

第 1 章

强度问题的工程方法

1.1 根据试件的强度预测实物的强度

要定量地精确预测材料的强度,从根本上说必须对构成材料的最基本单元——分子乃至原子的结构进行研究,研究其与材料断裂现象的关系,这不是一个短时期可以解决的问题。但是,材料强度问题本身又是一个非常实用、急需解决的问题。在实际设计中,需要一种简易而有效的方法来预估实际构件或部件的强度。为了满足这样的需求,对于材料强度问题的研究,从一开始就把立足点放在如何从试件强度来预测实物的强度这样一种非常实用的工程方法上。

比如,通过试样评估实物的强度,是从试件的强度预测实物强度的最简单实例。这时,由于试样是与实物完全一样,所以从试样预测实物的强度时,当然不需要什么特别的理论(比如应力这个概念也不需要),可以简单地认为实物的负荷能力与试样的负荷能力相同。德国的铁道工程师 Wohler,奠定了今天的疲劳强度学的基础,是疲劳问题研究的第一人。在 19 世纪 50 年代,他在进行机车车轴的强度设计时,为了确定车轴的疲劳强度^[1],他自己设计了车轴的回转弯曲疲劳试验机,而所使用的试件就是实际的机车车轴。

由试样推算实物的强度值,不仅费用昂贵,而且对大型的实物,其试样的制作实际上也是不可能的,因此,自然希望由小型试件来推算实物的强度。上面所提到的 Wohler,他在用实际的机车车轴进行了疲劳试验之后,为了系统地研究影响车轴疲劳强度的各种因素,就是用了实际车轴(直径

5in)^①直径三分之一以下的直径 1.5in 的小型车轴作为试件,进行车轴疲劳强度的研究。

为了用小型试件预测尺寸不同的实物强度,就需要一些相应的理论。首先,需要应力这个概念,以及计算在实际负荷下的应力方法。也就是说,这时首先需要算出构件在负载下所产生的应力,然后把这个应力值与试件的破坏试验中所测定的该材料的应力临界值作比较。如果实际的应力小于材料破坏时的应力临界值,那么就可以认为实物在使用中不会发生破坏,是安全的。

以上所述,可由图 1.1 说明(为了方便表达,本书图表中的说明一律使用英文)。如图 1.1(a)所示的评价强度的方法,是由试件预测实物的强度,因此只要比较载荷本身就可以,作为强度的预测非常简单。但反过来说,由试件可以预测的就只是那个与试件完全一样的实物的强度。而如图 1.1(b)所示的评价强度的方法,即由小型试件预测实物的强度,是通过应力来比较试件和实物的破坏,所以,通过一个试件的破坏试验可以预测各种尺寸不同的实物的强度。但是,应力是一个张量,比较试件和实物的应力的时候,原则上必须对应力的各个分量进行比较。因此,图 1.1(b)所示的方法,基本上只适用于试件和实物承受同一类型的载荷(比如同样是单纯拉伸或弯曲等)。如果载荷类型不同,如图 1.1(c)所示,由承受单轴拉伸的试件的试验结果预测承受三点弯曲的梁的强度时,由于是各应力分量的比例不相同的应力状态的比较,这就需要一个对不同应力状态进行比较的破坏准则。

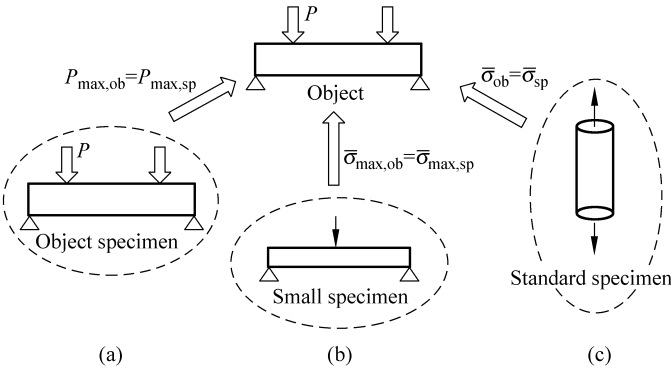


图 1.1 根据试件的强度预测实物的强度

① 1in=2.54mm。

通常使用的强度设计方法,即材料力学的强度设计方法,是把材料的拉伸强度或屈服应力等乘以恰当的安全因数而得到的许用应力,作为设计的应力基准。由于材料的拉伸强度和屈服应力等应力临界值,是取自于同一材料的标准试件的试验结果,所以设计者本人虽然没有直接进行材料试验,其设计方法本质上也是从试件的强度预测实物的强度。

综上所述,材料强度问题的工程方法,简单地说,是从试件的强度预测实物的强度,这样一个看上去非常简单的方法。但问题在于,如何可以从尽可能少的试验中有效地推算出更多的实物的强度。这就需要各种与材料的力学和断裂等相关的理论。比如,图 1.1(b)所示的通过小型试件的强度评价,就需要以下两种理论。

(1) 通过最大应力来比较试件和实物的破坏行为的有效性,是基于最大应力相同时则材料的破坏行为也相同的破坏准则(这一点,很多人不一定意识到,或以为是理所当然的,其实这一准则不成立的情况也是有的)。

(2) 为了比较在试件和实物中产生的各自的应力,需要诸如材料力学或有限元法等应力解析的方法。

为了从少量的试验结果有效地预测更多的实物强度,就需要更多的相应的理论。如图 1.1(c)所示,通过标准试件的屈服应力或抗拉强度等静载强度特性推算实际构件的负荷能力时,还需要不同应力状态下的破坏准则(图中作为塑性屈服准则的例子采用了 von Mises 的屈服条件,所以比较的是试件和实物的等效应力 $\bar{\sigma}$)。

这样,材料强度由于受到其使用条件,比如力学条件及包含温度在内的很多环境条件等因素的影响,在比较试件和实物的强度时,就需要把两者放在同样的环境之中。因此如何缓和这些环境的限制因素,如何能够对不同的环境条件进行强度预测,建立不同环境条件下的破坏准则可以说是材料强度学的基本任务。通过尽可能少的尽可能简单的试验,来尽可能精确地预测尽可能多的实物的强度,是材料强度研究者的永远目标。

1.2 产生破坏的力学环境

为了从试件的强度预测实物的强度,必须对两者产生破坏的环境进行比较。对由外力引起的破坏,关系最大的外因应该是力学环境。这里,我们在 1.2.1 节说明作为力学环境的参量应该是应力,在 1.2.2 节说明与强度有关的力学环境不单是一点的应力,而应该是破坏开始产生的某一区域(以

下称此区域为 process zone) 内的应力分布, 最后在 1.2.3 节说明如何用少量的参量作为衡量力学环境的强度指标来评价破坏开始产生的 process zone 的应力分布。

1.2.1 力学环境的参量

引起破坏的力学环境的代表性参量是应力。比如, 有关塑性屈服、拉伸断裂和疲劳破坏等材料破坏, 其临界条件全都是应以应力为参量。这也就是说, 比较力学环境时所用的参量不是作为载荷的力的本身, 而应该是应力。对于同一材料, 只要应力一样, 哪怕部件的形状、尺寸不同, 产生破坏的现象也大体上一样。

1.2.2 力学环境的强度

构件在使用中应力分布通常是不均匀的。实际上, 如果存在有应力集中, 那么构件的破坏行为就不能单纯地由最大应力 $\sigma_{\max}$ 来决定。这种现象已经是众所周知。比如, 对于切口试件, 如果应力集中系数为 2, 那么其疲劳极限并不会降低到无切口的光滑试件的疲劳极限的 $1/2$ 。对于同一种材料构件的裂纹发生时的应力状态, 切口件的最大应力通常比光滑件的高。这是因为材料破坏尽管是从一个非常小的局部开始的, 但是开始产生破坏的场所却不是一个数学意义的“点”, 而是一个有一定大小的区域。也就是说, 决定材料破坏开始发生的区域无论怎么小, 我们也需要考虑到它是有一定大小的, 不能用一点的最大应力, 而必须用该区域的应力分布来评价产生材料破坏的力学环境强度。因此, 破坏开始发生的 process zone 所处的力学环境的强度应是该区域的应力分布。由试件的强度推算实物的强度时, 我们应比较两者在 process zone 内的应力分布。在这里, 重要的是, 在研究包含疲劳在内的各种破坏行为时, 必须考虑到决定破坏行为的是一个有一定大小的 process zone。这是一个重要的概念。因此, 从试件的强度推算实物的强度的时候, 不是用一点的应力, 而是用 process zone 的应力分布作为力学强度, 来比较试件与实物的破坏行为。

1.2.3 力学环境的强度指标

如上所述, 为了合理评价力学环境的强度, 不是用一点的应力值, 而是

用在 process zone 的应力分布。但是,此时需要考虑以下两个问题。

(1) 如何用少量的参量来评价扩展在一个范围内的应力分布。

(2) 材料在破坏发生前通常产生塑性变形。从试件的强度预测实物的强度时,应该考虑塑性变形,用塑性应力分布作为力学环境的强度。弹塑性计算当然比弹性计算更为复杂。因此,如何用可以简单得到的参量来评价弹塑性应力分布,在实际应用中是非常重要的。

作为强度问题的工程方法,自然是希望能用尽可能少,而且可以简单求得的参量作为衡量力学环境的强度指标。目前广泛应用的强度问题的工程方法基本上可归纳如下。

1. 不进行弹塑性应力解析的方法

为了从试件的强度预测结构物的强度,并不一定需要直接知道弹塑性应力分布的数值本身,只要能够判断试件和实物的各自的弹塑性应力场是否一样就足够了。比如,小规模塑性屈服时,通过弹性解析求得的弹性应力场,就能判断在发生小规模塑性屈服后的试件和实物的弹塑性应力场是不是一样。这时,根据在最大应力点附近的弹性应力分布的应力梯度的大小,这个方法又可大致分为以下三种:

1) 几乎没有应力梯度的情况

因为应力在破坏现象的 process zone 内几乎不变,所以仅用最大应力就可近似地给出应力分布的评价。

2) 由切口等引起有限应力梯度的情况

要评价在切口底部附近的应力分布,必须同时考虑最大应力和在最大应力点处的应力梯度。详细可参照 1.3.2 节“切口问题”中所述的“线性切口力学”。

3) 弹性应力梯度无穷大的情况

在裂纹尖端,理论上弹性应力无穷大,应力梯度也无穷大。这样的应力分布必须作为奇异性应力场来考虑。详细可参照 1.3.1 节“裂纹问题”中所述的“线性切口力学”。

2. 进行弹塑性应力解析的方法

一般这个方法适用于发生大规模的塑性变形的情况。产生大规模的塑性变形时,已不能够利用发生塑性变形前的弹性应力来比较试件和实物的发生塑性变形后的弹塑性应力场,这时需要进行弹塑性应力解析。但是,作

为强度预测的工程方法,为了从试件的强度预测实物的强度,通过弹塑性应力解析进行比较的力学环境的参量的数量应尽可能少,也就是说,为了能够判断试件的弹塑性应力场和实物的弹塑性应力场是否大致相同,所需要的衡量力学环境的强度指标的数量应尽可能少。通过这些少量的指标来比较试件和实物的弹塑性应力分布,只要这些指标一样,那么就可以保证试件和实物的弹塑性应力场也大致相同。详细可参照 1.4 节。

1.3 小规模屈服状态下的应力场的评价

1.3.1 裂纹问题

处理小规模屈服状态下裂纹尖端破坏行为的是线性断裂力学。线性断裂力学论述有裂纹构件的强度问题。为与处理切口问题的线性切口力学相对应,本书将线性断裂力学称为线性裂纹力学。

对于裂纹来说,发生在裂纹尖端附近的损伤是促使裂纹扩展的原因。在裂纹尖端,弹性应力变成无穷大,产生了所谓的奇异性应力场。裂纹尖端的奇异性应力场,与裂纹的大小以及构件的几何尺寸等条件无关,总是互相相似(为了说明基本概念,在这里只考虑 I 型的奇异性应力场),如下式所示,有着 $1/\sqrt{r}$ 的奇异性,其强度可由 1 个参量,即应力强度因子 K_I 来表示:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (1.1)$$

式中, $f_{ij}(\theta)$ 是角度 θ 的无量纲函数,表示各应力分量的角度分布。

根据式(1.1),为了比较试件裂纹尖端的奇异性应力场和实物裂纹尖端的奇异性应力场,作为衡量力学环境的强度指标,只要比较试件与实物的应力强度因子便可。比如考虑有裂纹的构件的脆性断裂,根据线性裂纹力学,首先应求出在实际载荷下构件裂纹尖端的应力强度因子 K_I ,其次把它与从同一材料的试件试验得到的该材料应力强度因子的临界值 K_{IC} 作比较,如果 K_I 达到 K_{IC} ,即 $K_I = K_{IC}$,则构件将断裂。尽管实物构件的载荷和裂纹长度与试件的不同,但只要外力产生的 K_I 也达到 K_{IC} ,那么两者裂纹尖端附近的应力场就大致相同,因此也有同样的裂纹扩展现象发生。

在这里为了进一步弄清应力强度因子可作为控制裂纹扩展的力学参量的根据,必须考虑下面两个问题:

(1) 应力强度因子本来是针对理想裂纹的,即针对尖端曲率半径为零

的理想裂纹尖端产生的纯弹性应力场而推导出的概念。可是,实际的裂纹,其尖端的曲率半径无论怎么小也不是零。这样,应力强度因子本来是作为理想裂纹的奇异性应力场的力学强度参量,它对于尖端曲率半径严格说来不是零的实际的裂纹问题是否还适用,就成为了一个问题。

(2) 还有,在破坏之前,通常在裂纹的尖端附近产生塑性变形。控制裂纹扩展的是塑性变形发生后裂纹尖端的弹塑性应力场,而裂纹尖端的弹塑性应力场,是否可以用不考虑塑性变形而得到的应力强度因子来表示也是一个需要考虑的问题。

问题(1),因为与切口问题也有关联,我们将在 1.3.3 节中说明。在这里首先考虑问题(2)。

为了回答问题(2),必须说明,对于试件和实物在小规模屈服条件下只要应力强度因子一样,裂纹尖端附近的弹塑性应力分布也是一样。对此,通常是这样说明的,即,由于是小规模屈服,所以塑性区域非常小,对弹性区域的应力分布几乎不带来影响。也就是说,裂纹尖端附近的弹塑性应力场是以周围的弹性应力场作为边界条件的。所以,当应力强度因子一样时,周围的弹性奇异应力场也一样,而在一样的边界条件下的塑性区域内的弹塑性变形也大体上一样,即实现同样的弹塑性状态。

可是,这个塑性区域充分地小,对弹性区域的应力分布几乎不带来影响的条件,是过于苛刻且相当大地限制了应力强度因子的实际应用范围。对于应力强度因子的有效性,这不是必要条件。应力强度因子的有效性在于,试件和实物的应力强度因子一样时,就能保证两者的弹塑性应力场也一样(即使弹性区域的应力分布由于塑性屈服发生了变化)。为了理解这个问题,我们应该从裂纹对裂纹尖端附近塑性变形的响应的等价性来讨论应力强度因子的有效性^[2]。

弹塑性应力场可视为,由弹性应力场(由弹性解析求得的不考虑塑性变形的应力场)和由于塑性变形而附加的应力场的和,即

弹塑性应力场 = 弹性应力场 + 由于塑性变形而附加的应力场

因此,应力强度因子一样时,在裂纹尖端的弹塑性应力场是不是一样,只要看由于塑性变形而附加的应力场是不是一样便可。在这里,我们把由于裂纹尖端附近的塑性变形而附加的应力场,称为裂纹对塑性变形的响应^[3]。由塑性应变而附加的应力场,可以通过恰当的分布在理想弹性体中的力偶来表现^[3]。所以裂纹对塑性变形的响应,可以通过作用在裂纹尖端附近的力偶引起的应力场来评价。比如,无穷大板中有 1 个长度 $2a$ 的裂

纹,考虑作用在与裂纹尖端距离 ξ 处的单位集中力偶所引起裂纹尖端附近的应力 $\sigma_y^{\text{crack}}(x)$ 。这里为了仅考虑裂纹的影响,作为裂纹响应的比较,在应力 $\sigma_y^{\text{crack}}(x)$ 中减去同样的集中力偶在半无限大板中产生的应力 $\sigma_y^\infty(x)$,并定义 $\sigma_y^*(x)$ 为 $\sigma_y^*(x) = \sigma_y^{\text{crack}}(x) - \sigma_y^\infty(x)$ 。图 1.2 表示作用在裂纹前方的单位集中力偶引起的应力 $\sigma_y^*(x)$ 的分布。从图中可以看到,当力偶作用在裂纹尖端附近时(比如, $\xi < 0.1a$),则对于不同的裂纹长度 a ,单位集中力偶引起的应力分布大体上相同。也就是说,裂纹对发生在裂纹尖端附近的塑性变形的响应,与裂纹的长度无关,总是大体上相互一样。

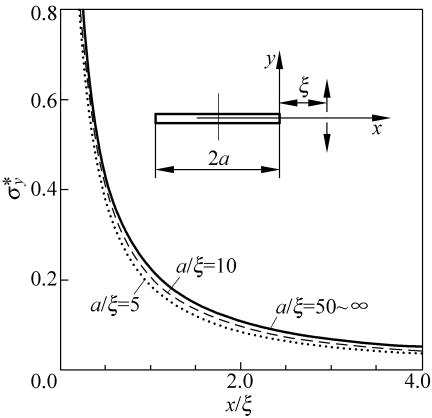


图 1.2 力偶引起裂纹前方的 $\sigma_y^*(x) = \sigma_y^{\text{crack}}(x) - \sigma_y^\infty(x)$ 分布

裂纹尖端附近的弹塑性应力分布,是由不考虑塑性变形的弹性应力分布和裂纹对尖端附近塑性变形的响应来决定的。对于前者,如果应力强度因子一样,那么裂纹尖端附近的弹性应力分布与裂纹的大小和构件的几何尺寸等条件无关,都大体上相同。而对于后者,如果塑性变形局限于裂纹尖端邻近($\xi < 0.1a$),那么裂纹对塑性变形的响应与裂纹的大小和其他的几何条件等几乎无关,大体上也相同。根据这两个事实我们可以理解,有裂纹的两个构件的应力强度因子的值相等时,在小规模屈服的条件下即使裂纹尖端附近产生了塑性变形,两者的弹塑性应力分布也应该大体上相等。以上所述很清楚,这里所说的小规模屈服的条件,不是塑性区域小到对弹性区域的应力分布几乎不带来影响的限制条件,而是裂纹对塑性变形的响应的等价性成立的限制条件。也就是说,为使裂纹的响应大体上一样,塑性变形应局限在裂纹尖端附近的限制条件。

应力强度因子可以合理地应用于裂纹构件的各种破坏问题的有效性,

现在已经是一个没有什么怀疑的事实。可是在 20 世纪 60 年代,应力强度因子 K 是否可以有效地应用于疲劳裂纹扩展问题,当时是有争论的。比如,Paris 等的论文,由于使用 K 作为控制疲劳裂纹扩展速度的参量,曾被拒绝刊载。关于这件事,Paris 是这样叙述的^[4]:

“Ironically, the paper was promptly rejected by three leading journals, whose reviewers uniformly felt that ‘it is not possible that an elastic parameter such as K can account for the self-evident plasticity effects in correlating fatigue crack growth rates’.”

Paris 和审稿人员看法上的差别在于,应力强度因子 K 能否作为比较试件和实物控制裂纹扩展的应力分布的强度场指标。应力强度因子 K ,作为表征与 $1/\sqrt{r}$ 成比例的奇异性应力场强度的参量,的确如审稿员所指出的,其有效性仅限于弹性问题。可是,像 Paris 那样能否用 K 推导出疲劳裂纹的扩展速度,那问题就仅取决于有裂纹的两个构件,当 K 一样时,裂纹的扩展速度是否也一样。也就是说,应力强度因子 K 作为比较有裂纹的两个构件的应力场的强度指标使用时,其有效性与被比较的应力场是不是纯弹性应力场无关,而取决于有裂纹的两个构件当 K 值相同时,在裂纹尖端附近产生小规模塑性变形之后的弹塑性应力分布是否也相同。

1.3.2 切口问题

切口件的疲劳破坏不仅仅取决于切口底部的最大应力。这现象早在 1939 年就由日本九州大学工学部材料强弱学教室的第一代教授小野鉴正指出。小野用有回转双曲面深切口的试件作试验证明了,决定切口件的疲劳极限的不仅仅是弹性计算所求的最大应力 $\sigma_{\max}$ ^[5]。小野的试验显示,尽管有的试件其应力集中系数大约为 5,但其疲劳极限也仅是光滑件的大约 1/2。九州大学材料强弱学教室的第二代教授石桥正继承了小野的研究,就切口的强度问题,提出了 2nd point theory 的学说^[6]。他把离切口底部一定距离 ϵ_0 的点的应力作为评价强度时的应力。这与把距离 $2\epsilon_0$ 范围内应力平均值作为比较对象,本质上是一样的。

继承小野和石桥的研究结果,九州大学材料强弱学教室的第三代教授西谷认为,切口底部发生的破坏现象主要是由切口底部附近的弹塑性应力场控制,并根据这一观点对切口力学强度的指标评价进行了一系列的研究。作为切口问题的力学强度指标,它应符合以下两个条件:

(1) 对于切口试件和切口实物, 当该指标相同时, 两者的弹塑性应力场应大体上也相同。

(2) 该指标可用简单的方法求得。

研究结果表明, 弹性解析求得的切口底部的最大弹性应力 $\sigma_{\max}$ 和切口底部的曲率半径 ρ 这两个参量, 可以作为切口底部附近产生的弹塑性应力场强度的指标。因为只要 $\sigma_{\max}$ 和 ρ 相同, 切口底部附近的弹塑性应力分布也大体上相同, 而与切口深度以及其他的尺寸无关^[7,8]。

切口底部附近的弹塑性应力分布可视为: 由理想弹性体的假定而求得的弹性应力分布和塑性变形所引起的切口底部附近的应力再分布的和。而塑性变形所引起的切口底部附近的应力再分布, 可由切口对塑性变形的响应来评价^[3]。因此, 为了讨论切口底部附近的弹塑性应力分布的影响因数, 就应该讨论切口底部附近的弹性应力分布的影响因数和切口对塑性变形的响应的影响因数。

就切口底部邻近处而言, 关于弹性应力分布和切口对塑性变形的响应有以下 2 个事实:

(1) 只要切口底部的最大弹性应力 $\sigma_{\max}$ 与切口底部曲率半径 ρ 相同, 切口底部附近的弹性应力分布也都相同, 而与切口深度以及其他的尺寸无关。

作为切口的例子, 考虑有 1 个椭圆孔的无穷大板承受均匀拉伸应力时的切口底部附近的应力分布^[7]。如图 1.3(a) 所示, 切口底部附近 (x/ρ 小) 的应力分布主要取决于切口底部的弹性最大应力 $\sigma_{\max}$ 和曲率半径 ρ , 而与切

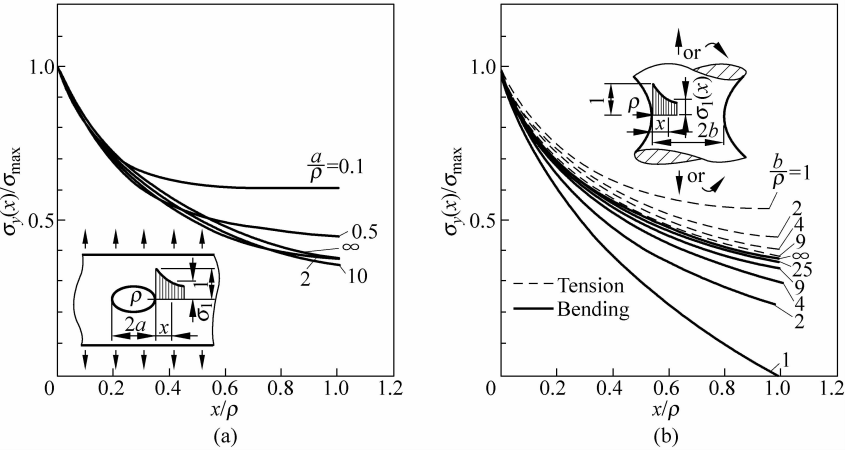


图 1.3 切口底部附近的应力分布^[7]

(a) 有 1 个椭圆孔的无穷大板承受均匀拉伸应力; (b) 有双曲线深切口的圆棒受拉或弯曲

口深度 a 几乎无关。另外,图 1.3(b)所示为有双曲线深切口的圆棒受拉或弯曲的例子。切口底部附近的应力分布,同样也是仅取决于 $\sigma_{\max}$ 和 ρ 的。

(2) 切口对于切口底部附近塑性变形的响应,基本上仅取决于切口半径 $\rho^{[3]}$ 。

为了调查切口对塑性变形的响应,考虑作用在与切口底部一定距离 ξ 处的单位集中力偶所引起的切口底部附近的应力分布 $\sigma_y^{\text{notch}}(x)$ 。这里为了仅考虑切口的影响,作为切口响应的比较,在应力 $\sigma_y^{\text{notch}}(x)$ 中减去同样的集中力偶在半无限大板中产生的应力 $\sigma_y^\infty(x)$,并定义 $\sigma_y^*(x)$ 为 $\sigma_y^*(x) = \sigma_y^{\text{notch}}(x) - \sigma_y^\infty(x)$ 。

图 1.4 表示作用在椭圆孔底部前方 $\xi/\rho=0.2$ 和 $\xi/\rho=0.5$ 处的力偶引起的切口前方的应力 $\sigma_y^*(x)$ 。图中的各个椭圆孔的半轴长 a 不相同,但椭圆孔底部半径 ρ 是相同的。这个图很清楚地表明,尽管 a 各不相同,但只要 ρ 一样,切口底部附近的响应都大体一样。这是因为,只要 ρ 相同,当 $\xi/\rho < 0.5$ 时,那么与集中力偶作用点的距离相对应的一定范围内的切口形状大体相同。

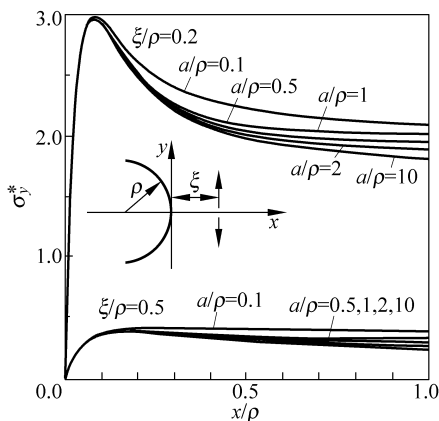


图 1.4 力偶引起切口前方 $\sigma_y^*(x) = \sigma_y^{\text{notch}}(x) - \sigma_y^\infty(x)$ 的分布

从上面(1)和(2)所述的事实可知,对于切口半径 ρ 相同的几个切口件,如果调整载荷大小使切口底部的弹性最大应力相同,那么切口底部附近发生小规模塑性屈服后所产生的弹塑性应力、变形也大体上相同。

比如,图 1.5(a)所示的是,对几个切口深度 a 不同的半椭圆形切口,改变其切口半径 ρ 时,在切口前方产生同样尺寸的塑性区域(图中作为例子考虑 $l=0.2\text{mm}$ 的塑性区域)所需的载荷 σ_∞ 与切口应力集中系数 K_t 的关系^[9]。由图可知,产生同一尺寸的塑性区域所需的载荷 σ_∞ 随着切口深度 a

的改变变化很大。可是如图 1.5 (b)所示,切口底部的最大弹性应力 $K_t\sigma_\infty$ 和切口半径 ρ 的关系与切口深度大体上无关,可由一条曲线表示。也就是说,产生同一现象(同样尺寸的塑性区域)的最大弹性应力 $K_t\sigma_\infty$ 和 ρ 的关系是几乎不依赖于切口深度。

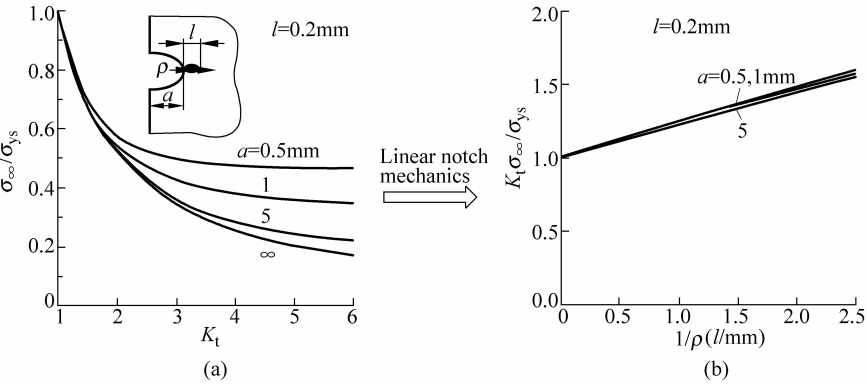


图 1.5 在不同切口前方产生同样尺寸的塑性区域所需的载荷^[9]

(a) 载荷 σ_∞ 与切口应力集中系数 K_t 的关系;

(b) 切口底部的最大弹性应力 $K_t\sigma_\infty$ 和切口半径 ρ 的关系

综上所述,为了比较试件和实物的切口底部的弹塑性应力场,我们只要比较由弹性解析求得的切口底部的弹性最大应力 $\sigma_{\max}$ 与切口半径 ρ 就可以。这就是“线性切口力学”的基本概念^[8]。(1),(2)所述的事实保证了,只要 $\sigma_{\max}$ 与 ρ 相同,其力学行为也相同。这样,在讨论各种切口材料的弹塑性行为时,我们可以用由弹性解析求得的弹性最大应力 $\sigma_{\max}$ 和切口半径 ρ 来代替由弹塑性解析求得的应力分布。这和在裂纹问题中使用应力强度因子一样,是一个实用上方便而且有效的方法。这样的概念,对有切口部件在各种条件下的破坏问题也是有效的。

线性切口力学的概念在日本机械学会比较容易地被大家接受。不过西谷的用线性切口力学讨论聚碳酸酯的切口材料的脆性断裂的论文,也受到与 Paris 论文同样的待遇,被 J. of Materials Science 拒绝刊载。其拒绝的理由如下,与 Paris 的情况颇为相似:

“The authors use the purely elastic stress concentration. This is totally irrelevant considering the many photographs they present of yielding. Consequently the calculations presented in this paper are meaningless.”

1.3.3 线性断裂力学和线性切口力学的比较

通过 1.1 节的讨论可以明白,作为材料强度的工程问题,从试件的强度预测实物的强度是其基本任务。为此,必须比较试件和实物的各自的弹塑性应力场。不过对于只产生小规模塑性屈服的问题,不直接知道弹塑性应力分布本身,通过某些指标也可以比较两者的弹塑性应力场。从 1.3.1 节和 1.3.2 节的讨论可以明白,在小规模屈服状态下作为衡量弹塑性应力场的强度指标,在研究裂纹问题的线性裂纹力学时我们采用应力强度因子,而在研究切口问题的线性切口力学时我们使用弹性最大应力 $\sigma_{\max}$ 和切口半径 ρ 。即线性裂纹力学和线性切口力学,都是以弹性计算求得的参量作为衡量伴随有塑性变形的破坏现象的强度指标来使用。其理由总结在图 1.5~图 1.7 中。图中后缀的小字 1,2 各自表示试件和实物。

如图 1.6 所示,为产生大体上相同的弹性应力场,裂纹材需要 $K_1=K_2$,而切口材需要 $\sigma_{\max 1}=\sigma_{\max 2}$ 和 $\rho_1=\rho_2$ 。因为裂纹尖端的曲率半径 ρ 是零($\rho_1=\rho_2=0$),所以为了使弹性应力场相等,一个条件 $K_1=K_2$ 便可。而对于切口材,为了产生相同的弹性应力场,同时需要两个条件: $\sigma_{\max 1}=\sigma_{\max 2}$ 和 $\rho_1=\rho_2$ 。

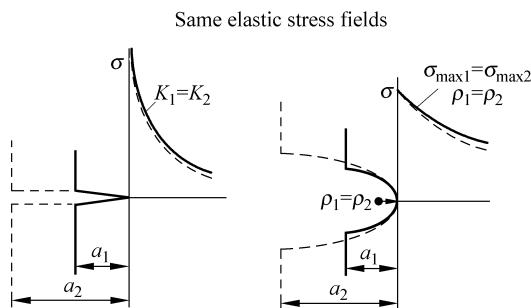


图 1.6 产生相同的弹性应力场所需要的条件

图 1.7 所示为裂纹材或切口材的响应等价性成立的条件。对于两个裂纹材,如在裂纹尖端附近同样的位置发生同样的塑性变形,那么由此引起的再分布的应力场也大体上互相相同。而对于 $\rho_1=\rho_2$ 的两个切口材,如果在切口底部附近同样的位置发生同样的塑性变形,那么由此引起的再分布的应力场也大体上互相相同。

对于裂纹,响应的等价性总是成立(因为 $\rho_1=\rho_2=0$)。而对于切口,如

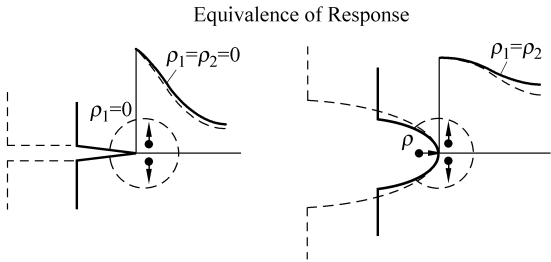


图 1.7 塑性变形的响应等价性成立的条件

果 $\rho_1 = \rho_2$ ，那么响应的等价性也成立。因此，如图 1.8 所示，如果产生的弹性应力场是相同的，同时响应的等价性也成立的话，那么在两个裂纹材或两个切口材中产生的弹塑性应力场也应是相同的。相同的弹塑性应力场将产生相同的力学行为。当然，如果塑性变形从裂纹尖端或从切口底部扩展到远处，那么响应的等价性不成立，其弹塑性应力场也不相同。

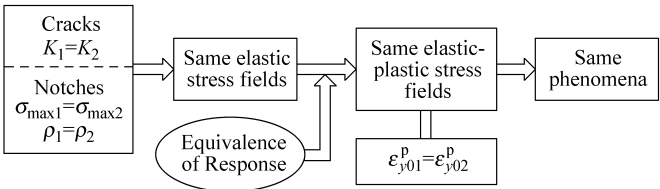


图 1.8 产生相同的弹塑性应力场所需要的条件

因此，作为衡量力学环境的强度指标，线性裂纹力学使用应力强度因子，和线性切口力学使用弹性最大应力 $\sigma_{\max}$ 与切口半径 ρ ，是建立在相同的物理根据之上。线性裂纹力学和线性切口力学的根本区别在于，后者的 ρ 可取各种不同的数值， ρ 不同，就有可能发生不同的力学行为。这意味着，对于切口材的破坏问题，由于存在着因 ρ 的改变而引起的不同破坏现象转变的可能性。比如，疲劳裂纹的停留问题以及静载破坏的延性-脆性破坏转变的问题等都是取决于 ρ 的大小^[10]。

对于有裂纹的两个构件，因为都是 $\rho=0$ ，所以通过调整一边的载荷总能使两者的裂纹尖端附近的应力分布相同。这就意味着，只要满足小规模屈服的条件，两者发生的力学行为总是相同的（但对于板的问题，如果板的厚度不一样，情况有可能不一样）。而对于切口件，因为 ρ 可取各种数值，就有可能发生不同的力学行为。比如考虑有切口的两个部件，由于 ρ 不同，在一个切口件可能存在停留裂纹，而在另一个切口件却不可能产生停留裂纹。

反过来,若切口件的 ρ 要是一样,那么力学行为总是有可能相同(如果板材厚度一样)。

裂纹和切口的区别在于其尖端曲率半径不同。通常,裂纹是被视为切口半径 ρ 为零的切口,不过实际上它不可能严格为零。因此,有必要讨论 1.3.1 节中所提到的问题(1),即裂纹的尖端曲率半径 ρ 大小的问题。对这个问题,我们根据线性裂纹力学和线性切口力学的观点进行讨论。

线性裂纹力学和线性切口力学各自适用于裂纹和切口的问题,所以,尖端曲率半径不严格为零时是否可视为裂纹,就在于其破坏问题的处理是否可以使用线性裂纹力学。这里,用图 1.9 具体地说明这个观点。为了简单起见,图 1.9 仅考虑弹性应力分布,对产生小规模塑性屈服后的弹塑性应力分布,其论述同样完全成立。

考虑有椭圆孔(椭圆孔的两半轴比是 $b/a=0.1$,曲率半径是 $\rho=0.01a$)的无穷大板在远处受单轴拉伸负荷 $\sigma_y^\infty=\sigma$,并计算在椭圆孔前方 x 轴上的应力 σ_y 的分布。图 1.9 是把这个应力分布和圆孔的情况(图(a))、裂纹的情况(图(b)),以及没有孔的情况(图(c))时的应力分布进行比较。在图 1.9(a)中,圆孔的半径是 $\rho=0.01a$,与椭圆孔尖端的曲率半径相同,这时为使圆孔底部的最大应力与椭圆孔底部的最大应力相同,其远处载荷为 $\sigma_y^\infty=7\sigma$ 。在图 1.9(b)中,裂纹长度与椭圆孔的长轴相同是 $2a$,而远处的载荷也相同,是 $\sigma_y^\infty=\sigma$,而在图 1.9(c)中,则是与均匀的应力场 $\sigma_y=\sigma$ 比较。

由图 1.9 可知, $b/a=0.1$ 的椭圆孔的应力分布,可分为如下特征各不相同的三个领域:

(1) $0 < x < \rho/2$ 的范围内的切口底部邻近处(图 1.9(a))

由图 1.9(a)可知,这个范围的应力分布,与其他的有着相同的最大应力 $\sigma_{\max}$ 及切口底部曲率半径 ρ 的切口应力分布大体相同(如图中半径 $\rho=0.01a$ 的圆孔)。这就是说,这个范围的应力分布,主要是取决于最大应力 $\sigma_{\max}$ 和切口底部的半径 ρ 。因此,如果破坏现象的 process zone 主要是在这个范围内,那么对这个破坏问题应该使用线性切口力学,即应作为切口的问题来办理。

(2) $\rho < x < a/10$ 的范围(图 1.9(b))

从图 1.9(b)可知,这个范围内的应力分布与长度 $2a$ 的裂纹的应力分布大体上相同,可以用应力强度因子 K_I 所定义的裂纹尖端的奇异性应力场 $\sigma_y=K_I/\sqrt{2\pi x}$ 来大体上描述。因此,如果破坏现象的 process zone 比长度 a 的区域小,不过比起半径 ρ 又大得很多的话(为此需要条件 $\rho \ll a$),那么考虑

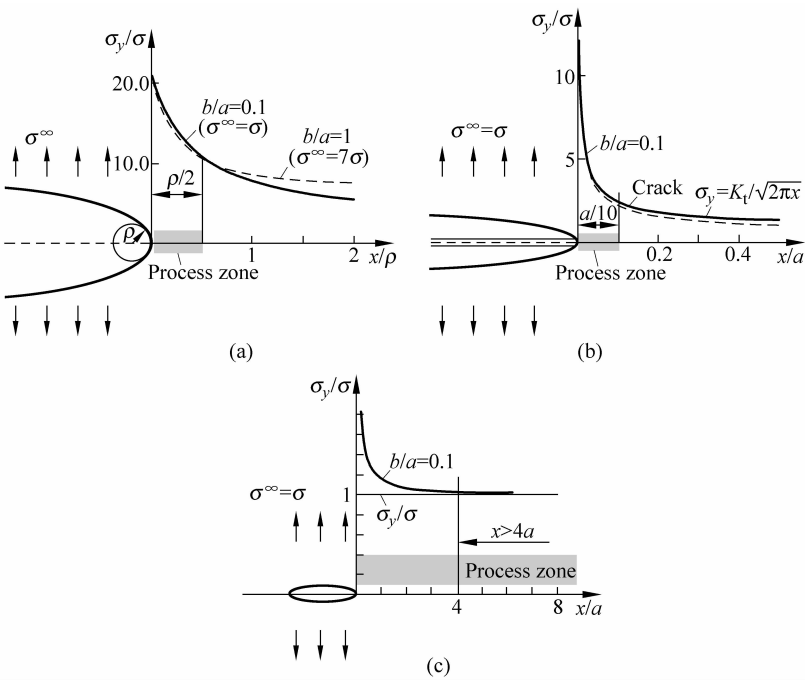


图 1.9 椭圆孔的应力分布

(a) 可作为切口问题的区域；(b) 可作为裂纹问题的区域；(c) 可不考虑切口应力集中的区域

到椭圆孔前方的 $\rho < x < a/10$ 范围内的应力分布与长度 $2a$ 的裂纹的应力场大体上相同,又同时考虑到 $x < \rho$ 的范围在 process zone 中所占的比率非常小,可以认为破坏现象的 process zone 的应力分布与 $\rho = 0$ 的裂纹的应力分布几乎相同。因此,这时,即使 ρ 不为零,其破坏问题也应该使用线性裂纹力学,即应作为裂纹的问题处理。

(3) $a \ll x$ 的范围(图 1.9(c))

从图 1.9(c)可知, $x > 4a$ 的范围的应力分布几乎不受切口的影响,与切口不存在的情况的应力分布大体上一样。因此,如果破坏现象的 process zone 比长度 a 的区域大很多(比如,比起 process zone 缺陷非常小时),那么考虑到 process zone 几乎是在这个应力不受切口影响的范围,可以认为,这个切口的应力集中对破坏强度几乎不带来影响,应作光滑件来处理。

因此,根据破坏现象的 process zone 和切口半径 ρ 的相对大小,对于破坏现象的 process zone 内的应力场强度的指标也不一样。正如图 1.9 所示,对于有同样形状的椭圆孔(比如 b/a 相同皆为 $b/a = 0.1$)是采用线性裂

纹力学还是线性切口力学,应该根据破坏现象的 process zone 的大小 (process zone 的大小随材料而不同)来决定。由此,所谓的裂纹,应该理解为半径 ρ 比起破坏现象的 process zone 充分小,因此可以应用线性裂纹力学处理其破坏问题的切口。

1.4 大规模屈服状态下的应力场的评价

线性裂纹力学及线性切口力学,对于伴随有塑性变形的破坏现象都是使用弹性计数求得的参量作为强度评价的指标。这种做法的物理依据是,由弹性计算求得的试件和实物的弹性应力场如果相同,那么即使产生塑性屈服,只要塑性变形区域是在响应(对于塑性变形的裂纹或切口的响应)的等价性成立的范围之内,试件和实物的各自的弹塑性应力场也还是大体上相同。响应的等价性,仅当塑性变形是局限于裂纹的尖端或切口底部的邻近处时才成立。为此,线性裂纹力学和线性切口力学仅适用于符合小规模屈服条件的问题。如果产生大规模的塑性变形,弹塑性应力场就不能简单地由弹性应力场来评估。因此,产生大规模塑性变形之后,为比较试件和实物的弹塑性应力场,就有必要进行弹塑性应力解析。但问题是,为了从试件的强度预测实物的强度,对于试件和实物的各自的弹塑性应力分布应该如何比较才比较合理而且有效。作为强度问题的工程方法,应该用尽可能少的指标来表征弹塑性应力分布的特征。对此,目前可以应用的理论主要有 J 积分和非线性裂纹力学或非线性切口力学。

1.4.1 J 积分

在破坏现象的 process zone 内发生的微观过程极为复杂。可是,不管多么复杂,破坏过程中的能量平衡条件必须满足。裂纹扩展的能量平衡条件是,通过裂纹的扩展所释放的能量应和为形成新的断裂面所耗散的能量相平衡。试件和实物,它们的材料相同时,形成单位面积的新生面所需要的能量也相同。因此,裂纹单位面积扩展时所释放的能量,即能量释放率

$$G = - \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \Pi}{\Delta A} \quad (1.2)$$

可以作为测定裂纹扩展强度的指标。式(1.2)中的 Π 是系统整体的位能。如果试件和实物各自的能量释放率 G_1 和 G_2 相同,即

$$G_1 = G_2$$

那么两者的裂纹扩展现象也相同。

对于线性弹性体,公式

$$G = \frac{\kappa + 1}{4E/(1+\nu)}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{E/(1+\nu)}K_{III}^2, \\ \kappa = \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu) & (\text{平面应力}) \\ 3-4\nu & (\text{平面应变}) \end{cases} \quad (1.3)$$

成立,也就是说,对于同一种变形模式,能量释放率 G 和应力强度因子是一一对应的。因此,线性断裂力学作为裂纹强度评价的准则,是采用 K 的临界值 K_{IC} 还是采用 G 的临界值 G_C ,本质上是一样的。

但是,发生大规模塑性屈服时,由于裂纹尖端的钝化,裂纹尖端邻近的应力场的理论解析本身变得很困难。因此,基于能量释放率的破坏准则,对于裂纹强度的评价就很有用。为了区别线性弹性体的能量释放率 G ,对于弹塑性体,式(1.2)定义的伴随裂纹扩展的能量释放率用记号 J 表示,称为 J 积分。

当采用塑性形变理论时, J 积分具有以下两个特征。

(1) 对于平面问题,如下面公式所示, J 积分可由包围裂纹尖端的任意的路径 Γ 的线积分(公式中的 W 是应变能密度)求得,其值与所取的积分路径无关:

$$J = \int W dy - \left(\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} \right) dy + \left(\tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma_x \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx \quad (1.4)$$

因为 J 积分不依赖于积分路径,所以 J 积分的值可由远离裂纹尖端处的应力、位移来求得,这样比较容易求得精度高的解。这在实际计算中很有用。也正因为这样,对各种简单的负载条件或者标准型的试件,文献上介绍了大量简便计算 J 积分的公式。详细可参考文献[11]。

(2) 当材料是幂硬化非线性弹性材料时, J 积分与裂纹尖端产生的奇异性应力场的强度因子有着一一对应关系。比如,应力与应变的关系是

$$\sigma = \sigma_0 \epsilon^n \quad (1.5)$$

时,由 HRR 奇异解^[12,13]所得到的裂纹尖端邻近的奇异性应力 σ_{ij} 如下面公式

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sigma_0 K_\sigma \tilde{\sigma}_{ij}(\theta) r^{-n/(1+n)} \quad (1.6)$$

所示,应力场的强度由 1 个参量 K_σ 来定义,而这个应力场的强度因子 K_σ 和 J 积分之间存在着下面的关系式^[12]:

$$K_{\sigma} = \left(\frac{J}{\sigma_0 I_n} \right)^{n/(1+n)} \quad (1.7)$$

在这里, I_n 是硬化指数 n 的已知函数。

J 积分把裂纹扩展单位面积时所释放的能量,即能量释放率作为衡量裂纹扩展强度的指标,可由包围裂纹尖端的任意路径 Γ 的曲线积分求得,而且其值与路径 Γ 无关。可是,当采用塑性流动理论时, J 积分与积分路径的无关性已不能得到保证(参考图 1.14)。特别是在裂纹尖端附近由于不满足比例加载条件, J 积分与积分路径的无关性在裂纹尖端的邻近处不成立。这就意味着, J 积分本来是作为衡量裂纹尖端邻近处的应力场的强度的指标来使用的,可它偏偏有可能在裂纹尖端邻近处失去其有效性。与此相比,非线性裂纹力学和非线性切口力学,如下节所述,可适用于产生大规模塑性屈服的裂纹和切口的破坏问题。

1.4.2 非线性裂纹力学和非线性切口力学

非线性裂纹力学和非线性切口力学是线性裂纹力学和线性切口力学对大规模塑性屈服问题的扩展。非线性裂纹力学和非线性切口力学不使用 J 积分,而直接使用塑性应变的最大值作为衡量裂纹尖端及切口底部的弹塑性应力场强度的指标。提出这种想法的背景主要有以下 2 点。

(1) 在产生大规模的塑性变形时, J 积分与积分路径的无关性不成立。这样就只好直接使用裂纹尖端邻近处的力学参量,比如直接使用裂纹尖端的最大塑性应变来评价裂纹尖端邻近处的力学状态^[14]。

(2) J 积分是基于对裂纹的虚拟的扩展,即裂纹长度的虚拟增加的解析,很难适用于切口问题。为此,西谷建议,与裂纹的问题一样,直接用切口底部的最大塑性应变作为衡量切口处力学强度的指标^[14]。

图 1.10 所示为由大变形有限元计算所求得的、拥有长度不同的裂纹材(裂纹的长度各自为 $a=2\text{mm}$ 和 $a=6\text{mm}$)受 y 方向均匀拉伸时,在裂纹尖端附近的塑性应变分布 $\epsilon_y^p(x)$ 和裂纹开口形状 $\delta(x)$ ^[15]。图中的 ϵ_{y0}^p 是裂纹尖端 y 方向最大塑性应变值。由图可知,对于长度不同的这两个裂纹,当它们的 ϵ_{y0}^p 值相等时,它们各自的 $\epsilon_y^p(x)$ 以及 $\delta(x)$ 的分布也相互间极其相似。尤其是,这两个裂纹材的 δ_1 (在裂纹尖端邻近点的开口量)与 ϵ_{y0}^p 的关系,如图 1.11 所示,在 ϵ_{y0}^p 变化的全范围($\approx 15\%$)内相互间几乎完全一致。

这就意味着,裂纹尖端的最大塑性应变值 ϵ_{y0}^p ,可有效地作为衡量在大

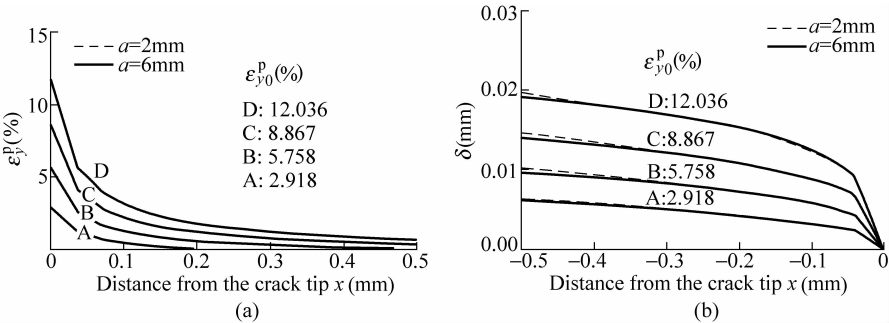


图 1.10 对于长度不同的两个裂纹,当裂纹尖端最大塑性应变值 ϵ_{y0}^p 相等时的塑性应变分布 $\epsilon_y^p(x)$ 及裂纹开口形状 $\delta(x)$ [15]

(a) 塑性应变 $\epsilon_y^p(x)$; (b) 裂纹开口形状 $\delta(x)$

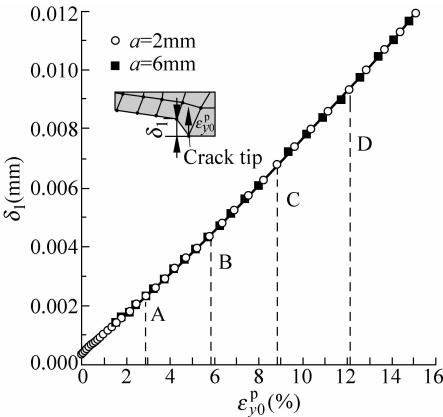


图 1.11 裂纹尖端邻近点的开口量 δ_1 与裂纹尖端最大塑性应变值 ϵ_{y0}^p 的关系 [15]

规模塑性屈服后的裂纹尖端力学环境强度的指标。也就是说,如果试件(1)和实物(2)的裂纹尖端的最大塑性应变值相等(即 $\epsilon_{y0}^p|_1 = \epsilon_{y0}^p|_2$),那么两者的弹塑性应力场也相同,(1)和(2)将产生同样的破坏现象,如图 1.12 所示。图 1.12 所示为非线性裂纹力学的原理,并与线性裂纹力学的相比较。

图 1.13 是通过具体的计算来验证 J 积分究竟是否与积分路径无关 [15]。所用的积分路径如图(b)所示,都是以裂纹尖端为中心的正方形,共有 25 种积分路径。(与第 n 个路径对应的 J 积分用 J_n 表示。)从图 1.13 可知,塑性屈服产生后, J_n 的值发生改变, n 越大 J_n 也越大。但是,对于路径只通过弹性区域的 J_n ,它们的值大体上都相同,与积分路径无关。图 1.14 表示 J 积分值(J_1, J_6 以及 J_{24})与裂纹尖端的开口位移量 δ_1 的关系 [15]。从