CHAPTER 3

# 第 3 章 正弦稳态电路分析

正弦交流电路指含有正弦交流电源，且电路各部分的电压和电流均按正弦规律变化的电路。正弦交流电在电子、通信、自动控制和测量技术等领域有着广泛的应用。因此，正弦交流电路的分析计算十分重要。

本章主要介绍正弦量的相量表示法，简单正弦交流电路的分析方法以及交流电路中特有的物理现象——谐振及其分析。正弦交流电路的分析方法也是非正弦周期信号电路分析基础，这是因为非正弦周期信号可以通过傅里叶级数分解为恒定分量和一系列频率不同的正弦分量。

## 3.1 正弦量及其相量表示

### 3.1.1 正弦交流电的概念

幅值随时间按正弦规律变化的电流、电压称为正弦信号，或称为正弦交流电。正弦交流电不仅容易产生，便于控制和变换，而且能够远距离传输，故在电力和信息领域都有广泛的应用。在电子产品、设备研制、生产和性能测试过程中，常常会遇到正弦稳态电路的分析设计问题，所以，正弦交流电和正弦稳态电路分析，在应用领域中占有十分重要的地位。

#### 1. 正弦交流电的三要素

电路中随时间按正弦规律变化的电流、电压或电动势称为正弦交流电，简称正弦量。以电流为例，其数学表达式为

$$i(t) = I_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \phi) \tag{3-1}$$

其波形如图 3-1 所示。

式(3-1)中有 3 个特征量 $I_{\mathrm{m}}$、$\omega$ 和 $\phi$ 称为正弦量的三要素，因为当 $I_{\mathrm{m}}$、$\omega$ 和 $\phi$ 确定以后，一个正弦量就被完全确定了。

$I_{\mathrm{m}}$ 称为正弦量的最大值或振幅。正弦量是一个等幅振荡的、正负交替变化的周期函数，$I_{\mathrm{m}}$ 是整个正弦量在变化过程中达到的最大值。通常用小写字母 $i$ 表示正弦交流电流在某一时刻的值，称为瞬时值。当时间连续变化时，正弦量的瞬时值 $i$ 在 $-I_{\mathrm{m}}$ 到 $I_{\mathrm{m}}$ 之间变化。

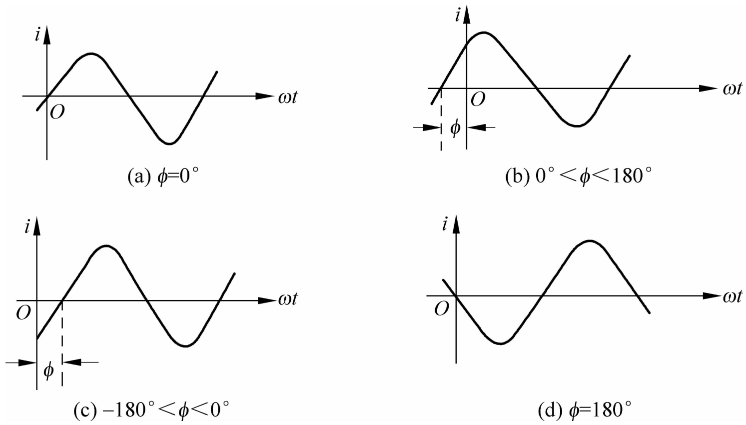


图 3-1 正弦电流 $i$ 的波形

正弦量是周期函数，周期函数变化一个循环所需的时间称为周期 $T$，其单位是秒(s)。正弦量单位时间内变化的次数称为频率，用字母 $f$ 表示，其单位是赫兹(Hz)。周期 $T$ 与频率 $f$ 互为倒数，即

$$f=\frac{1}{T} \tag{3-2}$$

正弦量随时间变化的角度($\omega t+\phi$)，称为正弦量的相位，单位用弧度表示(rad)或度(°)表示，$\omega$ 称为正弦量的角频率，单位是弧度每秒(rad/s)，它是正弦量相位随时间变化的速度，即

$$\omega=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega t+\phi)$$

因为在一个周期内，相位变化了 $2\pi$ 弧度，所以 $\omega T=2\pi$，故

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f \tag{3-3}$$

式(3-3)为 $\omega$、$T$ 和 $f$ 之间的关系。

我国和世界上大多数国家使用的交流电的工业标准频率(简称工频)为 50Hz，有些国家(如美国、日本)采用 60Hz。通常的照明负载和交流电动机都采用这种频率。

$\phi$ 是正弦量在 $t=0$ 时的相位，称为正弦量的初相位，简称初相，单位用弧度或度来表示，通常在主值范围内取值，即 $|\phi|\leqslant\pi$。初相位决定了正弦量的初始值，初相位与计时零点的确定有关，所选定的计时零点不同，正弦量的初始值就不同。

正弦量的三要素是不同正弦量之间进行比较和区分的依据。

正弦量随时间变化的波形称为正弦波，图 3-1 所示是正弦交流电 $i(t)=I_m\sin(\omega t+\phi)$ 的波形。横坐标可以用时间 $t$，也可以用 $\omega t$(单位为 rad)。由于正弦量的方向是周期性变化的，在电路图中所标的方向指正弦量的参考方向。在正弦波的正半周，正弦量为正值，表示正弦量的实际方向与参考方向相同；在正弦波的负半周，正弦量为负值，表示正弦量的实际方向与参考方向相反。

### 2. 有效值

交流电的瞬时值只是一个特定瞬间的数值，为了能反映不同波形的交流电在电路中

的真实效果(如发热的效果等),交流电的大小通常用有效值来计量。

有效值是从电流热效应等效的概念来规定的：若周期电流 $i$ 通过电阻 $R$ 在一个周期 $T$ 内 $R$ 所吸收的电能与直流电流 $I$ 在相等的时间内通过同一电阻所吸收的电能相等,则这一直流电流 $I$ 的数值就定义为该周期电流的有效值。有效值用大写字母表示,如 $I$、$U$。

上述表述可得热效应等效式为

$$\int_0^T Ri^2\,\mathrm{d}t = RI^2T$$

则周期电流 $i$ 的有效值为

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,\mathrm{d}t} \tag{3-4}$$

即有效值等于瞬时值的平方在一个周期内平均值的平方根,故有效值又可称为方均根值。

当周期电流为正弦交流电时,即 $i(t)=I_\mathrm{m}\sin(\omega t+\phi)$,代入式(3-4),得正弦电流的有效值为

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_\mathrm{m}^2\sin^2(\omega t+\phi)\,\mathrm{d}t} = I_\mathrm{m}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1-\cos 2(\omega t+\phi)}{2}\mathrm{d}t} = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}} \tag{3-5}$$

由此可得正弦交流电有效值与振幅的关系为

$$I_\mathrm{m} = \sqrt{2}I \tag{3-6}$$

同理,正弦电压和正弦电动势的有效值与振幅的关系为

$$U_\mathrm{m} = \sqrt{2}U \tag{3-7}$$

$$E_\mathrm{m} = \sqrt{2}E \tag{3-8}$$

引入有效值的概念后,正弦交流电流和电压可表示为

$$i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t+\phi_\mathrm{i})$$

$$u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t+\phi_\mathrm{u})$$

在电工测量中,交流电压表和电流表所指示的读数均为有效值。如照明设备和家用电器的额定电压为220V是指电压的有效值,而电压的最大值为 $U_\mathrm{m}=\sqrt{2}U=\sqrt{2}\times 220=311(\mathrm{V})$。由示波器观测到的正弦交流电的峰值即为其幅值,而正峰到负峰之值称为峰-峰值,用 $V_\mathrm{P\text{-}P}$ 或 $I_\mathrm{P\text{-}P}$ 表示。

### 3. 相位差

在正弦交流电的时间函数式中,其电角度$(\omega t+\phi)$称为正弦量的相位角,简称为相位；在 $t=0$(计时起点)时刻的相位角 $\phi$ 就称为初相位角,简称初相位。

相位差为两个同频率正弦量的相位之差。交流电路中任何两个频率相同的正弦量之间的相位关系可以通过它们的相位差来描述,例如,设两个同频率正弦电压和电流分别为

$$u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t+\phi_\mathrm{u})$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t+\phi_\mathrm{i})$$

它们的相位差

$$\varphi = (\omega t + \phi_u) - (\omega t + \phi_i) = \phi_u - \phi_i \tag{3-9}$$

可见,相位差等于两个正弦量的初相位之差,其数值与时间无关。

相位差表明了两个同频率正弦量随时间变化步调的先后顺序。根据式(3-9)引出以下概念。

(1) 如果 $\varphi>0$,则定义为电压超前电流,在时间上 $u$ 比 $i$ 先经过零值或最大值,则在相位上 $u$ 比 $i$ 超前 $\varphi$ 角,或称 $i$ 比 $u$ 滞后 $\varphi$ 角。$u$、$i$ 波形如图 3-2(a)所示。

(2) 如果 $\varphi<0$,则定义为电压滞后电流,在时间上 $u$ 比 $i$ 后经过零值或最大值,则在相位上 $u$ 比 $i$ 滞后 $\varphi$ 角,或称 $i$ 比 $u$ 超前 $\varphi$ 角。$u$、$i$ 波形如图 3-2(b)所示。

(3) 如果 $\varphi=0$,则定义为电压与电流同相,在时间上 $u$ 和 $i$ 同时经过零值或最大值。$u$、$i$ 波形如图 3-2(c)所示。

(4) 如果 $\varphi=\pm180°$,则定义为电压与电流反相,在时间上 $u$ 和 $i$ 在同一时刻达正、负最大值。$u$、$i$ 波形如图 3-2(d)所示。

(5) 如果 $\varphi=\pm90°$,则定义为电压与电流正交,在时间上 $u$(或 $i$)达最大值时,$i$(或 $u$)经过零值。$u$、$i$ 波形如图 3-2(e)所示。

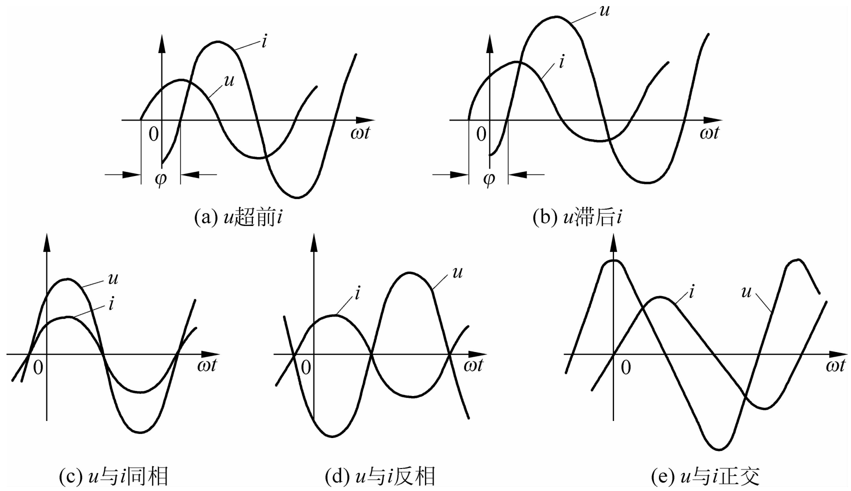


图 3-2 正弦交流电的相位差

在正弦交流电路中,每一个正弦量的初相位都与所选时间的起点有关。原则上,计时零点是可以任意选择的,但是,在进行交流电路的分析和计算时,同一电路中所有的正弦电流、电压和电动势只能相对于同一个共同的计时零点确定各自的初相位。当所选的计时零点改变时,同一电路中所有正弦量的初相位、相位都随之改变,但是正弦量之间的相位差仍保持不变。

在分析交流电路时,如果所有正弦量的初相位都未确定,通常设其中某一个正弦量的初相位为零,这个初相位被选定为零的正弦量称为参考正弦量。其余各正弦量的初相位都等于它们与此参考正弦量的相位差。

**【例 3-1】** 已知同频率的三个正弦电流 $i_1$、$i_2$ 和 $i_3$ 的有效值分别为 4A、3A 和 5A,若 $i_1$ 比 $i_2$ 超前 30°,$i_2$ 比 $i_3$ 超前 15°,试选择任意一个电流作为参考正弦量,然后写出这 3 个

电流的正弦函数表达式。

**解**：假定以 $i_2$ 为参考正弦量，则 $\varphi_{i_2}=0$，$\varphi_{i_1}=30°$，$\varphi_{i_3}=-15°$，得

$$i_1 = 4\sqrt{2}\sin(\omega t + 30°)(\mathrm{A})$$
$$i_2 = 3\sqrt{2}\sin(\omega t)(\mathrm{A})$$
$$i_3 = 5\sqrt{2}\sin(\omega t - 15°)(\mathrm{A})$$

### 3.1.2　正弦交流电的相量表示法

上面给出了正弦量的三角函数式和瞬时波形图两种表示方法，这两种形式均明确地表述了一个正弦量。三角函数的形式便于定量计算，瞬时波形图适应于定性分析。但是正弦交流电路的分析和计算中，若采用正弦量的三角函数式形式，必然涉及三角函数的运算，计算过程相当繁琐；若采用正弦量的瞬时波形图形式，则会产生较大的分析误差。工程计算中常用复数来表示正弦量，把正弦量的各种运算转化为复数的代数运算，从而大大简化正弦交流电路的分析计算过程，这种方法称为“相量法”。

相量法是一种用复数表示正弦量的方法。为此先复习复数的有关知识，一个复数有多种表示形式，如复数 $A$，它的直角坐标式为

$$A = a + \mathrm{j}b \tag{3-10}$$

式(3-10)称为复数的代数式，式中 $\mathrm{j}=\sqrt{-1}$ 为虚数单位，$a$ 为复数 $A$ 的实部，$b$ 为复数 $A$ 的虚部。取复数 $A$ 的实部和虚部，分别用下列符号来表示：

$$\mathrm{Re}[A] = a$$
$$\mathrm{Im}[A] = b$$

式中：$\mathrm{Re}[A]$为取方括号内复数的实部；$\mathrm{Im}[A]$为取其虚部。

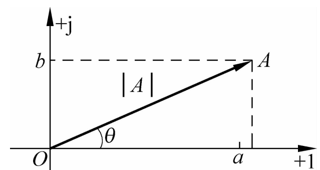


图 3-3　复数的矢量表示

复数 $A$ 在复平面内可以用一个有向线段(矢量)$\overline{OA}$来表示，如图 3-3 所示，图中矢量$\overline{OA}$的长度$|A|$称为复数的模，矢量$\overline{OA}$与实轴正半轴的夹角称为复数的辐角 $\theta$。$\overline{OA}$在实轴上的投影为复数 $A$ 的实部 $a$，在虚轴上的投影为复数 $A$ 的虚部 $b$，它们之间的关系如下：

$$\begin{cases} |A| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctan \dfrac{b}{a} \\ a = |A|\cos\theta \\ b = |A|\sin\theta \end{cases} \tag{3-11}$$

因此

$$A = a + \mathrm{j}b = |A|\cos\theta + \mathrm{j}|A|\sin\theta = |A|(\cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta) \tag{3-12}$$

根据欧拉公式：

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} = \cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta \tag{3-13}$$

把式(3-13)代入式(3-12)得出复数 $A$ 的指数形式：

$$A = |A|e^{j\theta} \tag{3-14}$$

为了简便，工程上又常将复数写成极坐标的形式，即

$$A = |A|\angle\theta \tag{3-15}$$

若两个复数进行加减运算时，应采用直角坐标式(代数式)，实部与实部相加减，虚部与虚部相加减；若两个复数进行乘除运算时，应采用极坐标形式，复数的模相乘除，辐角相加减。

设两个复数 $A$ 和 $B$：

$$A = a_1 \pm jb_1$$

$$B = a_2 \pm jb_2$$

则

$$A \pm B = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) \tag{3-16}$$

$$AB = |A|\angle\theta_1 \cdot |B|\angle\theta_2 = |A| \cdot |B|\angle(\theta_1 + \theta_2) = |A| \cdot |B|\angle\theta \tag{3-17}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{|A|\angle\theta_1}{|B|\angle\theta_2} = \frac{|A|}{|B|}\angle(\theta_1 - \theta_2) = \frac{|A|}{|B|}\angle\theta \tag{3-18}$$

在进行复数的代数形式和极坐标形式相互转换时，需要注意，计算辐角 $\theta$ 时，应根据复数的实部和虚部的正、负号来判断其所在的象限，并在辐角的主值范围内取值，即 $|\theta| \leqslant \pi$。

**【例 3-2】** 将下列复数转换成极坐标形式：(1)$A_1 = 6 - j8$；(2)$A_2 = -6 + j8$。

**解**：(1) $|A_1| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10, \theta_1 = \arctan\frac{-8}{6}$

因为实部为正，虚部为负，可判断 $\theta_1$ 角应在第四象限，得

$$\theta_1 = -53.1°$$

所以 $A_1 = 10\angle -53.1°$。

(2) $|A_2| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10, \theta_2 = \arctan\frac{8}{-6}$

因为实部为负，虚部为正，可判断 $\theta_1$ 角应在第二象限，得

$$\theta_2 = 126.9°$$

所以 $A_2 = 10\angle 126.9°$。

下面讨论如何用复数来表示正弦量。若图 3-3 中的矢量 $\overline{OA}$ 以 $\omega$ 的角速度沿逆时针方向旋转，经时间 $t$ 后，转过 $\omega t$ 角度，这时它在虚轴上的投影是

$$y = |A|\sin(\omega t + \theta)$$

可见，正弦量可以用这样的旋转复矢量的虚部表示。

旋转复矢量用复时变函数表示

$$A' = |A|e^{j(\omega t+\theta)} = |A|\cos(\omega t + \theta) + j|A|\sin(\omega t + \theta)$$

取其虚部：

$$\mathrm{Im}[A'] = \mathrm{Im}[|A|e^{j(\omega t+\theta)}] = \mathrm{Im}[|A|e^{j\omega t} \cdot e^{j\theta}] = |A|\sin(\omega t + \theta) \tag{3-19}$$

为正弦量。式中：$|A|e^{j\theta}$ 为复常数；$e^{j\omega t}$ 为旋转因子。

即每一个正弦量都与一个复函数一一对应，取该复函数的虚部就是该正弦量。

如前所述，在线性电路中，由某一频率的正弦电源在电路各处产生的正弦电流和电压的频率是相同的，各正弦量的角频率 $\omega$ 也是相同的，故式(3-19)的旋转因子是相同的，与确定正弦量之间的关系无关，因此，取式(3-19)中的复常数 $|A|e^{j\theta}$ 来表示正弦量，称为正弦量的相量。

由于相量是表示正弦量的复数，它的模等于所表示的正弦量的幅值，辐角等于正弦量的初相位。为了和一般的复数相区别，规定相量是用上方加"·"的大写字母表示。例如，正弦电压 $u=U_m\sin(\omega t+\theta)$ 的相量为

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\theta}$$

或

$$\dot{U}_m = U_m\angle\theta$$

正弦量的大小通常用有效值计量，因此，用有效值做相量的模更方便，用有效值作模的相量称为有效值相量。相应的，用最大值作为相量模的相量称为最大值相量。有效值相量用表示正弦量有效值的大写字母上加"·"表示，如 $\dot{U}$ 或 $\dot{I}$。

值得注意的是，相量是表示正弦量的复数，而正弦量本身是时间的函数，相量并不等于正弦量。

相量只是同频率正弦量的一种表示方法和进行运算的工具。相量只表征了正弦量三要素中的两大要素：大小和初相位，而没有表示出频率要素。

特别指出，只有正弦量才能用相量表示，只有同频率的正弦量才能利用相量进行运算。

相量复平面的几何表示称为相量图，只有同一频率的正弦量才能画在同一相量图中。在相量图中，画出表示几个同频率正弦量的相量后，它们的加、减运算就可利用平行四边形法则。

**【例 3-3】** 已知两个正弦电压分别为 $u_1=100\sqrt{2}\sin(314t+45°)$(V)，$u_2=100\sqrt{2}\sin(314t+135°)$(V)，求 $u=u_1+u_2$，并画出相量图。

**解**：将 $u_1$、$u_2$ 用有效值相量表示：

$$\dot{U}_1 = 100\angle 45°\text{V}$$

$$\dot{U}_2 = 100\angle 135°\text{V}$$

再求电压 $u$ 的有效值相量：

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 \\ &= 100\angle 45° + 100\angle 135° \\ &= (50\sqrt{2} + j50\sqrt{2}) + (-50\sqrt{2} + j50\sqrt{2}) \\ &= j100\sqrt{2} \\ &= 100\sqrt{2}\angle 90°(\text{V})\end{aligned}$$

所以

$$u=200\sin(314t+90°)(\text{V})$$

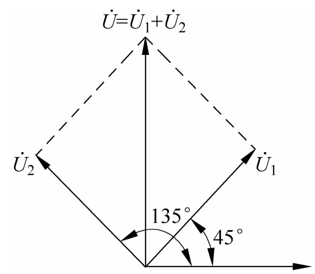

图 3-4　例 3-3 相量图

相量图如图 3-4 所示。在相量图中可以看出，利用平行四边形法则同样可计算得 $\dot{U}=100\sqrt{2}\angle 90°$V。

## 思考与练习

3-1-1　已知一个正弦电压的频率为50Hz，有效值为$10\sqrt{2}$V，在$t=0$时瞬时值为10V，试写出此电压的瞬时值表达式。

3-1-2　试说明电压$u_1(t)=10\sqrt{2}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{3}\right)$(V)和$u_2(t)=20\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{3}\right)$(V)的三要素。

3-1-3　试说明电压$u_1(t)=10\sqrt{2}\sin\left(100\pi t-\dfrac{\pi}{3}\right)$(V)和$u_2(t)=20\sqrt{2}\sin\left(200\pi t+\dfrac{\pi}{3}\right)$(V)的相位差，对不对？

3-1-4　用代数表达式写出下列各正弦电流的相量。

(1) $i=10\sin(100\pi t)$(A)

(2) $i=10\sin\left(100\pi t-\dfrac{\pi}{2}\right)$(A)

3-1-5　已知$u_1=10\sqrt{2}\sin(314t+45°)$(V)，$u_2=10\sqrt{2}\sin(100t+75°)$(V)，能否用相量法求解$u=u_1+u_2$。

# 3.2　元件的伏安关系与基尔霍夫定律的相量形式

本节讨论单一理想元件电阻、电感和电容元件在正弦交流电路中元件的伏安关系，并讨论电路中的功率和能量问题。

## 3.2.1　电阻元件伏安关系的相量形式

### 1. 电压与电流的关系

图3-5所示是一个线性电阻元件的交流电路，电压和电流的参考方向如图所示。在交流电路中，电阻的电压和电流虽然随时间不断变化，但每一瞬间，电压和电流的关系均符合欧姆定律，即

$$u=iR$$

设通过电阻的电流：

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\theta_{\mathrm{i}})$$

则电阻元件的端电压：

$$u(t)=Ri=\sqrt{2}RI\sin(\omega t+\theta_{\mathrm{i}})=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\theta_{\mathrm{u}}) \tag{3-20}$$

式中：$\theta_{\mathrm{u}}=\theta_{\mathrm{i}}$。

流经电阻元件的电流和端电压的波形如图3-5(b)所示。可见，电阻元件的端电压和流过的电流之间的有以下关系：①电压和电流是同频率的正弦量；②电压与电流的相位相同；③电压和电流有效值之间的关系为

$$U=RI \tag{3-21}$$

若用相量来表示电压和电流的关系，则为

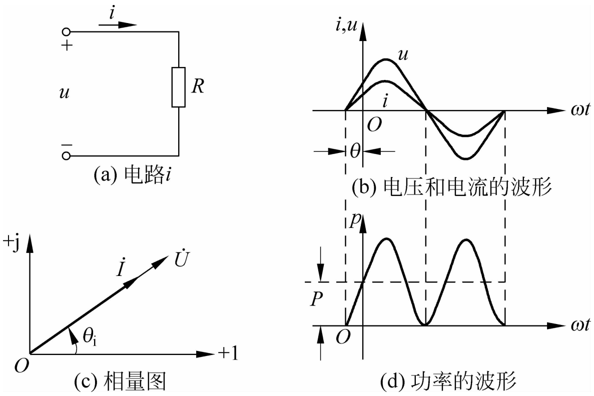


图 3-5 电阻元件的交流电路

$$\dot{U} = U\angle\theta_u$$

$$\dot{I} = I\angle\theta_i$$

$$\dot{U} = U\angle\theta_u = RI\angle\theta_i = R\dot{I}$$

即
$$\dot{U} = R\dot{I} \tag{3-22}$$

式(3-22)即为欧姆定律的相量形式。电压和电流的相量图如图 3-5(c)所示。

2. 功率

任一瞬间,电压瞬时值 $u$ 与电流瞬时值 $i$ 的乘积,称为瞬时功率,用 $p$ 表示,即

$$\begin{aligned} p = ui &= \sqrt{2}IR\sin(\omega t+\theta_u)\sqrt{2}I\sin(\omega t+\theta_i) \\ &= 2UI\sin^2(\omega t+\theta_i) \\ &= UI[1-\cos(2\omega t+2\theta_i)] \end{aligned} \tag{3-23}$$

由式(3-23)可知,瞬时功率由两部分组成,第一部分为电压、电流有效值的乘积 $UI$,它是不随时间变化的量。第二部分 $UI\cos(2\omega t+2\theta_i)$,它的振幅是 $UI$,并以 $2\omega$ 的角频率随时间变化的量。顺势功率随时间变化的波形如图 3-5(d)所示。$p$ 虽然随时间不断变化,但在整个周期中 $p\geqslant 0$,说明电阻是耗能元件。

工程上取瞬时功率在一个周期内的平均值来表示电路所消耗的功率,称为平均功率,又称为有功功率,用大写字母 $P$ 表示,即

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T UI[1-\cos(2\omega t+2\theta_i)]\mathrm{d}t = UI \tag{3-24}$$

将式(3-21)代入式(3-24),就得到有功功率与电压、电流有效值之间的关系:

$$P = UI = I^2R$$

**【例 3-4】** 设有一个 220V 的工频正弦电源电压加在 400Ω 的电阻上,试写出流过电阻的电流瞬时值表达式。

**解**:设 220V 正弦电源电压为参考正弦量,即

$$\theta_u = 0$$

而线性电阻元件的电流与电压是同相位的,所以

$$\theta_i = 0$$

电流的有效值为

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220}{400} = 0.55(\mathrm{A})$$

所以 $$i(t) = 0.55\sqrt{2}\sin 314t(\mathrm{A})$$

### 3.2.2 电容元件伏安关系的相量形式

#### 1. 电压与电流的关系

图 3-6 所示是一个线性电容元件的交流电路，电压和电流的参考方向如图所示。电压和电流的关系为

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

设电容两端的端电压为

$$u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \theta_u)$$

则电流为

$$\begin{aligned} i &= C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\sqrt{2}U\sin(\omega t + \theta_u)\right] = \sqrt{2}\omega CU\cos(\omega t + \theta_u) \\ &= \sqrt{2}\omega CU\sin(\omega t + \theta_u + 90^\circ) = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \theta_i) \end{aligned} \tag{3-25}$$

式中：$\theta_i = \theta_u + 90^\circ$。

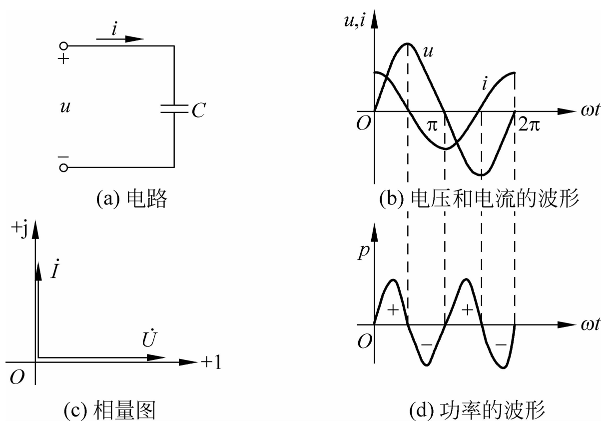


图 3-6 电容元件的交流电路

可见，电容的端电压与电流之间有如下关系：①电压和电流是同频率的正弦量；②电流在相位上超前电压 90°，即电压在相位上滞后电流 90°；③电压和电流有效值之间的关系为

$$I = \omega CU$$

即

$$U = \frac{I}{\omega C} \tag{3-26}$$