

绪 论

1.1 流体力学及其任务

1.1.1 流体力学研究对象

流体力学是力学的一个分支,主要是研究流体静止和运动状态下的力学规律及其在工程实际中应用的一门学科。

在常温常压下,依据理论力学的划分方法,自然界中的物质可分为三种状态——固态、液态和气态;而依热力学方法,可把物质划分为流体和固体(非流体)两大类,即液体和气体统称为流体,具有代表性的液体是水,具有代表性的气体是空气(大气)。

1. 固体、液体、气体力学特性的不同

1) 固体

由于固体分子间的距离很小,内聚力很大,所以固体能够保持一定的体积和形状。固体按受力和变形关系分为塑性体和弹性体。物体在一个给定的力作用下产生一定的变形,力撤除以后,产生永久变形的固体为塑性体;力撤除以后,变形立即消失的固体为弹性体。固体能够承受一定大小的拉力、压力和剪切力。

2) 液体

与固体相比,液体分子间的距离较大,内聚力较小,它只能保持一定的体积,却没有固定的形状。液体不易被压缩,有自由表面,具有界面现象——表面张力特性。液体几乎不能承受拉力,在静止状态下也不能承受剪切力,极易发生剪切变形或流动,但液体与固体一样能够承受压力。

3) 气体

与固体和液体相比,气体分子间的距离很大,几乎不存在内聚力,分子可以自由运动,因此气体既无一定体积又无一定的形状。它能够扩散充满其所占据的有限空间,因而气体极易膨胀和压缩,没有自由表面,无界面现象——无表面张力特性。

2. 流体的基本特征

流体的基本特性是具有易流动性。所谓易流动性就是指,流体在静止时不能承受任何小的剪切力的性质。如果流体承受了剪切力,不管力多小,其静止状态都会被破坏。现实生

活中,比如微风吹过平静的湖水,水面受到沿着水面作用的剪切力(气流的摩擦力)作用而发生流动;斜坡上流动的水,因为受到重力在坡面方向的切向分力而往低处流淌。这些流动现象都充分体现了流体的易流动性。另外,无论流体处于静止还是运动状态,都几乎不能承受拉力。

固体在剪切力的作用下是可以维持平衡的,所以固体没有流动性。易流动性是流体区别于固体的最显著力学特征。

1.1.2 流体力学的发展

流体力学是一门古老的学科,至今已发展了 2000 多年。同时,流体力学与许多学科是相互渗透、相得益彰的,这使得这门古老的学科不断地获得新鲜血液,从而更富有青春和活力。

流体力学的发展演变大体上分为以下四个阶段。

1. 第一阶段(16 世纪以前)——萌芽形成阶段

人类对流体力学的认识是从治水、灌溉和航行等方面开始的。公元前 2286—公元前 2278 年,大禹采用疏壅导滞的方法治水,表明当时人们已经认识到治水必须“顺水之性”。

春秋、战国和秦朝时期,为了灌溉的需要,公元前 256—公元前 210 年间修建了都江堰、郑国渠和灵渠三大灌溉渠道,特别是公元前 250 年左右,四川成都开始修建的都江堰工程中设置了平水池和飞沙堰,并总结出“深淘滩,低作堰”的方法。这些反映了当时人们对明渠水流和堰流流动规律等已有了一定的认识,并居于世界领先水平。

公元前 485 年开始修建的京杭大运河,形成于隋代,发展于唐、宋,最终在元代成为沟通海河、黄河、淮河、长江、钱塘江五大水系,纵贯南北的水上交通要道,极大地改善了我国南北运输的条件。运河多处使用的船闸,充分表明了我国劳动人民在建设水利工程方面的聪明才智。

东汉初年(约公元 31 年),杜诗发明了水排,利用山溪水流带动鼓风机转动,进行鼓风炼铁,其水力装置原理即近代水轮机的先驱,其出现早于欧洲 1000 多年。

古代的计时工具——铜壶滴漏,是利用孔口出流使铜壶的水位发生变化,进而计算时间,说明当时人们对孔口出流的规律已有一定的认识。

明朝水利专家潘季驯(1521—1595)提出了“筑堤防溢流,建坝减水,以堤束水,以水攻沙”和“借清刷黄”的治黄原则。

清朝雍正年间,何梦瑶在《算迪》一书中提出流量等于过水断面面积乘以断面平均流速的计算方法。

最早从事流体力学现象系统研究,并使之成为一门学科的是古希腊哲学家和物理学家阿基米德(Archimedes,公元前 287—前 212 年),他在公元前 250 年左右写的《论浮体》一书中,首次提出了著名的浮力定律,奠定了流体静力学的基础。此后,直到文艺复兴时期(14 世纪到 16 世纪)以前,还没有形成系统的流体力学理论。15 世纪以后,在城市建设、航海和机械工业发展需求的推动下,人们对流体运动规律的认识不断深入。

2. 第二阶段(16—18 世纪中叶)——独立学科形成阶段

15 世纪末—16 世纪初,由意大利开始的文艺复兴,使流体力学长期停滞不前的局面有所改变。16 世纪初,意大利物理学家达·芬奇(Leonardo da Vinci,1452—1519)在观察和实验的基础上写了《论水的流动和水的测量》一文,探讨了孔口泄流和不可压缩流体恒定流的质量守恒连续性原理。

1650 年,法国数学家、物理学家帕斯卡(Pascal,1623—1662)通过现场测量,提出了流体静力学的基本关系式,建立了流体中压强传递的帕斯卡定律。

1686 年,牛顿(Newton,1642—1727)通过分析和实验,在《自然哲学的数学原理》一书中提出了牛顿内摩擦定律,为建立黏性流体运动方程组创造了条件。

1738 年,瑞士物理学家、数学家伯努利(Bernoulli,1700—1782)对孔口出流和变截面管流进行了细致的观测,在其名著《流体动力学》中提出了不可压缩理想流体运动的能量方程——伯努利方程。

1753 年,瑞士数学家、物理学家欧拉(Euler,1707—1783)提出了流体力学中一个根本性的假设,即把流体视为连续介质;1755 年,他又提出了流体运动的描述方法(欧拉方法)和理想流体运动方程(欧拉运动方程),最早应用微积分的数学分析方法来研究流体力学问题,为理论流体力学的发展开辟了新的途径,奠定了古典流体力学的基础。

3. 第三阶段(18 世纪中叶—19 世纪末)——理论与实验双向发展阶段

1783 年,法国数学家、天文学家拉格朗日(Lagrange,1736—1813)在总结前人工作的基础上,提出了另外一种描述流体运动的方法(拉格朗日法)。拉格朗日最先引进流函数的概念,并最先获得理想流体无旋流动所应满足的动力学条件,提出求解这类流体运动的方法,进一步完善了理想流体无旋流动的基本理论。

1823 年法国工程师纳维(Navier,1785—1836),1845 年英国数学家、物理学家斯托克斯(Stokes,1819—1903),分别用不同的假设和方法,建立了不可压缩实际流体的运动方程(纳维-斯托克斯运动方程,简称 N-S 方程),为研究实际流体运动奠定了理论基础。

1847 年,英国物理学家、生理学家亥姆霍兹(Helmholtz,1821—1894)用数学形式表达出一般的能量守恒原理;1858 年,他将流体质点的运动分解为平动、变形和旋转,提出了亥姆霍兹速度分解定律,推广了理想流体的研究范围,对工程流体力学的发展有很大影响。

与此同时,为了解决实际生产问题,实验流体力学逐步发展起来。在这方面做出代表性研究成果的学者主要有毕托(Pitot,1695—1771)、文丘里(Venturi,1746—1822)、谢才(Chezy,1718—1798)和曼宁(Manning,1816—879)等人。他们主要是从大量实验和实际观测数据中总结一些实用的经验关系式,并利用简化的基本方程进行数学分析,建立各运动要素之间的定量关系。

1883 年,英国工程师、物理学家雷诺(Reynolds,1842—1912)在圆管中进行了一系列的流体流动实验,发现流体流动的两种形态(层流和紊流)及其判别准则。1895 年,雷诺又引入紊流应力的概念,建立了不可压缩实际流体的紊流运动方程(雷诺方程),为紊流的理论研究奠定了基础。

4. 第四阶段(20 世纪初至今)——飞跃发展阶段

19 世纪末—20 世纪中叶,随着生产力和科技的迅速发展,所遇到的流体力学问题越来越复杂,已不能单靠理论或实验来解决问题,要求理论和实验相结合,这促使古典流体力学和实验流体力学相结合,形成了现代流体力学。

1904 年,德国工程师、力学家普朗特(Prandtl,1878—1953)将实验与理论流体力学很好地结合起来,创立了边界层理论。这一基本理论建立了理想流体研究和实际流体研究之间的内在联系,对流体力学的发展具有划时代的意义。

1912 年,匈牙利工程师卡门(Karman,1881—1963)发现了“卡门涡街”现象,研究了卡门涡街的稳定性。

1933 年,德国工程师尼古拉兹(Nikuradze,1894—1979)对人工粗糙管道进行了系统的测定工作,为补充边界层理论、推导紊流的半经验公式提供了可靠的依据。

1947 年,美国研制出第一台电子计算机,以计算机为工具的数值计算方法得到迅速发展。目前,流体力学从研究手段上分为理论流体力学、实验流体力学和计算流体力学。这三大分支构成了流体力学的完整体系,它们相辅相成,推动着这一学科不断向前发展。

1.1.3 流体力学的任务

流体力学从人类与自然斗争的过程中发展起来,又用以指导人类更好地改造自然,是为人类创造幸福的一门学科。流体力学研究的任务是如何把流体静止和运动的力学规律有效地应用到各个实际工程领域中,改造大自然,造福于人类。

流体力学广泛应用于航空、交通、能源、建筑、机械、化工等领域。可以说,目前已很难找到一个与流体力学完全没有联系的领域。在船舶与海洋工程领域,船舶与下水运载器的外形设计、海洋结构物的设计、海浪与海流的描述以及海洋能的开发和利用等基本问题,都向流体力学提出了广泛的研究课题;在海岸与港口航道工程中,避风港湾、护岸堤坝以及内河航道的设计等都需要流体力学知识;在土木工程领域,风对高耸建筑物的荷载作用、基坑排水和地基抗渗稳定处理等都有赖于水力的分析和计算;在公路和桥梁工程中,路基的沉陷、崩塌、滑坡、排水,桥梁、涵洞等的修建都与流体力学密切相关;在给排水工程中,给排水系统的设计、运行和控制有赖于流体力学;在建筑环境与设备工程中,供热、通风、空调设计和设备选用也有赖于流体力学。综上所述,流体力学这一学科在人们的生产和生活中发挥着至关重要的作用。

可以说,流体力学是流体工程、流体机械、热能、建筑、环保、航海、宇航、兵器、化工、冶金、水利、发电、石油、采矿、农林、轻工、气象、纺织、生物工程等专业重要的专业基础理论课,更是市政工程、环境工程、土木工程、道路和桥梁工程等专业的基础。

1.2 常用的流体力学模型

流体力学模型是对所研究实际流体的物理结构和物理性质进行科学的结合和实际的简化,以便推导出代表流体运动规律的数学表达式。最基本的流体力学模型是连续介质力学

模型,常用的还有不可压缩流体力学模型和理想流体力学模型。

1.2.1 流体的连续介质力学模型

从微观角度看,流体是由大量的分子构成的,分子都在做无规则的热运动,分子间是离散的,存在空隙,流体的物理量(如密度、压强和速度等)在空间的分布是不连续的。又由于分子运动具有随机性,在空间任一点,流体的物理量随时间的变化也是不连续的。因此,以分子作为流动的基本单元来研究流体的运动是非常困难的。

现代物理学的研究表明:在标准状态下, 1cm^3 水中大约有 3.3×10^{22} 个水分子,相邻分子间的距离约为 $3 \times 10^{-8}\text{cm}$; 1cm^3 气体大约有 2.7×10^{19} 个分子,相邻分子间的距离约为 $3.2 \times 10^{-7}\text{cm}$ 。可见,流体分子间的距离非常微小,很小的体积中包含有大量的分子。

在一般工程中,所研究流体的空间比分子尺寸大得多,而且要解决的工程问题是流体大量分子运动的统计平均特性,即流体的宏观运动,而不是微观运动。

基于以上原因,流体力学中把流体看作由无数连续分布的流体质点组成的连续介质,这就是流体的连续介质模型,是1753年由瑞士物理学家欧拉首先提出的。“连续介质模型”认为,流体是充满所占据的空间且质点间不留任何间隙(没有真空的地方,也没有分子间的间隙)的连续体。连续介质模型对流体的物质结构进行了简化,是最基本的、贯穿流体力学始终的力学模型。

连续介质模型具有下列性质:

(1) 流体是连续分布的物质,它可以被无限分割为具有均匀质量的宏观微元体。这个微元体在宏观上无限小,体积 ΔV 接近于0。作为空间的一点,微观上无限大,其内部包含着大量分子(如 1cm^3 气体包含 2.69×10^{19} 个分子),满足数学统计平均量,具有宏观属性。

(2) 在不发生化学反应和离解等非平衡过程的运动流体中,微元体内状态服从热力学关系。

(3) 除了特殊面,流体的力学和热力学状态参数在时空中是连续分布的,并且通常是无限可微的。

1.2.2 不可压缩流体的力学模型

对于液体和马赫数 $Ma < 0.3$ 的低速气流,可忽略流体的压缩性和热胀性,认为其体积(或密度)是不变的,这称为不可压缩流体力学模型。

在大多数情况下(水击等问题除外),可以忽略液体压缩性的影响,认为流体密度 ρ 为常数,使问题得到简化。

1.2.3 理想流体力学模型

所谓理想流体,就是不考虑黏性作用的流体,这种模型叫做理想流体力学模型,它是对流体的物理性质进行简化。1775年欧拉在他的著作《流体运动的一般原理》中首先提出理想流体的概念,并建立了理想流体运动微方程——欧拉运动微分方程。

实际上,流体都是具有黏性的,都是黏性流体。理想流体是客观世界上并不存在的一种

流体。理想流体力学模型的意义在于以下几点:

(1) 在实际流体的黏性作用表现不出来的场合(如静止流体或匀速流动的流体中),或在黏性不起主要作用的流动问题中,可以先不计黏性的影响,把实际流体当作理想流体来处理,使问题的分析大为简化,从而有利于掌握流体流动的基本规律。如水波在河中传播时,在较长的距离上仍不消衰;大气在高空中运动时,长驱直入,常常跨越数千公里,这表明在这类流动中,黏性并不起主要作用,因此将其黏性略去,便可以简化分析,且能得到其主要的运动规律。至于黏性的影响,则可根据实验引入必要的修正系数,并对理想流体得出的流动规律加以修正。

(2) 在许多场合,计算黏性流体流动的精确解是很困难的。研究流体理论方程时,不考虑难以计算的黏性项,可使问题大大简化。即使对于黏性为主要影响因素的实际流动问题,也可先研究不计黏性影响的理想流体的流动,再引入黏性影响,研究黏性流体更为复杂的情况,这也符合认识事物时由简到繁的规律。

基于以上原因,在流体力学中,总是先研究理想流体的流动,再研究黏性流体的流动。由理想流体流动模型形成的水力学理论,在解释很多实际问题时都起到了重要的作用,但它不能解释物体在流体中运动的阻力及管道和渠道中压力等重要问题。对于这类问题,理想流体流动模型与实际流体有较大差距。

1.3 分析流体力学的理论基础

自然界中所存在的一切物质的运动,毫无例外地都遵循着质量守恒定律和能量守恒定律这两个基本定律。因此,流体运动也必然遵守这些定律。流体力学研究的是流体的宏观机械运动,所以必然遵守牛顿力学定律。故而,分析流体力学的理论基础如下:

- (1) 质量守恒定律(连续性方程);
- (2) 能量守恒定律——热力学第一定律(能量方程);
- (3) 牛顿运动第二定律(可导出动量守恒定理、动量矩守恒定理、动能定理等)。

上述定律既不以所讨论的实际流体的性质为转移,又与所考虑的具体流动过程无关,一切流体或运动形式都必须遵循。只要把上述定律应用于运动流体,并考虑到流体具有易流动性(变形)的特点,就能得到流体力学的基本规律。再附加以流动的初始条件和流动区域的边界条件,就可以确定一个特殊的流动问题。

1.4 作用在流体上的力

一切流体只有在力(外力)的作用下,才能产生一定的运动状态(包括静止在内)。外力是流体产生机械运动的外因,流体自身的特性是运动状态的内因。因此,流体在做机械运动时,流体内部各个质点之间必以一定的应力相互作用着。流体力学主要研究作用在流体上的力与其运动状态的关系。

1.4.1 力的分析方法和力的分类

作为连续介质,流体运动时各内部质点之间以一定的应力相互作用着。在研究作用在流体上的力时,通常用截面分离体法,即把所要研究的那部分流体从其他流体中分离出来。如图 1-1 所示,用假想的截面从流体中分离出要研究的分离体 V ,根据等效力效应来分析作用在流体 V 上的力。

按作用方式的不同,外界作用在流体上的力可分为两类:一类是流体分离体 V 以外的物体作用在分离体上的表面力 F_s ;另一类是某种力场作用在流体全部质点上的质量力 F_m 。

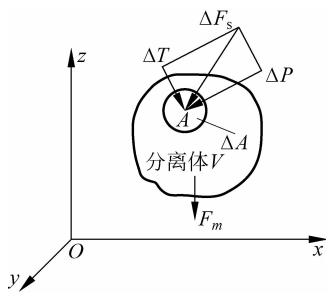


图 1-1 表面力和质量力

1.4.2 质量力

作用于所取流体体积内每一个质点上的力,其大小与流体的质量成正比,所以叫质量力。在均质流体中,质量与体积成正比,所以质量力又称为体积力。常见的质量力有重力、离心惯性力、直线运动惯性力和静电力等。这里所说的质量力,一般指保守的质量力(只与始末位置有关,而与路径无关的力)。

质量力除用总作用力表示外,也常用单位质量力表示。作用在单位质量流体上的质量力称为单位质量力(质量力强度),用 f 表示。

如图 1-1 所示,若流体为均质流体,作用在所取流体体积 V 上的质量力为 F_m 。 F_m 与该流体体积以外的流体无关,则单位质量力为

$$f = \frac{F_m}{m} = \frac{F_m}{\rho V} \quad (1-1)$$

式中, V 为流体的体积; m 为流体的质量, $m = \rho V$; F_m 为作用在流体 V 上的总质量力。

在直角坐标系中有

$$\mathbf{f} = f_x \mathbf{i} + f_y \mathbf{j} + f_z \mathbf{k} \quad (1-2)$$

在三个坐标方向的投影为

$$\left. \begin{aligned} f_x &= \frac{F_{mx}}{m} \\ f_y &= \frac{F_{my}}{m} \\ f_z &= \frac{F_{mz}}{m} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中, f_x 、 f_y 、 f_z 为单位质量力在三个坐标方向的投影,或称为 x 、 y 、 z 方向的单位质量力。

单位质量力及其分量的单位是 m/s^2 ,与加速度的单位相同。

1.4.3 表面力

作用于分离体表面上且与表面积大小成正比例的力,称为表面力,用 F_s 表示。表面力是接触力,可以是周围流体通过直接接触面而作用于分离体表面上的力,也可以是作用于流

体边界面(如液体与固体或气体的接触面)上的力。

如图 1-1 所示,在分离体 V 表面取包含 A 点在内的微元面积 ΔA ,作用在 ΔA 上的总表面力以 ΔF_s (表面力是矢量,因为表面面积是矢量,称为面积矢)表示。一般 ΔF_s 与 ΔA 是斜交的,为了研究方便,通常把 ΔF_s 分解为沿 ΔA 法线方向的法向分力 ΔP (压力)和沿切线方向的切向分力 ΔT 。

作用在单位面积的表面力,称为表面力强度,在力学中称为应力。一般来说,应力也有压应力和切应力两个分量。

1. 压应力(压强)

单位面积上承受的压力称为压应力(压强)。

(1) 对均匀分布的表面力, ΔA 上的平均压应力

$$\bar{p} = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1-4)$$

因为表面力是均匀分布的,所以 $\bar{p}$ 与 ΔA 的大小、位置无关。

(2) 对非均匀分布的表面力,则 A 点的压应力

$$p_A = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1-5)$$

2. 切应力

(1) 对均匀分布的表面力, ΔA 上的平均切应力

$$\bar{\tau} = \frac{\Delta T}{\Delta A} \quad (1-6)$$

(2) 对非均匀分布的表面力,则 A 点的切应力

$$\tau_A = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} \quad (1-7)$$

在国际单位制(SI)中,力的单位为牛[顿](N),面积的单位为平方米(m^2),所以压强和切应力的单位为帕[斯卡]($1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$)。

1.5 流体的主要物理性质

流体的运动状态除了与作用于流体的外部因素有关外,更主要的是取决于流体自身的物理性质。任何一种力的作用都要通过流体自身的物理性质来表现。所以,在研究流体运动规律之前,必须对流体的物理性质有所了解。在流体力学中,与流体运动有关的物理性质主要有以下几点。

1.5.1 惯性

惯性是一切物体维持原有运动状态能力的性质,流体也具有惯性。表征惯性的物理量是质量,用 m 表示。质量大的物体,惯性也大。当流体受外力作用使其运动状态发生改变时,由于流体的惯性而引起的对外界抵抗的反作用力称为惯性力。

密度是单位体积流体所具有的质量,它是描述流体质量在空间分布程度的物理量,用 ρ 表示,在国际单位制中,密度的单位是 kg/m^3 。

均质流体密度:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1-8)$$

非均质流体密度:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (1-9)$$

式中, m 是体积为 V 的流体的质量; Δm 是体积为 ΔV 的微元体的质量; $\Delta V \rightarrow 0$ 表示微观无限大,宏观上无限小的质点。

在一般情况下,流体的密度随压强和温度的变化而变化。相对于气体,液体的密度变化很小,所以流体力学把液体的密度视为常数。例如水的密度为 $1000\text{kg}/\text{m}^3$,汞的密度为 $13600\text{kg}/\text{m}^3$ 。

在一个标准大气压下,不同温度水和空气的密度值见表 1-1、表 1-2。

表 1-1 水的密度

温度/ $^{\circ}\text{C}$	0	5	10	20	30	50	70	90	100
密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	999.8	1000.0	999.7	998.2	995.7	988.0	977.8	965.3	958.4

表 1-2 空气的密度

温度/ $^{\circ}\text{C}$	-40	-20	10	0	20	40	80	100	200
密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1.515	1.395	1.248	1.293	1.205	1.128	1.000	0.946	0.747

1.5.2 重力特性

重力特性是物体(包括流体)受地球地心引力作用表现出来的性质,表征重力特性的是重力,用 G 表示。

容重是单位体积流体所具有的重量,是描述流体质量在空间分布程度的物理量,用 γ 表示。在国际单位制中,容重的单位为 N/m^3 。

对均匀流体:

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad (1-10)$$

对非均质流体:

$$\gamma = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta V} = \frac{dG}{dV} \quad (1-11)$$

式中, γ 是流体的容重; G 是体积为 V 的流体的重量; ΔG 是微元体积 ΔV 的流体的重量。

由于重量 $G = mg = \rho g V$,同时 $G = \gamma V$,故有

$$\gamma = \rho g \quad (1-12)$$

1.5.3 压缩性和膨胀性

流体受压后体积缩小、密度增大的性质称为流体的压缩性；流体受热体积膨胀、密度减小的性质称为流体的膨胀(热胀)性。

流体之所以有压缩性和膨胀性,完全是由流体的微观物质结构所决定的。相对于固体来说,流体内部分子的分布疏松得多,分子之间有一定的距离。在常温常压下,空气的分子平均自由程约为几十纳米(10^{-8}m)量级,液体分子间的距离要比此值小得多。当作用于流体的压强增加时,流体分子间的距离减小,密度增大;温度的升高可使流体分子间的距离增大,密度减小。但是由于气体和液体内部分子间距离大小差别很大,气体和液体压缩性和膨胀性的差别也很大。下面将分别说明。

1. 液体的压缩性和膨胀性

液体的压缩性和膨胀性可用压缩性系数和膨胀系数来表示,其广泛应用于热水供暖、水电站、水电站系统及一切水工系统中防止发生水击现象等情况。

1) 液体的压缩性

在一定温度下,当液体压强增加一个单位时,其体积的相对减小率称为液体的压缩性系数,用 β_p 表示:

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp} \quad (1-13)$$

式中, V 为液体原有的体积; dp 为压强的增加值; dV 为体积的减小值。

因为压强增加,液体体积减小,式(1-13)中 dV/dp 恒为负值,所以等号右侧取负号,使 β_p 为正值。

由于系统质量守恒,液体压缩前后其质量 ρV 不变,所以有

$$d(\rho V) = \rho dV + V d\rho = 0$$

即

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

故式(1-13)还可以写成

$$\beta_p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp} \quad (1-14)$$

β_p 值越大,说明液体的可压缩性越大。 β_p 的单位是压强单位的倒数,即 m^2/N 。

液体的压缩性系数随温度和压强而变化,表1-3列出了水在不同温度和压强下的压缩系数。

表 1-3 水的压缩系数 β_p

10^{-9}Pa^{-1}

压强/kPa 温度/℃	490	980	1960	3920	7840
0	0.540	0.537	0.531	0.523	0.515
10	0.523	0.518	0.507	0.497	0.492
20	0.515	0.505	0.495	0.480	0.460

流体压缩性系数的倒数称为流体的体积弹性模量,用 E 表示:

$$E = \frac{1}{\beta_p} = -V \cdot \frac{dp}{dV} = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (1-15)$$