个闭合回路中,电源电动势等于外电路电压降与内电路电压降之和。

将 $E = IR + Ir$ 两边同乘以 I , 可得

$$IE = I^2 R + I^2 r$$

即

$$P_{\text{电源}} = P_{\text{负载}} + P_{\text{内阻}}$$

上式表明,在一个闭合回路中,电源电动势发出的功率,等于负载电阻消耗的功率和电源内阻消耗的功率之和。这种关系称为电路中的**功率平衡**。

1.2.4 电路的 3 种状态

由全电路欧姆定律可知,电源端电压 U 与电源电动势 E 的关系为

$$U = E - Ir$$

可见,当电源电动势 E 和内阻 r 一定时,电源端电压 U 将随负载电流 I 的变化而变化。我们把电源端电压随负载电流变化的关系特性称为电源的**外特性**,其关系特性曲线称为电源的**外特性曲线**,如图 1-15 所示。由图可见,电源端电压 U 随着电流 I 的增大而减小。电源内阻越大,直线倾斜得越厉害;直线与纵轴交点的纵坐标表示电源电动势的大小($I=0$ 时, $U=E$)。

下面应用全电路欧姆定律,分析图 1-16 所示电路在 3 种不同状态下,电源端电压与输

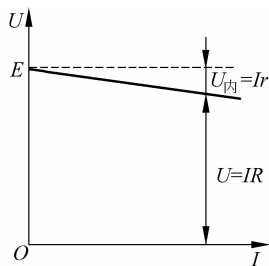


图 1-15 电源的外特性曲线

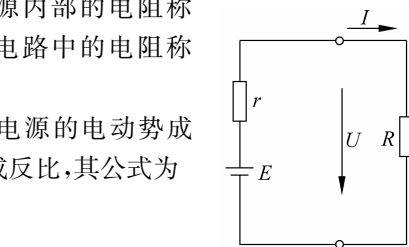


图 1-14 全电路

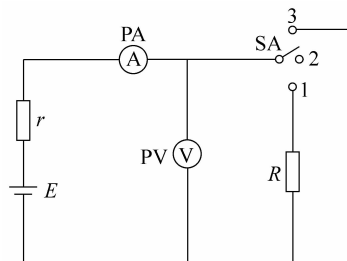


图 1-16 电路的 3 种状态

出电流之间的关系。

1. 通路

开关 SA 接到位置“1”时,电路处于通路状态。电流从电源的正极沿着导线经过负载最终回到电源的负极,电流形成闭合路径,所以也称**闭路**。这是电路的**正常工作状态**。

电路中电流为

$$I = \frac{E}{R + r}$$

端电压与输出电流的关系为

$$U_{\text{外}} = E - U_{\text{内}} = E - Ir$$

可见,当电源电动势和内阻一定时,端电压随输出电流的增大而下降。通常,把通过大电流的负载称为**大负载**,把通过小电流的负载称为**小负载**。也就是说,当电源的内阻一定时,电路接大负载时,端电压下降较多;电路接小负载时,端电压下降较少。

2. 开路(断路)

开关 SA 接到位置“2”时,电路处于开路状态。相当于负载电阻 $R \rightarrow \infty$ 或电路中某处连接导线断开。此时电路中电流为零,内阻压降也为零, $U_{\text{外}} = E - Ir = E$,即电源的开路电压等于电源的电动势。

实际电路中,因导体的接触面有氧化层、脏污,或接触面过小、接触压力不足等,也会造成电阻过大的现象出现,严重时也会造成开路。

3. 短路

开关 SA 接到位置“3”时,相当于电源两极被导线直接相连。电流未经负载,直接从电源正极到达负极。电路中短路电流 $I_{\text{短}} = E/r$ 。由于电源内阻一般都很小,所以**短路电流极大**。此时,电源对外输出电压 $U = E - I_{\text{短}}r = 0$ 。

所以,电源短路是**严重的故障状态**,必须尽量避免发生。但在调试和维修电气设备的过程中,有时会有意将电路中某一部分短路,这是为了让与调试过程无关的部分暂时不通电流,是为了便于发现故障而采用的一种特殊方法,这种方法也只有在确保电路安全的情况下才能采用。

1.3 基尔霍夫定律

学习目标

1. 了解复杂电路和简单电路的区别。
2. 熟悉基尔霍夫第一定律的内容,并了解其应用。
3. 熟悉基尔霍夫第二定律的内容,并了解其应用。

图 1-17 所示电路只有 3 个电阻,2 个电源,但这 3 个电阻既不是串联也不是并联,无法利用电阻串、并联关系进行分析和计算,这样的电路称为**复杂电路**。

分析复杂电路要应用基尔霍夫定律。为了阐明该定律的含义,首先介绍相关的基本术语。

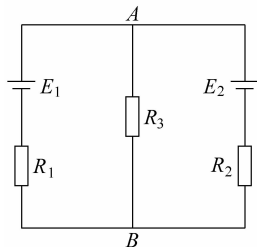


图 1-17 复杂电路

支路 电路中的每一个分支称为支路。它由 1 个或几个相互串联的电路元件所构成。图 1-17 所示电路中有 3 条支路, 即 E_1 、 R_1 支路; R_3 支路; E_2 、 R_2 支路。其中含有电源的支路称为**有源支路**, 如 E_1 、 R_1 支路; E_2 、 R_2 支路; 不含电源的支路称为**无源支路**, 如 R_3 支路。

节点 3 条或 3 条以上支路所汇成的交点称为节点。图 1-17 所示电路中有 A、B 两个节点。

回路和网孔 电路中任意一条闭合路径都称为回路。一个回路可能只包含一条支路, 也可能包含几条支路。其中, 最简单的回路又称独立回路或网孔。图 1-17 所示电路中有 3 个回路, 2 个网孔。

提示: 网孔一定是回路, 但回路不一定是网孔。

1.3.1 基尔霍夫第一定律

基尔霍夫第一定律又称**节点电流定律**。它指出: 在任一瞬间, 流进某一节点的电流之和恒等于流出该节点的电流之和, 即

$$\sum I_{\text{进}} = \sum I_{\text{出}}$$

如图 1-18 所示, 对于节点 O 有

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

可改写成

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

因此得到

$$\sum I = 0$$

即对任意一个节点来说, 流入(或流出)该节点的电流的代数和恒等于零。

提示: 在应用基尔霍夫第一定律求解未知电流时, 可先任意假设支路电流的参考方向, 列出节点电流方程。通常可将流进节点的电流取正, 流出节点的电流取负, 再根据计算值的正负来确定未知电流。

【例 1-2】 在图 1-19 所示电路中, $I_1 = 2\text{A}$, $I_2 = -3\text{A}$, $I_3 = -4\text{A}$, 试求 I_4 。

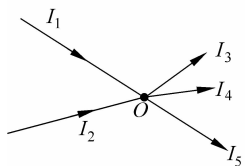


图 1-18 基尔霍夫第一定律

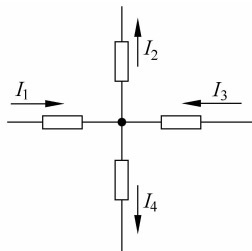


图 1-19

解 由基尔霍夫第一定律可知

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

代入已知值, 得

$$2 - (-3) + (-4) - I_4 = 0$$

解得

$$I_4 = 1\text{A}$$

式中括号外正负号是由基尔霍夫第一定律根据电流的参考方向确定的,括号内数字前的负号则是表示实际电流方向和参考方向相反。

基尔霍夫第一定律可以推广应用于任意假设的闭合面(广义节点)。例如,图 1-20 电路中闭合面所包围的是一个三角形电路,它有 3 个节点。应用基尔霍夫第一定律可以列出

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

上面三式相加得

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

或

$$\sum I = 0$$

即流入此闭合面的电流恒等于流出该闭合面的电流。

【例 1-3】 图 1-20 所示电路中,若电流 $I_A = 1\text{A}$, $I_B = -5\text{A}$, $I_{CA} = 2\text{A}$, 试求电流 I_C 、 I_{AB} 和 I_{BC} 。

解 由

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

可得

$$I_C = 4\text{A}$$

$$I_{AB} = I_A + I_{CA} = 1 + 2 = 3(\text{A})$$

$$I_{BC} = I_{CA} - I_C = 2 - 4 = -2(\text{A})$$

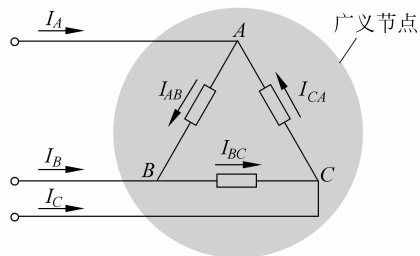


图 1-20 广义节点

1.3.2 基尔霍夫第二定律

基尔霍夫第二定律又称回路电压定律。它指出：在任一闭合回路中,各段电路电压降的代数和恒等于零,即

$$\sum U = 0$$

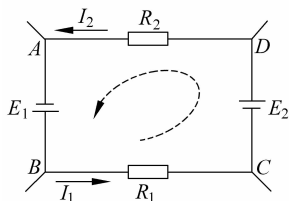


图 1-21 基尔霍夫第二定律

在图 1-21 中,按虚线方向循环一周,根据电压与电流的参考方向可得

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$

即

$$-E_1 + I_1 R_1 - E_2 + I_2 R_2 = 0$$

或

$$E_1 + E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

由此,可得到基尔霍夫第二定律的另一种表示形式为

$$\sum E = \sum IR$$

即在任一回路循环方向上,回路中电动势的代数和恒等于电阻上电压降的代数和。

提示：在用式 $\sum U = 0$ 时,凡电流的参考方向与回路循环方向一致者,该电流在电阻上所产生的电压降取正,反之取负。电动势也作为电压来处理,即从电源的正极到负极电压

取正,反之取负。

在用式 $\sum E = \sum IR$ 时,电阻上电压的规定与用式 $\sum U = 0$ 时相同,而电动势的正负

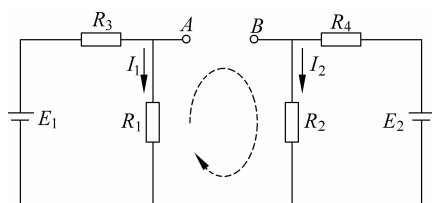


图 1-22 广义回路

号则恰好相反,也就是当循环方向与电动势的方向(由电源负极通过电源内部指向正极)一致时,该电动势取正,反之取负。

基尔霍夫第二定律也可以推广应用于不完全由实际元件构成的假想回路。例如图 1-22 电路中, A、B 两点并不闭合,但仍可将 A、B 两点间电压列入回路电压方程,可得

$$\sum U = U_{AB} + I_2 R_2 - I_1 R_1 = 0$$

1.3.3 支路电流法

支路电流法是分析、计算复杂电路的一种基本方法。它是以电路中每条支路的电流为未知量,对独立节点、独立回路(网孔)分别应用基尔霍夫电流定律、电压定律列出相应的方程,从而解得支路电流。

【例 1-4】 图 1-23 所示电路中, $E_1 = E_2 = 17\text{V}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $R_3 = 5\Omega$, 求各支路电流。

解 (1) 标出各支路电流参考方向和独立回路的绕行方向,应用基尔霍夫第一定律列出节点电流方程,即

$$I_1 + I_2 = I_3$$

(2) 应用基尔霍夫第二定律列出回路电压方程,即

$$\text{对于回路 1 有} \quad E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$$

$$\text{对于回路 2 有} \quad E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3$$

整理得联立方程

$$\begin{cases} I_2 = I_3 - I_1 \\ 2I_1 + 5I_3 = 17 \\ I_2 + 5I_3 = 17 \end{cases}$$

(3) 解联立方程得

$$\begin{cases} I_1 = 1\text{A} \\ I_2 = 2\text{A} \\ I_3 = 3\text{A} \end{cases}$$

电流方向都与假设方向相同。

通过以上分析,可总结出支路电流法的解题步骤为:

(1) 假定各支路电流的参考方向、独立回路的绕行方向。绕行方向一般取与电动势方向一致,对具有 2 个以上电动势的回路,则取电动势大的为绕行方向。

(2) 根据基尔霍夫电流定律对独立节点列电流方程,如果电路中有 n 个节点,则列出 $(n-1)$ 个独立电流方程。

(3) 根据基尔霍夫电压定律对独立回路列电压方程(一般选取网孔,网孔是独立回路),

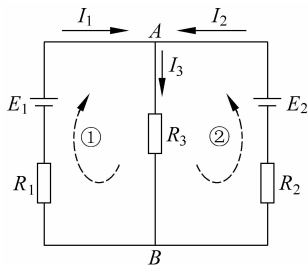


图 1-23

如果电路中有 n 个节点、 b 条支路,则可列出 $b-(n-1)$ 个独立回路方程。

(4) 联立方程组,求解得出各支路电流。

1.4 有源电路的等效变换

学习目标

1. 了解电压源和电流源的特点及其等效变换。
2. 了解戴维南定理(等效电压源定理),理解负载获得最大功率的条件。
3. 会用有源电路的等效变换分析计算电路。

含有电源的电路称为**有源电路**。一个实际电源既可以用电压源表示,也可以用电流源表示。为了分析电路的方便,在一定条件下,电压源和电流源可以进行等效变换,一个有源二端网络也可以等效为一个电压源。

1.4.1 独立源

独立源是独立电源的简称,是指能够独立对外电路提供电能的电源。独立源一般分为电压源和电流源。

1. 电压源

把一个实际电源用一个恒定电动势和内阻串联表示,称为**电压源模型**,简称**电压源**(图 1-24)。电压源接上负载后,输出电压(端电压)的大小为 $U=E-Ir$,在输出相同电流的条件下,电源内阻 r 越大,输出电压越小。若电源内阻 $r=0$,则端电压 $U=E$,而与输出电流的大小无关。我们把内阻为零的电压源称为**理想电压源**(图 1-25),又称**恒压源**。

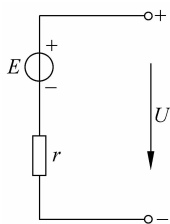


图 1-24 实际电压源

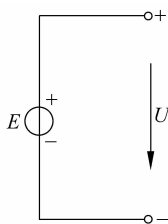


图 1-25 理想电压源(恒压源)

大多数实际电源,如发电机,新的干电池、蓄电池,大型电网以及实验室常用的直流稳压电源等,都比较接近理想电压源。

2. 电流源

在某些特殊场合,为了能够输出较稳定的电流,要求电源具有很大的内阻。

例如,将 12V 蓄电池串联一个 12kΩ 的电阻(图 1-26),如果负载电阻 R_L 只在 0 至几十欧之间变化,则电源输出的电流为

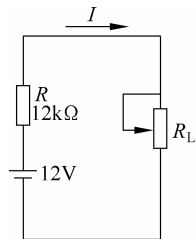


图 1-26

$$I = \frac{12}{12\,000 + R_L} \approx 1\text{mA}$$

输出电流几乎保持不变。可见,当低电阻的负载在一定范围内变化时,具有高内阻的电源输出的电流基本恒定,电源内阻越高,输出的电流越接近于恒定。我们把内阻无穷大的电源称为**理想电流源**,又称**恒流源**,如图 1-27 所示。光电池和一些电子器件(如晶体三极管)具有恒流特性,比较接近理想电流源。

把一个实际电源用一个恒流源和内阻并联表示,称为**电流源模型**,简称**电流源**,如图 1-28 所示。输出电流 I_s 在内阻上的分量为 I_o ,在负载 R_L 上的分量为 I_L 。

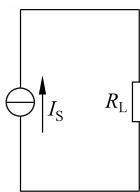


图 1-27 理想电流源(恒流源)

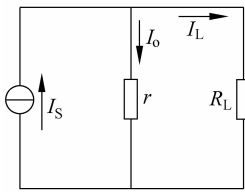


图 1-28 实际电流源

3. 电压源与电流源的等效变换

在满足一定条件时,电压源与电流源可以相互等效变换。

在图 1-29 中,如果两种电源模型对外等效,那么它们对相同的电阻 R 应产生相同的效果,即负载电阻应得到相同的电压 U 和电流 I 。

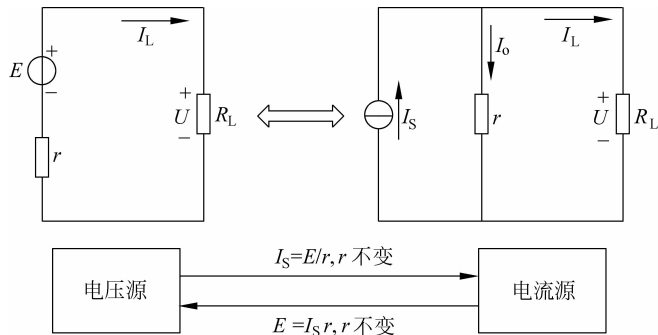


图 1-29 电压源与电流源的等效变换

在电压源模型中,有

$$E = I_L r + U$$

在电流源模型中,有

$$I_s = I_L + \frac{U}{r}$$

即 $rI_s = I_L r + U$

比较以上两式,可得

$$E = rI_s$$

即 $I_s = \frac{E}{r}$

【例 1-5】 试将图 1-30(a)中的电压源模型转换为电流源,将图 1-30(b)中的电流源转换为电压源。

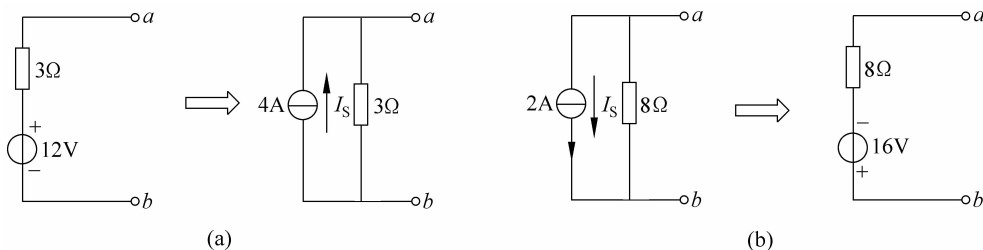


图 1-30

解 (1) 将电压源转换为电流源,可得

$$I_s = \frac{E}{r} = \frac{12}{3} = 4(\text{A}) \quad (\text{内阻不变})$$

电流源电流的参考方向与电压源正负极参考方向一致,如图 1-30(a)所示。

(2) 将电流源转换为电压源,可得

$$E = I_s r = 2 \times 8 = 16(\text{V}) \quad (\text{内阻不变})$$

电压源正负极参考方向与电流源电流的参考方向一致,如图 1-30(b)所示。

提示: 进行电压源与电流源等效变换时,应注意以下几点:

- (1) 电压源正负极参考方向与电流源电流的参考方向在变换前后应保持一致。
- (2) 两种实际电源模型等效变换是指外部等效,对外部电路各部分的计算是等效的,但对电源内部的计算是不等效的。
- (3) 理想电压源(恒压源)与理想电流源(恒流源)相互之间不能等效变换。

【例 1-6】 电路如图 1-31 所示,试用电源变换的方法求 R_3 支路的电流。

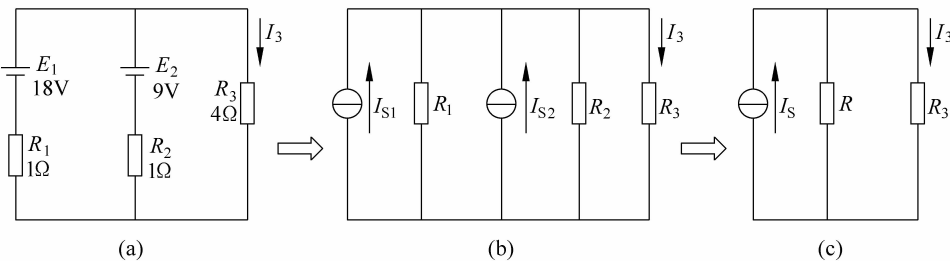


图 1-31

解 (1) 将两个电压源分别等效变换成电流源(图 1-31(b)),这两个电流源的内阻仍为 R_1 、 R_2 ,则两等效电流分别为

$$I_{S1} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{18}{1} = 18(\text{A}), \quad I_{S2} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{9}{1} = 9(\text{A})$$

(2) 将两个电流源合并成一个电流源(图 1-31(c)),其等效电流和内阻分别为

$$I_S = I_{S1} + I_{S2} = 27(\text{A}), \quad R = R_1 // R_2 = 0.5\Omega$$

(3) 最后求得 R_3 上电流为

$$I_3 = \frac{R}{R_3 + R} I_s = \frac{0.5}{4 + 0.5} \times 27 = 3(\text{A})$$

1.4.2 受控源

独立源的电压或电流都是由电源本身决定的,与电源之外的其他电路无关,而受控源的电压或电流则要受到其他电路的电压或电流的控制。为了与独立源相区别,受控源的符号用菱形表示,如图 1-32 所示。

受控源是一种四端元件,一对是输入端,另一对是输出端,输出受输入的控制。因此,输入量称为控制量,输出量称为受控量。根据控制量是电压还是电流,受控源是电压源还是电流源,受控源可分为 4 种类型:电压控制电压源(VCVS)、电压控制电流源(VCCS)、电流控制电压源(CCVS)、电流控制电流源(CCCS)。

图 1-33 所示为晶体三极管及其受控源模型,它是一种典型的电流控制电流源。

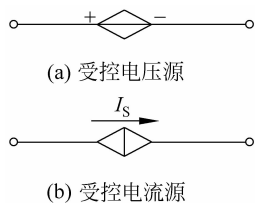


图 1-32 受控源的电路符号

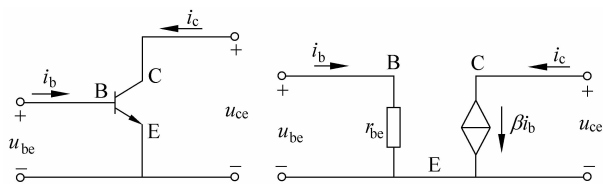


图 1-33 晶体三极管及其等效的受控源模型

1.4.3 戴维南定理

在上例中,利用电源变换的方法求 R_3 支路电流时,我们是将原电路中两个电压源等效为一个电流源,当然也可以等效为一个电压源,如图 1-34 所示。

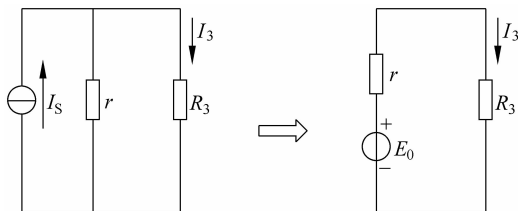


图 1-34

电压源电动势

$$E_0 = I_s r = 27 \times 0.5 = 13.5\text{V}$$

内阻

$$r = 0.5\Omega$$

R_3 支路的电流

$$I_3 = \frac{E_0}{R_3 + r} = \frac{13.5}{4 + 0.5} = 3(\text{A})$$

这给我们一个启示: 对于一个复杂电路,并不要求出所有支路的电流,而只需求出某

一支路的电流。这种情况下,可以把待求支路移开,而把其余部分等效为一个电压源,这样运算就很简便了。

戴维南定理所给出的正是这种方法,因此戴维南定理又称**等效电压源定理**。这种等效电压源电路也称**戴维南等效电路**。

任何具有两个引出端的电路都可称为**二端网络**。若在这部分电路中含有电源,就称为**有源二端网络**(图 1-35(a)),否则称为**无源二端网络**(图 1-35(b))。

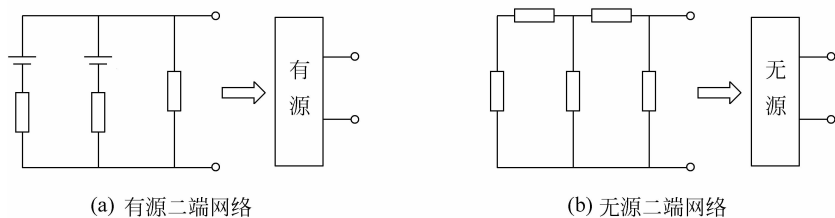


图 1-35 二端网络

戴维南定理指出:任何线性有源二端网络都可以用一个等效电压源来代替,电压源的电动势等于二端网络的开路电压,其内阻等于有源二端网络内所有电源不起作用时网络两端的等效电阻。

提示:应用戴维南定理时,应注意以下几点:

- (1) 戴维南定理只适用于线性有源二端网络,若有源二端网络内含有非线性电阻,则不能应用戴维南定理。
- (2) 在画等效电路时,电压源的参考方向应与选定的有源二端网络开路电压参考方向一致。

下面以电桥电路为例,试用戴维南定理进行求解。

【例 1-7】电桥电路如图 1-36(a)所示,已知 $R_1=10\Omega$, $R_2=2.5\Omega$, $R_3=5\Omega$, $R_4=20\Omega$, $E=12.5\text{V}$ (内阻不计), $R_5=69\Omega$,试求电阻 R_5 上通过的电流。

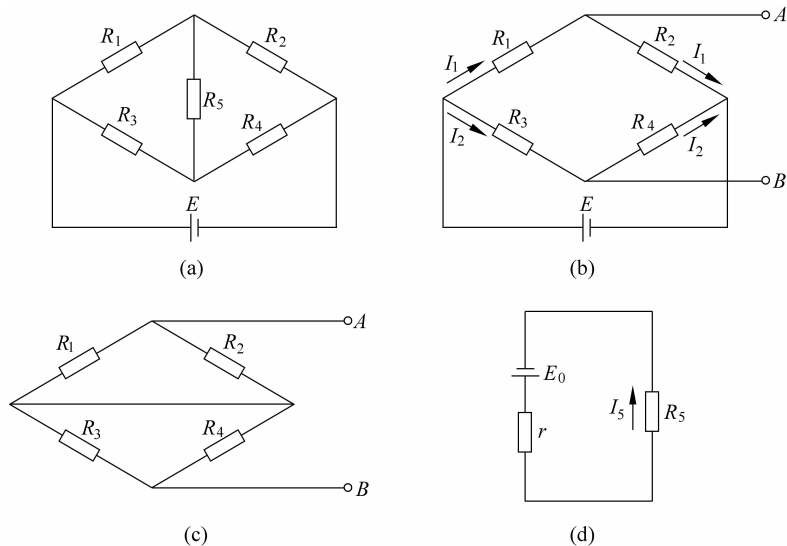


图 1-36

解 (1) 先移开 R_5 支路, 求开路电压 U_{AB} , 如图 1-36(b) 所示。

$$\begin{aligned} U_{AB} &= -I_1 R_1 + I_2 R_3 = -\frac{E}{R_1 + R_2} R_1 + \frac{E}{R_3 + R_4} R_3 \\ &= \frac{-12.5}{10 + 2.5} \times 10 - \frac{12.5}{5 + 20} \times 5 = -7.5(\text{V}) \end{aligned}$$

(2) 再求等效电阻 R_{AB} (注意要将电源除去), 如图 1-36(c) 所示。

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \times 2.5}{10 + 2.5} + \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 6(\Omega)$$

(3) 画出等效电路, 并将 R_5 接入, 如图 1-36(d) 所示, 则

$$I_5 = \frac{E_0}{r + R_5} = \frac{7.5}{6 + 69} = 0.1(\text{A})$$

1.4.4 负载获得最大功率的条件

电源接上负载后, 电源要向负载输送功率, 负载要从电源吸收功率。由于电源内阻的存在, 电源输出的总功率由电源内阻消耗的功率与外接负载获得的功率两部分组成。如果内阻的功率较大, 负载上获得的功率就较小。那么, 在什么情况下, 负载才能获得最大功率呢?

设电源电动势为 E , 内阻为 r , 负载为纯电阻 R , 则有

$$P = I^2 R = \left(\frac{E}{R + r} \right)^2 R = \frac{RE^2}{(R + r)^2}$$

利用 $(R + r)^2 = (R - r)^2 + 4Rr$, 上式可写成

$$P = \frac{RE^2}{(R - r)^2 + 4Rr} = \frac{E^2}{\frac{(R - r)^2}{R} + 4r}$$

当 $R = r$ 时, 上式分母值最小, P 值最大, 所以负载获得最大功率的条件是: 负载电阻与电源的内阻相等, 即 $R = r$, 这时负载获得的最大功率为

$$P_m = \frac{E^2}{4R} = \frac{E^2}{4r}$$

由于负载获得最大功率也就是电源输出最大功率, 因而这一条件也是电源输出最大功率的条件。

当电动势和内阻均恒定不变时, 负载功率 P 随负载电阻 R 变化的关系曲线如图 1-37 所示。

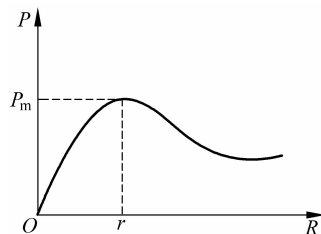


图 1-37 负载获得最大功率的条件

【例 1-8】图 1-38(a) 所示电路中, 电源电动势 $E = 6\text{V}$, 内阻 $r = 10\Omega$, 电阻 $R_1 = 10\Omega$, 要使 R_2 获得最大功率, R_2 应为多大? 这时 R_2 获得的功率是多少?

解 (1) 移开 R_2 支路, 将左边电路看成有源两端网络(图 1-38(b))。

(2) 将有源两端网络等效变换成电压源, 电压源电动势和内阻分别为

$$E_0 = U_{ab} = I_1 R_1 = 0.3 \times 10 = 3(\text{V})$$

$$r_0 = \frac{R_1 \times r}{R_1 + r} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5(\Omega)$$

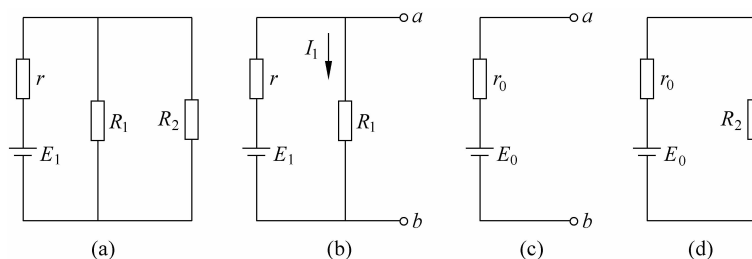


图 1-38

(3) $R_2 = r_0 = 5\Omega$ 时, R_2 可获得最大功率, 最大功率为

$$P_m = \frac{E_0^2}{4r_0} = \frac{3^2}{4 \times 5} = 0.45(\text{W})$$

当负载电阻与电源内阻相等时, 称为负载与电源匹配。这时负载上和电源内阻上消耗的功率相等, 电源的效率即负载功率与电源输出总功率之比只有 50%。在电子电路中, 由于信号一般很弱, 常要求从信号源获得最大功率, 因而必须满足匹配条件。

但在电力系统中, 输送功率很大, 如何提高效率就显得非常重要, 必须使电源内阻(包括输电线路电阻)远小于负载电阻, 以减小损耗, 提高效率。

1.5 叠加原理

学习目标

1. 了解叠加原理的内容和适用条件。
2. 会用叠加原理分析计算电路。
3. 了解节点电压法的应用。

叠加原理是线性电路中的一个基本定理, 所谓线性电路是指其电路参数不随外加电压及通过其中的电流而变化的电路。叠加原理不仅可用于求解线性电路, 而且许多定理和公式都是根据叠加原理推导出的。

叠加原理指出: 对于线性电路, 任意一条支路的电压或电流都可以看成是每一个独立源单独作用时, 在此支路中所产生的电压或电流的代数和。

定理中所说的独立源单独作用, 是指当某一独立源单独作用时, 其他独立源都不起作用, 即独立电压源用短路代替, 独立电流源用开路代替。

下面利用一道例题说明应用叠加原理解题的方法。

【例 1-9】 如图 1-39(a) 所示电路, 用叠加原理求各支路电流, 并计算 R_3 上消耗的功率。

解 (1) 将原电路分解为 E_1 和 E_2 分别作用的两个简单电路, 并标出电流参考方向, 如图 1-39(b)、(c) 所示。

(2) 分别求出各电源单独作用时各支路电流。

图 1-39(b) 中, E_1 单独作用时, 有

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{18}{1 + \frac{1 \times 4}{1 + 4}} = 10(\text{A})$$

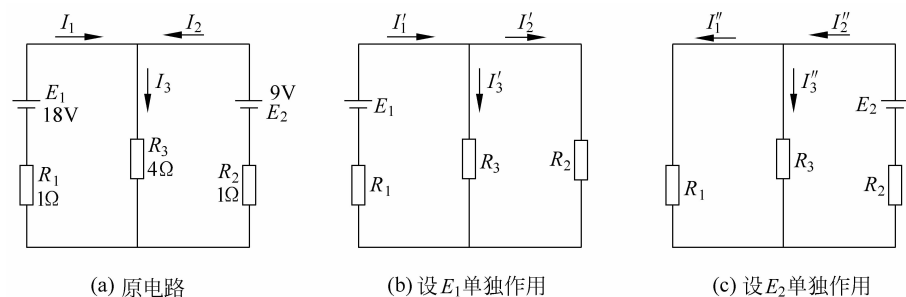


图 1-39

$$I'_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I'_1 = \frac{4}{1 + 4} \times 10 = 8(\text{A})$$

$$I'_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I'_1 = \frac{1}{1 + 4} \times 10 = 2(\text{A})$$

图 1-39(c) 中, E_2 单独作用时, 有

$$I''_2 = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{9}{1 + \frac{1 \times 4}{1 + 4}} = 5(\text{A})$$

$$I''_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I''_2 = \frac{4}{1 + 4} \times 5 = 4(\text{A})$$

$$I''_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I''_2 = \frac{1}{1 + 4} \times 5 = 1(\text{A})$$

(3) 将各支路电流叠加(即求出代数和), 得

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 10 - 4 = 6(\text{A}) \text{ (方向与 } I'_1 \text{ 相同)}$$

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 5 - 8 = -3(\text{A}) \text{ (方向与 } I'_2 \text{ 相同)}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 2 + 1 = 3(\text{A}) \text{ (方向与 } I'_3, I''_3 \text{ 均相同)}$$

R_3 上消耗的功率为

$$P_3 = I_3^2 R_3 = 3^2 \times 4 = 36(\text{W})$$

$$P'_3 + P''_3 = (I'_3)^2 R_3 + (I''_3)^2 R_3 = 2^2 \times 4 + 1^2 \times 4 = 20(\text{W})$$

显然 $P_3 \neq P'_3 + P''_3$ 。

可以看出, 功率计算不能采用叠加原理直接叠加。

提示: 应用叠加原理解题时, 应注意以下几点:

(1) 叠加原理只适用于线性电路。

(2) 计算某一独立电源单独作用所产生的电流(或电压)时, 应将电路中其他独立电压源用短路线代替(即令 $U_s = 0$), 其他独立电流源用开路代替(即令 $I_s = 0$), 所有独立源的内阻都应保留不变。

(3) 在进行叠加时, 要注意各个分量在电路图中所标出的参考方向, 若所求分量的参考方向与图中总量的参考方向一致, 叠加时取正号, 相反时取负号。

(4) 叠加原理只能用来计算线性电路中的电流或电压, 但功率 P 不能用叠加原理计算, 因为功率与电流(或电压)之间不是线性关系。