第 1 章　集合与常用简易逻辑

1.1　集合的概念及运算

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例	常考题型	预测热度
1. 集合的含义与表示	(1)了解集合的含义、元素与集合的属于关系.(2)能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题	了解	2013 山东,2; 2012 课标全国,1; 2011 广东,2	选择题、填空题	★★★
2. 集合间的基本关系	(1)理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.(2)在具体情境中,了解全集与空集的含义	理解	2013 课标全国 1,1; 2011 湖北,2	选择题、填空题	★★★★
3. 集合的运算	(1)理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单的集合的并集与交集.(2)理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.(3)能使用韦恩(Venn)图表示集合的关系及运算	理解	2013 湖北,2; 2013 江西,2; 2013 广东,1	选择题、填空题	★★★★

【最新高考】

考点 1　集合的含义与表示

1. (2013 山东,2,5)已知集合 $A=\{0,1,2\}$,则集合 $B=\{x-y\mid x\in A,y\in A\}$ 中元素的个数是　(　　)

A. 1　　B. 3
C. 5　　D. 9

2. (2012 新课标全国,1,5 分)已知集合 $A=\{1,2,3,4,4,5\}$,$B=\{(x,y)\mid x\in A,y\in A,x-y\in A\}$,则 B 中所含元素的个数为　(　　)

A. 3　　B. 6
C. 8　　D. 10

3. (2011 广东,2,5)已知集合 $A=\{(x,y)\mid x,y$ 为实数且 $x^2+y^2=1\}$,$B=\{(x,y)\mid x,y$ 为实数,且 $y=x\}$,则 $A\cap B$ 的元素个数为　(　　)

A. 0　　B. 1
C. 2　　D. 3

4. (2011 福建,1,5 分)i 是虚数单位,若集合 $S=\{-1,0,1\}$,则　(　　)

A. $\mathrm{i}\in S$　　B. $\mathrm{i}^2\in S$
C. $\mathrm{i}^3\in S$　　D. $\frac{2}{\mathrm{i}}\in S$

考点 2　集合间的基本关系

1. (2013 江苏,4,5)集合 $\{-1,0,1\}$ 共有________个子集.

2. (2012 江西,1,5 分)若集合 $A=\{-1,1\}$,$B=\{0,2\}$,则集合 $\{z\mid z=x+y,x\in A,y\in B\}$ 中的元素的个数为　(　　)

A. 5　　B. 4
C. 3　　D. 2

3. (2011 北京,1,5 分)已知集合 $P=\{x\mid x^2\leqslant 1\}$,$M=\{a\}$,若 $P\cup M=P$,则 a 的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,-1]$　　B. $[1,+\infty)$
C. $[-1,1]$　　D. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

4. (2011 辽宁,2,分)已知 M,N 为集合 I 的非空真子集,且 M,N 不相等,若 $N\cap \complement_I M=\varnothing$,则 $M\cup N=$　(　　)

A. M　　B. N
C. I　　D. $\varnothing$

5. (2014 全国 Ⅰ,1,5)已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3\geqslant 0\}$,$B=\{x\mid -2\leqslant x<2\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $[-2,-1]$　　B. $[-1,2)$
C. $[-1,1]$　　D. $[1,2)$

考点3 集合的运算

1. (2013 广东,1,5 分)设集合 $M=\{x\mid x^2+2x=0,x\in\mathbf{R}\}$,$N=\{x\mid x^2-2x=0,x\in\mathbf{R}\}$,则 $M\cup N=$ ( )
A. $\{0\}$ B. $\{0,2\}$
C. $\{-2,0\}$ D. $\{-2,0,2\}$

2. (2013 四川,1,5 分)设集合 $A=\{x\mid x+2=0\}$,集合 $B=\{x\mid x^2-4=0\}$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $\{-2\}$ B. $\{2\}$
C. $\{-2,2\}$ D. $\varnothing$

3. (2013 浙江,2,5 分)设集合 $S=\{x\mid x>-2\}$,$T=\{x\mid x^2+3x-4\leqslant 0\}$,则 $(\complement_R S)\cup T=$ ( )
A. $(-2,1]$ B. $(-\infty,-4]$
C. $(-\infty,1]$ D. $(1,+\infty)$

4. (2013 辽宁,2,5 分)已知集合 $A=\{x\mid 0<\log_4 x<1\}$,$B=\{x\mid x\leqslant 2\}$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $(0,1)$ B. $(0,2]$
C. $(1,2)$ D. $(1,2]$

5. (2013 天津,1,5 分)已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid |x|\leqslant 2\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x\leqslant 1\}$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $(-\infty,2]$ B. $[1,2]$
C. $[-2,2]$ D. $[-2,1]$

6. (2013 北京,1,5 分)已知集合 $A=\{-1,0,1\}$,$B=\{x\mid -1\leqslant x<1\}$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $\{0\}$ B. $\{-1,0\}$
C. $\{0,1\}$ D. $\{-1,0,1\}$

7. (2013 课标全国 Ⅱ,1,5 分)已知集合 $M=\{x\mid (x-1)^2<4,x\in\mathbf{R}\}$,$N=\{-1,0,1,2,3\}$,则 $M\cap N=$ ( )
A. $\{0,1,2\}$ B. $\{-1,0,1,2\}$
C. $\{-1,0,2,3\}$ D. $\{0,1,2,3\}$

8. (2013 湖北,2.5 分)已知全集为 R,集合 $A=\{x\mid (\frac{1}{2})^x\leqslant 1\}$,$B=\{x\mid x^2-6x+8\leqslant 0\}$,则 $A\cap \complement_R B=$ ( )
A. $\{x\mid x\leqslant 0\}$
B. $\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$
C. $\{x\mid 0\leqslant x<2$ 或 $x>4\}$
D. $\{x\mid 0<x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 4\}$

9. (2013 重庆,1.5 分)已知全集 $U=\{1,2,3,4\}$,集合 $A=\{1,2\}$,$B=\{2,3\}$,则 $\complement_U(A\cup B)=$ ( )
A. $\{1,3,4\}$ B. $\{3,4\}$
C. $\{3\}$ D. $\{4\}$

10. (2012 山东,2.5 分)已知全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$ 集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,4\}$,则 $(\complement_U A)\cup B$ 为 ( )
A. $\{1,2,4,\}$ B. $\{2,3,4\}$
C. $\{0,2,4\}$ D. $\{0,2,3,4\}$

11. (2012 浙江,1.5 分)设集合 $A=\{x\mid <x<4\}$,集合 $B=\{x\mid x^2-2x-3\leqslant 0\}$,则 $A\cap(\complement_R B)=$ ( )
A. $(1,4)$ B. $(3,4)$
C. $(1,3)$ D. $(1,2)\cup(3,4)$

12. (2012 北京,1.5 分)已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid 3x+2>0\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}\mid (x+1)(x-3)>0$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $(-\infty,-1)$ B. $(-1,-\frac{2}{3})$
C. $(-\frac{2}{3},3)$ D. $(3,+\infty)$

13. (2014,1.5 分)已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x=0\}$,$B=\{0,1,2\}$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $\{0\}$ B. $\{0,1\}$
C. $\{0,2\}$ D. $\{0,1,2\}$

14. (2011 广东,1.5 分)已知集合 $M=\{-1,0,1\}$,$N=\{0,1,2\}$ 则 $M\cup N=$ ( )
A. $\{-1,0,1\}$ B. $\{-1,0,1,2\}$
C. $\{-1,0,2\}$ D. $\{0,1\}$

15. (2013 江苏,1.5 分)已知集合 $A=\{1,2,4\}$,$B=\{2,4,6\}$,则 $A\cup B=$ ________.

16. (2011 天津,13,5 分)已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid |x+3|+|x-4|\leqslant 9\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x=4t+\frac{1}{t}-6,t\in(0,+\infty)\}$,则集合 $A\cap B=$ ________.

【高考热点精讲】

考点1 集合的基本运算

例1 (2014 山东济南)已知集合 $A\{x\mid |x|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x\mid \sqrt{x}\leqslant 4,x\in Z\}$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $(0,2)$ B. $[0,2]$
C. $\{0,2\}$ D. $\{0,1,2\}$

【命题意图】主要考查简单不等式的解法及集合的关系和运算.

【解析】因为集合 $A=\{x\mid |x|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$,集合 $B=\{x\mid \sqrt{x}\leqslant 4,x\in Z\}=\{0,1,2,3,\cdots,16\}$,所以 $A\cap B=\{0,1,2\}$,故选 D.

【答案】 D

【方法点拨】(1) 集合的关系和运算在高考中常常考一个小题,结合其他知识进行考查.

要解决这类问题,关键是对集合进行化简.

解题方法是理清元素,结合 Venn 图和数轴及坐标系解决.

考点2 集合中含参数问题

例2 (2004·天津一模)设集合 $A=\{x\mid |x-a|<1,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x\mid |x-b|>2,x\in\mathbf{R}\}$.若 $A\subseteq B$,则实数 a,b 必满足 ( )
A. $|a+b|\leqslant 3$ B. $|a+b|\geqslant 3$
C. $|a-b|\leqslant 3$ D. $|a-b|\geqslant 3$

【命题意图】本题主要考查绝对值不等式的解法及子集的含义.

【解析】由 $|x-a|<1$,解得 $a-1<x<a+1$,
所以 $A=\{x\mid a-1<x<a+1\}$.

由 $|x-b|>2$,解得 $x<b-2$ 或 $x>b+2$,

$\therefore B=\{x \mid x<b-2$ 或 $x>b+2\}$.

又 $A\subseteq B$,可得 $a+1\leqslant b-2$ 或 $a-1\geqslant b+2$,

即 $a-b\leqslant 3$ 或 $a-b\geqslant 3$,

$\therefore |a-b|\geqslant 3$. . 故选 D.

【答案】 D

【提醒】已知集合间的关系求参数的取值,解决这类问题的关键是将两集合间的关系转化为元素或集合端点间的关系.此外常常要利用数轴、Venn 图来帮助分析.

考点 3　集合中新信息问题

例 3 (2014.福建模拟)对于复数 a,b,c,d,若集合 $S=\{a,b,c,d\}$ 具有性质"对任意 $x,y\in S$,必有 $xy\in S$",则当 $\begin{cases}a=1\\b^2=1\\c^2=b\end{cases}$ 时,$b+c+d$ 等于 (　　)

A. 1　　　B. -1

C. 0　　　D. i

【命题意图】考查集合的概念及分类讨论思想.

【解析】$\because \begin{cases}a=1\\b^2=1\\c^2=b\end{cases}$,集合中的元素具有互异性,

$\therefore \begin{cases}a=1\\b=-1\\c^2=-1\end{cases}$,下面分两种情况讨论.

(1) 当 $\begin{cases}a=1\\b=-1\\c=i\end{cases}$ 时,$S=\{1,-1,-i,d\}$,又 $\because$ 对任意的 x,$y\in S$,必有 $xy\in S$.

$\therefore d=-i$,$\therefore b+c+d=-1$;

(2) 当 $\begin{cases}a=1\\b=-1\\c^2=-i\end{cases}$ 时,$S=\{1,-1,-i,d\}$,又 $\because$ 对任意的 x,$y\in S$,必有 $xy\in S$.

$\therefore d=i$,$\therefore b+c+d=-1$. 综上所述:$b+c+d=-1$.

【答案】 B

【方法点拨】新信息问题的解题关键是把题目中的新信息读懂、吃透,按照信息中的要求、规则一步一步推理验证,也就是"按规则办事",再结合所要求解的问题,找出解决问题的突破口.

【规律方法突破】

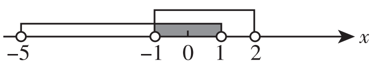
方法 1　数轴与韦恩(Venn)图在解题中的应用

例 1 (2014 河北模拟)已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R} \mid |x+2|<3\}$,集合 $B=\{x\in\mathbf{R} \mid (x-m)(x-2)<0\}$,且 $A\cap B=(-1,n)$,则 $m=$ ________,$n=$ ________.

【解题思路】

解绝对值不等式,对 A 化简 → 由 B 集合的形式及 $A\cap B=(-1,n)$ → 借助数轴得 m、n

【解析】$A=\{x\in\mathbf{R} \mid |x+2|<3\}=\{x\in\mathbf{R} \mid -5<x<1\}$,由 $A\cap B=(-1,n)$ 可知 $m<1$,则 $B=\{x \mid m<x<2\}$,画出数轴,可得 $m=-1$,$n=1$.



【答案】 -1;1

【方法点拨】数轴的应用:描述法表示的数集,可借助数轴分析写出结果,但要注意端点处"="的取舍.

例 2 (2014 山东六校模拟)已知全集 U,集合 $A=\{1,3,5,7\}$,$\complement_U A=\{2,4,6\}$,$\complement_U B=\{1,4,6\}$,求集合 B.

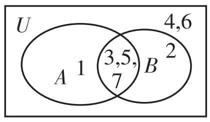
【解题思路】由 A 及 $\complement_U A$ 求出全集 U,再由补集定义求出集合 B,或利用 Venn 图求出集合 B.

【解析】解法一:$A=\{1,3,5,7\}$,$\complement_U A=\{2,4,6\}$,

$\therefore U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$.

又因为 $\complement_U B=\{1,4,6\}$,$\therefore B=\{2,3,5,7\}$.

解法二:用 Venn 图表示集合 U,A,B,如图所示.



由图可知 $B=\{2,3,5,7\}$.

【方法点拨】Venn 图的应用:列举法表示的数集,可以根据交集、并集的定义,直接观察或用 Venn 图表示出集合运算的结果。

求补集的方法:求给定集合 A 的补集,通常利用补集的定义去求,从全集 U 中去掉属于集合 A 的元素后,由所有剩下的元素组成的集合即为 A 的补集.

方法 2　利用分类讨论研究集合间的关系

在研究集合间的关系问题时,经常用到分类讨论的数学思想. 如含有参数的集合问题,要注意对参数进行讨论;对 $A\subseteq B$ 问题,一般要对 $A=\varnothing$ 和 $A\neq\varnothing$ 进行分类讨论.

例 3 (2014 东北三校二模)已知集合 $A=\{x \mid -3\leqslant x\leqslant 4$, $B=\{x \mid 2m-1<x<m+1\}$,且 $B\subseteq A$,求实数 m 的取值范围.

【解题思路】以 B 是否为空集讨论,利用 $B\subseteq A$ 列出关于 m 的不等式(组)求解.

【解析】$\because B\subseteq A$,

当 $B=\varnothing$ 时,$m+1\leqslant 2m-1$,解得 $m\geqslant 2$.

当 $B\neq\varnothing$ 时,有 $\begin{cases}-3\leqslant 2m-1,\\m+1\leqslant 4,2m-1<m+1,\end{cases}$

解得 $-1\leqslant m<2$,

综上得 $m\geqslant -1$.

【方法点拨】 空集是任何集合的子集.如能推出 $B\subseteq A$,这时要注意 $B=\varnothing$ 这一陷阱,特别是集合中含有字母参数时,要学会分类讨论的灵活应用.分类时应注意不重复,勿遗漏,分类的标准要一致.

方法 3　与集合有关的新概念问题

与集合有关的新概念问题属于信息迁移类问题,它是化归思想的具体运用,是近几年高考的热点问题.这类试题的特点是:通过给出新的数学概念或新的运算方法,在新的情境下完成某种推理证明.此类题是集合命题的一个新方向.常见的有定义新概念、新公式、新运算和新法则等类型.

例 4 在整数集 $\mathbf{Z}$ 中,被 5 除所得余数为 k 的所有整数组成一个"类",记为 $[k]$,即 $[k]=\{5n+k\mid n\in\mathbf{Z}\}$,$k=0,1,2,3,4$.给出如下四个结论:

①$2011\in[1]$;②$-3\in[3]$;③$\mathbf{Z}=[0]\cup[1]\cup[2]\cup[3]\cup[4]$;④"整数 a,b 属于同一'类'"的充要条件是"$a-b\in[0]$".

其中,正确结论的个数是:　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

【解题思路】 理解 $[k]$ 的含义 → 对选项逐一验证或推理 → 结论

【解析】因为 $2011=402\times5+1$,又因为 $[1]=\{5n+1\mid n\in\mathbf{Z}\}$,所以 $2011\in[1]$,故①正确;因为 $-3=5\times(-1)+2$,所以 $-3\in[2]$,故②不正确;因为所有的整数 $\mathbf{Z}$ 除以 5 可得的余数为 0,1,2,3,4,所以③正确;若 a,b 属于同一"类",则有 $a=5n_1+k$,$b=5n_2+k$,所以 $a-b=5(n_1-n_2)\in[0]$,反过来,如果 $a-b\in[0]$,也可以得到 a,b 属于同一"类",故④正确.故有 3 个结论正确.

【答案】 C

【高考类题】

A 组　模拟基础测试

1. (2014 山东省临沂模拟,2) 集合 $M=\{2,\log_3 a\}$,$N=\{a,b\}$,若 $M\cap N=\{1\}$,则 $M\cup N=$　(　　)

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{0,1,3\}$

C. $\{0,2,3\}$　　D. $\{1,2,3\}$

2. (2014 湖北武汉一模,3) 集合 $A=\{x\mid |x+1|\leqslant3\}$,$B=\{y\mid y=\sqrt{x},0\leqslant x\leqslant4\}$,则下列关系正确的是　(　　)

A. $A\cup B=\mathbf{R}$　　B. $A\subseteq \complement_{\mathbf{R}}B$

C. $B\subseteq \complement_{\mathbf{R}}A$　　D. $\complement_{\mathbf{R}}A\subseteq\complement_{\mathbf{R}}B$

3. (2014 山东省淄博模拟,6) 集合 $A=\{-1,0,1\}$,$B=\{y\mid y=e^x,x\in A\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$

C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

4. (2014 江西九江一模,5) 已知集合 $A=\{x\mid x=\sin\frac{k\pi}{2},k\in Z\}$,$B=\{x\mid |x-1|\leqslant1\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $\{-1,0\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{0\}$　　D. $\{1\}$

B 组　模拟提升测试

1. (2014 重庆模拟,2) 已知全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$,集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,4\}$,则 $(\complement_U A)\cap B=$　(　　)

A. $\{4\}$　　B. $\varnothing$

C. $\{0,2,4\}$　　D. $\{1,3\}$

2. (2014 湖南模拟,4) 若集合 $M=\{x\in\mathbf{N}^*\mid x<6\}$,$N=\{x\mid |x-1|\leqslant2\}$,则 $M\cap(\complement_{\mathbf{R}}N)=$　(　　)

A. $(-\infty,-1)$　　B. $[1,3)$

C. $(3,6)$　　D. $\{4,5\}$

3. (2014 广东一模,7) 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid 2^x>1\}$,$B=\{x\mid x^2-3x-4>0\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $\{x\mid x>0\}$　　B. $\{x\mid x<-1$ 或 $x>0\}$

C. $\{x\mid x>4\}$　　D. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant4\}$

4. (2014 郑州一模,3) 设集合 $A=\{x\mid x^2-5x-6<0\}$,$B=\{x\mid 5\leqslant x\leqslant7\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $[5,7]$　　B. $[5,6)$

C. $[5,6]$　　D. $(6,7]$

5. (2014 四川模拟,3) 设集合 $A=\{x\mid 2^x\leqslant4\}$,集合 B 为函数 $y=\lg(x-1)$ 的定义域,则 $A\cap B=$　(　　)

A. $(1,2)$　　B. $[1,2]$

C. $[1,2)$　　D. $(1,2]$

C 组　高考押题

1. (2014 湖北十堰一模,1) 设集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$,$B=\{x\mid 2^{-x^2-x+6}\leqslant1\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$ 等于　(　　)

A. $\{x\mid -1<x<2\}$　　B. $\{x\mid -1<x<3\}$

C. $\{x\mid -3<x<2\}$　　D. $\{x\mid -3<x<-1\}$

2. (2014 北京朝阳 5 月,7) 设集合 $A=\{x\mid x^2+2x-3>0\}$,集合 $B=\{x\mid x^2-2ax-1\leqslant0,a>0\}$.若 $A\cap B$ 中恰含有一个整数,则实数 a 的取值范围是　(　　)

A. $(0,\frac{3}{4})$　　B. $[\frac{3}{4},\frac{4}{3})$

C. $[\frac{3}{4},+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

3. (2014 山东烟台二模,17) 已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2<0\}$,$B=\{x\mid |x|\geqslant a\}$,全集 $U=\mathbf{R}$,当 a 为何值时,$A\subsetneqq B$ 成立?

1.2　命题的关系、充分条件与必要条件

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例	常考题型	预测热度
1. 命题及其关系	(1) 理解命题的概念. (2) 了解“若 p 则 q”形式的命题及其逆命题、否命题与逆否命题,会分析四种命题的相互关系	理解	2013 天津,4; 2012 湖南,2; 2012 福建,3	选择题、填空题	★★★★
2. 充分条件与必要条件	理解必要条件、充分条件与充要条件的意义	掌握	2013 浙江,4; 2013 山东,7; 2013 福建,2	选择题、填空题	★★★★

【最新高考】

考点 1　命题及其关系

1. (2012 福建,3,5 分)下列命题中,真命题是 (　　)

A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, e^{x_0} \leqslant 0$

B. $\forall x \in \mathbf{R}, 2^x > x^2$

C. $a+b=0$ 的充要条件是 $\frac{a}{b}=-1$

D. $a>1, b>1$ 是 $ab>1$ 的充分条件

2. (2011 陕西,1,5 分)设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 是向量,命题“若 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$,则 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$”的逆命题是 (　　)

A. 若 $\boldsymbol{a} \neq -\boldsymbol{b}$,则 $|\boldsymbol{a}| \neq |\boldsymbol{b}|$　B. 若 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$,则 $|\boldsymbol{a}| \neq |\boldsymbol{b}|$

C. 若 $|\boldsymbol{a}| \neq |\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a} \neq -\boldsymbol{b}$　D. 若 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$

3. (2011 安徽,7,5 分)命题“所有能被 2 整除的整数都是偶数”的否定是 (　　)

A. 所有不能被 2 整除的整数都是偶数

B. 所有能被 2 整除的整数都不是偶数

C. 存在一个不能被 2 整除的整数是偶数

D. 存在一个能被 2 整除的整数不是偶数

考点 2　充分条件与必要条件

1. (2013 福建,2,5 分)已知集合 $A=\{1,a\}$, $B=\{1,2,3\}$,则“$a=3$”是“$A \subseteq B$”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

2. (2013 山东,7,5 分)给定两个命题 p, q. 若 $\neg p$ 是 q 的必要而不充分条件,则 p 是 $\neg q$ 的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

3. (2012 天津,2,5 分)设 $\varphi \in \mathbf{R}$,则“$\varphi=0$”是“$f(x)=\cos(x+\varphi)(x \in \mathbf{R})$ 为偶函数”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

4. (2012 安徽,6,5 分)设平面 α 与平面 β 相交于直线 m,直线 a 在平面 α 内,直线 b 在平面 β 内,且 $b \perp m$,则“$\alpha \perp \beta$”是“$a \perp b$”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

5. (2012 陕西,3,5 分)设 $a,b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位,则“$ab=0$”是“复数 $a+\frac{b}{\mathrm{i}}$ 为纯虚数”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

6. (2012 四川,7,5 分)设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 都是非零向量. 下列四个条件中,使 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$ 成立的充分条件是 (　　)

A. $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$　B. $\boldsymbol{a} /\!/ \boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}$　D. $\boldsymbol{a} /\!/ \boldsymbol{b}$ 且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

7. (2011 山东,5,5 分)对于函数 $y=f(x)$, $x \in \mathbf{R}$,“$y=|f(x)|$ 的图像关于 y 轴对称”是“$y=f(x)$ 是奇函数”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

8. (2011 天津,2,5 分)设 $x,y \in \mathbf{R}$,则“$x \geqslant 2$ 且 $y \geqslant 2$”是“$x^2+y^2 \geqslant 4$”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

9. (2011 江西,8,5 分)已知 α_1, α_2, α_3 是三个相互平行的平面,平面 α_1, α_2 之间的距离为 d_1,平面 α_2, α_3 之间的距离为 d_2,直线 l 与 α_1, α_2, α_3 分别相交于 P_1, P_2, P_3,那么“$P_1P_2=P_2P_3$”是“$d_1=d_2$”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

10. (2014 北京,5,5 分)设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列,则“$q>1$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

【高考热点精讲】

考点1 命题及其关系判断问题

例1 (2014河北模拟)命题“若 $f(x)$ 是奇函数,则 $f(-x)$ 是奇函数”的否命题是 ( )

A. 若 $f(x)$ 是偶函数,则 $f(-x)$ 是偶函数

B. 若 $f(x)$ 不是奇函数,则 $f(-x)$ 不是奇函数

C. 若 $f(-x)$ 是奇函数,则 $f(x)$ 是奇函数

D. 若 $f(-x)$ 不是奇函数,则 $f(x)$ 不是奇函数

【命题意图】考查命题的否命题概念.

【解析】明确在本题中“是”的否定为“不是”,并对原命题的条件的结论同时进行否定即可.

【答案】 B

【提醒】对命题问题的解答应注意以下几点:

(1)充分理解和掌握四种命题的概念.(2)会求一个命题的否命题、逆命题、逆否命题.(3)弄清各命题之间的关系,会利用等价关系判断命题的真假,解决由原命题不易解决的问题.

考点2 充分条件、必要条件的判定

例2 (2004广西桂林)“$-2\leqslant a\leqslant 2$”是“实系数一元二次方程 $x^2+ax+1=0$ 有虚根”的 ( )

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【命题意图】考查充分、必要条件的概念、判断方法,实系数一元二次方程有虚根问题.

【解析】若方程有虚根,则 $\Delta=a^2-4<0$,解得 $-2<a<2$,因为 $(-2,2)\subsetneqq[-2,2]$,所以“$-2\leqslant a\leqslant 2$”是“实系数一元二次方程 $x^2+ax+1=0$ 有虚根”的必要不充分条件.

【答案】 A

【提醒】判定必要、充分条件可以利用命题推出的方法,若由 P 能推出 Q,则 P 是 Q 的充分条件;反之,若由 Q 推出 P,则 Q 是 P 的充分条件.

例3 (2014湖北宜昌)$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为非零向量,则“$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$”是“函数 $f(x)=(x\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(x\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$ 为一次函数”的 ( )

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【命题意图】考查必要条件、向量的数量积和一次函数等相关知识.

【解析】由题设可得 $f(x)=x^2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+(\boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{a}^2)x-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$,而 $f(x)$ 为一次函数,则 $\begin{cases}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\\ \boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{a}^2\neq 0\end{cases}$,

即 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 且 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{b}$. 因此,“$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$”是“函数 $f(x)=(x\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(x\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$ 为一次函数”的必要不充分条件.

【答案】 B

【提醒】充分与必要条件的判定方法:

(1)分清 p 是指什么,q 是指什么.

(2)按下述方法判断 p 是 q 的什么条件:

① 若 $p\Rightarrow q$,则 p 是 q 的充分条件,同时 q 是 p 的必要条件;

② 若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$,则 p 是 q 的充分不必要条件;

③ 若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$,则 p 是 q 的充要条件;

④ 若 $q\Rightarrow p$ 且 $p\not\Rightarrow q$,则 p 是 q 的必要不充分条件.

【规律方法突破】

方法1 四种命题逆否关系的判定方法

在判断四种命题之间的关系时,首先要分清命题的条件与结论,再比较每个命题的条件与结论之间的关系,要注意四种命题关系的相对性,一个命题定为原命题,也就相应地有了它的“逆命题”“否命题”和“逆否命题”.

例1 (2012湖南,2,5分)命题“若 $\alpha=\frac{\pi}{4}$,则 $\tan\alpha=1$”的逆否命题是 ( )

A. 若 $\alpha\neq\frac{\pi}{4}$,则 $\tan\alpha\neq 1$　　B. 若 $\alpha=\frac{\pi}{4}$,则 $\tan\alpha\neq 1$

C. 若 $\alpha\neq\frac{\pi}{4}$,则 $\tan\alpha\neq 1$　　D. 若 $\tan\alpha\neq 1$,则 $\alpha=\frac{\pi}{4}$

【解题思路】 原命题:若 p 则 q → 逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$ → 结论

【解析】命题“若 $\alpha=\frac{\pi}{4}$,则 $\tan\alpha=1$”的逆否命题是“若 $\tan\alpha\neq 1$,则 $\alpha\neq\frac{\pi}{4}$”,故选 C.

【答案】 C

【方法点拨】四种命题逆否关系的判定步骤:

1 将原命题写成“若 p 则 q”的形式

2 由“若 q 则 p”为逆命题、“若 $\neg p$ 则 $\neg q$”为否命题、“若 $\neg q$ 为则 $\neg p$”为逆否命题加以判断

方法2 命题真假的判断方法

要判断一个命题为真命题,需给出严格的证明;但要判断一个命题为假命题,只需举一反例即可. 由于原命题与其逆否命题为等价命题,有时可以利用这种等价性间接地证明命题的真假.

例2 (2012课标全国,3,5分)下面是关于复数 $z=\frac{2}{-1+\mathrm{i}}$ 的四个命题:

p_1: $|z|=2$, p_2: $z^2=2\mathrm{i}$, p_3: z 的共轭复数为 $1+\mathrm{i}$, p_4: z 的虚部为 -1.

其中的真命题为 ( )

A. p_2,p_3　　B. p_1,p_2

C. p_2,p_4　　D. p_3,p_4

【解题思路】

将复数 z 化成 $a+bi$ 的形式 → 根据复数的相关概念及运算,判断命题 p_1、p_2、p_3、p_4 的真假

【解析】$z=\frac{2}{-1+i}=\frac{2(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}=-1-i$，所以 $|z|=\sqrt{2}$，p_1 为假命题；$z^2=(-1-i)^2=(1+i)^2=2i$，p_2 为真命题；$\bar{z}=-1+i$，p_3 为假命题；p_4 为真命题. 故选 C.

【答案】 C

【方法点拨】1. 直接法：利用相关知识直接判断命题的真假.

2. 间接法：(1) 不一定正确的命题可举反例证明；(2) 利用原命题与其逆否命题的真假一致性间接证明.

方法 3　充分条件与必要条件的判定

例 3 (2012 北京,3,5 分) 设 $a,b\in\mathbf{R}$，“$a=0$”是“复数 $a+bi$ 是纯虚数”的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解题思路】根据复数 $a+bi$ 是纯虚数对实数 a,b 应满足的条件进行判断.

【解析】∵$a=0$ 且 $b\neq0$ 时，$a+bi$ 是虚数，∴“$a=0$”$\nRightarrow$“复数 $a+bi$ 是纯虚数”，充分性不成立. 反之，“复数 $a+bi$ 是纯虚数”$\Rightarrow$“$a=0$”，必要性成立. 故选 B.

【答案】 B

【方法点拨】 充分条件与必要条件的判断方法：

1. 利用定义判断

(1) 若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件；

(2) 若 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的必要条件；

(3) 若 $p\Rightarrow q$，且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充要条件；

(4) 若 $p\Rightarrow q$，且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分不必要条件；

(5) 若 $p\nRightarrow q$，且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的必要不充分条件；

(6) 若 $p\nRightarrow q$，且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

2. 利用集合判断

记条件 p、q 对应的集合分别为 A、B，则：

若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件；

若 $A\subsetneqq B$，则 p 是 q 的充分不必要条件；

若 $A\supseteq B$，则 p 是 q 的必要条件；

若 $A\supsetneqq B$，则 p 是 q 的必要不充分条件；

若 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件；

若 $A\not\subseteq B$，且 $A\not\supseteq B$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

3. 用命题的等价性判断

把 p 与 q 分别记作命题的条件与结论，则原命题与逆命题的真假同 p 与 q 之间的关系如下：

(1) 如果原命题是真逆命题，那么 p 是 q 的充分不必要条件；

(2) 如果原命题假逆命题真，那么 p 是 q 的必要不充分条件；

(3) 如果原命题与逆命题都真，那么 p 是 q 的必要不充分条件；

(4) 如果原命题与逆命题都假，那么 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

【高考类题】

A 组　模拟基础测试

1. (2014 北京海淀,6) 给出如下三个命题：

① 四个非零实数 a、b、c、d 依次成等比数列的充要条件是 $ad=bc$；

② 设 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $ab\neq0$，若 $\frac{a}{b}<1$，则 $\frac{b}{a}>1$；

③ 若 $f(x)=\log_2 x$，则 $f(|x|)$ 是偶函数.

其中不正确的命题的序号是　(　　)

A. ①②③　　B. ①②

C. ②③　　D. ①③

2. (2014 内蒙包头一模,9) $a=-1$ 是直线 $ax+(2a-1)y+1=0$ 和直线 $3x+ay+3=0$ 垂直的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. (2014 湖北黄冈调考,4) 若集合 $A=\{1,m^2\}$，$B=\{2,4\}$，则“$m=2$”是“$A\cap B=\{4\}$”的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. (2014 南昌质量检测,5) 集合 $A=\{x\mid |x-2|<1\}$，$B=\{x\mid |x^2-4x|<1\}$，那么“$a\in A$”是“$a\in B$”的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. (2014 浙江模拟,8)“$m<\frac{1}{4}$”是“一元二次方程 $x^2+x+m=0$”有实数解的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

B 组　模拟提升测试

一、填空题

1. (2014 长沙调考,10) 设非空集合 $S=\{x\mid m\leqslant x\leqslant l\}$ 满足：当 $x\in S$ 时，有 $x^2\in S$. 给出如下三个命题：① 若 $m=1$，则 $S=\{1\}$；② 若 $m=-\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{4}\leqslant l\leqslant1$；③ 若 $l=\frac{1}{2}$，则 $\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant m\leqslant0$. 其中正确命题的个数是________个.

2. (2014 江苏模拟,7) 若 $|x-1|<a$ 的充分条件是 $|x-1|<b$，其中 $a>0$，$b>0$，则 a,b 之间的关系是________.

3. (2014 合肥质量检验,11) A、B、C 为斜三角形 ABC 的三个内角，$\tan A+\tan B+1=\tan A\tan B$. 则角 $C=$________.

4. (2014 山东模拟,12) 已知 p：$-2\leqslant x\leqslant10$，q：方程 $x^2-2x+1-m^2\leqslant0(m>0)$. 若 p 是 q 的充分非必要条件，则实数 m 的取值范围为________.

二、解答题

5. (2014 江西九江一模,16) 命题：已知 $A,B,C,\in(0,n)$，若 $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C$，则 $A+B+C=\pi$，判断该命题的真假并说明理由.

C 组　高考押题

1. (2014 安徽模拟,17) 求证：关于 x 的一元二次不等式 $ax^2-ax+1>0$ 对于一切实数 x 都成立的充要条件是 $0<a<4$.

2. (2014 杭州检测,16) 已知全集 $U=\mathbf{R}$，非空集合 $A=\{x\mid \frac{x-2}{x-(3a+1)}<0\}$，$B=\{x\mid \frac{x-a^2-2}{x-a}<0\}$.

(1) 当 $a=\frac{1}{2}$ 时,求$(\complement_U B)\cap A$;

(2) 命题 $p:x\in A$,命题 $q:x\in B$,若 q 是 p 的必要条件,求实数 a 的取值范围.

1.3 简单逻辑联结词、全称量词与存在量词

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例	常考题型	预测热度
1. 简单的逻辑联结词	理解并掌握逻辑联结词“或”和“非”的含义	掌握	2013 湖北,3; 2012 辽宁,4	选择题、填空题	★★★★
2. 全称量词与存在量词	(1) 理解全称量词与存在量词的意义. (2) 能正确地对含有量词的命题进行否定	掌握	2013 重庆,2; 2013 四川,4; 2012 湖北,2	选择题、填空题	★★★★

【最新高考】

考点1 简单的逻辑联结词

1. (2013 湖北,3,5 分) 在一次跳伞训练中,甲、乙两位学员各跳一次。设命题 p 是“甲降落在指定范围”,q 是“乙降落在指定范围”,则命题“至少有一位学员没有降落在指定范围”可表示为 ( )

A. $(\neg p)\vee(\neg q)$　　B. $p\vee(\neg q)$

C. $(\neg p)\wedge(\neg q)$　　D. $p\vee q$

2. (2012 辽宁,4,5 分) 已知命题 $p:\forall x_1,x_2\in\mathbf{R},[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)\geqslant 0$,则 $\neg p$ 是 ( )

A. $\exists x_1,x_2\in\mathbf{R},[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)\leqslant 0$

B. $\forall x_1,x_2\in\mathbf{R},[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)\leqslant 0$

C. $\exists x_1,x_2\in\mathbf{R},[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)<0$

D. $\forall x_1,x_2\in\mathbf{R},[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)<0$

考点2 全称量词与存在量词

1. (2013 重庆,2,5 分) 命题“对任意 $x\in\mathbf{R}$,都有 $x^2\geqslant 0$”的否定为 ( )

A. 对任意 $x\in\mathbf{R}$,都有 $x^2<0$

B. 不存在 $x\in\mathbf{R}$,使得 $x^2<0$

C. 存在 $x_0\in\mathbf{R}$,使得 $x_0^2\geqslant 0$

D. 存在 $x_0\in\mathbf{R}$,使得 $x_0^2<0$

2. (2013 四川,4,5 分) 设 $x\in\mathbf{Z}$,集合 A 是奇数集,集合 B 是偶数集. 若命题 $p:\forall x\in A,2x\in B$,则 ( )

A. $\neg p:\forall x\in A,2x\notin B$

B. $\neg P:\forall x\notin A,2x\notin B$

C. $\neg p:\exists x\notin A,2x\in B$

D. $\neg p:\exists x\in A,2x\notin B$

3. (2012 湖北,2,5 分) 命题“$\exists x_0\in\complement_R Q,x_0^3\in Q$”的否定是 ( )

A. $\exists x_0\notin\complement_R Q,x_0^3\in Q$　　B. $\exists x_0\in\complement_R Q,x_0^3\notin Q$

C. $\forall x_0\notin\complement_R Q,x^3\in Q$　　D. $\forall x_0\in\complement_R Q,x^3\notin Q$

4. (2010 辽宁,11,5 分) 已知 $a>0$,则 x_0 满足关于 x 的方程 $ax=b$ 的充要条件是 ( )

A. $\exists x\in\mathbf{R},\frac{1}{2}ax^2-bx\geqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$

B. $\exists x\in\mathbf{R},\frac{1}{2}ax^2-bx\leqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$

C. $\forall x\in\mathbf{R},\frac{1}{2}ax^2-bx\geqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$

D. $\forall x\in\mathbf{R},\frac{1}{2}ax^2-bx\leqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$

5. (2012 北京,14,5 分) 已知 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$,$g(x)=2^x-2$. 若同时满足条件:

① $\forall x\in\mathbf{R},f(x)<0$ 或 $g(x)<0$;

② $\exists x\in(-\infty,-4),f(x)g(x)<0$,则 m 的取值范围是________.

6. (2010 安徽,11,5 分) 命题“对任何 $x\in\mathbf{R},|x-2|+|x-4|>3$”的否定是________.

【高考热点精讲】

考点 1　判断含有逻辑联结词的命题的真假

例 1（2014 吉林一模）已知命题 p_1：函数 $y=2^x+2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，p_2：函数 $y=2^x+2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数，则在命题 $q_1:p_1\vee p_2$，$q_2:p_1\wedge p_2$，$q_3:(\neg p_1)\vee p_2$ 和 $q_4:p_1\wedge(\neg p_2)$ 中，真命题是（　　）

A. q_1,q_3　　B. q_2,q_3

C. q_1,q_4　　D. q_2,q_4

【命题意图】本题主要考查指数函数单调性判断、逻辑联结词和判断命题的真假.

【答案】 C

【解析】因为 $y=2^x$ 为增函数，$y=2^{-x}$ 为减函数，易知 p_1 为真命题，p_2 是假命题，故 q_1,q_4 是真命题.

【提醒】判断含有逻辑联结词的命题的真假时，要先判断简单命题的真假，再通过含有逻辑联结词的命题真值表来确定命题的真假.

考点 2　全称命题、特称命题及其真假判断

例 2（2014 湖南模拟）下列命题中的假命题是（　　）

A. $\forall x\in\mathbf{R},2^{x-1}>0$　　B. $\forall x\in\mathbf{N}^*,(x-1)^2>0$

C. $\exists x\in\mathbf{R},\lg x<1$　　D. $\exists x\in\mathbf{R},\tan x=2$

【命题意图】本试题以特称命题和全称命题为载体，考查指数不等式、对数不等式的正切函数问题.

【答案】 B

【解析】对于 $\forall x\in\mathbf{R},x-1\in\mathbf{R}$，此时，$2^{x-1}>0$ 成立，∴A 是真命题；又 ∵$(x-1)^2>0\Leftrightarrow x\in\mathbf{R}$，且 $x\neq1$，而 $1\in\mathbf{N}^*$，∴B 是假命题；又 $\lg x<1\Leftrightarrow 0<x<10$，∴C 是真命题；又 ∵$y=\tan x$ 的值域是 $\mathbf{R}$，∴D 是真命题，故选 B.

【提醒】全称命题、特称命题的真假判断是高考常考的知识点，全称命题的判断方法是“见假即假”；特称命题的判断方法是“有真即真”.

考点 3　全称命题、特称命题的否定

例 3（2014 常德模拟）命题“对任何 $x\in\mathbf{R}$，$|x-2|+|x-4|>3$”的否定是________.

【命题意图】本题主要考查全称命题的否定，考查考生的理解能力和转化能力.

【答案】 存在 $x\in\mathbf{R}$，$|x-2|+|x-4|\leqslant3$

【解析】将原全称命题中的“任何”改成“存在”，“$>$”改为“$\leqslant$”，即“存在 $x\in\mathbf{R}$，$|x-2|+|x-4|\leqslant3$”.

【提醒】写全称命题、特称命题的否定，关键是要弄清改写的方法，如把“任何”改成“存在”等.

考点 4　求参数的取值范围

例 4（2014 山东模拟）已知命题 p：方程 $x^2+mx+1=0$ 由两个不等的负实数根，命题 q：$4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实数根. 若“p 或 q”为真命题，“p 且 q”为假命题，求 m 的取值范围.

【命题意图】本题主要考查方程与命题的综合知识及分类讨论思想，分析问题、解决问题的能力.

【解析】由 p 得 $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0\\ m>0\end{cases}$，则 $m>2$.

由 q 可知，$\Delta'=16(m-2)^2-16=16(m^2-4m+3)<0$，

则 $1<m<3$. ∵“p 或 q”为真，“p 且 q”为假，∴p 为真，q 为假，或 p 为假，q 为真.

则 $\begin{cases}m>2\\ m\leqslant1\text{ 或 }m\geqslant3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m\leqslant2\\ 1<m<3\end{cases}$，解得 $m\geqslant3$ 或 $1<m\leqslant2$.

【提醒】运用命题的关系来求参数的取值问题，这是一类常见问题，解题方法是要能正确分析题意，分别求出每一个简单命题成立的条件，求运用题设条件确定参数的取值.

【规律方法突破】

方法 1　复合命题的真假判断 —— 真值表法

对于复合命题真假的判断，一定要分清其结构形式，确定构成它的简单命题 p 和 q. 首先对简单命题 p,q 的真假作出判断，然后根据真值表对复合命题的真假作出判断.

例 1 命题 P：将函数 $y=\sin2x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图像；命题 Q：函数 $y=\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(\frac{\pi}{3}-x)$ 的最小周期为 π. 则复合命题“$P\vee Q$”、“$P\wedge Q$”、“$\neg P$”为真命题的个数是（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

【解题思路】 $\boxed{\text{判断 } P \text{ 和 } Q \text{ 的真假}}\rightarrow\boxed{\text{真值表判断 } P\vee Q,\ P\wedge Q,\neg P \text{ 的真假}}$

【解析】函数 $y=\sin2x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后，所得函数为 $y=\sin[2(x-\frac{\pi}{3})]=\sin(2x-\frac{2\pi}{3})$，

∴ 命题 P 是假命题.

又 $y=\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(\frac{\pi}{3}-x)$

$=\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos[\frac{\pi}{2}-(x+\frac{\pi}{6})]$

$=\sin^2(x+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2x+\frac{\pi}{3})$，

∴ 其最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，∴ 命题 Q 为真.

由此可判断复合命题“$P\vee Q$”为真，“$P\wedge Q$”为假，“$\neg P$”为真，故选 B.

【答案】 B

【方法点拨】“$p \vee q$”、“$p \wedge q$”、“$\neg p$”形式命题真假的判断步骤：

(1) 确定命题的构成形式；

(2) 判断其中命题 p、q 的真假；

(3) 确定“$p \vee q$”、“$p \wedge q$”、“$\neg p$”形式命题的真假.

方法 2 全(特)称命题真假的判断方法

例 2 下列命题中的假命题是 ( )

A. $\forall x \in \mathbf{R}, 3^{x-1} > 0$　　B. $\forall x \in \mathbf{N}^*, (x-2)^2 > 0$

C. $\exists x \in \mathbf{R}, \lg x < 0$　　D. $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 3$

【解题思路】理解“$\forall$”“$\exists$”的含义，依据相关数学知识进行分析、判断.

【解析】A 正确；对于 B，当 $x = 2$ 时，$(x-2)^2 = 0$，错误；对于 C，当 $x \in (0,1)$ 时，$\lg x < 0$，正确；对于 D，$\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 3$，正确.

【答案】 B

【方法点拨】

全称命题真假判断 — 要证全称命题是真命题，必须确定对集合中的每一个元素都成立；若是假命题，举一反例即可

特称命题真假判断 — 要证特称命题是真命题，只要在限定集合中，找到一个元素使得命题成立即可

【高考类题】

A 组 模拟基础测试

1. (2014 吉林延边一模,4) 下列命题错误的是 ( )

A. 命题“若 $x^2 + y^2 = 0$，则 $x = y = 0$”的逆否命题为“若 x，y 中至少有一个不为 0，则 $x^2 + y^2 \neq 0$”

B. 若命题 P：$\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 + 1 \leqslant 0$，则 $\neg P$：$\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 > 0$

C. $\triangle ABC$ 中，“$\sin A > \sin B$”是“$A > B$”的充要条件

D. 若向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} < 0$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角

2. (2014 河南开封调考) 下列说法不正确的是 ( )

A. “$\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 - 1 < 0$”的否定是“$\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x - 1 \geqslant 0$”

B. 命题“若 $x > 0$，且 $y > 0$，则 $x + y > 0$”的否命题是假命题

C. “$\exists a \in \mathbf{R}$，使方程 $2x^2 + x + a = 0$ 的两根 x_1, x_2 满足 $x_1 < 1 < x_2$”和“函数 $f(x) = \log_2(ax-1)$ 在 $[1,2]$ 上单调递增”都为真

D. $\triangle ABC$ 中，A 是最大角，则“$\sin^2 B + \sin^2 C < \sin^2 A$”是“$\triangle ABC$ 为钝角三角形”的充要条件

3. (2014 辽宁鞍山三模,2) $\exists x \in A$，使得 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的否定为 ( )

A. $\exists x \in A$，使得 $x^2 - 2x - 3 < 0$

B. $\exists x \in A$，使得 $x^2 - 2x - 3 \leqslant 0$

C. $\forall x \in A$，使得 $x^2 - 2x - 3 > 0$

D. $\forall x \in A$，使得 $x^2 - 2x - 3 \leqslant 0$

4. (2014 北京海淀二模,2) 已知命题 p：$\exists x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} = 1$，则 $\neg p$ 是 ( )

A. $\forall x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \neq 1$

B. $\forall x_0 \notin \mathbf{R}, 2^{x_0} \neq 1$

C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \neq 1$

D. $\exists x_0 \notin \mathbf{R}, 2^{x_0} \neq 1$

5. (2013 广东中山 3 月模拟,2) “$p \vee q$ 为真命题”是“$p \wedge q$ 为真命题”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. (2013 辽宁协作体 3 月模拟,4) 命题“$\exists x_0 \in \mathbf{R}$，使 $\log_2 x_0 \leqslant 0$ 成立”的否定为 ( )

A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$，使 $\log_2 x_0 > 0$

B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$，使 $\log_2 x_0 \geqslant 0$

C. $\forall x_0 \in \mathbf{R}$，使 $\log_2 x_0 \geqslant 0$

D. $\forall x_0 \in \mathbf{R}$，使 $\log_2 x_0 > 0$

B 组 模拟提升测试

1. (2014 河南安阳质量检测,4) 已知命题 p：$\exists x \in \mathbf{R}, \sin x = \frac{\sqrt{5}}{2}$，命题 q：$\forall x \in \mathbf{R}$，都有 $x^2 + x + 1 > 0$. 给出下列结论：①命题“$p \wedge q$”是真命题；②命题“$p \wedge \neg q$”是假命题；③命题“$\neg p \wedge q$”是真命题；④命题“$\neg p \wedge \neg q$”是真命题，其中正确的是 ( )

A. ②④　　B. ②③

C. ③④　　D. ①②③

2. (2014 福建宁德 4 月,2) 已知命题 p：“$x > 2$ 是 $x^2 > 4$ 的充要条件”，命题 q：“若 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$，则 $a > b$”，则 ( )

A. “p 或 q”为真　　B. “p 且 q”为真

C. p 真 q 假　　D. p，q 均为假

3. (2014 河北保定二模,2) 下列命题中正确的是 ( )

A. 若命题 p 为真命题，命题 q 为假命题，则命题“$p \wedge q$”为真命题

B. “$\sin\alpha = \frac{1}{2}$”是“$\alpha = \frac{\pi}{6}$”的充分不必要条件

C. l 为直线，α, β 为两个不同的平面，若 $l \perp \beta, \alpha \perp \beta$，则 $l \parallel \alpha$

D. 命题“$\forall x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$”的否定是“$\exists x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \leqslant 0$”

4. (2013 安徽皖南八校联考,4) 下列命题中，真命题是 ( )

A. 存在 $x \in \mathbf{R}, \sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

B. 任意 $x \in (0, \pi), \sin x > \cos x$

C. 任意 $x \in (0, +\infty), e^x > 1 + x$

D. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + x_0 = -1$

5. (2014 北京东城二模,1) 下列命题中，真命题是 ( )

A. $\forall x \in \mathbf{R}, -x^2 - 1 < 0$

B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + x_0 = -1$

C. $\forall x \in \mathbf{R}, x$

C. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} > 0$

D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 < 0$

6. (2014 湖南六校4月模拟,2) 已知命题 p:$\exists x \in \mathbf{R}, x_0^2 + 1 < 2x$;命题 q:若 $mx^2 - mx - 1 < 0$ 恒成立,则 $-4 < m < 0$. 那么　(　　)

A. $\neg p$ 是假命题

B. q 是真命题

C. "p 或 q" 为假命题

D. "p 且 q" 为真命题

C组　高考押题

1. (2014 山东潍坊模拟,9) "$m=-1$" 是 "直线 $mx+(2m-1)y+2=0$ 与直线 $3x+my+3=0$ 垂直" 的　(　　)

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. (2014 湖北黄冈调考,10) 设 $a, b \in \mathbf{R}$,则 "$a \geqslant 1$ 且 $b \geqslant 1$" 是 "$a+b \geqslant 2$" 的　(　　)

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件