

当被测试样为铁磁材料时,材料具有磁致伸缩特性。一般情况下,EMAT 在被测试样内激发出和接收到超声波,将同时包含洛伦兹力和磁致伸缩两种机理。本章对基于磁致伸缩机理的 EMAT 进行研究,给出基于磁致伸缩机理 EMAT 的分析方法。与基于洛伦兹力机理的 EMAT 相比,基于磁致伸缩机理的 EMAT 的换能过程,与被测试样的磁化特性和磁致伸缩特性密切相关。由于铁磁材料的磁化具有非线性特性且不易获得,因此,基于磁致伸缩机理 EMAT 的分析将更为复杂。若要计算得到被测试样内的超声波,需要计算出被测试样内的受力情况,此受力与被测试样材料的磁致伸缩特性相关,称为磁致伸缩力。从接收端讲,被测试样质点运动所引起的磁效应也与材料的磁致伸缩特性相关,此磁效应在被测试样内形成的电流密度称为磁致伸缩电流密度。推导出磁致伸缩力和磁致伸缩电流密度的计算公式,是实现基于磁致伸缩机理 EMAT 仿真分析的关键。在明确各计算公式和参数后,可采用有限元方法实现基于磁致伸缩机理 EMAT 完整换能过程的数值仿真和分析。针对两种特殊但有重要应用的基于磁致伸缩机理的 EMAT,即 SH 导波 EAMT 和 T 模式管道轴向导波 EMAT,其偏置磁场的方向与线圈导体的方向平行,考虑被测试样在磁化状态下的横观各向同性的特点,可方便实现其解析建模和计算,这为对这两种 EMAT 的理论分析提供了另一种思路。

3.1 铁磁材料的磁化和磁致伸缩特性

基于磁致伸缩机理 EMAT 的换能原理,与被测试样的材料特性密切相关。为实现基于磁致伸缩机理 EMAT 的仿真分析,就需要对铁磁材料的磁化特性和磁致伸缩特性有深入了解和准确描述。

3.1.1 铁磁材料的磁化特性和磁导率

铁磁材料的磁化特性可用磁化曲线描述,典型铁磁材料的磁化曲线如图 3.1 所示。从磁化曲线可看出,磁导率 $\mu=B/H$ 为磁场 H 的非线性函数。根据应用类型的不同,可将磁导率进行不同的定义。

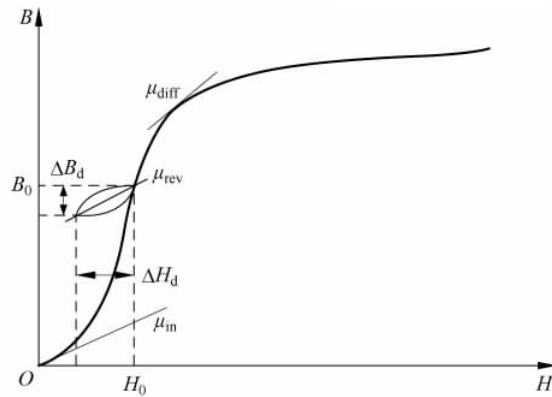


图 3.1 典型铁磁材料的磁化曲线

当磁场 H 的值很小时,磁化过程是可逆的, $B-H$ 曲线在原点的斜率可近似作为在磁场低值区的磁导率,称为初始磁导率,表示为

$$\mu_{\text{in}} = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta B}{\Delta H} \right) \Big|_{H=0, B=0} \quad (3-1)$$

在磁化曲线初始部分以外的每一点处的斜率,称为微分磁导率,表示为

$$\mu_{\text{diff}} = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta B}{\Delta H} \right) \Big|_{H, B} = \frac{dB}{dH} \quad (3-2)$$

在某些应用领域,一个小的周期性分量 H_d 叠加于一个大的静态磁场之上,这将在 $B-H$ 曲线上产生一个小的滞环,大的静态磁场决定了 $B-H$ 曲线上的工作点,此时,在该运行点处的小滞环的斜率被定义为可逆磁导率

$$\mu_{\text{rev}} = \lim_{\Delta H_d \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta B_d}{\Delta H_d} \right) \Big|_{H=0, B=0} \quad (3-3)$$

可逆磁导率的大小与静态磁场大小和动态磁场的频率等有关。

在 EMAT 中,铁磁材料的磁化问题正对应于一个小的周期性分量 H_d 叠加于一个大的静态磁场的情况。因此,针对其进行分析和计算时,需要用到可逆磁导率。对一种各向同性的铁磁材料而言,在偏置磁场作用下,其机械特性和磁导率将会呈现横观各向同性,这种情况类似于多晶铁磁材料在偏置磁场下的磁致伸缩特性以及 $6/m$ 系压电材料的压电特性。如此,在与偏置磁场相垂直的界面上,可逆磁导率的值相同。若设偏置磁场的方向为 x_3 方向,则磁导率矩阵为

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

3.1.2 铁磁材料的磁致伸缩特性

铁磁物质具有类似晶体的结构,在铁的正离子中央有被电子云包围的铁的负离子。在铁磁物质中,相邻的原子之间,由于电子自旋而产生元磁矩,在元磁矩之间有相互作用力,它驱使相邻的元磁矩平行排列在同一方向上,形成磁畴;磁畴间的相互作用很

小。在无外磁场作用时,各个磁畴互相均衡,材料总的磁化强度等于零。当有外磁场作用时,这一平衡遭到破坏,磁畴的磁化强度矢量都转向外磁场方向,与外磁场平行。当铁磁材料磁化状态改变时,其磁畴会发生转动,使得其长度或体积随之发生微小变化,这种现象就称为磁致伸缩效应,如图 3.2 所示。磁致伸缩效应的表现形式有两种:线磁致伸缩和体积磁致伸缩。

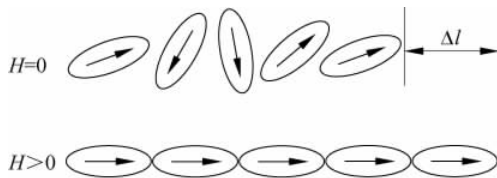


图 3.2 铁磁材料磁致伸缩时的磁畴运动

当铁磁物体被磁化,会伴有晶格的自发变形,即沿磁化方向的伸长或缩短,称为线磁致伸缩。当磁体发生线磁致伸缩时,体积几乎不变,在未达到饱和磁化状态时,主要是磁体的长度产生变化。线磁致伸缩又细分为两种:纵向磁致伸缩和横向磁致伸缩。沿外磁场方向产生尺寸相对变化的磁致伸缩称为纵向磁致伸缩;垂直外磁场方向产生尺寸相对变化的磁致伸缩称为横向磁致伸缩。线性磁致伸缩系数定义为 $\gamma = \Delta l / l$,其中, Δl 为材料长度变化量; l 为材料的长度。 γ 为正值,表明随着外磁场的增强,材料的应变是伸长的,称为正磁致伸缩;反之,则表明随外磁场增强,材料的应变是缩短的,称为负磁致伸缩。材料的磁致伸缩量与磁场之间的关系可用磁致伸缩曲线表示。单晶铁的磁致伸缩曲线如图 3.3 所示。

体积磁致伸缩是指磁体磁化状态改变时,其体积发生膨胀或收缩的现象。饱和磁化后,主要是发生体积磁致伸缩。在一般铁磁材料中,体积磁致伸缩很小,在测量和研究中很少考虑,即通常所说的磁致伸缩,均是指线磁致伸缩。

铁磁材料的磁致伸缩特性与压电晶体的线性压电现象类似,因此也称为铁磁材料的压磁特性。与压电特性不同,磁致伸缩材料产生应变与施加磁场的极性无关,即磁致伸缩与磁场之间为二次方关系,类似于电致伸缩中的二次效应。当施加磁场为一个小的动态磁场叠加于大的静态偏置磁场时,磁致伸缩与磁场之间的关系将近似呈线性特性。

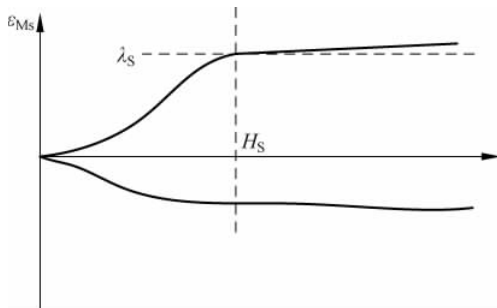


图 3.3 单晶铁的磁致伸缩曲线

与磁致伸缩特性相反,当铁磁材料的尺寸发生变化时,会引起磁畴的转动或移动,进而会在材料内部产生磁效应,这种现象称为逆磁致伸缩效应。铁磁材料的磁致伸缩效应

和逆磁致伸缩效应,是在铁磁试样中激发和接收超声波的主要原理。

铁磁材料的机械特性与磁特性之间的关系,可采用以下磁弹性本构方程表示

$$S_i = s_{ij}^H \sigma_j + d_{ki} H_k \quad (3-5)$$

$$\sigma_i = c_{ij}^H S_j - e_{ki} H_k \quad (3-6)$$

$$B_m = d_{mj} \sigma_j + \mu_0 \mu_{mk}^T H_k \quad (3-7)$$

其中, $i, j=1, \dots, 6, m, k=1, 2, 3$; 式(3-5)和式(3-6)描述的是铁磁材料的磁致伸缩效应; 式(3-7)描述的是材料的逆磁致伸缩效应。式中, $\sigma_i, s_{ij}^H, c_{ij}^H$ 分别表示某一特定磁场下的应力矩阵、柔性系数矩阵和刚度系数矩阵; B_m 和 μ_{mk}^T 为常值静态应力下的总磁感应强度和各向异性可逆磁导率矩阵; d_{ki} 和 e_{ki} 分别为压磁矩阵和逆压磁矩阵, 定义为

$$d_{ki} = \left. \frac{\partial S_i}{\partial H_k} \right|_{\sigma} \quad (3-8)$$

$$e_{ki} = - \left. \frac{\partial \sigma_i}{\partial H_k} \right|_{\epsilon} \quad (3-9)$$

其中, H_k 是动态磁场强度分量。

从式(3-5)~式(3-7)可看出,在铁磁材料中,磁场的变化可使材料产生弹性应变,而弹性应变又可在材料内部产生磁场,这便是基于磁致伸缩机理的 EMAT 实现能量转换的关键。式(3-8)和式(3-9)表明,压磁系数 d_{ki} 和逆压磁矩阵 e_{ki} 可根据材料的磁致伸缩曲线计算得到。

在对基于磁致伸缩机理 EMAT 的理论分析中,假设偏置磁场为方向单一、均匀的磁场。原因是,考虑偏置磁场的非均匀分布时,铁磁材料内部各点的磁化方向和磁化强度各异,很难将这样一个微观下的磁化和磁致伸缩特性加以数学描述并用于 EMAT 的分析计算。此外,进行合理的磁体设计,也可在被测试样内部得到近似均匀分布的偏置磁场。

3.2 基于磁致伸缩机理 EMAT 的有限元分析方法

3.2.1 基本物理方程

基于磁致伸缩机理 EMAT 的计算过程,与基于洛伦兹力机理 EMAT 的分析过程类似,其区别之处在于: ①由于假设了偏置磁场单向均匀分布,无须再建立磁体模型进行偏置磁场的计算; ②被测试样材料属性的改变,使线圈动态磁场的计算有所改变。在基于洛伦兹力机理的 EMAT 中,被测试样的磁特性不随外界磁场的变化而变化,而在基于磁致伸缩机理的 EMAT 中,铁磁材料试样具有磁化特性和磁致伸缩特性。此时,磁致伸缩力的计算和磁致伸缩电流密度的计算,成为实现磁致伸缩机理 EMAT 多场耦合的关键。

由铁磁材料的磁化特性以及 EMAT 的工作机理可知,在强偏置磁场作用下,激励线圈产生的动态磁场相对较小,使叠加后的合成动态磁场的数值在偏置磁场附近波动,如此,材料的磁导率对应于在偏执磁场处的可逆磁导率,为一个常数,具体数值可通过实验测得。

在超声波的激发过程中,由材料内部的逆磁致伸缩效应所产生的电流密度远小于涡流密度,因此常忽略其影响。如此,线圈所产生的动态磁场满足以下方程

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{1}{S} \iint_S \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds = -\frac{\mathbf{i}}{S} \quad (3-10)$$

铁磁材料在磁化状态下呈现磁横观各向同性,具体的磁导率矩阵要视偏置磁场的方向而定,此处,采用通用磁导率矩阵表示

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

引起材料内部振动的力,来自材料的洛伦兹力、磁化力和磁致伸缩力。磁化力相比其他的两力而较小,可忽略不计。磁致伸缩力的大小与动态磁场强度 \mathbf{H} 和逆压磁矩阵 \mathbf{e} 有关。在自由应力状态下,根据式(3-7),磁致伸缩力可表示为

$$\mathbf{f}_{M_s} = -\nabla_t(\mathbf{e}^T \mathbf{H}) \quad (3-12)$$

其中, $\mathbf{e} = [e_{kj}]$ 。

被测试样所受到的洛伦兹力同式(2-17)所表征。

如此,被测铁磁试样的总受力便为

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_L + \mathbf{f}_M$$

在洛伦兹力和磁致伸缩力的共同作用下,计算被测试样内质点位移的平衡方程为

$$(\nabla \cdot \mathbf{c} \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (3-13)$$

式中,

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u} = [u \quad v \quad w]^T$$

接收超声波信号时,被测试样内质点的运动在静态偏置磁场作用下产生动态磁场,该动态磁场在接收线圈内感应出电压,从而实现超声波信号的接收。

由材料的逆磁致伸缩效应,有

$$\mathbf{B}_{M_s} = \mathbf{eS} \quad (3-14)$$

式中, \mathbf{B}_{M_s} 为由于材料质点位移而产生的磁感应强度。

则被测试样内的电流密度为

$$\mathbf{J}_{M_s} = \nabla \times \mathbf{B}_{M_s} \quad (3-15)$$

其中, \mathbf{J}_{M_s} 称为磁致伸缩电流密度。

质点运动引起的洛伦兹电流密度方程同式(2-22)的表征。

因此,被测试样内的总电流密度为

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_L + \mathbf{J}_{M_s} \quad (3-16)$$

则接收线圈和被测试样各区域所满足的控制方程为

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \frac{\sigma}{S} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega_c} \mathbf{A} ds = \mathbf{J} \quad (3-17)$$

在求解上式得到各区域的矢量磁位后,进而可计算接收线圈的感应电动势。线圈导体内的感应电场可表示为

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (3-18)$$

线圈中某点导体的电动势可通过对电场强度进行线积分而获得,于是

$$V_{\text{pout}} = \int_l -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{l} \quad (3-19)$$

则线圈的输出电压可通过对线圈所包含的点导体的电动势求平均获得,即

$$V_{\text{out}} = \frac{\int_{\Omega} V_{\text{pout}} d\Omega}{\int_{\Omega} d\Omega} \quad (3-20)$$

3.2.2 二维直角坐标下磁致伸缩力和磁致伸缩电流密度的计算

采用二维有限元方法对 EMAT 进行分析计算,对用于平板型试样检测的 EMAT 采用直角坐标系建立其数学模型。在二维直角坐标系中,仅考虑磁场以及机械场的 x, y 分量,则矢量磁位以及涡流仅有 z 分量。为了实现各场间的耦合,需要推导出磁致伸缩力和磁致伸缩电流密度的计算公式。

采用有限元法求解线圈的电磁场时,求解得到的是矢量磁位 A_z ; 磁致伸缩力需要用 A_z 表示。

根据式(3-13),将逆压磁矩阵和微分算子代入,二维直角坐标系下的磁致伸缩力可表示为

$$f_{\text{Ms}} = \begin{bmatrix} f_{\text{Ms}x} \\ f_{\text{Ms}y} \\ f_{\text{Ms}z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} \\ e_{15} & e_{25} & e_{35} \\ e_{16} & e_{26} & e_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-21)$$

式中, H_x 和 H_y 分别为动态磁场强度的 x 和 y 分量。

将式等号右端的矩阵相乘,并进行整理,得到

$$f_{\text{Ms}} = \begin{bmatrix} f_{\text{Ms}x} \\ f_{\text{Ms}y} \\ f_{\text{Ms}z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{16} & e_{26} \\ e_{16} & e_{26} & e_{12} & e_{22} \\ e_{15} & e_{25} & e_{14} & e_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} \\ \frac{\partial H_x}{\partial y} \\ \frac{\partial H_y}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

动态磁场强度 \mathbf{H} 与磁感应强度 \mathbf{B} 以及 A_z 满足如下关系

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mu_{xx} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

磁场强度 H_x 和 H_y 分别对 x, y 求导, 得到

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} \\ \frac{\partial H_x}{\partial y} \\ \frac{\partial H_y}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{xx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\mu_{yy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu_{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\mu_{yy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial x} \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

则有

$$f_{Ms} = \begin{bmatrix} f_{Msx} \\ f_{Msy} \\ f_{Msx} \\ f_{Msy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{16} & e_{26} \\ e_{16} & e_{26} & e_{12} & e_{22} \\ e_{15} & e_{25} & e_{14} & e_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{xx}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\mu_{yy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu_{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\mu_{yy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial x} \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

在二维直角坐标系下, 将式(3-15)进行展开, 并考虑动态磁场强度 H 与磁感应强度 B 之间的关系, 可得

$$\begin{bmatrix} H_{Msx} \\ H_{Msy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{xx}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_{yy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} \quad (3-26)$$

式中, $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix}$ 为应变张量矩阵; H_{Msx} 和 H_{Msy} 为磁致伸缩磁场强度。

被测试样中应变与位移之间满足如下几何方程

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

将 \mathbf{S} 代入式(3-26), 并对 H_{Msr} 和 H_{Msy} 求微分, 可得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_{Msy}}{\partial x} \\ \frac{\partial H_{Msr}}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{xx}} [e_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + e_{12} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + e_{14} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + e_{15} \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} + e_{16} (\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x})] \\ \frac{1}{\mu_{yy}} [e_{21} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + e_{24} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + e_{25} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{26} (\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y})] \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

根据式(3-16), 磁致伸缩电流密度为

$$\mathbf{J}_{Ms} = \nabla \times \mathbf{H}_{Ms} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ H_{Msr} & H_{Msy} & 0 \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial H_{Msy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{Msr}}{\partial y} \right) \hat{z} \quad (3-29)$$

式中, \hat{x} 、 \hat{y} 和 \hat{z} 为方向向量。

3.2.3 轴对称坐标下磁致伸缩力和磁致伸缩电流密度的计算

在铁磁材料测厚以及考虑产生沿管道轴向传播的导波的激励、传播和接收的情况时, 宜选用圆柱坐标系进行分析。考虑到螺旋形线圈和圆截面管道具有轴对称特性, 问题可简化为二维轴对称问题。在二维轴对称坐标下, 仅须要考虑矢量磁位的方位角分量 A_θ 。

根据铁磁材料的磁致伸缩特性, 磁场所引起的被测试样内的应力为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} \\ e_{15} & e_{25} & e_{35} \\ e_{16} & e_{26} & e_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_r \\ 0 \\ H_z \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

式中, $\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$ 为应力张量矩阵; H_r 和 H_z 分别为 r 、 z 方向的磁场强度。

根据式(3-13),二维轴对称坐标系下的磁致伸缩力可表示为

$$f_{Ms} = \begin{bmatrix} f_{Ms_r} \\ f_{Ms_\theta} \\ f_{Ms_z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e_{11} & e_{31} & e_{16} & e_{36} \\ e_{14} & e_{34} & e_{15} & e_{35} \\ e_{16} & e_{36} & e_{13} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_r}{\partial r} \\ \frac{\partial H_z}{\partial r} \\ \frac{\partial H_r}{\partial z} \\ \frac{\partial H_z}{\partial z} \end{bmatrix} - \frac{1}{r} \begin{bmatrix} e_{11} - e_{12} & e_{31} - e_{32} \\ 2e_{14} & 2e_{34} \\ e_{16} & e_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_r \\ H_z \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

由磁场强度 H 和磁感应强度 B 之间的关系,有

$$\begin{bmatrix} H_r \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{rr}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_r \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{rr}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (3-32)$$

式中, μ_{rr} 和 μ_{zz} 分别为 r 、 z 方向的磁导率。

上式对 r 、 z 求取偏微分,有

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_r}{\partial r} \\ \frac{\partial H_z}{\partial r} \\ \frac{\partial H_r}{\partial z} \\ \frac{\partial H_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{\mu_{rr}} \\ \frac{1}{\mu_{zz}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\mu_{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} \\ \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r \partial z} \end{bmatrix} \quad (3-33)$$

将式(3-33)代入式(3-31),则得到以 A_θ 表示的磁致伸缩力

$$f_{Ms} = \begin{bmatrix} f_{Ms_r} \\ f_{Ms_\theta} \\ f_{Ms_z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e_{11} & e_{31} & e_{16} & e_{36} \\ e_{14} & e_{34} & e_{15} & e_{35} \\ e_{16} & e_{36} & e_{13} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{\mu_{rr}} \\ \frac{1}{\mu_{zz}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\mu_{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} \\ \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r \partial z} \end{bmatrix} - \frac{1}{r} \begin{bmatrix} e_{11} - e_{12} & e_{31} - e_{32} \\ 2e_{14} & 2e_{34} \\ e_{16} & e_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\mu_{rr}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

在二维轴对称坐标系下,将式(3-14)加以展开,并考虑动态磁场强度 H 与磁感应强度 B 之间的关系,可得

$$\begin{bmatrix} H_{Ms_r} \\ H_{Ms_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{rr}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} \quad (3-35)$$

式中, H_{Ms_r} 和 H_{Ms_z} 为磁致伸缩磁场强度。

应变与位移之间满足几何方程

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3-36)$$

将式(3-36)代入式(3-35),并对磁场强度求取微分,得到

$$\frac{\partial H_{Ms_r}}{\partial z} = \frac{1}{\mu_{rr}} \left[e_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial z} + e_{13} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + e_{14} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + e_{15} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial z} \right) + e_{16} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r \partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \quad (3-37)$$

$$\frac{\partial H_{Ms_z}}{\partial r} = \frac{1}{\mu_{zz}} \left[e_{31} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + e_{33} \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial r} + e_{34} \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial r} + e_{35} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) + e_{36} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] \quad (3-38)$$

根据式(3-16),二维轴对称坐标下的磁致伸缩电流密度为

$$\mathbf{J}_{Ms} = \nabla \times \mathbf{H}_{Ms} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \hat{r} & \hat{\theta} & \frac{1}{r} \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial r} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_{Ms_r} & 0 & H_{Ms_z} \end{vmatrix} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial H_{Ms_z}}{\partial r} - \frac{\partial H_{Ms_r}}{\partial z} \right) \hat{\theta} \quad (3-39)$$

式中, \hat{r} 、 $\hat{\theta}$ 和 \hat{z} 为方向向量。

3.2.4 压磁系数的确定

从磁致伸缩力和磁致伸缩电流的表达式可看出,若要计算得到磁致伸缩力和磁致伸缩电流密度,需要已知逆压磁矩阵 e 。根据式(3-9),在已知被测试样内由外界磁场引起的各应变条件下,逆磁致伸缩矩阵中的各元素,可通过对磁场强度分量求微分而得到。但是,实际情况中,对外界磁所引起的被测试样内各应变分量确很难实现准确测量。在

目前常用的基于磁致伸缩机理 EMAT 的仿真计算中,并不需要完全知道逆压磁矩阵的各分量,且根据静态偏执磁场和动态磁场在数值和方向上的关系,可近似得到 EMAT 计算所需的逆压磁矩阵分量,这使得实现基于磁致伸缩机理 EMAT 的仿真分析成为可能。

在自由应力状态下,仅考虑由磁场变化引起的应力和应变,式(3-8)、式(3-9)被简化为

$$S_i^{(Ms)} = d_{ki}^{(Ms)} H_k \quad (3-40)$$

$$\sigma_i^{(Ms)} = -e_{ki}^{(Ms)} H_k \quad (3-41)$$

由应力应变关系式 $\sigma_i^{(Ms)} = -c_{ij}^H S_j^{(Ms)}$, 可得

$$\sigma_i^{(Ms)} = -c_{ij}^H d_{ki}^{(Ms)} H_k = -e_{ik}^{(Ms)} H_k \quad (3-42)$$

因此,逆压磁矩阵可由压磁矩阵计算得到

$$e_{ki}^{(Ms)} = d_{ki}^{(Ms)} c_{ij}^H \quad (3-43)$$

对逆磁致伸缩系数的计算,需要根据偏执磁场方向与动态磁场的方向关系分类进行。下面的分析,以针对板型被测试样的直角坐标系进行,如图 3.4 所示,圆柱坐标系下的逆磁致伸缩系数,可将 r, θ, z 类比 x, y, z 而得到。

当静态偏执磁场沿 y 方向即偏执磁场垂直于被测试样表面时,所对应的 EMAT 主要有体波 EMAT 和 Lamb 波 EMAT 两种。此时,设处于自由应力状态的铁磁试样沿静态磁场方向的磁致伸缩量为 $\epsilon(H_{0y})$, 由于磁致伸缩变化为等体积形变,则垂直于静态磁场方向的形变量为 $-\epsilon(H_{0y})/2$ 。

静态磁场所产生的被测试样内部的应变为

$$S_2^0 = \epsilon(H_{0y}) \quad (3-44)$$

$$S_1^0 = S_3^0 = -\epsilon(H_{0y})/2 \quad (3-45)$$

$$S_4^0 = S_5^0 = S_6^0 = 0 \quad (3-46)$$

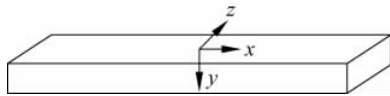


图 3.4 平板被测试样直角坐标系

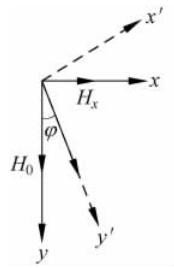


图 3.5 磁场方向

在二维直角坐标系下,动态磁场只有 H_x 和 H_y 分量。首先考虑 H_x 的作用,在这种情况下,铁磁材料的磁致伸缩将沿静态磁场和动态磁场的合成磁场 H_i 的方向,设 H_i 与 H_0 的夹角为 φ , φ 的大小将随动态磁场的改变而变化。合成磁场会引起铁磁材料的伸缩变形,用 S'_1, S'_2 和 S'_3 表示材料在直角坐标系 x', y', z' 的应变,则新坐标系由原始坐标系逆时针旋转 θ 得到。假设由磁致伸缩引起的物体形变为等体积形变,由弹性力学的相关知识, S'_1, S'_2 和 S'_3 沿主方向 x', y', z' 的主应变,此时不存在剪应变分量。

则有

$$S'_2 = \epsilon_M(H_t) \quad (3-47)$$

$$S'_1 = S'_2 = -\frac{1}{2}\epsilon_M(H_t) \quad (3-48)$$

$$S'_4 = S'_5 = S'_6 = 0 \quad (3-49)$$

根据应变张量的坐标变换式

$$\epsilon'_{ij} = Q_{i'k}Q_{j'l}\epsilon_{kl} \quad (3-50)$$

$$Q_{i'k} = \vec{e}'_{i'} \cdot \vec{e}_k = Q_{ki'} \quad (3-51)$$

得到原始坐标系中各应变的表达式为

$$S_1 = S'_1 \cos^2 \varphi + S'_2 \sin^2 \varphi \quad (3-52)$$

$$S_2 = S'_1 \sin^2 \varphi + S'_2 \cos^2 \varphi \quad (3-53)$$

$$S_3 = S'_3 \quad (3-54)$$

$$S_4 = S_5 = 0 \quad (3-55)$$

$$S_6 = (S'_2 - S'_1) \sin 2\varphi \quad (3-56)$$

则由式(3-8),可得压磁矩阵的各元素为

$$d_{3z}^{(Ms)} = d_{1x}^{(Ms)} = \left. \frac{\partial S_1}{\partial H_x} \right|_{\sigma} = \frac{3\epsilon_M}{H_0 \cos \varphi} \cos^3 \varphi \sin \varphi + \lambda \sin \varphi \left(-\frac{1}{2} \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \right) \quad (3-57)$$

$$d_{2z}^{(Ms)} = d_{2x}^{(Ms)} = \left. \frac{\partial S_2}{\partial H_x} \right|_{\sigma} = -\frac{3\epsilon_M}{H_0 \cos \varphi} \cos^3 \varphi \sin \varphi + \lambda \sin \varphi \left(-\frac{1}{2} \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \right) \quad (3-58)$$

$$d_{1z}^{(Ms)} = d_{3x}^{(Ms)} = \left. \frac{\partial S_3}{\partial H_x} \right|_{\sigma} = -\frac{1}{2} \lambda \sin \varphi \quad (3-59)$$

$$d_{4x}^{(Ms)} = d_{5x}^{(Ms)} = 0 \quad (3-60)$$

$$d_{4z}^{(Ms)} = d_{6x}^{(Ms)} = \left. \frac{\partial S_6}{\partial H_x} \right|_{\sigma} = \frac{3\epsilon_M}{H_0 \cos \varphi} \cos^2 \varphi \cos 2\varphi + \frac{3}{2} \lambda \sin 2\varphi \sin \varphi \quad (3-61)$$

$$d_{5z}^{(Ms)} = d_{6z}^{(Ms)} = 0 \quad (3-62)$$

其中, λ 代表被测试样材料磁致伸缩曲线的斜率。

其次,考虑 H_y 的作用。当动态磁场远小于静态磁场的数值时,可近似得到

$$S_2 = \left(\frac{\partial S_2}{\partial H_y} \right) H_y \quad (3-63)$$

$$S_1 = S_3 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial S_2}{\partial H_y} \right) H_y \quad (3-64)$$

$$S_4 = S_5 = S_6 = 0 \quad (3-65)$$

则,关于 y 方向的压磁系数为

$$d_{1y}^{(Ms)} = d_{3y}^{(Ms)} = -\frac{1}{2} \lambda \quad (3-66)$$

$$d_{2y}^{(Ms)} = \lambda \quad (3-67)$$

$$d_{4y}^{(Ms)} = d_{5y}^{(Ms)} = d_{6y}^{(Ms)} = 0 \quad (3-68)$$

如此,该磁性材料的压磁矩阵可表示为

$$[d_{ik}^{(Ms)}] = \begin{bmatrix} d_{1x}^{(Ms)} & d_{2x}^{(Ms)} & d_{3x}^{(Ms)} & 0 & 0 & d_{6x}^{(Ms)} \\ d_{1y}^{(Ms)} & d_{2y}^{(Ms)} & d_{1y}^{(Ms)} & 0 & 0 & 0 \\ d_{3x}^{(Ms)} & d_{2x}^{(Ms)} & d_{1x}^{(Ms)} & d_{6x}^{(Ms)} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3-69)$$

当静态偏置磁场远大于动态磁场时, $\varphi \approx 0$, 压磁矩阵可简化为

$$[d_{ik}^{(Ms)}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3\varepsilon_M}{H_0} \\ -\frac{\lambda}{2} & \lambda & -\frac{\lambda}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3\varepsilon_M}{H_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3-70)$$

各向同性铁磁材料在施加强偏置磁场时, 机械特性和磁导率将会呈现横向各向同性。基于此, 在施加偏置磁场情况下的多晶铁磁材料的磁致伸缩行为与六角形 6/m 压电材料的压电特性类似。当偏置磁场方向沿 x_2 时, 则根据晶体结构的对称性, 得到铁磁材料的刚度矩阵为

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{13} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \quad (3-71)$$

则逆压磁矩阵为

$$e_{ki}^{(Ms)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \frac{3\varepsilon_M}{H_0} \\ [c_{13} - \frac{1}{2}(c_{11} + c_{22})]\lambda & (c_{11} - c_{13})\lambda & [c_{13} - \frac{1}{2}(c_{11} + c_{22})]\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \frac{3\varepsilon_M}{H_0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-72)$$

当静态偏置磁场沿 z 方向即偏置磁场平行于被测试样表面时, 所对应的 EMAT 为 SH 导波 EMAT。

考虑到坐标系的对称关系, 压磁矩阵中 z 轴分量与 y 轴分量互换, 可得到在这种情况下压磁矩阵为

$$[d_{ik}^{(Ms)}] = \begin{bmatrix} d_{1x}^{(Ms)} & d_{2x}^{(Ms)} & d_{3x}^{(Ms)} & 0 & d_{6x}^{(Ms)} & 0 \\ d_{3x}^{(Ms)} & d_{2x}^{(Ms)} & d_{1x}^{(Ms)} & d_{6x}^{(Ms)} & 0 & 0 \\ d_{1z}^{(Ms)} & d_{2z}^{(Ms)} & d_{1z}^{(Ms)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3-73)$$

若偏置磁场方向沿 x_3 时, 铁磁材料沿 x_3 呈横向各向同性, 此条件下的刚度矩阵为

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{13} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (3-74)$$

那么, 相应的逆压磁矩阵为

$$e_{ki}^{(Ms)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \frac{3\epsilon_M}{H_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \frac{3\epsilon_M}{H_0} & 0 & 0 \\ [c_{13} - \frac{1}{2}(c_{11} + c_{22})]\lambda & [c_{13} - \frac{1}{2}(c_{11} + c_{22})]\lambda & (c_{11} - c_{13})\lambda & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-75)$$

当偏置磁场沿 x 方向平行于被测试样表面时,对应的 EMAT 为 Lamb 波和表面波 EMAT。与前两种情况同样的道理,可得到此条件下的逆压磁矩阵为

$$e_{ki}^{(Ms)} = \begin{bmatrix} (c_{11} - c_{13})\lambda & [c_{13} - \frac{1}{2}(c_{11} + c_{22})]\lambda & [c_{13} - \frac{1}{2}(c_{11} + c_{22})]\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \frac{3\epsilon_M}{H_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \frac{3\epsilon_M}{H_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-76)$$

3.2.5 基于磁致伸缩机理 EMAT 的数值仿真计算

选用有限元软件 COMSOL Multiphysics 的弱形式方式来实现基于磁致伸缩机理 EMAT 的多场耦合数值仿真。

首先采用虚位移法,分别推导式(3-11)和式(3-14)在二维直角坐标系和轴对称坐标系下的弱形式。经推导得到直角坐标系下线圈的脉冲涡流场和被测试样的平衡运动方程的弱形式分别为

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left(\frac{1}{\boldsymbol{\mu}} \frac{\partial A_z}{\partial x} \frac{\partial \delta A_z}{\partial x} + \frac{1}{\boldsymbol{\mu}} \frac{\partial A_z}{\partial y} \frac{\partial \delta A_z}{\partial y} \right) dA &= - \int_{\Omega} \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} \delta A \, dA + \int_{\Omega} \frac{1}{S} \iint_S \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} ds \delta A_z \, dA \\ &+ \int_{\Omega} J_x \delta A_z \, dA + \int_{\Gamma} \frac{1}{\boldsymbol{\mu}} \frac{\partial A_z}{\partial n} \delta A_z \, dl \quad (3-77) \\ \int_{\Omega} (\sigma_x \delta \epsilon_x + \sigma_y \delta \epsilon_y + \sigma_{xy} \delta \epsilon_{xy}) dV &+ \int_V \left(\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u + \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \delta v \right) dA \\ &= \int_{\Omega} (f_x \delta u + f_y \delta v) dA + \int_{\Gamma} (T_x \delta u + T_y \delta v) dl \quad (3-78) \end{aligned}$$

其中, $\boldsymbol{\mu}$ 表示被测试样的磁导率矩阵;其余各变量的含义与第 2 章中的相同。

轴对称坐标系下,线圈的脉冲涡流场和被测试样的平衡运动方程的弱形式分别为

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left(r \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r} \frac{\partial \delta A_{\theta}}{\partial r} + r \frac{\partial A_{\theta}}{\partial z} \frac{\partial \delta A_{\theta}}{\partial z} \right) dA \\ = - \int_{\Omega} r \sigma \frac{\partial A_{\theta}}{\partial t} \delta A_{\theta} \, dA + \int_{\Omega} r J_{s\theta} \delta A_{\theta} \, dA + \int_{\Omega} r \frac{1}{S} \iint_S \sigma \frac{\partial A_{\theta}}{\partial t} ds \delta A_{\theta} \, dA + \int_{\Gamma} r \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial n} \delta A_{\theta} \, dl \quad (3-79) \end{aligned}$$

$$\int_{\Omega} (\sigma_{rr} \delta \epsilon_{rr} + \sigma_{zz} \delta \epsilon_{zz} + \sigma_{rz} \delta \epsilon_{rz}) dA + \int_{\Omega} \left(\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u + \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \delta v \right) dA$$

$$= \int_{\Omega} \left[\left(f_r + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \right) \delta u + \left(\frac{\sigma_{rz}}{r} + f_z \right) \delta v \right] dA + \int_{\Gamma} (T_r \delta u + T_z \delta v) dl \quad (3-80)$$

由于被测试样满足应力自由边界条件,式(3-78)和式(3-80)中内力的边界积分项均为0。

在已知基于磁致伸缩机理 EMAT 的多场耦合方程的弱形式、磁致伸缩力以及磁致伸缩电流密度的计算公式后,可采用有限元软件 COMSOL Multiphysics 实现超声波激发、传播和接收全过程的数值仿真。在数值仿真过程中,磁致伸缩力和磁致伸缩电流密度这两个量分别实现了从电磁场到机械场,以及从机械场到电磁场的耦合。

采用 COMSOL Multiphysics 进行基于磁致伸缩机理 EMAT 数值仿真分析计算的步骤如下:

(1) 根据铁磁材料的磁化曲线和磁致伸缩曲线,计算在设定工作状态下铁磁试样的 ϵ_M 和 λ 的数值,确定被测试样各方向的磁导率以及被测试样刚度矩阵各元素的数值,进而得到逆压磁矩阵中各元素的值。

(2) 根据 EMAT 的具体类型,选择 2D 直角坐标系或轴对称坐标系。

(3) 选择各种场的求解模式为弱形式,共须要选择 3 组模式。

(4) 建立 EMAT 各组成部分的几何模型。在进行电磁场计算时,须要给定一个求解区域,因此在 EMAT 模型外,须要划定一个求解区域。

(5) 根据式(3-77)~式(3-80)以及边界条件,分别设定求解区域以及边界。设定各场间的耦合变量,将洛伦兹力和磁致伸缩力设置为被测试样质点振动的驱动力,将洛伦兹电流密度和磁致伸缩电流密度设为超声波接收时被测试样内的源电流密度。由于需要计算线圈接收超声波信号时各线圈导体的感应电动势,故须要设定积分耦合变量来计算每一求解步长的感应电动势结果。

(6) 对求解区域进行网格剖分。具体剖分网格时,须要注意两点以提高计算准确度:一是在被测试样上表面的集肤深度内应设定 2 个以上的网格单元;二是在被测试样内部,应保证在所激发超声波的波长内有 7 个以上的网格单元。

(7) 对模型进行瞬态求解。求解需要设定求解步长、相对误差及绝对误差。由于采用的脉冲激励信号为高频 tone burst 信号,因此须要设定较小的求解步长,以保证所得解的平滑性和稳定性。在求解被测试样内部质点位移时,位移的数值较小,所设定的求解绝对误差也就要足够小,以保证解的正确性。

(8) 对结果进行后处理,包括显示各场变量的云图以及暂态波形等。

为验证前述推导出的公式以及所给出分析方法的有效性和正确性,通过计算实例,并采用物理试验的方法,以所得结果来验证计算结果的正确性。

算例模型如图 3.6 所示,采用回折形线圈在薄镍带上激发和接收 Lamb 波,线圈为单层不分裂回折形线圈,镍带为纯镍带,线圈和镍带的尺寸和材料参数分别给出在表 3.1 和表 3.2 中。镍带中 Lamb 波的相速度和群速度频散曲线如图 3.7 所示。

根据镍带的频散曲线,选择在镍带中激发 S_0 模式的 Lamb 波。为满足回折形线圈的



图 3.6 计算和试验模型

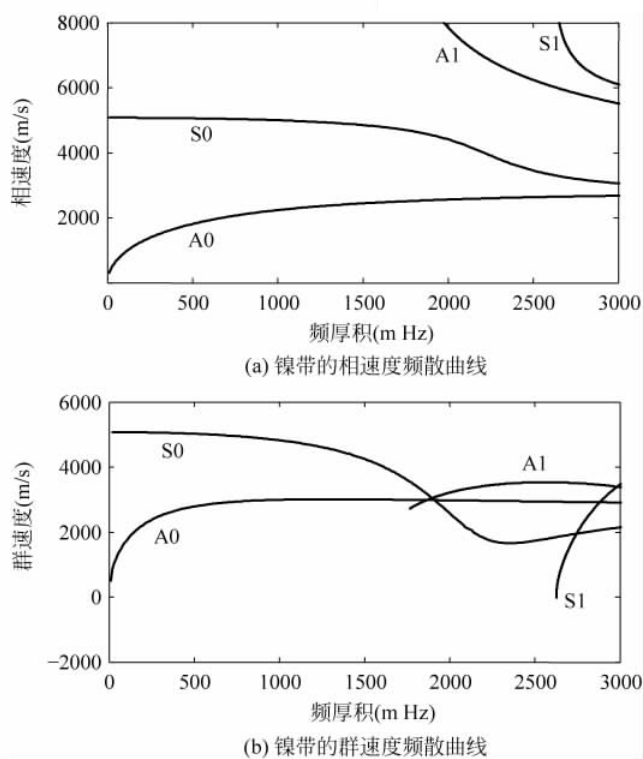


图 3.7 镍带的频散曲线

间距与 Lamb 波波长间的匹配关系,选择的激发频率为 783.3kHz。此频率下,对应的 S_0 模式 Lamb 波的相速度和群速度分别为 5074m/s 和 5067m/s。

EMAT 的工作方式为自发自收方式。线圈在镍带中激发超声波并沿两个方向传播。超声波在边界场处反射后,再次传播达到线圈处时实现信号接收。由于线圈距两端面的距离相等,故两边界的反射信号将在同一时刻到达线圈处。

表 3.1 线圈尺寸和材料参数

参数名称	数值	参数名称	数值
基片厚度	0.500mm	折间距	6.50mm
铜铂宽度	1.625mm	铜箔电导率	$2.667 \times 10^7 \text{ S/m}$
铜铂厚度	0.05mm		

表 3.2 薄镍板尺寸和参数

参数名称	数值	参数名称	数值
长度	150mm	弹性模量	206.9GPa
宽度	120mm	密度	8880 kg/m ³
厚度	0.3mm	泊松比	0.31
电导率	$1.43 \times 10^7 \text{ S/m}$		

试验中采用 RITEC 公司 EPR-4000 脉冲发生和接收器作为 EMAT 探头的激励源来产生 RF tone burst 信号,信号的幅值和频率可按需求进行调节。EPR-4000 同时可实现线圈接收信号的滤波和放大,滤波的带宽和放大倍数也可调节。在 EPR-4000 与 EMAT 的线圈之间,必须通过阻抗匹配器完成线圈阻抗与激励源输出阻抗的匹配,以实现较大的功率输出。EPR-4000 的接收信号可通过连接示波器输出,并通过与示波器配套的数据采集软件 Wave Star for Oscilloscopes 实现在 PC 上的数据采集和波形显示。所采用试验设备及其连接如图 3.8 所示。

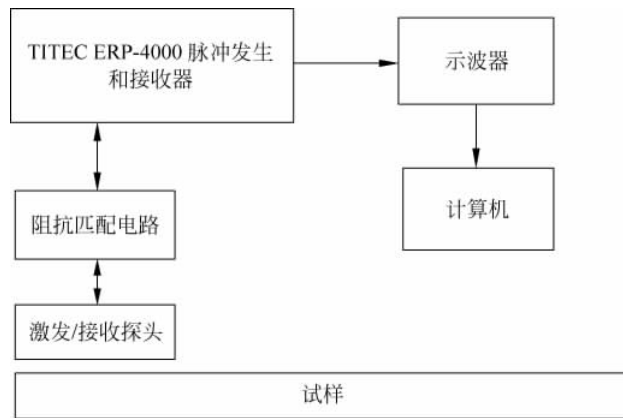


图 3.8 自发自收 Lamb 波 EMAT 的试验连接图

在该实例中,静态偏置磁场的方向与镍带表面垂直,静态偏置磁场由镍带磁化后的剩磁提供,镍带的剩余磁感应强度为 0.3325T。纯镍的磁致伸缩曲线和磁化曲线取自参考文献,如图 3.9 和图 3.10 所示。为了表述磁致伸缩、磁感应强度和磁场强度的数量关系,采用指数拟合方式对两组曲线进行了拟合,具体的拟合公式如下

$$\epsilon_r = -32.31e^{0.0005659H} + 33.33e^{-0.0898H} \quad (3-81)$$

$$B = 7.229e^{-0.0001943H} - 4.465e^{-0.1129H} \quad (3-82)$$

根据式(3-82),磁感应强度为 0.3325T 时对应的磁场强度为 $H_0 = 2.1\text{kA/m}$,代入式(3-81)得到薄镍带的磁致伸缩量为 $\epsilon_M = -4.7467\text{ppm}$;薄镍带磁致伸缩曲线的斜率为

$\lambda = -2.5171\text{ppm}$ 。镍带的动态磁导率为 $1.5833 \times 10^{-4} \text{H/m}$ (相对磁导率为 126)。当动态磁场方向与偏置磁场方向一致时,总磁场仅有幅值的变化而方向不变,因此,镍带沿偏置磁场方向的磁导率为微分磁导率。根据图中的磁化曲线,可得到在 $H_0 = 2.1 \text{kA/m}$ 时镍带的微分磁导率为 $3.963 \times 10^{-4} \text{H/m}$ (相对磁导率为 315.4)。镍带的刚度矩阵的各元素为 $c_{11} = 3.906 \times 10^{12} \text{Pa}$, $c_{13} = 6.554 \times 10^{11} \text{Pa}$, $c_{12} = 0$, $c_{44} = 1.972 \times 10^{11} \text{Pa}$ 。

在此情况下,镍带将受到洛伦兹力和磁致伸缩力的共同作用,洛伦兹力和磁致伸缩力的计算式分别为

$$f_L = -\sigma B_0 \frac{\partial A_z}{\partial t} \quad (3-83)$$

$$f_{Msx} = c_{44} \frac{1}{\mu_{xx}} \frac{3\epsilon_M}{H_0} \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - \left[c_{13} - \frac{1}{2}(c_{11} + c_{12}) \right] \lambda \frac{1}{\mu_{yy}} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \quad (3-84)$$

接收超声波信号时,被测试样内部的洛伦兹力电流密度和磁致伸缩电流密度的计算式分别为

$$J_L = B_0 \sigma \frac{\partial u_x}{\partial t} \quad (3-85)$$

$$J_{Ms} = \left[\frac{1}{\mu_{yy}} (c_{11} - c_{13}) \lambda - \frac{1}{\mu_{xx}} c_{44} \frac{3\epsilon_M}{H_0} \right] \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \frac{1}{\mu_{yy}} \left(c_{13} - \frac{1}{2} c_{11} - \frac{1}{2} c_{12} \right) \lambda \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - \frac{1}{\mu_{xx}} c_{44} \frac{3\epsilon_M}{H_0} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \quad (3-86)$$

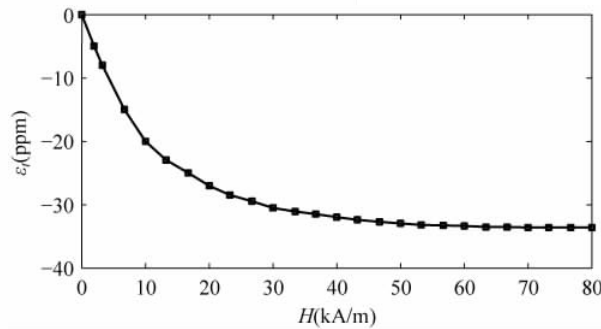


图 3.9 纯镍的磁致伸缩曲线

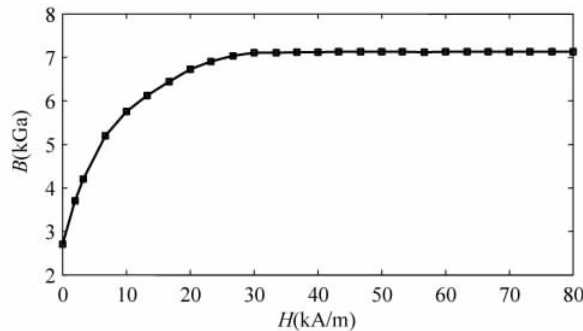


图 3.10 纯镍的磁化曲线

选择所要激发的超声波的频率为 783.3kHz,激励信号的周期数是 3,激励信号的波形为

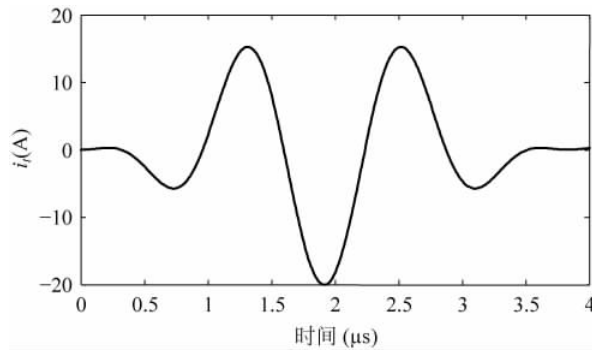


图 3.11 激励电流的波形

将图 3.11 中的激励电流代入 COMSOL Multiphysics 软件,根据步骤 2-8,对 EMAT 进行建模和数值计算。计算时,设定被测试样内部每个超声波长内的单元数为 8 个,时间步长为 2ns。为更方便地显示计算结果,在被测试样内部选定观察点 P,它位于距被测试样左端面 60mm、被测试样上表面 0.01mm 处。

图 3.12 给出了 $10\mu\text{s}$ 时刻线圈内激励电流产生的矢量磁位等位线的分布,可见,线圈在其周围和被测试样内部产生了动态磁场;且在被测试样的集肤深度内,感应的涡流在镍带剩磁作用下产生了洛伦兹力,而线圈产生的动态磁场和剩磁作用产生了磁致伸缩力。在这两个力的作用下,被测试样内质点发生振动,产生了超声波。图 3.13 给出了 $25\mu\text{s}$ 时刻被测试样内质点运动产生的洛伦兹力电流密度和磁致伸缩电流密度在被测试样周围产生的矢量磁位的等位线分布。被测试样内伦兹力电流密度和磁致伸缩电流密度产生的脉冲磁场,在线圈内感生了电压,实现了信号的接收。



图 3.12 $10\mu\text{s}$ 时刻线圈内电流产生的的矢量磁位的等位线

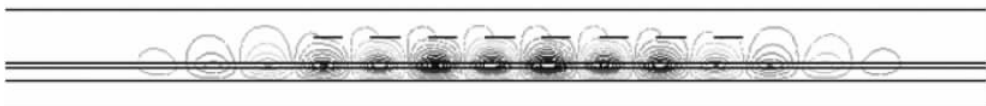


图 3.13 $25\mu\text{s}$ 时刻被测试样内电流密度产生的矢量磁位等位线

图 3.14 和图 3.15 分别给出了被测试样内 P 点处,根据式(3-83)和式(3-84)计算得到的洛伦兹力密度和磁致伸缩力密度。比较两者可发现,在镍带试样中用以激发 Lamb 波的洛伦兹力远小于磁致伸缩力,这说明磁致伸缩效应在激发 Lamb 波的过程中起到了决定性作用。

图 3.16 和图 3.17 中分别给出了 P 点处质点位移的 x 分量和 y 分量随时间变化的波形。从这两个图中可看出,P 点处质点位移的 x 分量要大于 y 分量;两分量的群速度

一致,说明未激发出其他模式的超声波。

图 3.18 给出了质点位移的 x 分量在不同时刻的云图。从图 3.18 中可以清晰地看出,随着时间的变化,超声波在被测试样中的传播、遇到端面后的反射以及反射后再次传播到被测试样位置处等情形;且可以发现,从超声波激发到实现第一个反射波接收的时间大约为 $25\mu\text{s}$ 。

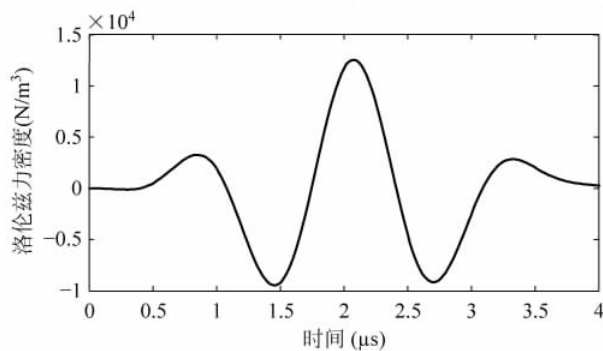


图 3.14 被测试样内 P 点处的洛伦兹力密度

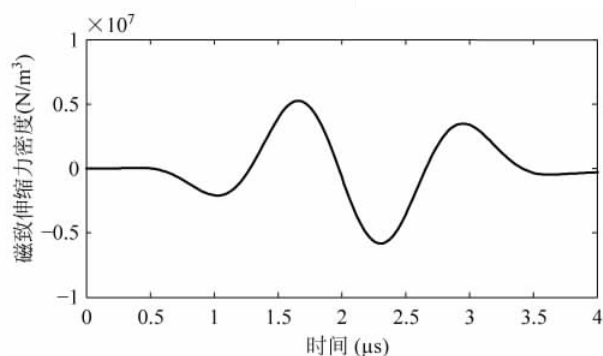


图 3.15 被测试样内 P 点处的磁致伸缩力密度的 x 分量

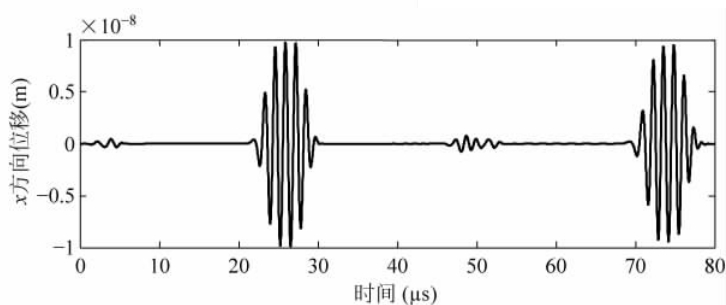


图 3.16 P 点处质点位移的 x 分量随时间变化的曲线

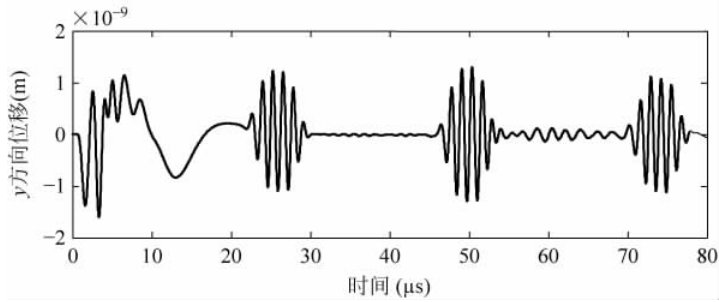
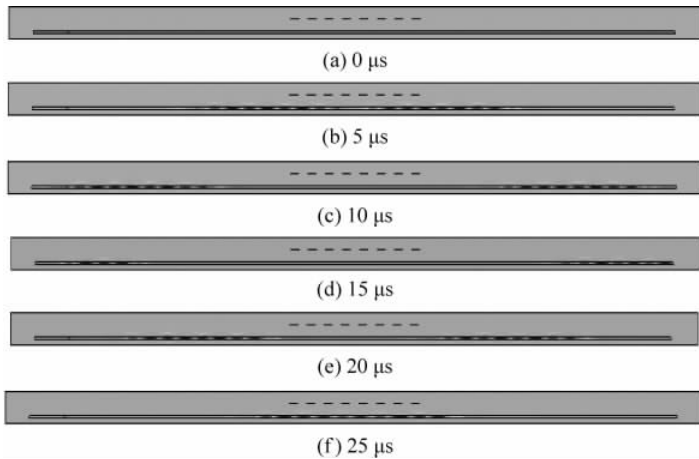
图 3.17 P 点处质点位移的 y 分量随时间变化的曲线图 3.18 质点位移的 x 分量不同时刻的云图

图 3.19 给出了探头在接收模式下接收到的电压信号的波形。图 3.20 给出了采用同样周期数和频率的电流激励、以图 3.8 所示试验方式测量得到的探头接收到的信号。为对两者进行比较,将两个波形分别以第一个波形的幅值作为基准进行了归一化处理。比较两幅波形图可以发现,两者在波形和时间的对应关系上较为一致。在这两幅波形图中,第一个波包为线圈在激发超声波并开始传播时的接收信号;第 2、3、4 个波包分别是超声波第 1、2、3 次端面反射后的接收信号。

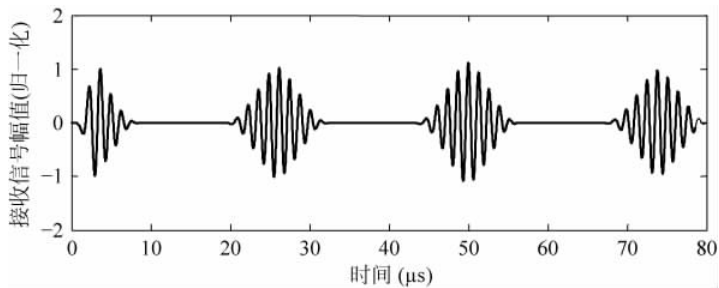


图 3.19 线圈接收信号仿真计算值

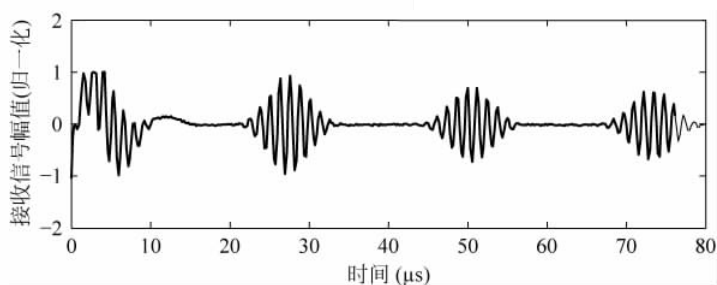


图 3.20 线圈接收信号试验测得值

根据传播距离和传播时间计算出超声波的群速度,图 3.19 和图 3.20 中的第 2 和第 3 个波包的峰值对应的时间差内,超声波传播的距离为 120mm。理论设计波速、仿真计算波速和试验波速的相应数值结果给出在表 3.3 中。

表 3.3 三种方法得到的波速值的对比

理论设计波速(m/s)	仿真计算波速(m/s)	实验所得波速(m/s)
5067	5038	5217

从表 3.3 可看出,仿真计算所得波速与理论设计波速非常接近;试验所得波速与理论设计波速和仿真计算波速有一定误差,但误差不大。产生误差的原因,可能是被测试样镍带的材料参数与理论计算所用的参数存在误差。表 3.3 还说明,仿真计算和试验测量均得到了设计频率和波速 S_0 模式的 Lamb 波。试验测量、仿真计算和理论设计结果具有较好的一致性,就验证了本文所提出的基于磁致伸缩机理的 EMAT 完整换能过程仿真分析方法的正确性和有效性。

3.3 SH 导波 EMAT 的解析建模和计算

以电磁超声方法对铁磁材料实施无损检测,SH 导波是一种较为理想的选择,因为 SH 波发生反射时只产生 SH 波,不会发生模式转换,这对于超声波的接收及信号处理均非常方便。SH 波在被测铁磁性板材的不同深度处是均匀分布的,即它在板中会均匀传播,在任何位置遇到有裂纹均会发生反射,因此,它能够检测任何位置的裂纹缺陷。在 SH 波模式中,由于 SH_0 模式的波速不会随着板材厚度的变化而发生改变,因此它适用于不同厚度的板材的检测,具有较强的通用性。

SH 导波 EMAT 的示意图和工作原理如图 3.21 所示。偏置磁场的方向与线圈导体的方向平行,偏置磁场与线圈产生的动态磁场的方向相互垂直,两者叠加,使得铁磁试样产生周期性伸缩变形,从而激发出超声波。在 SH 导波的 EMAT 中,偏置磁场的方向与线圈在被测试样内产生的涡流的方向平行,被测试样不受洛伦兹力的作用,电磁超声仅由磁致伸缩机理产生。

考虑多层多折多分裂线圈置于平板型被测试样上方的情况。此情况下,模型与第 2 章中的回折形线圈的模型一样,不同之处是这里的被测试样为铁磁材料,材料的磁导率采用可逆磁导率,即将非铁磁试样中的 μ_0 替换为可逆磁导率 μ_{rev} 即可(见图 3-22)。

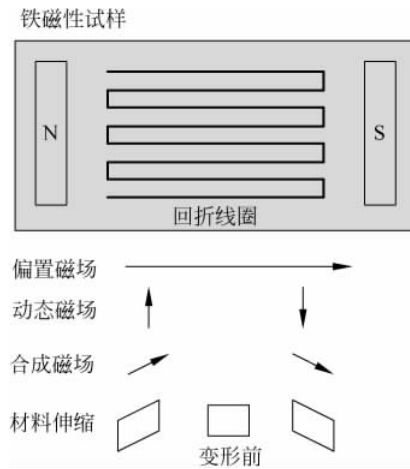


图 3.21 SH 导波 EMAT 的结构及工作原理

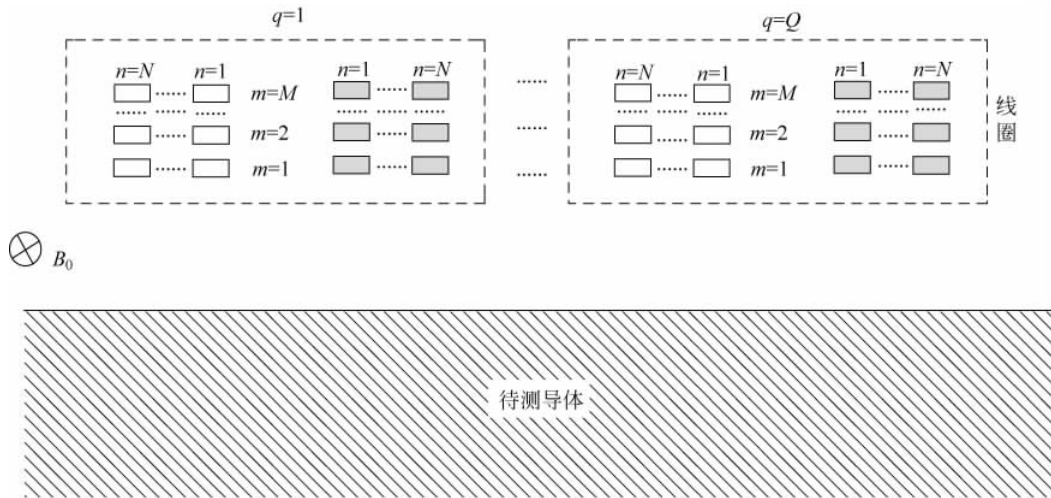


图 3.22 多层多折回折形线圈的模型

被测试样内的磁感应强度为

$$\mathbf{B}_{(c)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 (h_2 - h_1) \omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{e^{\lambda z}}{-k^2} \times \frac{2k\mu_r \lambda}{k\mu_r + \lambda} \times (j\alpha \hat{x} + j\beta \hat{y} + \lambda \hat{z}) \right] \sum_{m=1}^M (e^{-kh_{2m}} - e^{-kh_{1m}}) \times \frac{1}{\alpha\beta} \sum_{n=1}^N P_n \sum_{q=1}^Q e^{-ja_x x'} e^{ja_x x} e^{j\beta y} d\alpha d\beta \quad (3-87)$$

式中, \hat{x} 和 \hat{y} 为方向向量。

线圈的阻抗为

$$Z = Z_d + Z_0 + \Delta Z \quad (3-88)$$

式中, Z_d 为直流阻抗; Z_0 为自由空间的阻抗; ΔZ 代表由涡流引起的阻抗变化。

式(3-88)中,各阻抗的解析表达式分别为

$$Z_0 = \frac{2j\omega\mu_0}{\pi^2 (h_2 - h_1)^2 \omega^2} \sum_{m'=1}^M \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{2(h_{2m'} - h_{1m'})\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{k} [e^{-k(h_{2m'} - h_{1m'})} - 1] + \sum_{m=1}^{m'-1} \frac{1}{k} (e^{kh_{2m}} - e^{kh_{1m}}) (e^{-kh_{1m'}} \\
 & - e^{-kh_{2m'}}) + \sum_{m=m'+1}^M \frac{1}{k} (e^{-kh_{2m}} - e^{-kh_{1m}}) (e^{kh_{1m'}} - e^{kh_{2m'}}) \} \\
 & \times \frac{1}{(\alpha\beta)^2} \left(\sum_{n=1}^N P_n \right)^2 \left(\sum_{q=1}^Q e^{-ja_x' x_q'} + \sum_{q=1}^Q e^{ja_x' x_q'} \right) d\alpha d\beta \quad (3-89)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta Z = & \frac{j2\omega\mu_0}{\pi^2 (h_2 - h_1)^2 \omega^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k (\alpha\beta)^2} \left[\sum_{m=1}^M (e^{-kh_{2m}} \right. \\
 & \left. - e^{-kh_{1m}}) \right]^2 \left(\sum_{n=1}^N P_n \right)^2 \left(\sum_{q=1}^Q e^{-ja_x' x_q'} \times \sum_{q=1}^Q e^{ja_x' x_q'} \right) \times \frac{k\mu_r - \lambda}{k\mu_r + \lambda} d\alpha d\beta \quad (3-90)
 \end{aligned}$$

$$Z_d = \frac{L}{\sigma_c (h_2 - h_1) \omega} \quad (3-91)$$

式中, L 为回折形线圈导体的总长度; σ_c 为线圈导体的电导率。

当静态偏执磁场的方向平行于被测试样表面且与线圈导体的方向平行时, EMAT 可激发和接收 SH 导波。此时, SH 导波的激发由动态磁场分量 H_x 和静态磁场 H_{0z} 产生的剪应变 S_6 决定。即在 SH 导波的 EMAT 中, 被测试样满足如下磁弹性本构关系

$$S_6 = s_{66} \sigma_{66} + d_{16} H_x \quad (3-92)$$

$$B_x = d_{16} \sigma_6 + \mu_{\text{rev}} H_x \quad (3-93)$$

式(3-92)中, 动态磁场与静态偏置磁场的叠加, 致使铁磁试样产生动态应变, 此应变是产生超声波的源。而式(3-93)给出的逆磁致伸缩效应, 则体现出被测试样内的动态应力产生了动态磁场, 该方程可应用于电磁超声信号的接收。

根据式(3-75), 依据磁致伸缩和逆磁致伸缩的本构关系, 此时被测试样内的磁致伸缩应变 S_{Ms6} 为

$$S_{Ms6} = \frac{3\epsilon_M}{H_0} H_x \quad (3-94)$$

对应的剪应力为

$$T_{Ms6} = -c_{44} \frac{3\epsilon_M}{H_0} H_x \quad (3-95)$$

上两式的具体数值, 决定了所产生的 SH 导波幅值的大小, 即 SH 导波的幅值大小与材料的压磁系数成正比。可通过上两式来量化 SH 导波幅值的大小。

根据式(3-87), 将 H_x 代入以上两式, 可得到磁致伸缩应变和磁致伸缩应力应力的频域表达式, 具体为

$$\begin{aligned}
 S_{Ms6} = & \frac{3\epsilon_M}{H_0} \frac{I}{2\pi^2 \mu_r (h_2 - h_1) \omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{e^{\lambda z}}{-k^2} \times \frac{2k\mu_r \lambda}{k\mu_r + \lambda} \times j\beta \right] \\
 & \sum_{m=1}^M (e^{-kh_{2m}} - e^{-kh_{1m}}) \times \frac{1}{\alpha\beta} \sum_{n=1}^N P_n \sum_{q=1}^Q e^{-ja_x' x_q'} e^{ja_x' x_q'} e^{j\beta y} d\alpha d\beta \quad (3-96)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{Ms6} = & -c_{44} \frac{3\epsilon_t}{H_{0z}} \frac{I}{2\pi^2 \mu_r (h_2 - h_1) \omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{e^{\lambda z}}{-k^2} \times \frac{2k\mu_r \lambda}{k\mu_r + \lambda} \times j\alpha \right] \\
 & \sum_{m=1}^M (e^{-kh_{2m}} - e^{-kh_{1m}}) \times \frac{1}{\alpha\beta} \sum_{n=1}^N P_n \sum_{q=1}^Q e^{-ja_x' x_q'} e^{ja_x' x_q'} e^{j\beta y} d\alpha d\beta \quad (3-97)
 \end{aligned}$$

采用图 3.6 中单层不分裂回折形线圈和薄镍板作为 SH 导波 EMAT 的线圈和被测试样,静态偏置磁场的方向沿线圈导体的方向。

计算模型为回折形线圈,它置于薄镍带上方,线圈和薄镍带之间的提高值为 1mm,如图 3.23 所示。

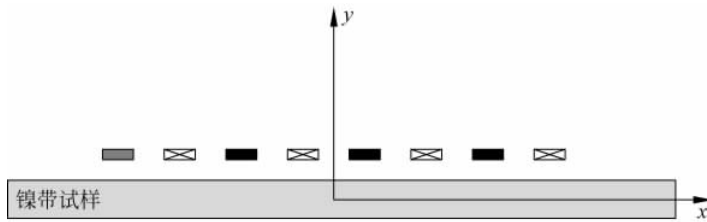


图 3.23 回折形线圈置于镍带试样上方

解析计算中,对 S_{Ms6} 的计算采用 FFT-IFFT 方法进行。线圈的激励采用频率为 500kHz,周期数为 3 的 Tone burst 信号,其波形如图 3.24 所示。

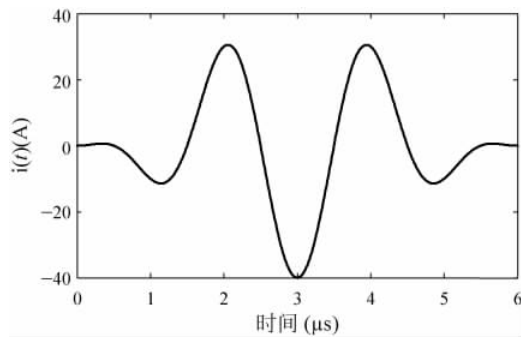


图 3.24 激励电流的波形

分别采用解析计算和时步有限元法计算的线圈最左侧第一个导体下方、被测试样深度 0.0001mm 处 S_{Ms6}/d_{16} 的结果如图 3.25 所示。

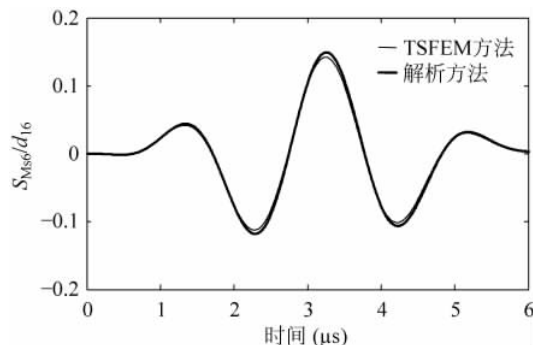


图 3.25 解析与有限元计算结果

从图 3.25 所示的计算结果看,解析计算结果与有限元计算结果较为一致,这说明了计算公式的正确性。这里仅计算了 S_{Ms6}/d_{16} 的数值,其中对特定的偏置电压和激励频率

下, d_{16} 为常数, 剪应变 S_{Ms6} 的数值与其成正比。

从式(3-94)和式(3-95)可以发现, SH 导波的 EMAT 所激发的 SH 超声导波的幅值与两个主要因素有关, 一是由材料刚度矩阵、磁致伸缩特性和静态偏置磁场共同决定的压磁系数; 另一个是线圈产生的动态磁场的幅值。

3.4 管道轴向导波 EMAT 的解析建模与计算

在对由铁磁材料制成的管道进行缺陷检测方面, 能检测较远距离的轴向导波 EMAT 得到了广泛应用。针对 L 模式 EMAT 的结构, M. J. Sablik 给出了其解析计算方法。而本节则将对 T 模式 EMAT 进行解析建模和计算。

图 3.26 为 T 模式导波 EMAT 的剖面图。针对 T 模式导波 EMAT 进行解析建模和计算的思路为: 首先假设线圈激励为正弦稳态激励, 计算该种 EMAT 结构的频域磁场、涡流的表达式, 然后通过傅里叶反变换, 将频域表达式转化为时域表达式, 具体实现时, 采用的是 FFT-IFFT 方法。

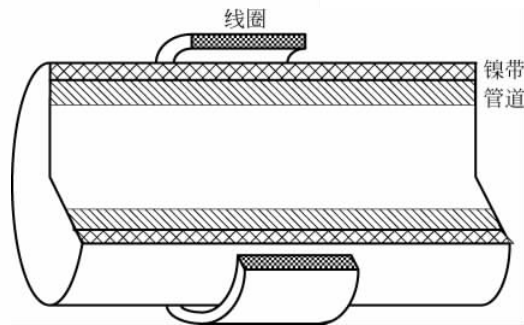


图 3.26 管道 T 模式导波的 EMAT

在实施轴向导波管道检测时, 所用激励信号的频率一般小于 1MHz, 满足准静态近似条件。由于求解空间内没有自由电荷存在, 并可忽略质点的速度效应, 矢量磁位满足如下方程

$$\nabla^2 \mathbf{A} - j\omega\mu\sigma\mathbf{A} = 0 \quad (3-98)$$

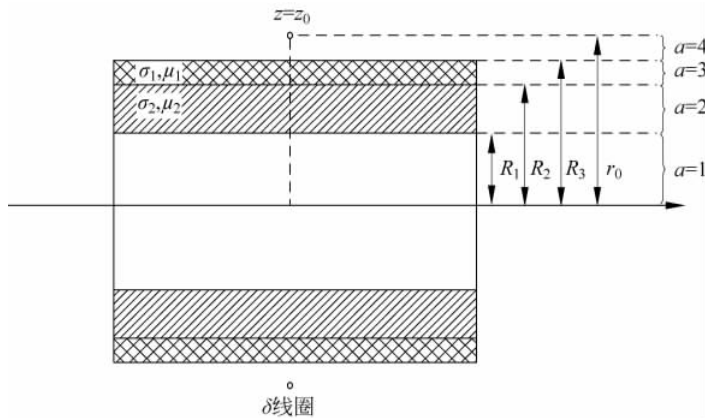
对 EMAT 的计算采用轴对称模型, 线圈产生的矢量磁位将沿着管道轴向对称, 仅含有方位角分量。即

$$\mathbf{A} = A(r, z)\hat{\theta} \quad (3-99)$$

式中, $\hat{\theta}$ 为沿管道周向的方向向量。

3.4.1 δ 线圈矢量磁位

首先考虑 δ 线圈的情况, 如图 3.27 所示。此情况下, 将求解区域分为 5 个, 即管道内流体区域 1, 管道壁区域 2, 镍带壁区域 3, δ 线圈下方空气区域 4 和上方空气区域 5。


 图 3.27 δ 线圈模型

在 δ 线圈激励下, 矢量磁位满足如下方程:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} - j\omega\mu_a\sigma_a \right) A_a(\omega, r, z) = -\mu_a i(\omega) \delta(r-r_0) \delta(z-z_0) \quad (3-100)$$

其中, $A_a(\omega, r, z)$ 为矢量磁位; $i(\omega)$ 为激励电流密度; μ_a 和 σ_a 分别为媒质的磁导率和电导率, 下标 a 表示该变量为 a 区域的变量。

采用分离变量法, 考虑模型的对称性, 式(3-100)的通解可表示为

$$A_a(\omega, r, z) = \int_0^\infty [B_a(\alpha) I_1(\alpha_a r) + C_a(\alpha) K_1(\alpha_a r)] \cos\alpha(z-z_0) \quad (3-101)$$

式中, I_1 和 K_1 为修正的 Bessel 函数; α_a 定义为

$$\alpha_a = \sqrt{\alpha^2 + j\omega\mu_a\sigma_a}$$

$B_a(\alpha)$ 和 $C_a(\alpha)$ 可根据分界面的边界条件确定, 由于在线圈位置外没有界面电流, 故在 δ 线圈界面以外的边界处, 有

$$A_a(\omega, R_a, z) = A_{a+1}(\omega, R_a, z) \quad (3-102)$$

$$\frac{\partial A_a(\omega, R_a, z)}{\partial r} = \frac{\partial A_{a+1}(\omega, R_a, z)}{\partial r} \quad (3-103)$$

式中, $a=1, 2, 3$ 。

而在 δ 线圈界面处, 有

$$\frac{\partial A_1(\omega, R_m, z)}{\partial r} = \frac{\partial A_5(\omega, R_m, z)}{\partial r} + \mu_0 I \delta(z-z_0) \quad (3-104)$$

此外, 在 $r=0$ 处, A 为有限值; 而在 $r=\infty$ 处, $A=0$ 。如此, 有

$$C_1(\alpha) = 0$$

$$B_5(\alpha) = 0$$

将式(3-101)代入式(3-102)~式(3-104), 并采用傅里叶定理, 有

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty f(\alpha) \left[\int_0^\infty \cos(\alpha x) \cos(\beta x) dx \right] d\alpha = f(\beta) \quad (3-105)$$

可得到, 在线圈以外边界, 有

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} I_1(\alpha_a R_a) & K_1(\alpha_a R_a) \\ I'_1(\alpha_a R_a) & K'_1(\alpha_a R_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_a(\alpha) \\ C_a(\alpha) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_1(\alpha_{a+1} R_a) & K_1(\alpha_{a+1} R_a) \\ \frac{\alpha_{a+1}}{\alpha_a} I'_1(\alpha_{a+1} R_a) & \frac{\alpha_{a+1}}{\alpha_a} K'_1(\alpha_{a+1} R_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{a+1}(\alpha) \\ C_{a+1}(\alpha) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-106)$$

上式经整理,可以写成

$$\begin{bmatrix} B_{a+1}(\alpha) \\ C_{a+1}(\alpha) \end{bmatrix} = D_a \begin{bmatrix} B_a(\alpha) \\ C_a(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3-107)$$

其中,

$$\begin{aligned} D_a &= \begin{bmatrix} I_1(\alpha_{a+1} R_a) & K_1(\alpha_{a+1} R_a) \\ \frac{\alpha_{a+1}}{\alpha_a} I'_1(\alpha_{a+1} R_a) & \frac{\alpha_{a+1}}{\alpha_a} K'_1(\alpha_{a+1} R_a) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} I_1(\alpha_a R_a) & K_1(\alpha_a R_a) \\ I'_1(\alpha_a R_a) & K'_1(\alpha_a R_a) \end{bmatrix} \\ &= R_a \begin{bmatrix} \alpha_{a+1} K_0(\alpha_{a+1} R_a) I_1(\alpha_a R_a) & \alpha_a K_1(\alpha_{a+1} R_a) K_0(\alpha_a R_a) \\ + \alpha_a K_1(\alpha_{a+1} R_a) I_0(\alpha_a R_a) & - \alpha_{a+1} K_0(\alpha_{a+1} R_a) K_1(\alpha_a R_a) \\ \alpha_a I_1(\alpha_{a+1} R_a) I_0(\alpha_a R_a) & \alpha_a I_1(\alpha_{a+1} R_a) K_0(\alpha_a R_a) \\ - \alpha_{a+1} I_0(\alpha_{a+1} R_a) I_1(\alpha_a R_a) & + \alpha_{a+1} I_0(\alpha_{a+1} R_a) K_1(\alpha_a R_a) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-108)$$

于是

$$\begin{bmatrix} B_4(\alpha) \\ C_4(\alpha) \end{bmatrix} = D_3 D_2 D_1 \begin{bmatrix} B_1(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-109)$$

而在线圈边界处,有

$$\begin{bmatrix} I_1(\alpha_4 r_0) & K_1(\alpha_4 r_0) \\ I'_1(\alpha_4 r_0) & K'_1(\alpha_4 r_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_4(\alpha) \\ C_4(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1(\alpha_5 r_0) \\ K'_1(\alpha_5 r_0) \end{bmatrix} C_5(\alpha) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\mu_0 I}{\pi \alpha} \end{bmatrix} \quad (3-110)$$

求解式(3-109)和式(3-110),可得

$$C_4(\alpha) = \frac{\mu_0 I r_0 K_1(\alpha r_0)}{\pi Q} \quad (3-111)$$

$$B_4(\alpha) = \frac{\mu_0 I r_0 K_1(\alpha r_0)}{\pi} \quad (3-112)$$

$$C_5(\alpha) = \frac{\mu_0 I r_0 \left[I_1(\alpha r_0) + \frac{K_1(\alpha r_0)}{Q(\alpha)} \right]}{\pi} \quad (3-113)$$

式中,

$$Q(\alpha) = \frac{d_{11}}{d_{12}}$$

由式(3-107),有

$$\begin{bmatrix} B_3(\alpha) \\ C_3(\alpha) \end{bmatrix} = D_3^{-1} \begin{bmatrix} B_4(\alpha) \\ C_4(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_4(\alpha) \\ C_4(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3-114)$$

则所需要的矢量磁位可表示为

$$A_3 = \frac{\mu_0 I}{\pi} r_0 \int_0^\infty \frac{1}{Q(\alpha)} \left[m_{11} Q(\alpha) K_1(\alpha r_0) K_1(\alpha_3 r) + m_{12} K_1(\alpha r_0) K_1(\alpha_3 r) \right]$$

$$+ m_{21}Q(\alpha)K_1(ar_0)I_1(\alpha_3r) + m_{22}K_1(ar_0)I_1(\alpha_3r)]\cos(z-z_0)d\alpha \quad (3-115)$$

$$A_4 = \frac{\mu_0 I}{\pi} r_0 \int_0^\infty \frac{1}{Q(\alpha)} [Q(\alpha)K_1(ar_0)K_1(ar) + K_1(ar_0)I_1(ar)]\cos(z-z_0)d\alpha \quad (3-116)$$

$$A_5 = \frac{\mu_0 I}{\pi} r_0 \int_0^\infty \frac{1}{Q(\alpha)} [Q(\alpha)I_1(ar_0) + K_1(ar)]K_1(ar)\cos(z-z_0)d\alpha \quad (3-117)$$

3.4.2 矩形截面线圈的矢量磁位

现在考虑一个由 n 匝线圈组成的矩形截面线圈的矢量磁位, 它可表示为 δ 线圈矢量磁位的叠加, 见图 3.28。

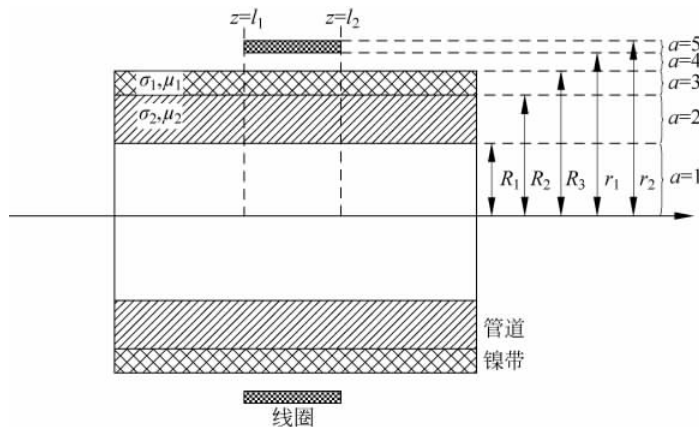


图 3.28 矩形截面线圈

$$A_{n\text{-turn}} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{l_1}^{l_2} A(r, z, r_0, z_0) dz_0 dr_0 \quad (3-118)$$

假设矩形截面线圈的电流密度均匀分布, 即

$$J = \frac{nI}{(l_2 - l_1)(R_2 - R_1)} \quad (3-119)$$

则在区域 4 和区域 6, 有

$$A_{4n\text{-turn}} = \frac{\mu_0 J}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha} [\sin\alpha(z-l_1) - \sin\alpha(z-l_2)] S_4(\alpha, r) d\alpha \quad (3-120)$$

$$A_{6n\text{-turn}} = \frac{\mu_0 J}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha} [\sin\alpha(z-l_1) - \sin\alpha(z-l_2)] S_6(\alpha, r) d\alpha \quad (3-121)$$

式中,

$$S_4(\alpha, r) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{Q(\alpha)} r_0 [Q(\alpha)K_1(ar_0)K_1(ar) + K_1(ar_0)I_1(ar)] dr_0$$

$$S_6(\alpha, r) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{Q(\alpha)} r_0 [Q(\alpha)I_1(ar_0) + K_1(ar)] K_1(ar) dr_0$$

线圈截面区域的矢量磁位可由以上两式求得, 将 $l_2 = z$ 代入式(3-123), $l_1 = z$ 代入式(3-120), 并将两式相加, 得到

$$A_{5n\text{-turn}} = \frac{\mu_0 J}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha} [\sin\alpha(z-l_1)S_6(\alpha, r) - \sin\alpha(z-l_2)S_4(\alpha, r)] d\alpha \quad (3-122)$$

在导体区域 3, 其矢量磁位为

$$A_{3n\text{-turn}} = \frac{2\mu_0 nI}{\pi(l_2-l_1)(r_2-r_1)} \int_0^\infty \frac{1}{Q(\alpha)} \{ [Q(\alpha)m_{11} + m_{12}] K_1(\alpha_3 r) + [Q(\alpha)m_{21} + m_{22}] I_1(\alpha_3 r) \} \frac{P(\alpha)}{\alpha} \sin\left[\frac{\alpha(l_2-l_1)}{2}\right] \cos\alpha(z-z_0) d\alpha \quad (3-123)$$

式中

$$P(\alpha) = \int_{r_1}^{r_2} x K_1(\alpha x) dx$$

3.4.3 线圈阻抗、涡流和磁感应强度

对于单匝线圈, 其感应电压可通过如下的线积分求得

$$U = j\omega \oint_{\text{coil}} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} = j\omega 2\pi r_0 A(r_0, z_0) \quad (3-124)$$

n 匝线圈的感应电压可通过对单匝线圈感应电压的叠加求取

$$U = \frac{j\omega 2\pi n}{(l_2-l_1)(r_2-r_1)} \int_{l_1}^{l_2} \int_{r_1}^{r_2} r A_{5n\text{-turn}}(r, z) dr dz \quad (3-125)$$

假设线圈匝数均匀分布, 线圈阻抗为

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{16j\omega\mu_0 n^2}{(l_2-l_1)^2 (r_2-r_1)^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^2} \sin^2\left[\frac{\alpha(l_2-l_1)}{2}\right] \times \left[\int_{r_1}^{r_2} \int_y^{r_2} xy K_1(\alpha x) I_1(\alpha y) dx dy + \frac{1}{Q(\alpha)} \left(\int_{r_1}^{r_2} x K_1(\alpha x) dx \right)^2 \right] d\alpha \quad (3-126)$$

导体区域 3 内所感生的涡流为

$$J_e = -j\omega A_{3n\text{-turn}} = -\frac{2j\omega\mu_0 nI}{\pi(l_2-l_1)(r_2-r_1)} \int_0^\infty \frac{1}{Q(\alpha)} \{ [Q(\alpha)m_{11} + m_{12}] K_1(\alpha_3 r) + [Q(\alpha)m_{21} + m_{22}] I_1(\alpha_3 r) \} \frac{P(\alpha)}{\alpha} \sin\left[\frac{\alpha(l_2-l_1)}{2}\right] \cos\alpha(z-z_0) d\alpha \quad (3-127)$$

线圈在区域 3 内的磁感应强度

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}_{3n\text{-turn}} \quad (3-128)$$

则有

$$B_r = -\frac{2\mu_0 nI}{\pi(l_2-l_1)(r_2-r_1)} \int_0^\infty \frac{1}{Q(\alpha)} \{ [Q(\alpha)m_{11} + m_{12}] K_1(\alpha_3 r) + [Q(\alpha)m_{21} + m_{22}] I_1(\alpha_3 r) \} P(\alpha) \sin\left[\frac{\alpha(l_2-l_1)}{2}\right] \sin\alpha(z-z_0) d\alpha \quad (3-129)$$

$$B_z = \frac{2\mu_0 nI}{\pi(l_2-l_1)(r_2-r_1)} \int_0^\infty \frac{1}{Q(\alpha)r} \{ [Q(\alpha)m_{11} + m_{12}] K_1(\alpha_3 r) + [Q(\alpha)m_{21} + m_{22}] I_1(\alpha_3 r) + r\alpha_3 [Q(\alpha)m_{11} + m_{12}] K'_1(\alpha_3 r) + r\alpha_3 [Q(\alpha)m_{21} + m_{22}] I'_1(\alpha_3 r) \} \frac{P(\alpha)}{\alpha} \sin\left[\frac{\alpha(l_2-l_1)}{2}\right] \cos\alpha(z-z_0) d\alpha \quad (3-130)$$

3.4.4 仅考虑一层导体的情况

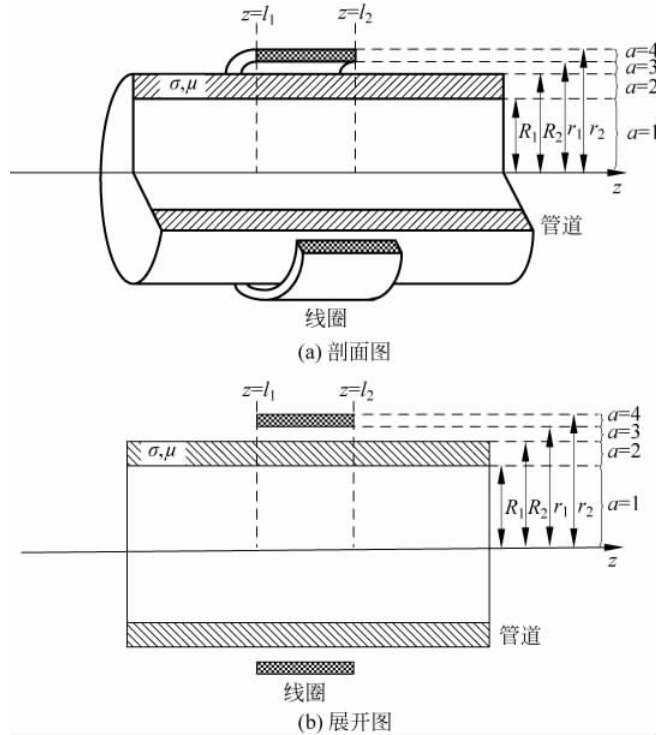


图 3.29 直接在管道上激发 T 模式导波的 EMAT 结构

若管道本身可在周向方向进行磁化,就可直接在管道内部产生 T 模式导波。如此,管道的计算模型中仅需要考虑管道壁一层导体,如图 3.29 所示。这种情况可视为上述 T 模式导波 EMAT 的特殊情况,即将区域 1、2 的参数设为一致即可。

此情况下,各区域矢量磁位的表达式为

$$A_{1n\text{-turn}} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{R_1 R_2 \alpha^3 D} K(r_2, r_1) I_1(\alpha_1 r) [\sin \alpha(z-l_1) - \sin \alpha(z-l_2)] d\alpha \quad (3-131)$$

$$A_{2n\text{-turn}} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{R_2 \alpha^3 D} K(r_2, r_1) \{ [\alpha_2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1) - \alpha_1 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] K_1(\alpha_2 r) + [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) + \alpha_1 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] I_1(\alpha_2 r) \} [\sin \alpha(z-l_1) - \sin \alpha(z-l_2)] d\alpha \quad (3-132)$$

$$A_{3n\text{-turn}} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^3} K(r_2, r_1) \left\{ I_1(\alpha r) - \left\{ \frac{K_1(\alpha_2 R_2)}{R_2 D K_1(R_1 R_2)} [\alpha_1 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1) - \alpha_2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1)] - \frac{I_1(\alpha_2 R_2)}{R_2 D I_1(R_1 R_2)} [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) + \alpha_1 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] + \frac{I_1(R_1 R_2)}{K_1(R_1 R_2)} \right\} K_1(\alpha r) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & \times [\sin\alpha(z-l_1) - \sin\alpha(z-l_2)]d\alpha \quad (3-133) \\
 A_{5n\text{-turn}} = & \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\alpha^3} K(r_2, r_1) K_1(\alpha r) \right. \\
 & \times \left\{ \frac{K_1(\alpha_2 R_2) [\alpha_2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1) - \alpha_1 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)]}{K_1(R_1 R_2) R_2 D} \right. \\
 & + \frac{I_1(\alpha_2 R_2) [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) + \alpha_1 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)]}{K_1(R_1 R_2) R_2 D} - \frac{I_1(R_1 R_2)}{K_1(R_1 R_2)} \left. \right\} \\
 & \left. + \frac{1}{\alpha^3} I(r_2, r_1) K_1(\alpha r) \right\} [\sin\alpha(z-l_1) - \sin\alpha(z-l_2)]d\alpha \quad (3-134)
 \end{aligned}$$

线圈截面区域的矢量磁位表达式为

$$\begin{aligned}
 A_{4n\text{-turn}} = & \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^3} \left\{ [K(r, r_1) I_1(\alpha r) + I(r_2, r) K_1(\alpha r)] + K_1(\alpha r) [K(r, r_1) + K(r_2, r)] \right. \\
 & \left\{ \frac{K_1(\alpha_2 R_2) [\alpha_2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1) - \alpha_1 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)]}{K_1(R_1 R_2) R_2 D} \right. \\
 & + \frac{I_1(\alpha_2 R_2) [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) + \alpha_1 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)]}{K_1(R_1 R_2) R_2 D} \\
 & \left. - \frac{I_1(R_1 R_2)}{K_1(R_1 R_2)} \right\} \left. \right\} [\sin\alpha(z-l_1) - \sin\alpha(z-l_2)]d\alpha \quad (3-135)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 D = & [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_2) K_1(\alpha R_2) - \alpha K_0(\alpha R_2) K_1(\alpha_2 R_2)] [\alpha_1 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1) \\
 & - \alpha_2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1)] + [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) \\
 & + \alpha_1 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] [\alpha I_1(\alpha_2 R_2) K_0(\alpha R_2) + \alpha_2 I_0(\alpha_2 R_2) K_1(\alpha R_2)] \\
 I(r_2, r_1) = & \int_{ar_1}^{ar_2} x I_1(x) dx \\
 K(r_2, r_1) = & \int_{ar_1}^{ar_2} x K_1(x) dx
 \end{aligned}$$

假设线圈匝数均匀分布,线圈阻抗的表达式为

$$\begin{aligned}
 Z = & \frac{4j\omega\mu_0 n^2}{(l_2 - l_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^4} \left\{ M \right. \\
 & + N \left\{ \frac{K_1(\alpha_2 R_2) [\alpha_2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1) - \alpha_1 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)]}{K_1(R_1 R_2) R_2 D} \right. \\
 & + \frac{I_1(\alpha_2 R_2) [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) + \alpha_1 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)]}{K_1(R_1 R_2) R_2 D} \\
 & \left. - \frac{I_1(R_1 R_2)}{K_1(R_1 R_2)} \right\} \left. \right\} [1 - \cos\alpha(l_1 - l_2)]d\alpha \quad (3-136)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 M = & \int_{r_1}^{r_2} r [K(r, r_1) I_1(\alpha r) + I(r_2, r) K_1(\alpha r)] dr \\
 N = & \int_{r_1}^{r_2} r K_1(\alpha r) [K(r, r_1) + K(r_2, r)] dr
 \end{aligned}$$

管道壁内的磁感应强度为

$$\mathbf{B} = \nabla \times A_{2n\text{-turn}} \quad (3-137)$$

将式(3-132)代入上式,则得管道壁内的磁感应强度的频域表达式

$$B_r = \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{R_2 \alpha^2 D} K(r_2, r_1) \{ [\alpha_2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1) - \alpha_1 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] K_1(\alpha_2 r) + [\alpha_2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) + \alpha_1 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] I_1(\alpha_2 r) \} [\cos \alpha(z-l_1) - \cos \alpha(z-l_2)] d\alpha \quad (3-138)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{R_2 \alpha^3 D} K(r_2, r_1) \{ [\alpha_2^2 I_1(\alpha_1 R_1) I_0(\alpha_2 R_1) - \alpha_1 \alpha_2 I_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] K_0(\alpha_2 r) + [\alpha_2^2 K_0(\alpha_2 R_1) I_1(\alpha_1 R_1) + \alpha_1 \alpha_2 K_1(\alpha_2 R_1) I_0(\alpha_1 R_1)] I_0(\alpha_2 r) \} [\sin \alpha(z-l_1) - \sin \alpha(z-l_2)] d\alpha \quad (3-139)$$

3.4.5 管道轴向导波 EMAT 中的磁弹性关系

在 T 模式管道轴向导波 EMAT 中,偏置磁场方向与线圈方向一致,即沿着管道的周向方向,此时管道试样的压磁矩阵和逆压磁矩阵分别为式(3-75)和式(3-77)。T 模式导波由静态磁场 $H_{0\theta}$ 和水平动态磁场 H_z 变化引起的剪应变 S_5 产生。即在 T 模式导波 EMAT 中,存在满足如下磁弹性的本构关系

$$S_5 = s_{55} \sigma_5 + d_{15} H_z \quad (3-140)$$

$$B_z = d_{15} \sigma_5 + \mu_{\text{rev}} H_z \quad (3-141)$$

式(3-140)中,动态磁场与静态偏置磁场的叠加,致使铁磁试样产生动态应变,此应变是产生超声波的源。而式(3-141)给出的逆磁致伸缩效应,则体现了被测试样内动态应力产生了动态磁场,该方程式可应用于电磁超声信号的接收。

依据磁致伸缩和逆磁致伸缩的本构关系,被测试样内的磁致伸缩剪应 S_{M5} 为

$$S_{M5} = \frac{3\epsilon_M}{H_0} H_z \quad (3-142)$$

对应的磁致伸缩剪应力为

$$T_{M5} = -\frac{3\epsilon_M}{H_0} H_z \quad (3-143)$$

根据式(3-142)和式(3-143),可分析 T 模式导波 EMAT 的特性。

3.4.6 T 模式导波的脉冲磁场计算

从式(3-142)和式(3-143)可看出,在 T 模式导波 EMAT 中,被测试样材料本身的压磁系数和被测试样内部的磁场强度,决定了被测试样内材料的应变的大小,即决定了所激发出超声波幅值的大小。在已知 EMAT 的偏置磁场和激励电流频率情况下,可通过式(3-75)确定压磁系数 d_{15} 的数值。被测试样内部磁感应强度的计算,则可通过解析表达式(3-129)、式(3-130)完成。

这里计算被测试样内部的磁感应强度,以对给出的解析表达式的正确性进行验证。在给定线圈脉冲激励条件下,可采用 FFT-IFFT 方法实现脉冲磁感应强度的计算(具体见第 2 章)。式(3-129)、式(3-130)中的无穷积分采用数值积分自适应 Lobatto 方法进行

计算。采用 TEFEM 方法对同一模型进行计算,并对计算结果进行比较,以验证所推导出计算公式的有效性,。

所计算 T 模式管道轴向导波 EMAT 由漆包线绕制的线圈和预磁化的薄镍带组成,线圈和镍带的计算模型为图 3.28 所示的模型。其中,线圈和薄镍带的尺寸分别给出在表 3.4 和表 3.5 中。

表 3.4 线圈尺寸和参数

参数名称	数值	参数名称	数值
高度	5mm	匝数	40
宽度	6.7mm	电导率	$5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$

表 3.5 实验薄镍板尺寸和参数

参数名称	数值	参数名称	数值
长度	300mm	电导率	$1.43 \times 10^7 \text{ S/m}$
宽度	55mm	弹性模量	206.9GPa
厚度	0.3mm	泊松比	0.31

在 T 模式管道轴向导波中,沿管道周向方向对镍带进行预磁化,镍带本身的剩余磁感应强度被用来提供电磁超声换能所需的静态偏置磁场。设镍带在剩磁作用下产生超声导波时的可逆磁导率为 $1.5833 \times 10^{-4} \text{ H/m}$ 。

计算时采用的频率为 200kHz、周期数为 4 的 tone burst 电流激励信号波形如图 3.30 所示。

图 3.31 和图 3.32 给出了分别采用解析方法和时步有限元方法计算得到的线圈正下方镍带壁内 0.01mm 深处磁感应强度的 r 分量和 z 分量的波形。比较这些波形可见,解析计算结果与时步有限元计算结果差别不大,这也就证明了本书中给出的解析计算公式和计算方法是准确的和可行的。

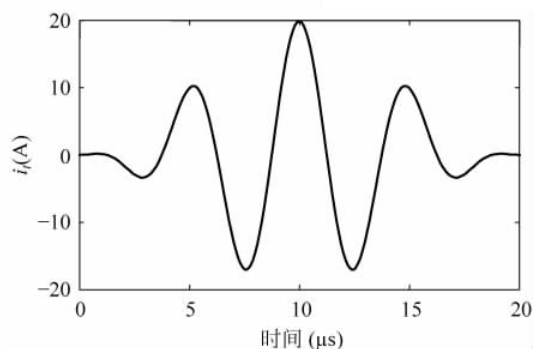


图 3.30 激励电流的波形

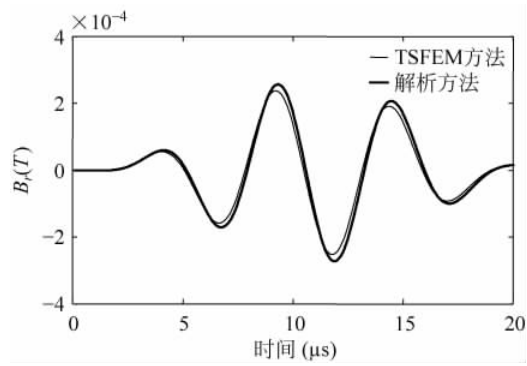


图 3.31 磁感应强度的 r 分量

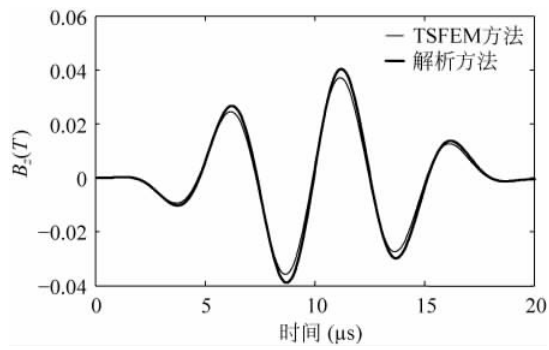


图 3.32 磁感应强度的 z 分量