

栈和队列

第3章

栈和队列是两种特殊的线性表。从数据逻辑结构角度看，栈和队列的元素均呈现一种线性关系；从运算的角度看，栈和队列的基本运算是线性表运算的子集，是操作受限的线性表。本章介绍栈和队列的概念、存储结构和基本运算的实现算法。

3.1 栈

3.1.1 栈的基本概念

栈是一种特殊的线性表，其特殊性体现在元素插入和删除运算上，它的插入和删除运算仅限定在表的某一端进行，不能在表中间和另一端进行。允许进行插入和删除的一端称为**栈顶**，另一端称为**栈底**。处于栈顶位置的数据元素称为**栈顶元素**。不含任何数据元素的栈称为空栈。

正是这种受限的元素插入和删除运算，使得栈表现出先进后出的特点。举一个例子进行说明，假设有一个很窄的死胡同，胡同里能容纳若干人，但每次只能容许一个人进出。现有 5 个人，分别编号为①～⑤，按编号的顺序依次进入此死胡同，如图 3.1(a)所示。此时若编号为④的人要退出死胡同，必须等⑤退出后才可以。若①要退出，则必须等到⑤、④、③、②依次都退出后才行，如图 3.1(b)所示。这里人进出死胡同的原则是先进去的后出来。

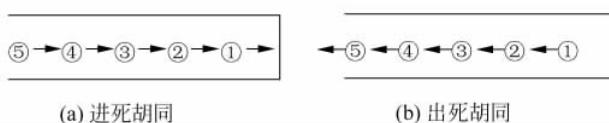


图 3.1 死胡同示意图

在该例中，死胡同就看作一个栈，栈顶相当于死胡同口，栈底相当于死胡同的另一端，进、出死胡同可看作栈的插入、删除运算。插入、删除都在栈顶进行，相当于进出都经过死胡同口。

栈的示意图如图 3.2 所示。

栈的基本运算主要包括以下 6 种：

- (1) 初始化栈 InitStack(st)。建立一个空栈 st。
- (2) 销毁栈 DestroyStack(st)。释放栈 st 占用的内存空间。
- (3) 进栈 Push(st, x)。将元素 x 插入栈 st 中,使 x 成为栈 st 的栈顶元素。
- (4) 出栈 Pop(st, x)。当栈 st 不空时,将栈顶元素赋给 x,并从栈中删除当前栈顶。
- (5) 取栈顶元素 GetTop(st)。若栈 st 不空,返回栈顶元素;当栈 st 为空时,结果为一特殊标识。
- (6) 判断栈空 StackEmpty(st)。判断栈 st 是否为空栈。

包含基本运算的栈如图 3.3 所示,其中 $op_1 \sim op_6$ 表示上述 6 个基本运算。

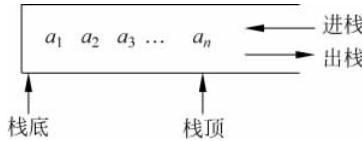


图 3.2 栈的示意图

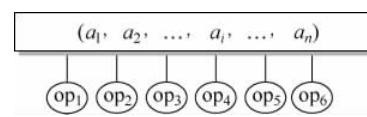


图 3.3 包含基本运算的栈

【例 3.1】 设一个栈的输入序列为 a, b, c, d , 借助一个栈所得到的输出序列不可能是_____。

- A. a, b, c, d B. b, d, c, a C. a, c, d, b D. d, a, b, c

解: a, b, c, d 序列经过栈的情况如图 3.4 所示,根据栈的特点,很容易得出 d, a, b, c 是不可能的,因为 d 先出栈,说明 a, b, c 均在栈中,按照进栈顺序,在栈中顺序应为 c, b, a ,出栈的顺序只能是 d, c, b, a 。所以不可能的出栈序列是 D。

【例 3.2】 已知一个栈的进栈序列是 $1, 2, 3, \dots, n$,其输出序列是 p_1, p_2, \dots, p_n ,若 $p_1 = n$,则 p_i 的值为_____。

- A. i B. $n-i$ C. $n-i+1$ D. 不确定

解: $p_1 = n$,则输出序列只能是 $n, n-1, \dots, 2, 1$,由此推出 $p_i = n-i+1$ 。本题答案为 C。

【例 3.3】 元素 a, b, c, d, e 依次进入初始为空的栈中,若元素进栈后可停留、可出栈,直到所有的元素都出栈,则所有可能的出栈序列中,以元素 d 开头的序列个数是_____。

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

解: 若元素 d 第一个出栈, a, b, c 均在栈中,如图 3.5 所示,此时 c 可以出栈,也可以 e 进栈,从而构成的出栈序列为: $decba, dceba, dcbea, dcbae$ 。本题答案为 B。

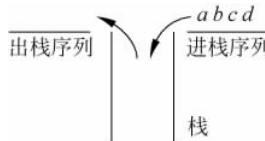


图 3.4 序列经过一个栈的情况

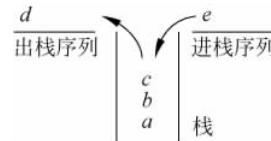


图 3.5 元素出栈的情况

3.1.2 栈的顺序存储结构

和线性表类似,栈也有两种存储结构:顺序存储结构和链式存储结构。

栈的顺序存储结构称为顺序栈。顺序栈通常由一个一维数组 data 和一个记录栈顶元素位置的变量 top 组成。习惯上将栈底放在数组下标小的那端,栈顶元素由栈顶指针 top 所指向。顺序栈类型定义如下:

```
# define MaxSize 100           //顺序栈的初始分配空间大小
typedef struct
{
    ELEMTYPE data[MaxSize];    //保存栈中元素,这里假设 ELEMTYPE 为 char 类型
    int top;                  //栈顶指针
} SqStack;
```

在上述顺序栈定义中,ELEMTYPE 为栈元素的数据类型,MaxSize 为一个常量,表示 data 数组中最多可放的元素个数,data 元素的下标范围为 0~MaxSize-1。当 top=-1 时表示栈空;当 top=MaxSize-1 时表示栈满。

图 3.6 说明了顺序栈 st 的几种状态(假设 MaxSize=5)。图 3.6(a)表示顺序栈为栈空,这也是初始化运算得到的结果。此时栈顶指针 top=-1。如果做出栈运算,则会“下溢出”。

图 3.6(b)表示栈中只含一个元素 A,在图 3.6(a)的基础上用进栈运算 Push(st,'A'),可以得到这种状态。此时栈顶指针 top=0。

图 3.6(c)表示在图 3.6(b)基础上又有两个元素 B、C 先后进栈,此时栈顶指针 top=2。

图 3.6(d)表示在图 3.6(c)状态下执行一次 Pop(st,x)运算得到。此时栈顶指针 top=1。故 B 为当前的栈顶元素。

图 3.6(e)表示在图 3.6(d)状态下执行两次 Pop(st,x)运算得到。此时栈顶指针 top=-1,又变成栈空状态。

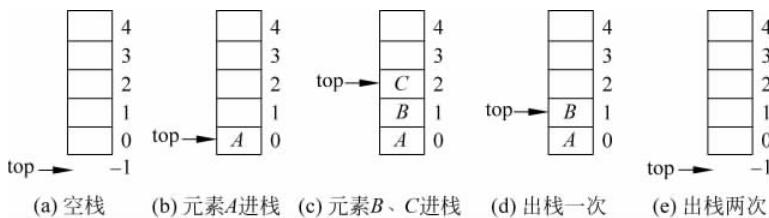


图 3.6 顺序栈的几种状态

归纳起来,对于顺序栈 st,其初始时置 st.top=-1,它的 4 个要素如下。

- (1) 栈空条件: st.top == -1。
- (2) 栈满条件: st.top == MaxSize-1。
- (3) 元素 x 进栈操作: st.top++; 将元素 x 放在 st.data[st.top] 中。
- (4) 出栈元素 x 操作: 取出栈元素 x=st.data[st.top]; st.top--。

顺序栈的基本运算算法如下。

1. 初始化栈运算算法

其主要操作是设定栈顶指针 top 为 -1。对应的算法如下:

```
void InitStack(SqStack &st)           //st 为引用型参数
{
    st.top = -1;
}
```

2. 销毁栈运算算法

这里顺序栈的内存空间是由系统自动分配的，在不再需要时由系统自动释放其空间。对应的算法如下：

```
void DestroyStack(SqStack st)
{ }
```

3. 进栈运算算法

其主要操作是：栈顶指针加1，将进栈元素放在栈顶处。对应的算法如下：

```
int Push(SqStack &st, ElemType x)
{   if (st.top == MaxSize - 1)           //栈满上溢出返回 0
    return 0;
else
{   st.top++;
    st.data[st.top] = x;
    return 1;                         //成功进栈返回 1
}
}
```

4. 出栈运算算法

其主要操作是：先将栈顶元素取出，然后将栈顶指针减1。对应的算法如下：

```
int Pop(SqStack &st, ElemType &x)      //x 为引用型参数
{   if (st.top == -1)                   //栈空返回 0
    return 0;
else
{   x = st.data[st.top];
    st.top--;
    return 1;                         //成功出栈返回 1
}
}
```

5. 取栈顶元素运算算法

其主要操作是：将栈指针 top 处的元素取出赋给变量 x。对应的算法如下：

```
int GetTop(SqStack st, ElemType &x)      //x 为引用型参数
{   if (st.top == -1)                   //栈空返回 0
    return 0;
else
{   x = st.data[st.top];
    return 1;                         //成功取栈顶元素返回 1
}
}
```

6. 判断栈空运算算法

其主要操作是：若栈为空($top == -1$)则返回值 1，否则返回值 0。对应的算法如下：

```
int StackEmpty(SqStack st)
```

```

{   if (st.top == -1) return 1;      //栈空返回 1
    else return 0;                 //栈不空返回 0
}

```

提示：将顺序栈的基本运算函数存放在 SqStack.h 头文件中。

当顺序栈的基本运算函数设计好后,给出以下程序调用这些基本运算函数,读者可以对照程序执行结果进行分析,进一步体会顺序栈的各种运算的实现过程。

```

#include <stdio.h>
#include "SqStack.h"           //包含前面的顺序栈基本运算函数
void main()
{   SqStack st;               //定义一个顺序栈 st
    ElemType e;
    printf("初始化栈 st\n");
    InitStack(st);
    printf("栈 %s\n", (StackEmpty(st) == 1?"空":"不空"));
    printf("a 进栈\n");Push(st, 'a');
    printf("b 进栈\n");Push(st, 'b');
    printf("c 进栈\n");Push(st, 'c');
    printf("d 进栈\n");Push(st, 'd');
    printf("栈 %s\n", (StackEmpty(st) == 1?"空":"不空"));
    GetTop(st, e);
    printf("栈顶元素: %c\n", e);
    printf("出栈次序:");
    while (!StackEmpty(st))           //栈不空循环
    {   Pop(st, e);                  //出栈元素 e 并输出
        printf(" %c ", e);
    }
    printf("\n");
    DestroyStack(st);
}

```

上述程序的执行结果如图 3.7 所示。

【例 3.4】 回文指的是一个字符串从前面读和从后面读都一样,如“abcba”、“123454321”都是回文。设计一个算法利用顺序栈的基本运算判断一个字符串是否为回文。

解:由于回文是以前到后以及从后到前都是一样的,所以只要将待判断的字符串颠倒,然后与原字符串相比较,就可以决定是否回文了。

将字符串 str 从头到尾的各个字符依次放入一个顺序栈 st 中,由于栈的特点是后进先出,则从栈顶到栈底的各个字符,正好是字符串 str 从尾到头的各个字符;然后将字符串 str 从头到尾的各个字符,依次与从栈顶到栈底的各个字符相比较,如果两者不相同,则表明 str 不是回文,在相同时继续比较;如果相应字符全部匹配,则说明 str 是回文。对应的算法如下:

```

int ishw(char str[])
{   SqStack st;               //判断给定字符串 str 是否回文,是返回 1,否则返回 0
    InitStack(st);            //定义一个顺序栈 st
    int i = 0; char ch;

```

初始化栈 st
栈空
a 进栈
b 进栈
c 进栈
d 进栈
栈不空
栈顶元素: d
出栈次序: d c b a

图 3.7 程序执行结果

```

        while ((ch = str[i++]) != '\0')           //所有字符依次进栈
            Push(st, ch);
        i = 0;                                //从头开始遍历 str
        while (!StackEmpty(st))                //栈不空循环
        {
            Pop(st, ch);                     //出栈元素 ch
            if (ch != str[i++])              //两字符不相同时返回 0
            {
                DestroyStack(st);
                return 0;
            }
        }
        DestroyStack(st);
        return 1;                            //所有相应字符都相同时返回 1
    }
}

```

3.1.3 栈的链式存储结构

栈的链式存储结构是采用某种链表结构,栈的链式存储结构简称为链栈。这里采用单链表作为链栈,如图 3.8 所示,该单链表是不带头结点的。

单链表的第一个结点就是链栈的栈顶结点,ls 称为栈顶指针。类似地,栈由栈顶指针 ls 唯一确定,栈中的其他结点通过它们的 next 域链接起来,栈底结点的 next 域为 NULL。因链栈本身没有容量限制,所以不考虑栈满的情况。

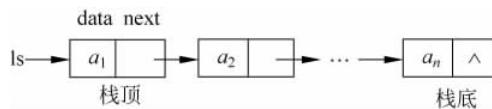


图 3.8 链栈示意图

链栈的类型定义如下:

```

typedef struct node
{
    ElemType data;                      //存储结点数据,这里假设 ElemType 为 char 类型
    struct node * next;                 //指针域
} LinkStack;

```

归纳起来,链栈 ls 初始时 ls=NULL,其 4 个要素如下。

- (1) 栈空条件: ls==NULL。
- (2) 栈满条件: 不考虑。
- (3) 元素 x 进栈操作: 创建存放元素 x 的结点 * p, 将其插入到栈顶位置上。
- (4) 出栈元素 x 操作: 置 x 为栈顶结点的 data 域, 并删除该结点。

链栈的基本运算算法如下。

1. 初始化栈运算算法

其主要操作是: 创建一个栈头结点 * ls, 用 ls=NULL 标识栈为空栈。对应的算法如下:

```

void InitStack(LinkStack * &ls)          //ls 为引用型参数
{
}

```

```
    ls = NULL;
}
```

2. 销毁栈运算算法

链栈的所有结点空间都是通过 malloc 函数分配的，在不再需要时需通过 free 函数释放所有结点的空间。对应的算法如下：

```
void DestroyStack(LinkStack * &ls)
{
    LinkStack * pre = ls, * p;
    if (pre == NULL) return; //考虑空栈的情况
    p = pre -> next;
    while (p != NULL)
    {
        free(pre); //释放 * pre 结点
        pre = p; p = p -> next; //pre、p 同步后移
    }
    free(pre); //释放尾结点
}
```

3. 进栈运算算法

其主要操作是：先创建一个新结点，其 data 域值为 x ；然后将该结点插入到 $* ls$ 结点之后作为栈顶结点。对应的算法如下：

```
void Push(LinkStack * &ls, ElemtType x) //ls 为引用型参数
{
    LinkStack * p;
    p = (LinkStack *)malloc(sizeof(LinkStack));
    p -> data = x; //创建结点 * p 用于存放 x
    p -> next = ls; //插入 * p 结点作为栈顶结点
    ls = p;
}
```

4. 出栈运算算法

其主要操作是：将栈顶结点（即 ls 所指结点）的 data 域值赋给 x ，然后删除该栈顶结点。对应的算法如下：

```
int Pop(LinkStack * &ls, ElemtType &x) //ls 为引用型参数
{
    LinkStack * p;
    if (ls == NULL) //栈空，下溢出返回 0
        return 0;
    else //栈不空时出栈元素 x 并返回 1
    {
        p = ls; //p 指向栈顶结点
        x = p -> data; //取栈顶元素 x
        ls = p -> next; //删除结点 * p
        free(p); //释放 * p 结点
        return 1;
    }
}
```

5. 取栈顶元素运算算法

其主要操作是：将栈顶结点（即 ls 所指结点）的 data 域值赋给 x 。对应的算法如下：

```

int GetTop(LinkStack * ls, ElemtType &x)
{   if (ls == NULL)           //栈空,下溢出时返回 0
    return 0;
else           //栈不空,取栈顶元素 x 并返回 1
{   x = ls->data;
    return 1;
}
}

```

6. 判断栈空运算算法

其主要操作是：若栈为空（即 `ls == NULL`）则返回值 1，否则返回值 0。对应的算法如下：

```

int StackEmpty(LinkStack * ls)
{   if (ls == NULL) return 1;
else return 0;
}

```

提示：将链栈的基本运算函数存放在 `LinkStack.h` 头文件中。

当链栈的基本运算函数设计好后，给出以下程序调用这些基本运算函数，读者可以对照程序执行结果进行分析，进一步体会顺序栈的各种运算的实现过程。

```

#include <stdio.h>
#include "LinkStack.h"           //包含前面的链栈基本运算函数
void main()
{   ElemtType e;
    LinkStack * st;           //定义一个链栈 st
    printf("初始化栈 st\n");
    InitStack(st);
    printf("栈 %s\n", (StackEmpty(st) == 1?"空":"不空"));
    printf("a 进栈\n");Push(st, 'a');
    printf("b 进栈\n");Push(st, 'b');
    printf("c 进栈\n");Push(st, 'c');
    printf("d 进栈\n");Push(st, 'd');
    printf("栈 %s\n", (StackEmpty(st) == 1?"空":"不空"));
    GetTop(st, e);
    printf("栈顶元素: %c\n", e);
    printf("出栈次序:");
    while (!StackEmpty(st))       //栈不空循环
    {   Pop(st, e);             //出栈元素 e 并输出
        printf("%c ", e);
    }
    printf("\n");
    DestroyStack(st);
}

```

上述程序的执行结果如图 3.7 所示。

【例 3.5】 假设以 I 和 O 分别表示进栈和出栈操作，栈的初态和终态均为空，进栈和出栈的操作序列可表示为仅由 I 和 O 组成的序列。

(1) 下面所示的序列中()是合法的。

- A. IOIOIOOO B. IOOIOIOO C. IIIOIOIO D. IIIOOIOO

(2) 通过对(1)的分析,设计一个算法利用链栈的基本运算判定操作序列 str 是否合法。

若合法返回 1; 否则返回 0。

解: (1) A、D 选项均合法,而 B、C 选项不合法。因为在 B 选项中,先进栈一次,立即出栈两次,这会造成栈下溢。在 C 选项中共进栈 5 次,出栈 3 次,栈的终态不为空。

归纳起来,这样的操作序列是合法的,当且仅当其中所有 I 的个数与 O 的个数相等,而且任何前缀中 I 的个数大于或等于 O 的个数。

(2) 本例用一个链栈 ls 来判断操作序列是否合法,其中 str 为存放操作序列的字符数组,n 为该数组的元素个数。

```
int Judge(char str[], int n)
{
    int i; ElemType x;
    LinkStack *ls; // 定义一个链栈 ls
    int ok;
    InitStack(ls); // 栈初始化
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        if (str[i] == 'I') // 为 "I" 时进栈
            Push(ls, str[i]);
        else if (str[i] == 'O')
            if (!Pop(ls, x)) // 为 "O" 时出栈
                if (!Pop(ls, x)) // 若栈下溢出, 则返回 0
                    DestroyStack(ls);
                    return 0;
            }
        }
    ok = StackEmpty(ls);
    DestroyStack(ls);
    return ok; // 栈为空时返回 1; 否则返回 0
}
```

3.1.4 栈的应用示例

在较复杂的数据处理过程中,通常需要保存多个临时产生的数据,如果先产生的数据后进行处理,那么需要用栈来保存这些数据。例如,在例 3.4 算法中,先将字符串 str 保存栈中,其出栈序列正好是 str 的反序,若正序与反序相同,则为回文。

【例 3.6】 设计一个算法,判断一个可能含有小括号(“(”与“)”)、中括号(“[”与“]”)和大括号(“{”与“}”)的表达式中各类括号是否匹配。若匹配,则返回 1; 否则返回 0。

解: 设置一个栈 st(这里用字符数组存放栈中元素,另用一个整型变量 top 作为栈顶指针),用 i 扫描表达式 exps,忽略非括号字符,当遇到左括号“(”、“[”、“{”时,将其进栈,遇到“)”、“]”、“)”时,判断栈顶是否是相匹配的括号。若不是,则退出扫描过程并返回 0; 否则直到 exps 扫描完毕为止,若栈空则返回 1,否则返回 0。

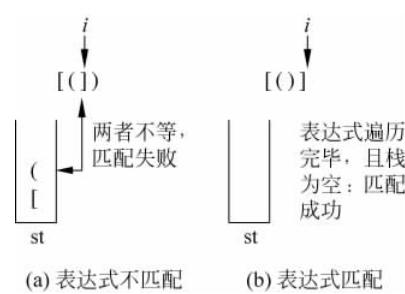


图 3.9 判断表达式括号是否匹配

例如,对于表达式“[()]”,其括号不匹配,匹配过程如图 3.9(a)所示;对于表达式“[()”],其括号是匹配的,匹配过程如图 3.9(b)所示。

对应的算法如下:

```

int match(char * exps)           //exp 存放表达式
{   char st[MaxSize];
    int nomatch = 1, top = -1, i = 0;
    while (exp[i] != '\0' && nomatch == 1)      //遍历表达式 exps
    {   switch(exp[i])
        {
            case '(': case '[': case '{':
                top++; st[top] = exp[i]; break;
            case ')':
                if (st[top] == '(') top--;
                else nomatch = 0;
                break;
            case ']':
                if (st[top] == '[') top--;
                else nomatch = 0;
                break;
            case '}':
                if (st[top] == '{') top--;
                else nomatch = 0;
                break;
            default:           //跳过其他字符
                break;
        }
        i++;
    }
    if (nomatch == 1 && top == -1)           //栈空且符号匹配则返回 1
        return 1;
    else return 0;                          //否则返回 0
}

```

说明:本题没有直接使用前面栈的基本运算算法,而是定义自己的顺序栈(单独用 st 数组保存栈中元素,用一个整型变量 top 作为栈顶指针),在其上实现栈的基本操作。在实际过程中,用户可以在掌握栈特点的基础上灵活地设计自己的存储结构。

【例 3.7】 设计一个算法,将一个十进制正整数转换为相应的二进制数。

解: 将十进制正整数转换成二进制数通常采用除 2 取余数法。在转换过程中,二进制数是从低位到高位的次序得到的,这和通常的从高位到低位输出二进制的次序相反。为此设计一个栈,用于暂时存放每次得到的余数,当转换过程结束时,退栈所有元素便得到从高位到低位的二进制数。如图 3.10 所示是十进制数 12 转换为二进制数 1100 的过程。

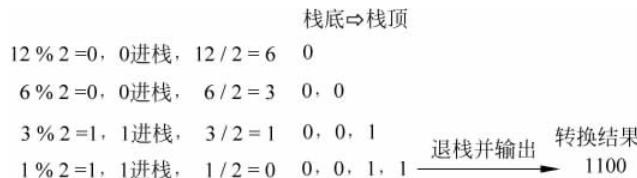


图 3.10 12 转换为二进制数的过程

对应的算法如下：

```

void trans(int d, char b[ ])
{
    char st[MaxSize], ch;
    int i = 0, top = -1;
    while (d != 0)
    {
        ch = '0' + d % 2;
        top++; st[top] = ch;
        d /= 2;
    }
    while (top != -1)
    {
        b[i] = st[top]; top--;
        i++;
    }
    b[i] = '\0';
}

```

//b 用于存放 d 转换成的二进制数串
 //st 数组存放栈中元素
 //栈顶指针 top 初始为 -1
 //求余数并转换为字符
 //字符 ch 进栈
 //继续求更高位
 //出栈并存放在数组 b 中
 //加入字符串结束标志

设计如下主函数：

```

void main()
{
    int d;
    char str[MaxSize];
    do
        printf("输入一个正整数:");
        scanf("%d", &d);
    } while (d < 0);
    trans(d, str);
    printf("对应的二进制数: %s\n", str);
}

```

//保证输入一个正整数

本程序的一次执行结果如下：

```

输入一个正整数:120 ↵
对应的二进制数:1111000

```

3.2 队列

3.2.1 队列的基本概念

队列(简称队)也是一种运算受限的线性表,在这种特殊的线性表上,插入限定在表的某一端进行,删除限定在表的另一端进行。允许插入的一端称为队尾,允许删除的一端称为队头。新插入的结点只能添加到队尾,被删除的只能是排在队头的结点。

正是这种受限的元素插入和删除运算,使得队列表现出先进先出的特点。举一个例子进行说明,如图 3.11 所示是顾客①~⑤排队买车票的情况,排队围栏里能容纳若干人,但每次只能容许一个人进出,进入排队队列只能从进口进,某顾客买完车票后只能从出口出。从中看到,顾客进入排队队列的顺序是①~⑤,那么买票并离开队列的顺序也只能是①~⑤。也就是说顾客进出排队队列的原则是先进去的先出来。

归纳起来,一个队列的示意图如图 3.12 所示。

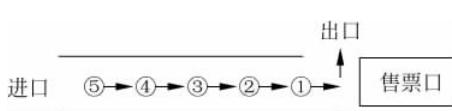


图 3.11 顾客排队买车票

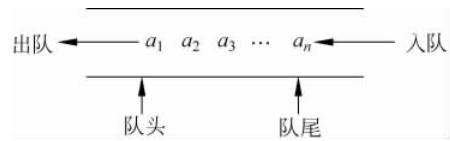


图 3.12 队列的示意图

队列的基本运算如下：

- (1) 初始化队列 InitQueue(qu)。建立一个空队 qu。
- (2) 销毁队 DestroyQueue(qu)。释放队列 qu 占用的内存空间。
- (3) 进队 EnQueue(qu, x)。将 x 插入到队列 qu 的队尾。
- (4) 出队 DeQueue(qu, x)。将队列 qu 的队头元素出队并赋给 x。
- (5) 取队头元素 GetHead(qu, x)。取出队列 qu 的队头元素并赋给 x, 但该元素不出队。
- (6) 判断队空 QueueEmpty(qu)。判断队列 qu 是否为空。

包含基本运算的队列如图 3.13 所示, 其中 $op_1 \sim op_6$ 表示上述 6 个基本运算。

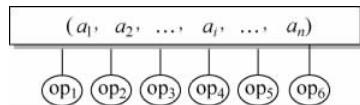


图 3.13 包含基本运算的队列

【例 3.8】 以下属于队列的基本运算的是_____。

- A. 对队列中的元素排序 B. 取出最近进队的元素
 C. 在队列中某元素之前插入元素 D. 删除队头元素

解：删除队头元素即出队, 属队列的一种基本运算, 其他均不是队列的基本运算。本题答案为 D。

【例 3.9】 设栈 S 和队列 Q 的初始状态均为空, 元素 a、b、c、d、e、f、g 依次进入栈 S。若每个元素出栈后立即进入队列 Q, 且 7 个元素出列的顺序是 b、d、c、f、e、a、g, 则栈 S 的容量至少是_____。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解：由于队列不改变进、出队次序, 即 a_1, a_2, \dots, a_n 依次进入一个队列, 出队序列只有 a_1, a_2, \dots, a_n 一种, 所以本题变为通过一个栈将 a、b、c、d、e、f、g 序列变为 b、d、c、f、e、a、g 序列时栈空间至少多大。其过程如表 3.1 所示, 从中可以看到, 栈中最多有 3 个元素, 即栈大小至少为 3。本题答案为 C。

表 3.1 由 a、b、c、d、e、f、g 序列通过一个栈得到 b、d、c、f、e、a、g 序列的过程

操作	S	出栈序列
a 进栈	a	
b 进栈	ab	
b 出栈	a	b
c 进栈	ac	b
d 进栈	acd	b
d 出栈	ac	bd
c 出栈	a	bdc

续表

操作	S	出栈序列
e进栈	ae	bdc
f进栈	aef	bdc
f出栈	ae	bdcf
e出栈	a	bdcfe
a出栈		bdcfea
g进栈	g	bdcfea
g出栈		bdcfea

3.2.2 队列的顺序存储结构

与栈类似,队列通常有两种存储结构,即顺序存储结构和链式存储结构。队列的顺序存储结构简称为顺序队,它由一个一维数组(用于存储队列中元素)及两个分别指示队头和队尾的变量组成,这两个变量分别称为“队头指针”和“队尾指针”。通常约定队尾指针指示队尾元素的当前位置,队头指针指示队头元素的前一个位置。

顺序队的类型定义如下:

```
#define MaxSize 20           //指定队列的容量
typedef struct
{
    ELEMTYPE data[MaxSize];   //保存队中元素,这里假设 ELEMTYPE 为 int 类型
    int front, rear;          //队头和队尾指针
} SqQueue;
```

顺序队的定义为一个结构类型,该类型变量有三个域: data、front、rear。其中 data 为存储队列中元素的一维数组。队头指针 front 和队尾指针 rear 定义为整型变量,实际取值范围是 0~MaxSize-1。

图 3.14 表示了顺序队列 sq(假设 MaxSize=5) 的几种状态。

图 3.14(a)表示队列的初始状态,sq.rear=sq.front=-1。

图 3.14(b)表示元素 A 进队后,sq.rear=0,sq.front=-1。

图 3.14(c)表示元素 B、C、D、E 依次进队后,sq.rear=4,sq.front=-1。

图 3.14(d)表示元素 A、B 出队后,sq.rear=4,sq.front=1。

图 3.14(e)表示元素 C、D、E 出队后,sq.rear=sq.front=4。

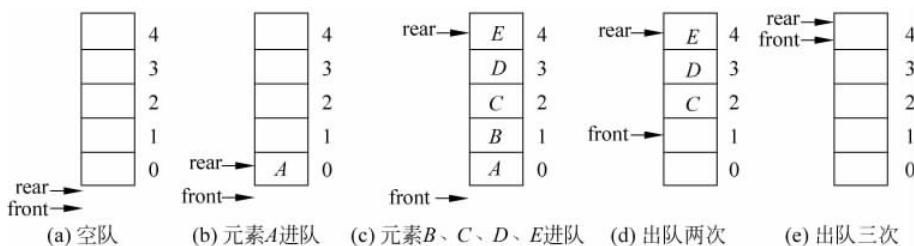


图 3.14 顺序队的几种状态

从图 3.14 中可以看到,在队列刚建立时,先对它进行初始化,令 $\text{front} = \text{rear} = -1$ 。每当进队一个元素时,让队尾指针 rear 增 1,再将新元素放在 rear 所指位置,也就是说元素进队只会引起 rear 的变化,而不会导致 front 的变化,而且 rear 指示刚进队的元素(队尾元素)位置。队头指针 front 则不同,每当出队一个元素时,让队头指针 front 增 1,再把 front 所指位置上的元素取出,也就是说元素出队只会引起 front 的变化,而不会导致 rear 的变化,而且 front 所指示的元素已出队了,它实际指示的是当前队列中队头元素的前一位置。

从图 3.14 中可以看到,图 3.14(a)和图 3.14(e)都是队空的情况,均满足 $\text{front} == \text{rear}$ 的条件,所以可以将 $\text{front} == \text{rear}$ 作为队空的条件。那么队满的条件如何设置呢?受顺序栈的启发,似乎很容易得到队满的条件为 $\text{rear} == \text{MaxSize} - 1$ 。显然这里有问题,因为图 3.14(d)和图 3.14(e)都满足这个“队满”的条件,而实际上队列并没有满,这种因为队满条件设置不合理而导致的“溢出”称为假溢出,也就是说这种“溢出”并不是真正的溢出,尽管队满条件成立了,但队列中还有多个存放元素的空位置。

为了能够充分地使用数组中的存储空间,可以把数组的前端和后端连接起来,形成一个环形的表,即把存储队列元素的表从逻辑上看成一个环,这个环形的表叫做循环队列或环形队列。图 3.15 表示了循环队列 sq 的几种状态。

图 3.15(a)表示队列的初始状态, $\text{sq}. \text{rear} = \text{sq}. \text{front} = 0$ 。

图 3.15(b)表示元素 A 进队后, $\text{sq}. \text{rear} = 1, \text{sq}. \text{front} = 0$ 。

图 3.15(c)表示元素 B、C、D、E 依次进队后, $\text{sq}. \text{rear} = 0, \text{sq}. \text{front} = 0$ 。

图 3.15(d)表示元素 A、B 出队后, $\text{sq}. \text{rear} = 0, \text{sq}. \text{front} = 2$ 。

图 3.15(e)表示元素 C、D、E 出队后, $\text{sq}. \text{rear} = \text{sq}. \text{front} = 0$ 。

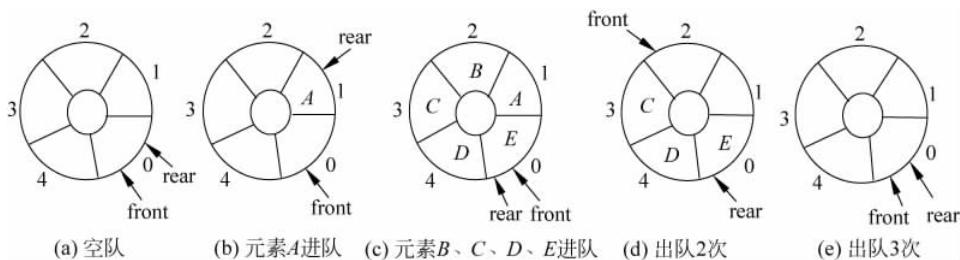


图 3.15 循环队列的几种状态

循环队列首尾相连,当队头指针 $\text{front} == \text{MaxSize} - 1$ 后,再前进一个位置就自动到 0,这可以利用除法取余的运算(MOD,C/C++语言中运算符为%)来实现。所以队头队尾指针进 1 的操作为:

队头指针进 1: $\text{front} = (\text{front} + 1) \bmod \text{MaxSize}$

队尾指针进 1: $\text{rear} = (\text{rear} + 1) \bmod \text{MaxSize}$

循环队列的队头指针和队尾指针初始化时都置为 0: $\text{front} = \text{rear} = 0$ 。在队尾插入新元素和删除队头元素时,相关指针都循环进 1。当它们进到 $\text{MaxSize} - 1$ 时,并不表示队空间满了,只要有需要,利用 MOD 运算可以前进到数组的 0 号位置。

如果循环队列读取元素的速度快于存入元素的速度,队头指针很快追上了队尾指针,一旦到达了 $\text{front} == \text{rear}$ 时,则队列变成空队列。反之,如果队列存入元素的速度快于读取

元素的速度,队尾指针很快就赶上了队头指针,一旦队列满就不能再加入新元素了。

在循环队列中仍不能区分队空和队满,因为图3.14(a)、图3.14(c)和图3.14(e)都满足条件 $\text{front} == \text{rear}$,而图3.14(a)和图3.14(e)为队空,图3.14(c)为队满。那么如何解决这一问题呢?仍设置队空条件为 $\text{front} == \text{rear}$,将队满条件设置为 $(\text{rear} + 1) \% \text{MaxSize} == \text{front}$,也就是说,当 rear 指到 front 的前一位置时就认为队列满了,显然在这样设置的队满条件下,队满条件成立时队中还有一个空闲单元,也就是说这样的队中最多只能进队 $\text{MaxSize} - 1$ 个元素。

说明: 上述设置循环队列队满条件的方法不是最理想的,因为队中最多只能放入 $\text{MaxSize} - 1$ 个元素,但它是一种最简单的方法,后面例3.12就在这个基础上进行了改进,读者可以体会两种方法的差异。

归纳起来,上述设置的循环队列sq的4个要素如下。

- (1) 队空条件: $\text{sq.front} == \text{sq.rear}$ 。
- (2) 队满条件: $(\text{sq.rear} + 1) \% \text{MaxSize} == \text{sq.front}$ 。
- (3) 进队操作: sq.rear 循环进1; 元素进队。
- (4) 出队操作: sq.front 循环进1; 元素出队。

循环队列的基本运算算法如下。

1. 初始化队列运算算法

其主要操作是:指定 $\text{sq.front} = \text{sq.rear} = 0$ 。对应的算法如下:

```
void InitQueue(SqQueue &sq)           //sq为引用型参数
{
    sq.rear = sq.front = 0;           //指针初始化
}
```

2. 销毁队列运算算法

这里顺序队的内存空间是由系统自动分配的,在不再需要时由系统自动释放其空间。对应的算法如下:

```
void DestroyQueue(SqQueue sq)
{ }
```

3. 进队运算算法

其主要操作是:先判断队列是否已满,若不满,让队尾指针循环进1,在该位置存放x。对应的算法如下:

```
int EnQueue(SqQueue &sq, ElemType x)
{   if ((sq.rear + 1) % MaxSize == sq.front) //队满上溢出
    return 0;
    sq.rear = (sq.rear + 1) % MaxSize;        //队尾循环进1
    sq.data[sq.rear] = x;
    return 1;
}
```

4. 出队运算算法

其主要操作是:先判断队列是否已空,若不空,让队头指针循环进1,将该位置的元素值

赋给 x 。对应的算法如下：

```
int DeQueue(SqQueue &sq, ElecType &x)           //x 为引用型参数
{
    if (sq.rear == sq.front)                      //队空下溢出
        return 0;
    sq.front = (sq.front + 1) % MaxSize;          //队头循环进 1
    x = sq.data[sq.front];
    return 1;
}
```

5. 取队头元素运算算法

其主要操作是：先判断队列是否已空，若不空，将队头指针上一个位置的元素值赋给 x 。对应的算法如下：

```
int GetHead(SqQueue sq, ElecType &x)           //x 为引用型参数
{
    if (sq.rear == sq.front)                      //队空下溢出
        return 0;
    x = sq.data[(sq.front + 1) % MaxSize];
    return 1;
}
```

6. 判断队空运算算法

其主要操作是：若队列为空，则返回 1；否则返回 0。对应的算法如下：

```
int QueueEmpty(SqQueue sq)
{
    if (sq.rear == sq.front) return 1;
    else return 0;
}
```

提示：将顺序队的基本运算函数存放在 SqQueue.h 头文件中。

当顺序队的基本运算函数设计好后，给出以下程序调用这些基本运算函数，读者可以对照程序执行结果进行分析，进一步体会顺序队的各种运算的实现过程。

```
# include <stdio.h>
# include "SqQueue.h"                         //包含前面的顺序队基本运算函数
void main()
{
    SqQueue sq;                                //定义一个顺序队 sq
    ElecType e;
    printf("初始化队列\n");
    InitQueue(sq);
    printf("队 %s\n", (QueueEmpty(sq) == 1?"空":"不空"));
    printf("a 进队\n");EnQueue(sq, 'a');
    printf("b 进队\n");EnQueue(sq, 'b');
    printf("c 进队\n");EnQueue(sq, 'c');
    printf("d 进队\n");EnQueue(sq, 'd');
    printf("队 %s\n", (QueueEmpty(sq) == 1?"空":"不空"));
    GetHead(sq, e);
    printf("队头元素: %c\n", e);
    printf("出队次序:");
    while (!QueueEmpty(sq))                    //队不空循环
        ...
```

```

    DeQueue(sq, e);           //出队元素 e
    printf("%c", e);         //输出元素 e
}
printf("\n");
DestroyQueue(sq);
}

```

上述程序的执行结果如图 3.16 所示。

说明：顺序队有循环队列和非循环队列两种，前者把存储队列元素的表从逻辑上看成一个环，从而新进队的元素可以覆盖已出队元素的空间，提高存储空间利用率。但有些情况下要利用所有进队的元素求解时，只能采用非循环队列。

初始化队列
队空
a 进队
b 进队
c 进队
d 进队
队不空
队头元素：a
出队次序：a b c d

图 3.16 程序的执行结果

【例 3.10】 若用一个大小为 6 的数组来实现循环队列，队头指针 front 指向队列中队头元素的前一个位置，队尾指针 rear 指向队尾元素的位置。若当前 rear 和 front 的值分别为 0 和 3，当从队列中删除一个元素，再加入两个元素后，rear 和 front 的值分别为_____。

- A. 1 和 5 B. 2 和 4 C. 4 和 2 D. 5 和 1

解：当前有 $\text{rear}=0$ ，进队两个元素后， rear 循环递增 2， $\text{rear}=2$ ；当前有 $\text{front}=3$ ，出队一个元素后， front 循环递增 1， $\text{front}=4$ 。本题答案为 B。

【例 3.11】 对于循环队列，写出求队列中元素个数的公式，并编写相应的算法。

解：循环队列中队头、队尾指针变化主要有如图 3.17 所示的两种情况，归纳起来，循环队列元素个数的计算公式如下：

$$(\text{rear} + \text{MaxSize} - \text{front}) \% \text{MaxSize}$$

对应的算法如下：

```

int count(SqQueue sq)
{
    return (sq.rear + MaxSize - sq.front) % MaxSize;
}

```

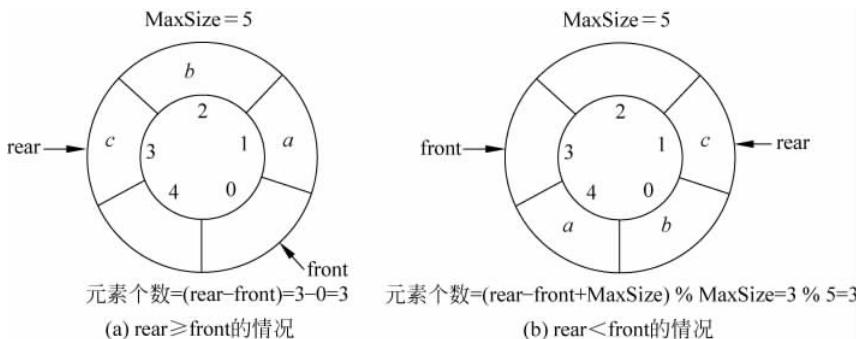


图 3.17 求循环队列中元素个数的两种情况

【例 3.12】 如果用一个大小为 MaxSize 的环形数组表示队列，该队列只有一个队头指针 front，不设队尾指针 rear，而改置一个计数器 count，用以记录队列中的元素个数。

- (1) 队列中最多能容纳多少个元素？

(2) 设计实现队列基本运算的算法。

解：依题意，设计队列的类型如下：

```
typedef struct
{   ELEMTYPE data[MaxSize];           //存放队列中的元素
    int front;                         //队头指针
    int count;                          //队列中元素个数
} SQueue;
```

(1) 队列中最多可容纳 MaxSize 个元素，因为这里不需要空出一个位置以区分队列空和队列满的情况。

(2) 队列 sq 为空的条件是 sq. count==0；队列为满的条件是 sq. count==MaxSize；队尾元素的位置是 (sq. front+sq. count)%MaxSize。在这种队列上实现队列的基本运算算法如下：

```
//---- 队初始化算法 ----
void InitQueue(SQueue &qu)
{   qu.front = qu.count = 0; }

//---- 销毁队列算法 ----
void DestroyQueue(SQueue sq)
{ }

//---- 元素进队算法 ----
int EnQueue(SQueue &sq, ELEMTYPE x)
{   if (sq.count == MaxSize) return 0;           //队满
    sq.count++;                                //队中元素个数增 1
    sq.data[(sq.front + sq.count) % MaxSize] = x;
    return 1;
}

//---- 出队元素算法 ----
int DeQueue(SQueue &sq, ELEMTYPE &x)
{   if (sq.count == 0) return 0;                   //队空
    sq.count--;                                //队中元素个数减 1
    sq.front = (sq.front + 1) % MaxSize;
    x = sq.data[sq.front];
    return 1;
}

//---- 取队头元素算法 ----
int GetHead(SQueue sq, ELEMTYPE &x)
{   if (sq.count == 0) return 0;                   //队空
    x = sq.data[(sq.front + 1) % MaxSize];
    return 1;
}

//---- 判队空算法 ----
int QueueEmpty(SQueue sq)
{   if (sq.count == 0) return 1;                   //队空返回 1
    else return 0;                             //队不空返回 0
}
```

3.2.3 队列的链式存储结构

队列的链式存储结构简称为链队，它实际上是一个同时带有队头指针 front 和队尾指

针 `rear` 的单链表。队头指针指向队头结点, 队尾指针指向队尾结点即单链表的最后一个结点, 并将队头和队尾指针结合起来构成链队结点, 如图 3.18 所示。

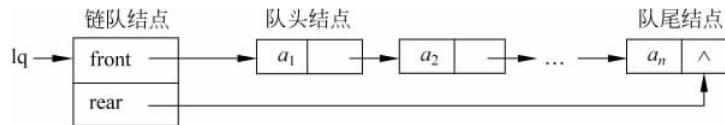


图 3.18 链队示意图

其中链队的数据结点类型定义如下:

```

typedef struct QNode
{
    ELEMTYPE data;                                //存放队中元素
    struct QNode * next;                          //指向下一个结点的指针
} QType;                                         //链队中结点的类型
    
```

链队结点的类型定义如下:

```

typedef struct qptr
{
    QType * front;                               //队头指针
    QType * rear;                                //队尾指针
} LinkQueue;                                     //链队结点类型
    
```

在这样的链队中, 队空的条件是 `lq->front==NULL` 或 `lq->rear==NULL`(这里采用 `lq->front==NULL` 的队空条件)。一般情况下, 链队是不会出现队满的情况。归纳起来, 链队 `lq` 的 4 个要素如下。

- (1) 队空条件: `lq->front==NULL`。
- (2) 队满条件: 不考虑(因为每个结点是动态分配的)。
- (3) 进队操作: 创建结点 `* p`, 将其插入到队尾, 并由 `lq->rear` 指向它。
- (4) 出队操作: 删除队头的结点。

在链队上实现队列基本运算算法如下。

1. 初始化队列运算算法

其主要操作是: 创建链队结点, 并置该结点的 `rear` 和 `front` 均为 `NULL`。对应的算法如下:

```

void InitQueue(LinkQueue * &lq)           //lq 为引用型参数
{
    lq = (LinkQueue *) malloc(sizeof(LinkQueue));
    lq->rear = lq->front = NULL;          //初始时队头和队尾指针均为空
}
    
```

2. 销毁队列运算算法

链队的所有结点空间都是通过 `malloc` 函数分配的, 在不再需要时需通过 `free` 函数释放所有结点的空间。在销毁队列 `lq` 时, 先像释放单链表一样释放队中所有数据结点, 然后释放链队结点 `* lq`。对应的算法如下:

```

void DestroyQueue(LinkQueue * &lq)
{
    QType * pre = lq->front, * p;
}
    
```

```

if (pre!= NULL)
{   if (pre == lq-> rear)           //非空队的情况
    free(pre);                      //只有一个数据结点的情况
    else
    {   p = pre-> next;
        while (p!= NULL)
        {   free(pre);                //释放 * pre 结点
            pre = p; p = p-> next;  //pre,p 同步后移
        }
        free(pre);                  //释放尾结点
    }
}
free(lq);                           //释放链队结点
}

```

3. 进队运算算法

其主要操作是：创建一个新结点，将其链接到链队的末尾，并由 rear 指向它。对应的算法如下：

```

void EnQueue(LinkQueue * &lq, ElemType x)      //lq 为引用型参数
{
    QType * s;
    s = (QType *) malloc(sizeof(QType));          //创建新结点,插入到链队的末尾
    s-> data = x; s-> next = NULL;
    if (lq-> front == NULL)                      //原队为空队的情况
        lq-> rear = lq-> front = s;               //front 和 rear 均指向 * s 结点
    else
    {   lq-> rear-> next = s;                    //将 * s 链到队尾
        lq-> rear = s;                          //rear 指向它
    }
}

```

4. 出队运算算法

其主要操作是：将 * front 结点的 data 域值赋给 x，并删除该结点。对应的算法如下：

```

int DeQueue(LinkQueue * &lq, ElemType &x)      //lq,x 均为引用型参数
{
    QType * p;
    if (lq-> front == NULL)                      //原队为空队的情况
        return 0;
    p = lq-> front;                            //p 指向队头结点
    x = p-> data;                             //取队头元素值
    if (lq-> rear == lq-> front)              //若原队列中只有一个结点,删除后队列变空
        lq-> rear = lq-> front = NULL;
    else
        lq-> front = lq-> front-> next;       //原队有两个或两个以上结点的情况
    free(p);
    return 1;
}

```

5. 取队头元素运算算法

其主要操作是：将 * front 结点的 data 域值赋给 x。对应的算法如下：

```

int GetHead(LinkQueue * lq, ElemtType &x)           //x为引用型参数
{
    if (lq->front == NULL)                         //原队为队空的情况
        return 0;
    x = lq->front->data;
    return 1;
}

```

6. 判断队空运算算法

其主要操作是：若链队为空，则返回1；否则返回0。对应的算法如下：

```

int QueueEmpty(LinkQueue * lq)
{
    if (lq->front == NULL) return 1;                //队空返回1
    else return 0;                                  //队不空返回0
}

```

提示：将链队的基本运算函数存放在 LinkQueue.h 头文件中。

当链队的基本运算函数设计好后，给出以下程序调用这些基本运算函数，读者可以对照程序执行结果进行分析，进一步体会链队的各种运算的实现过程：

```

#include <stdio.h>
#include "LinkQueue.h"                                //包含前面的链队基本运算函数
void main()
{
    LinkQueue * lq;                                 //定义一个链队 lq
    ElemtType e;
    printf("初始化队列\n");
    InitQueue(lq);
    printf("队 %s\n", (QueueEmpty(lq) == 1?"空":"不空"));
    printf("a 进队\n");EnQueue(lq, 'a');
    printf("b 进队\n");EnQueue(lq, 'b');
    printf("c 进队\n");EnQueue(lq, 'c');
    printf("d 进队\n");EnQueue(lq, 'd');
    printf("队 %s\n", (QueueEmpty(lq) == 1?"空":"不空"));
    GetHead(lq, e);
    printf("队头元素: %c\n", e);
    printf("出队次序:");
    while (!QueueEmpty(lq))                          //队不空循环
    {
        DeQueue(lq, e);                            //出队元素 e
        printf(" %c ", e);                        //输出元素 e
    }
    printf("\n");
    DestroyQueue(lq);
}

```

上述程序的执行结果如图 3.16 所示。

【例 3.13】 若使用不带头结点的循环链表来表示队列，lq 是这样的链表中尾结点指针，如图 3.19 所示。试基于此结构给出队列的相关运算算法。

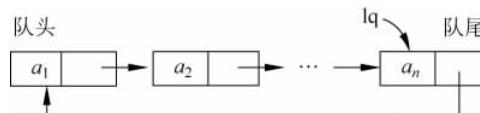


图 3.19 用循环单链表表示链队

解：这里使用的循环链表不带头结点，`lq` 始终指向队尾结点，`lq->next` 即为队头结点。当 `lq==NULL` 时队列为空，`lq->next==lq` 表示队列中只有一个结点。队列的相关运算算法如下：

```

typedef struct node
{
    ELEMTYPE data;                                //数据域
    struct node * next;                           //指针域
} QNode;                                         //链队结点类型

//--- 初始化队列运算算法 ---
void InitQueue(QNode * &lq)
{
    lq = NULL;
}

//--- 销毁链队 ---
void DestroyQueue(QNode * &lq)
{
    QNode * pre, * p;
    if (lq!=NULL)
    {
        if (lq->next == lq)                      //原队中只有一个结点
            free(lq);
        else
        {
            pre = lq->next;
            p = pre->next;
            while (p!=lq)
            {
                free(pre);
                pre = p;
                p = p->next;                     //pre 和 p 同步后移
            }
            free(pre); free(p);                 //释放末尾两个结点
        }
    }
}

//--- 进队运算算法 ---
void EnQueue(QNode * &lq, ELEMTYPE x)
{
    QNode * s;
    s = (QNode *) malloc(sizeof(QNode));          //创建存放 x 的结点 * s
    s->data = x;
    if (lq==NULL)                                 //原为空队
    {
        lq = s;
        lq->next = lq;                          //构成循环单链表
    }
    else
    {
        s->next = lq->next;                  //原队不空, * s 插到队尾, 并由 lq 指向它
        lq->next = s;                         //将 * s 作为 * lq 结点之前的结点
        lq = s;                               //lq 指向 * s
    }
}

//--- 出队运算算法 ---
int DeQueue(QNode * &lq, ELEMTYPE &x)
{
    QNode * s;
    if (lq==NULL) return 0;                      //原队为空
    if (lq->next == lq)                         //原队只有一个结点
    {
        x = lq->data;
        lq = NULL;
        free(lq);
    }
}

```

```

        free(lq);
        lq = NULL;
    }
    else
    {
        s = lq -> next;           //原队有两个或两个以上的结点,删除队头结点
        x = s -> data;          //将 * lq 之后结点 * s 删除
        lq -> next = s -> next;
        free(s);
    }
    return 1;
}
//---- 取队头元素运算算法 -----
int GetHead(QNode * lq, ElemenType &x)
{
    if (lq == NULL) return 0;      //原队为空
    x = lq -> next -> data;
    return 1;
}
//---- 判断队空运算算法 -----
int QueueEmpty(QNode * lq)
{
    if (lq == NULL) return 1;      //队空返回 1
    else return 0;                //队不空返回 0
}

```

【例 3.14】 以下各种存储结构中最不适合用作链队的链表是_____。

- A. 只带队首指针的非循环双链表
- B. 只带队首指针的循环双链表
- C. 只带队尾指针的循环双链表
- D. 只带队尾指针的循环单链表

解: 队列最基本的运算是进队和出队。链队的队头和队尾分别在链表的前、后端,即进队在链尾进行,出队在链首进行。对于选项 A 的链表,在末尾插入一个结点(进队)的时间复杂度为 $O(n)$,其他选项的链表完成同样操作的时间复杂度均为 $O(1)$,所以相比较而言选项 A 的存储结构最不适合用作链队。本题答案为 A。

3.2.4 队列的应用示例

在较复杂的数据处理过程中,通常需要保存多个临时产生的数据,如果先产生的数据先进行处理,那么需要用队列来保存这些数据。下面通过一个典型示例说明队列的应用。

【例 3.15】 设计一个程序,反映病人到医院看病、排队看医生的过程。

解: (1) 设计存储结构。

病人排队看医生采用先到先看的方式,所以要用到一个队列。由于病人人数具有较大的不确定性,这里采用一个带头结点的单链表作为队列的存储结构,为了简单,病人通过其姓名来唯一标识。例如,有 Smith、John 和 Mary 三个病人依次排队的病人队列如图 3.20 所示。

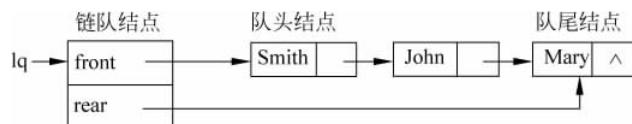


图 3.20 病人队列

病人链队类型如下：

```
typedef struct
{
    QType * front;           //指向队头病人结点
    QType * rear;            //指向队尾病人结点
} LQueue;                  //病人链队类型
```

病人链队中的结点类型如下：

```
typedef struct Lnode
{
    char data[10];           //存放患者姓名
    struct Lnode * next;     //指针域
} QType;                   //链队中结点类型
```

(2) 设计运算算法。

在病人队列设计好后,设计相关的基本运算算法,如队列初始化、进队和出队等,这些算法如下：

```
//--- 初始化队列运算算法 ---
void InitQueue(LQueue * &lq)
{
    lq = (LQueue *) malloc(sizeof(LQueue));
    lq->rear = lq->front = NULL;           //初始时队头和队尾指针均为空
}

//--- 销毁链队 ---
void DestroyQueue(LQueue * &lq)
{
    QType * pre = lq->front, * p;
    if (pre != NULL)                      //非空队的情况
    {
        if (pre == lq->rear)             //只有一个数据结点的情况
            free(pre);                  //释放 * pre 结点
        else                            //有两个或多个数据结点的情况
            {
                p = pre->next;
                while (p != NULL)
                    {
                        free(pre);          //释放 * pre 结点
                        pre = p; p = p->next; //pre,p 同步后移
                    }
                free(pre);              //释放尾结点
            }
    }
    free(lq);                           //释放链队结点
}

//--- 进队运算算法 ---
void EnQueue(LQueue * &lq, char x[])
{
    QType * s;
    s = (QType *) malloc(sizeof(QType));      //创建新结点,插入到链队的末尾
    strcpy(s->data, x); s->next = NULL;
    if (lq->front == NULL)                  //原队为空队的情况
        lq->rear = lq->front = s;          //front 和 rear 均指向 * s 结点
    else
        {
            lq->rear->next = s;           //原队不为空队的情况
            lq->rear = s;                 //将 * s 链到队尾
        }
}
```

```

}

//---- 出队运算算法 -----
int DeQueue(LQueue * &lq, char x[])
{
    QType * p;
    if (lq->front == NULL)           //原队为空队的情况
        return 0;
    p = lq->front;
    strcpy(x, p->data);
    if (lq->rear == lq->front)      //若原队列中只有一个结点,删除后队列变空
        lq->rear = lq->front = NULL;
    else                            //原队有两个或两个以上结点的情况
        lq->front = lq->front->next;
    free(p);
    return 1;
}

//---- 判断队空运算算法 -----
int QueueEmpty(LQueue * lq)
{
    if (lq->front == NULL) return 1;   //队空返回 1
    else return 0;                   //队不空返回 0
}

//---- 输出队中所有元素的算法 -----
int DispQueue(LQueue * lq)
{
    QType * p;
    if (QueueEmpty(lq)) return 0;     //队空返回 0
    else
    {
        p = lq->front;
        while (p!=NULL)
        {
            printf(" %s ",p->data);
            p = p->next;
        }
        printf("\n");
        return 1;                      //队不空返回 1
    }
}

```

(3) 设计主函数。

然后设计如下主函数通过简单的提示性菜单方式来操作各个功能：

```

void main()
{
    int sel, flag = 1;
    char name[10];
    LQueue * lq;                  //定义一个病人队列
    InitQueue(lq);                //初始化病人队列
    while (flag == 1)              //未下班时循环执行
    {
        printf("1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:");
        scanf(" %d",&sel);         //选择一项操作
        switch(sel)
        {

```

```

case 0: //医生下班
    if (!QueueEmpty(lq))
        printf(" >>请排队的患者明天就医\n");
    DestroyQueue(lq);
    flag = 0;
    break;
case 1: //一个病人排队
    printf(" >>输入患者姓名:");
    scanf(" %s", name);
    EnQueue(lq, name);
    break;
case 2: //一个病人看医生
    if (!DeQueue(lq, name))
        printf(" >>没有排队的患者\n");
    else
        printf(" >>患者 %s 看医生\n", name);
    break;
case 3: //查看目前病人排队情况
    printf(" >>排队患者:");
    if (!DispQueue(lq))
        printf(" >>没有排队的患者\n");
    break;
}
}
}

```

(4) 执行结果。

本程序的一次执行结果如图 3.21 所示。

```

1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:1↙
>>输入患者姓名:Smith↙
1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:1↙
>>输入患者姓名:John↙
1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:3↙
>>排队患者:Smith John
1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:1↙
>>输入患者姓名:Mary↙
1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:2↙
>>患者 Smith 看医生
1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:2↙
>>患者 John 看医生
1:排队 2:看医生 3:查看排队 0:下班 请选择:0↙
>>请排队的患者明天就医

```

图 3.21 看病程序的一次执行结果

小结

- (1) 栈和队列的共同点是,它们的数据元素都呈线性关系,且只允许在端点处插入和删除元素。
- (2) 栈是一种“后进先出”的数据结构,只能在一端进行元素的插入和删除。
- (3) 栈可以采用顺序栈和链栈两类存储结构。
- (4) n 个不同的元素进栈顺序和出栈顺序不一定相同。
- (5) 在顺序栈中,通常用栈顶指针指向栈顶元素。栈顶指针类型必须和存放栈元素的数组的下标类型相同。
- (6) 在顺序栈中,进栈和出栈操作不涉及栈中元素的移动。
- (7) 队列是一种“先进先出”的数据结构,只能从一端插入元素,另一端删除元素。
- (8) 队列可以采用顺序队和链队两类存储结构。
- (9) n 个元素进队的顺序和出队顺序总是一致的。
- (10) 顺序队中的元素个数可以由队头指针和队尾指针计算出来。
- (11) 循环队列也是一种顺序队,是通过逻辑方法使其首尾相连,解决非循环队列的假溢出现象。
- (12) 无论顺序队还是链队,进队和出队操作的时间复杂度均为 $O(1)$ 。

练习题 3

1. 单项选择题

- (1) 栈中元素的进出原则是()。
 - A. 先进先出
 - B. 后进先出
 - C. 栈空则进
 - D. 栈满则出
- (2) 设一个栈的进栈序列是 A, B, C, D (即元素 $A \sim D$ 依次通过该栈),则借助该栈所得的输出序列不可能是()。
 - A. A, B, C, D
 - B. D, C, B, A
 - C. A, C, D, B
 - D. D, A, B, C
- (3) 一个栈的进栈序列是 a, b, c, d, e ,则栈的不可能的输出序列是()。
 - A. $edcba$
 - B. $decba$
 - C. $dceab$
 - D. $abcde$
- (4) 已知一个栈的进栈序列是 $1, 2, 3, \dots, n$,其输出序列的第一个元素是 i ($1 \leq i \leq n$)则第 j ($1 \leq j \leq n$)个出栈元素是()。
 - A. i
 - B. $n-i$
 - C. $j-i+1$
 - D. 不确定
- (5) 设顺序栈 st 的栈顶指针 top 在初始时为 -1 ,栈空间大小为 $MaxSize$,则判定 st 栈为栈空的条件为()。
 - A. $st.top == -1$
 - B. $st.top != -1$
 - C. $st.top == MaxSize$
 - D. $st.top == MaxSize$
- (6) 设顺序栈 st 的栈顶指针 top 在初始时为 -1 ,栈空间大小为 $MaxSize$,则判定 st 栈

为栈满的条件是()。

- A. st. top != -1
- B. st. top == -1
- C. st. top != MaxSize - 1
- D. st. top == MaxSize - 1

(7) 队列中元素的进出原则是()。

- A. 先进先出
- B. 后进先出
- C. 栈空则进
- D. 栈满则出

(8) 元素 A、B、C、D 顺序连续进入队列 qu 后, 队头元素是(①), 队尾元素是(②)。

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D

(9) 一个队列的入列序列为 1234, 则队列可能的输出序列是()。

- A. 4321
- B. 1234
- C. 1432
- D. 3241

(10) 循环队列 qu(队头指针 front 指向队首元素的前一位置, 队尾指针 rear 指向队尾元素的位置)的队满条件是()。

- A. (qu. rear + 1) % MaxSize == (qu. front + 1) % MaxSize
- B. (qu. rear + 1) % MaxSize == qu. front + 1
- C. (qu. rear + 1) % MaxSize == qu. front
- D. qu. rear == qu. front

(11) 循环队列 qu(队头指针 front 指向队首元素的前一位置, 队尾指针 rear 指向队尾元素的位置)的队空条件是()。

- A. (qu. rear + 1) % MaxSize == (qu. front + 1) % MaxSize
- B. (qu. rear + 1) % MaxSize == qu. front + 1
- C. (qu. rear + 1) % MaxSize == qu. front
- D. qu. rear == qu. front

(12) 设循环队列中数组的下标是 0~N-1, 其头尾指针分别为 f 和 r(队头指针 f 指向队首元素的前一位置, 队尾指针 r 指向队尾元素的位置), 则其元素个数为()。

- A. r-f
- B. r-f-1
- C. (r-f) % N + 1
- D. (r-f+N) % N

(13) 设有 4 个数据元素 a、b、c 和 d, 对其分别进行栈操作或队操作。在进栈或进队操作时, 按 a、b、c、d 次序每次进入一个元素。假设栈或队的初始状态都是空。现要进行的栈操作是进栈两次, 出栈一次, 再进栈两次, 出栈一次; 这时, 第一次出栈得到的元素是(①), 第二次出栈得到的元素是(②); 类似地, 考虑对这 4 个数据元素进行的队操作是进队两次, 出队一次, 再进队两次, 出队一次; 这时, 第一次出队得到的元素是(③), 第二次出队得到的元素是(④)。经操作后, 最后在栈中或队中的元素还有(⑤)个。

- ① ~ ④: A. a
- B. b
- C. c
- D. d

- ⑤: A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 0

(14) 设栈 S 和队列 Q 的初始状态为空, 元素 $e_1 \sim e_6$ 依次通过栈 S, 一个元素出栈后即进队列 Q, 若 6 个元素出队的序列为 $e_2, e_4, e_3, e_6, e_5, e_1$, 则栈 S 的容量至少应该是()。

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2

2. 填空题

(1) 栈是一种特殊的线性表, 允许插入和删除运算的一端称为(①)。不允许插入

和删除运算的一端称为(②)。

- (2) 一个栈的输入序列是 12345, 输出序列为 12345, 其进栈出栈的操作为()。
- (3) 有 5 个元素, 其进栈次序为 A、B、C、D、E, 在各种可能的出栈次序中, 以元素 C、D 最先出栈(即 C 第一个且 D 第二个出栈)的次序有()。
- (4) 顺序栈用 $\text{data}[0..n-1]$ 存储数据, 栈顶指针为 top , 其初始值为 0, 则元素 x 进栈的操作是()。
- (5) 顺序栈用 $\text{data}[0..n-1]$ 存储数据, 栈顶指针为 top , 其初始值为 0, 则出栈元素 x 的操作是()。
- (6) () 是被限定为只能在表的一端进行插入运算, 在表的另一端进行删除运算的线性表。
- (7) 设有数组 $A[0..m]$ 作为循环队列的存储空间, front 为队头指针(它指向队首元素的前一位置), rear 为队尾指针(它指向队尾元素的位置), 则元素 x 执行入队的操作是()。
- (8) 设有数组 $A[0..m]$ 作为循环队列的存储空间, front 为队头指针(它指向队首元素的前一位置), rear 为队尾指针(它指向队尾元素的位置), 则元素出队并保存到 x 中的操作是()。

3. 简答题

- (1) 简要说明线性表、栈与队的异同点。
- (2) 顺序队的“假溢出”是怎样产生的? 如何知道循环队列是空还是满?

4. 算法设计题

- (1) 假设采用顺序栈存储结构, 设计一个算法, 利用栈的基本运算返回指定栈中栈底元素, 要求仍保持栈中元素不变。这里只能使用栈 st 的基本运算来完成, 不能直接用 $\text{st}.\text{data}[0]$ 来得到栈底元素。
- (2) 设计一个算法, 采用一个顺序栈逆向输出单链表 L 中所有元素。
- (3) 设计一个循环队列, 用 front 和 rear 分别作为队头和队尾指针, 另外用一个标志 tag 标识队列可能空(0)或可能满(1), 这样加上 $\text{front} == \text{rear}$ 可以作为队空或队满的条件。要求设计队列的相关基本运算算法。
- (4) 假设用一个循环单链表表示队列, 并且只设一个指针 rear 指向队尾结点, 但不设头指针, 设计出相应的队初始化、进队、出队和判队空的算法。

上机实验题 3

假设以 I 和 O 字符分别表示进栈和出栈操作, 栈的初态和终态均为空, 进栈和出栈的操作序列可表示为仅由 I 和 O 组成的序列。如 IOIIIOOO 序列是合法的, 而 IOOIOIOO 序列是不合法的。设计一个算法判定所给的操作序列(假设被判定的操作序列已存入一维数组中)是否合法, 若合法返回 1; 否则返回 0。并用相关数据进行测试。

☞ 恰佛图书馆的 20 条训言 ☞

1. 此刻打盹，你将做梦；而此刻学习，你将圆梦。
2. 我荒废的今日，正是昨日殒身之人祈求的明日。
3. 觉得为时已晚的时候，恰恰是最早的时候。
4. 勿将今日之事拖到明日。
5. 学习时的苦痛是暂时的，未学到的痛苦是终生的。
6. 学习这件事，不是缺乏时间，而是缺乏努力。
7. 幸福或许不排名次，但成功必排名次。
8. 学习并不是人生的全部。但既然连人生的一部分——学习也无法征服，还能做什么呢？
9. 请享受无法回避的痛苦。
10. 只有比别人更早、更勤奋地努力，才能尝到成功的滋味。
11. 谁也不能随随便便成功，它来自彻底的自我管理和毅力。
12. 时间在流逝。
13. 现在流的口水，将成为明天的眼泪。
14. 狗一样地学，绅士一样地玩。
15. 今天不走，明天要跑。
16. 投资未来的人，是忠于现实的人。
17. 受教育程度代表收入。
18. 一天过完，不会再采。
19. 即使现在，对手也不停地翻动书页。
20. 没有艰辛，便无所获。