第1章

导论

材料力学主要研究变形体受力后发生的变形；研究由于变形而产生的附加内力；研究由此而产生的失效以及失效控制。在此基础上导出工程构件静力学设计准则与设计方法。

材料力学与理论力学在分析方法上也不完全相同。材料力学的分析方法是在实验基础上，对于问题作一些科学的假定，将复杂的问题加以简化，从而得到便于工程应用的理论成果与数学公式。

本章介绍材料力学的基础知识、分析方法以及材料力学对于工程设计的重要意义。

1.1 “材料力学”的研究内容

材料力学(mechanics of materials)的研究内容分属于两个学科。第一个学科是**固体力学**(solid mechanics)，即研究物体在外力作用下的应力、变形和能量，统称为**应力分析**(stress analysis)。但是，材料力学所研究的仅限于杆、轴、梁等物体，其几何特征是纵向尺寸(长度)远大于横向(横截面)尺寸，这类物体统称为**杆**或**杆件**(bars 或 rods)。大多数工程结构的构件或机器的零部件都可以简化为杆件。第二个学科是**材料科学**(materials science)中的**材料的力学行为**(behaviors of materials)，即研究材料在外力和温度作用下所表现出的**力学性能**(mechanical properties)和**失效**(failure)行为。但是，材料力学所研究的仅限于材料的宏观力学行为，不涉及材料的微观机理。

以上两方面的结合使材料力学成为**工程设计**(engineering design)的重要组成部分，即设计出杆状构件或零部件的合理形状和尺寸，以保证它们具有足够的**强度**(strength)、**刚度**(stiffness)和**稳定性**(stability)。

1.2 工程设计中的材料力学问题

工程设计的任务之一就是保证结构和构件具有足够的强度、刚度和稳定性，这些都与材料力学有关。

所谓**强度**(strength)是指构件或零部件在确定的外力作用下，不发生破裂或过量塑性变形的能力。

所谓**刚度**(stiffness)是指构件或零部件在确定的外力作用下，其弹性变形或位移不超过工程允许范围的能力。

所谓**稳定性**(stability)是指构件或零部件在某些受力形式(例如轴向压力)下其平衡形

式不会发生突然转变的能力。

例如,图 1-1 所示,各种桥梁的桥面结构,采取什么形式才能保证不发生破坏,也不发生过大的弹性变形,即不仅保证桥梁具有足够的强度,而且具有足够的刚度,同时还要具有重量轻、节省材料等优点。

图 1-1　大型桥梁

各种建筑物从单个构件到整体结构(图 1-2)不仅需要有足够的强度和刚度,而且还要保证有足够的稳定性。

图 1-3 中为机械加工用钻床的受力与变形示意图,如果钻床立柱的强度不足,就会折断(断裂)或折弯(塑性变形);如果刚度不够,立柱即使不发生断裂或者折弯,也会产生过大弹性变形(图中虚线所示为夸大的弹性变形),从而影响钻孔的精度,甚至产生振动,影响钻床的在役寿命。

图 1-2　“鸟巢”具有足够的强度、刚度和稳定性

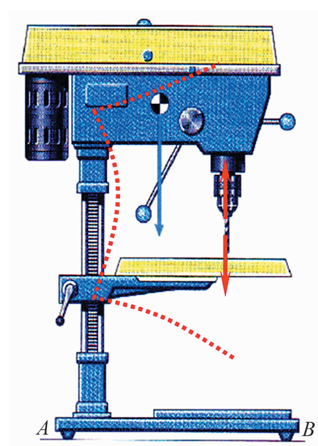


图 1-3　钻床的受力与变形

工程结构以及机械装置中承受轴向压缩的构件或部件(图 1-4)通常称为“压杆”,细长压杆都存在稳定性问题。

图 1-5 中所示之建筑施工的脚手架,如果没有足够的稳定性,在施工过程中会由于局部杆件或整体结构的不稳定性而导致整个脚手架的倾覆与坍塌,给人民生命和国家财产造成巨大的损失。

图 1-4　工程机械中的压杆

图 1-5　建筑物施工脚手架的强度、刚度和稳定性问题

此外，各种大型水利设施、核反应堆容器(图 1-6)以及航空航天器及其发射装置(图 1-7)等也都有大量的强度、刚度和稳定性问题。

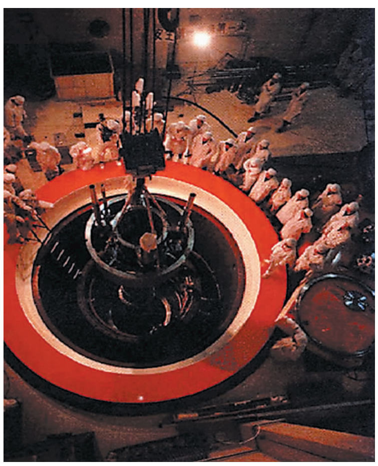


图 1-6　核反应堆中的压力容器

图 1-7　我国的长征系列火箭

1.3　杆件的受力与变形形式

实际杆件的受力可以是各式各样的，但都可以归纳为 4 种基本受力和变形形式：轴向拉伸(或压缩)、剪切、扭转和弯曲，以及由两种或两种以上基本受力和变形形式叠加而成的组合受力与变形形式。

(1) **拉伸或压缩**(tension or compression)。当杆件两端承受沿轴线方向的拉力或压力载荷时，杆件将产生轴向伸长或压缩变形，分别如图 1-8(a)、(b)所示。

(2) **剪切**(shearing)。在平行于杆横截面的两个相距很近的平面内，方向相对地作用着两个横向力(力的作用线垂直于杆件的轴线)，当这两个力相互错动并保持二者之间的距离

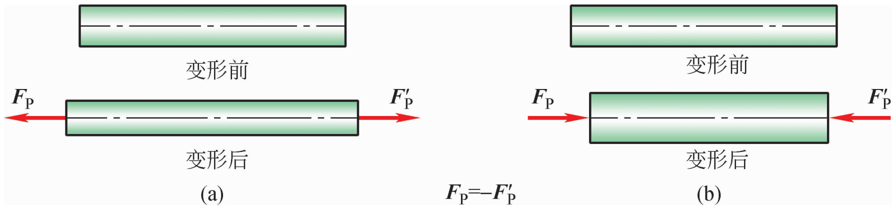


图 1-8　承受拉伸与压缩杆件

不变时,杆件将产生剪切变形,如图 1-9 所示。

(3) **扭转**(torsion)。当作用在杆件上的力组成作用在垂直于杆轴平面内的力偶 M_e 时,杆件将产生扭转变形,即杆件的横截面绕杆的轴线相互转动,如图 1-10 所示。

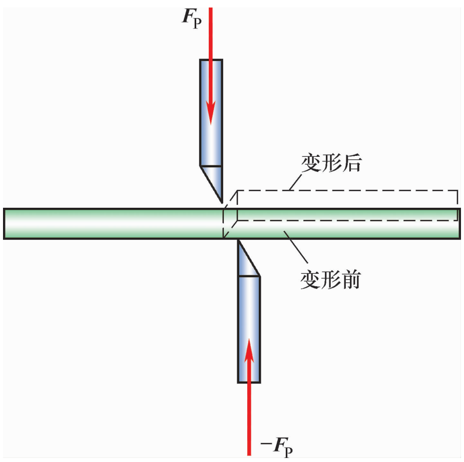


图 1-9　承受剪切的构件

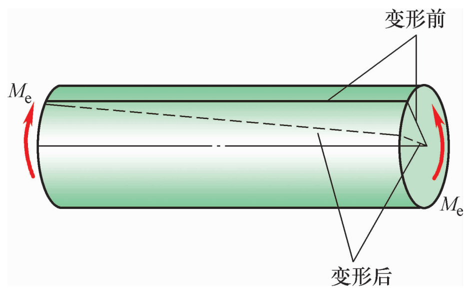


图 1-10　承受扭转的圆轴

(4) **弯曲**(bending)。当外加力偶 M(图 1-11(a))或外力作用于杆件的纵向平面内且垂直于杆的轴线(图 1-11(b))时,杆件将发生弯曲变形,其轴线将变成曲线。

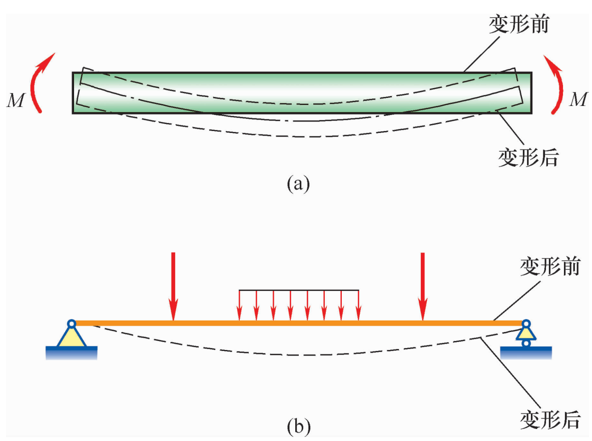


图 1-11　承受弯曲的梁

(5) 组合受力与变形(complex loads and deformation)。由上述基本受力形式中的两种或两种以上所共同形成的受力与变形形式即为组合受力与变形,例如图 1-12 中杆件的变形,即为拉伸与弯曲的组合(其中力偶 M 作用在纸平面内)。组合受力形式中,杆件将产生两种或两种以上的基本变形。

图 1-12　组合受力的杆件

实际杆件的受力不管多么复杂,在一定的条件下,都可以简化为基本受力形式的组合。

工程上将承受拉伸的杆件统称为**拉杆**,简称杆;受压杆件称为压杆或柱(column);承受扭转或主要承受扭转的杆件统称为轴(shaft);承受弯曲的杆件统称为梁(beam)。

1.4　关于材料的基本假定

1.4.1　各向同性假定

在所有方向上均具有相同的物理和力学性能的材料,称为各向同性(isotropy)材料。

如果材料在不同方向上具有不同的物理和力学性能,则称这种材料为各向异性(anisotropy)材料。

大多数工程材料虽然微观上不是各向同性的,例如金属材料,其单个晶粒呈结晶各向异性(anisotropy of crystallographic),但当它们形成多晶聚集体的金属时,呈随机取向,因而在宏观上表现为各向同性。"材料力学"中所涉及的金属材料都假定为各向同性材料。这一假定称为各向同性假定(isotropy assumption)。就总体的力学性能而言,这一假定也适用于混凝土材料。

1.4.2　各向同性材料的均匀连续性假定

实际材料的微观结构并不是处处都是均匀连续的,但是,当所考察的物体几何尺度足够大,而且所考察的物体上的点都是宏观尺度上的点,则可以假定所考察的物体的全部体积内,材料在各处是均匀、连续分布的。这一假定称为均匀连续性假定(homogenization and continuity assumption)。

根据这一假定,物体内因受力和变形而产生的内力和位移都将是连续的,因而可以表示为各点坐标的连续函数,从而有利于建立相应的数学模型。所得到的理论结果便于应用于工程设计。

1.5　弹性体受力与变形特征

弹性体受力后,由于变形,其内部将产生相互作用的内力。这种内力不同于物体固有的内力,而是一种由于变形而产生的附加内力,利用一假想截面将弹性体截开,这种附加内力即可显示出来,如图 1-13 所示。

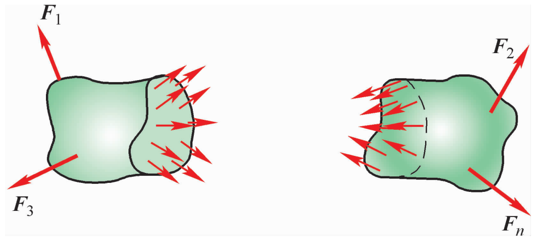


图 1-13 弹性体的分布内力

根据连续性假定，一般情形下，杆件横截面上的内力组成一分布力系。

由于整体平衡的要求，对于截开的每一部分也必须是平衡的。因此，作用在每一部分上的外力必须与截面上分布内力相平衡。这表明，弹性体由变形引起的内力不能是任意的。这是弹性体受力、变形的第一个特征。

应用假想截面将弹性体截开，分成两部分，考虑其中任意一部分平衡，从而确定横截面上内力的方法，称为**截面法**。

弹性体受力、变形的第二个特征是变形必须协调：整体和局部变形都必须协调。

以一端固定，另一端自由的悬臂梁为例，图 1-14(a)中为变形协调的情形——梁变形后，整体为一连续光滑曲线；在固定端处曲线具有水平切线(无折点)。图 1-14(b)和(c)中分别为整体变形不协调和局部不协调的情形。

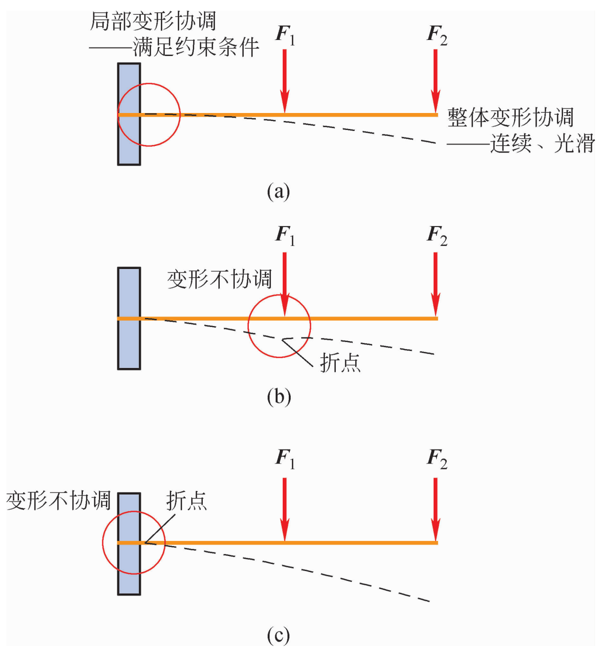


图 1-14 弹性体变形协调与不协调情形

变形协调在弹性体内部则表现为：各相邻部分则既不能断开，也不能发生重叠。图 1-15中为从一弹性体中取出的两相邻部分的三种变形状况，其中图 1-15(a)、(b)中的两种变形不协调因而是不正确的，只有图 1-15(c)中的情形是正确的。

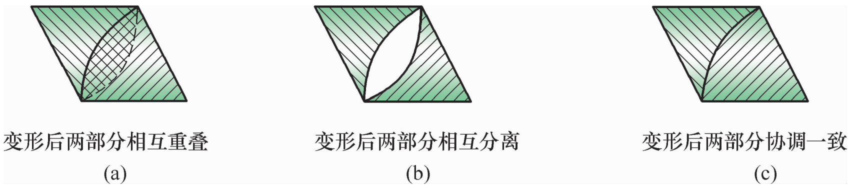


图 1-15　弹性体变形后各相邻部分之间的相互关系

此外，弹性体受力后发生的变形还与物性有关，这表明，受力与变形之间存在确定的关系，称为物性关系。

【例题 1-1】 等截面直杆 AB 两端固定，C 截面处承受沿杆件轴线方向的力 $\boldsymbol{F}_P$，如图 1-16 所示。关于 A、B 两端的约束力有(A)、(B)、(C)、(D)四种答案，请判断哪一种是正确的。

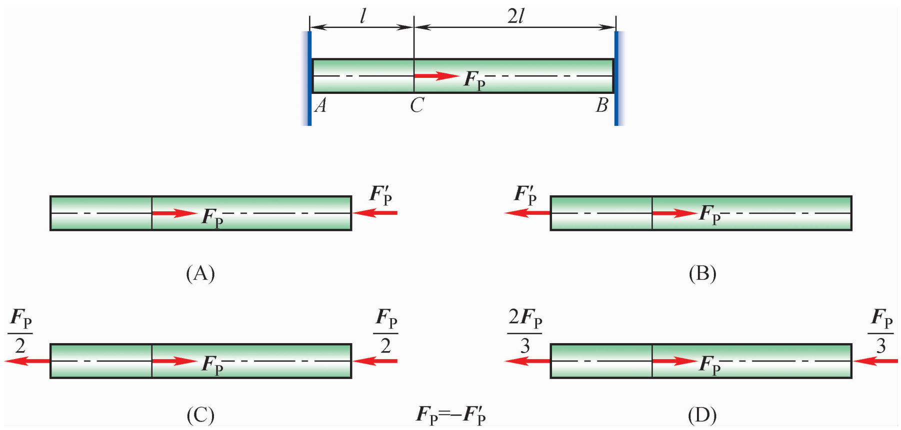


图 1-16　例题 1-1 图

解：根据约束的性质，以及外力 $\boldsymbol{F}_P$ 作用线沿着杆件轴线方向的特点，A、B 两端只有沿杆件轴线方向的约束力，分别用 $\boldsymbol{F}_A$ 和 $\boldsymbol{F}_B$ 表示，如图 1-17 所示。

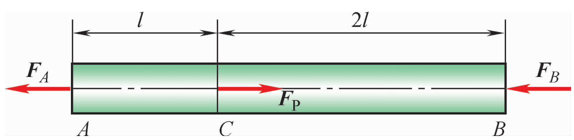


图 1-17　例题 1-1 解图

根据平衡条件 $\sum F_x = 0$，有

$$F_A + F_B = F_P$$

其中 F_A 和 F_B 都是未知量，仅由平衡方程不可能求出两个未知量。对于刚体模型，这个问题是无法求解的。但是，对于弹性体，这个问题是有解的。

作用在弹性体上的力除了满足平衡条件外，还必须使其所产生的变形满足变形协调的要求。本例中，AC 段杆将发生伸长变形，CB 段杆则发生缩短变形，由于 AB 杆两端固定，杆件的总变形量必须等于零。

显然,图 1-16 中的答案(A)和(B)都不能满足上述条件,因而是不正确的。

对于满足胡克定律的材料,其弹性变形,都与杆件受力以及杆件的长度成正比。在答案(C)中,平衡条件虽然满足,但 CB 段杆的缩短量大于 AC 段杆的伸长量,因而不能满足总变形量等于零的变形协调要求,所以也是不正确的。答案(D)的约束力,既满足平衡条件,也满足变形协调的要求,因此,答案(D)是正确的。

1.6 应力与应变及其相互关系

1.6.1 应力

分布内力在一点的集度,称为**应力**(stresses)。作用线垂直于截面的应力称为**正应力**(normal stress),用希腊字母 σ 表示;作用线位于截面内的应力称为**剪应力**(shearing stress)或**剪应力**,用希腊字母 τ 表示。应力的单位记号为 Pa 或 MPa,工程上多用 MPa。$1\text{MPa}=1\text{N/mm}^2=1\text{MN/m}^2$。

为了认识和理解应力是分布内力在一点的集度的概念,可以设想在横截面上有一有限小的面积 ΔA,其上作用有分布内力的合力 $\Delta \boldsymbol{F}$,如图 1-18(a)所示,$\dfrac{\Delta F}{\Delta A}$称为面积上分布内力的平均值。这一平均值不是应力。

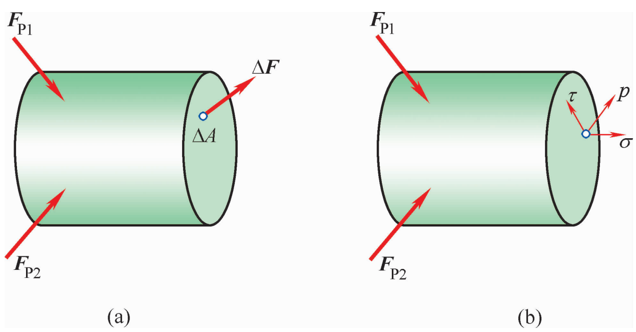


图 1-18 杆件横截面上的应力

只有当 $\Delta A\to 0$ 时,$\dfrac{\Delta F}{\Delta A}$的极限值才是一点的应力,称为一点的总应力,用 p 表示:

$$p=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{1-1}$$

总应力在横截面的法线和切线方向的分量,就是上面所讲的正应力和剪应力,如图 1-18(b)所示。

需要指出的是,上述极限表达式的引入只是为了说明应力的概念,二者在应力计算中没有实际意义。

1.6.2 应变

如果将弹性体看作由许多微单元体(简称微元体或微元)所组成,弹性体整体的变形则是所有微元体变形累加的结果。而单元体的变形则与作用在其上的应力有关。

围绕受力弹性体中的任意点截取微元体(通常为正六面体),一般情形下微元体的各个面上均有应力作用。下面考察两种最简单的情形,分别如图 1-19(a)、(b)所示。

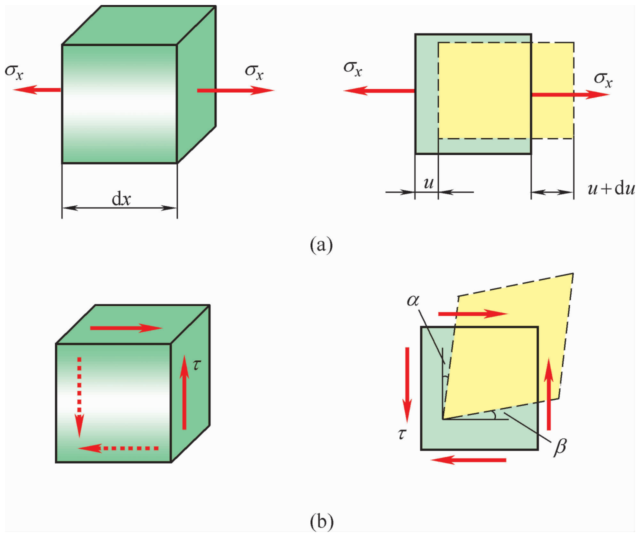


图 1-19　正应变与剪应变

对于正应力作用下的微元体(图 1-19(a)),沿着正应力方向和垂直于正应力方向将产生伸长和缩短,这种变形称为线变形。描写弹性体在各点处线变形程度的量,称为**正应变**或**线应变**(normal strain),用 ε_x 表示。根据微元体变形前、后 x 方向长度 dx 的相对改变量,有

$$\varepsilon_x = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} \tag{1-2}$$

式中,dx 为变形前微元体在正应力作用方向的长度;du 为微元体变形后相距 dx 的两截面沿正应力方向的相对位移;ε_x 的下标 x 表示应变方向。

剪应力作用下的微元体将发生剪切变形,剪切变形程度用微元体直角的改变量度量。微元直角改变量称为**剪应变**或**切应变**(shearing strain),用 γ 表示。在图 1-19(b)中,$\gamma=\alpha+\beta$。γ 的单位为 rad。

关于正应力和正应变的正负号,一般约定:拉应变为正;压应变为负。产生拉应变的应力(拉应力)为正;产生压应变的应力(压应力)为负。关于剪应力和剪应变的正负号将在以后介绍。

1.6.3　应力与应变之间的物性关系

对于工程中常用材料,实验结果表明:若在弹性范围内加载(应力小于某一极限值),对于只承受单方向正应力或承受剪应力的微元体,正应力与正应变以及剪应力与剪应变之间存在着线性关系:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \quad 或 \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \tag{1-3}$$

$$\tau_x = G\gamma_x \quad 或 \quad \gamma_x = \frac{\tau_x}{G} \tag{1-4}$$

上述二式统称为**胡克定律**(Hooke's law)。式中,E 和 G 为与材料有关的弹性常数:E 称为

弹性模量(modulus of elasticity)或杨氏模量(Young's modulus);G 称为切变模量(shear modulus)。式(1-3)和式(1-4)即为描述线弹性材料物性关系的方程。所谓线弹性材料是指弹性范围内加载时应力-应变满足线性关系的材料。

1.7 杆件横截面上的内力与内力分量

1.7.1 内力分量

无论杆件横截面上的内力分布如何复杂,总可以将其向该截面的中心简化,得到一合力和一合力偶,二者分别用 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}$ 和 $\boldsymbol{M}$ 表示(图 1-20(a))。

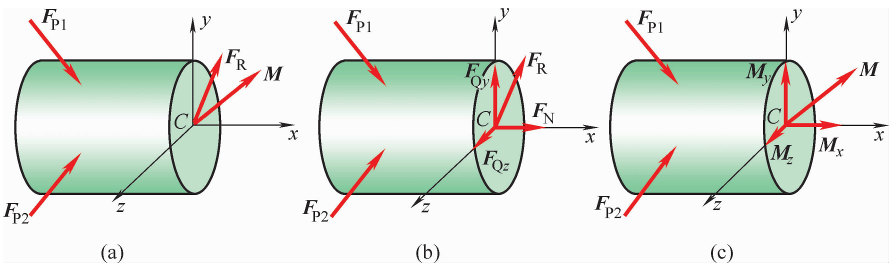


图 1-20 杆件横截面上的内力与内力分量

工程计算中有意义的是内力和合力与合力偶在确定的坐标方向上的分量,称为内力分量(components of internal forces)。

以杆件横截面中心 C 为坐标原点,建立 $Cxyz$ 坐标系,如图 1-20 所示,其中 x 沿杆件的轴线方向,y 和 z 分别沿着横截面的主轴(对于有对称轴的截面,对称轴即为主轴)方向(参见 7.1 节)。

图 1-20(b)和(c)中所示分别为合力和合力偶矩在 x、y、z 轴方向上的分量,分别用 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}}$、$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Q}y}$、$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Q}z}$ 和 M_x、M_y、M_z 表示。其中:

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}}$ 称为轴力(normal force),它将使杆件产生轴向变形(伸长或缩短)。

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Q}y}$、$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Q}z}$ 称为剪力(shearing force),二者均将使杆件产生剪切变形。

M_x 称为扭矩(twist moment),它将使杆件产生绕杆轴转动的扭转变形。

M_y、M_z 称为弯矩(bending moment),二者均使杆件产生弯曲变形。

为简单起见,本书在以后的叙述中,如果没有特别说明,凡是内力均指内力分量。

1.7.2 确定内力分量的截面法

为了确定杆件横截面上的内力分量,采用假想横截面在任意处将杆件截为两部分,考察其中任意部分的受力,由平衡条件,即可得到该截面上的内力分量。这种方法称为截面法(section-method)。

以平面载荷作用情形(图 1-21(a))为例,为确定坐标为 x 的任意横截面上的内力分量,用假想截面从 x 处将杆件截开,考察截开后的左边(或右边)部分的受力和平衡,其受力如图 1-21(b)所示。因为所有外力都处于同一平面内,所以横截面上只有 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}}$、$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Q}y}$ 和 M_z 三个

内力分量(z 坐标垂直于 xy 平面，书中未画出)。平面力系的三个平衡方程为

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

其中 C 为截面中心。据此，即可求得全部内力分量。

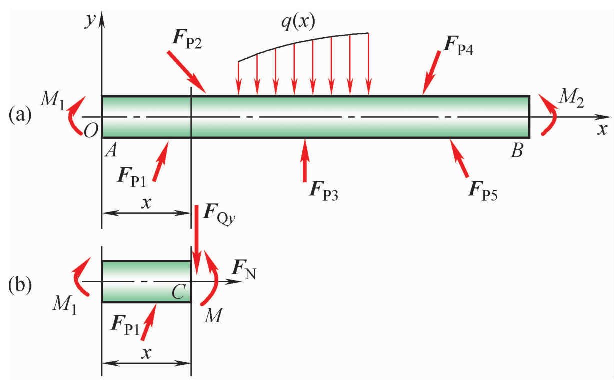


图 1-21　截面法确定内力分量

1.8　应力与内力分量之间的关系

应力作为分布内力在一点的集度，与内力分量有着密切的关系。

杆件横截面上的应力与其作用的微面积 $\mathrm{d}A$ 的乘积，称为应力作用在微面积 $\mathrm{d}A$ 上的内力。通过积分可以建立横截面上的应力与内力分量之间的关系。

考察图 1-22(a)、(b)中所示作用在杆件横截面的微元面积 $\mathrm{d}A$ 上正应力 σ 和剪应力 τ_{xy}、τ_{xz}，将它们分别乘以微元面积，得到微元面积上的内力：$\sigma\mathrm{d}A$、$\tau_{xy}\mathrm{d}A$、$\tau_{xz}\mathrm{d}A$。将这些内力分别对 $Cxyz$ 坐标系中的 x、y 和 z 轴投影和取矩，并且沿整个横截面积分，即可得到应力与 6 个内力分量之间的关系式：

$$\left.\begin{aligned}
&\int_A \sigma\mathrm{d}A = F_{\mathrm{N}} \\
&\int_A z(\sigma\mathrm{d}A) = M_y \\
&\int_A y(\sigma\mathrm{d}A) = -M_z \\
&\int_A \tau_{xy}\mathrm{d}A = F_{\mathrm{Q}y} \\
&\int_A \tau_{xz}\mathrm{d}A = F_{\mathrm{Q}z} \\
&-\int_A (\tau_{xy}\mathrm{d}A)z + \int_A (\tau_{xz}\mathrm{d}A)y = M_x
\end{aligned}\right\} \tag{1-5}$$

应力与内力分量之间的关系称为静力学关系，上述方程称为静力学方程，其中，A 为横截面面积。式中的负号表示内力分量的矢量指向与坐标轴正向相反。

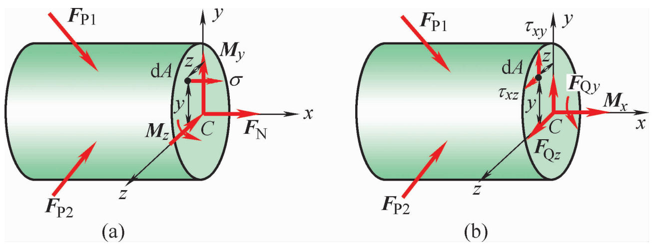


图 1-22 应力与内力分量之间的关系

1.9 材料力学的分析方法

为了确定杆件受力后发生的变形以及由变形产生的内力和应力,进而解决工程构件的强度、刚度和稳定问题,根据弹性体受力和变形的特点以及应力与应变、应力与内力分量之间的关系,材料力学形成了既不同于理论力学、也不同于弹性力学的分析方法。

1.9.1 平衡的方法

分析构件受力后发生的变形,以及由于变形而产生的内力,需要采用平衡的方法。主要解决的问题是:在不同的外力作用下,构件横截面上将产生什么样的内力,以及这些内力的大小和方向。此外,在应力状态分析(参见第11章)以及稳定性分析(参见第13章)中所采用的也是平衡的方法。

1.9.2 变形分析方法

采用平衡的方法,只能确定横截面上内力的合力,并不能确定横截面上各点内力的大小。研究构件的强度、刚度与稳定性,不仅需要确定内力的合力,还需要知道内力的分布。

内力是不可见的,而变形却是可见的,并且各部分的变形相互协调,变形通过物性关系与内力相联系。所以,确定内力的分布,除了考虑平衡,还需要考虑变形协调与物性关系。

例如,对于图1-23(a)所示承受轴向载荷的等截面直杆,应用平衡的方法,可以确定杆件横截面上只有一个内力分量——轴力 $F_N=F_P$(图1-23(b)),并不能确定横截面上各点应力,因为横截面上的不同的应力分布(图1-23(c)和(d))都可以组成同一轴力。

如果轴向变形是均匀的(图1-24(a)),则可以判断横截面上应力均匀分布(图1-24(b)),根据应力与内力分量之间的静力学关系,即可确定横截面上各点的正应力大小。

1.9.3 简化假定分析方法

对于工程构件,所能观察到的变形,只是构件外部表面的。内部的变形状况,必须根据所观察到的表面变形作一些合理的推测,这种推测通常也称为假定。对于杆状的构件,考察相距很近的两个横截面之间微段的变形,这种假定是不难作出的。

解决实际工程问题的力学问题,需要建立力学分析模型,这时,简化分析方法显得更加重要。例如,高速公路上行驶的汽车与护栏发生碰撞(图1-25(a)),为了估算作用在汽车上的冲击力,可以将护栏简化为梁,汽车可以简化为具有一定质量的物块、以确定的速度撞击到梁上(图1-25(b)),进而应用机械能守恒定律,即可求得问题的解答。

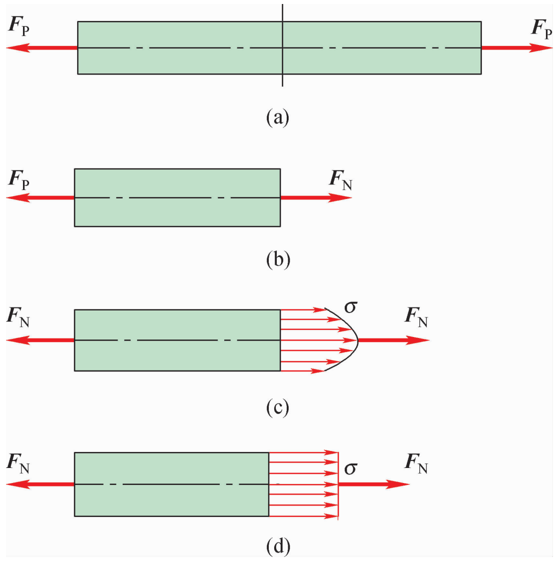


图 1-23　平衡方法与变形分析方法 1

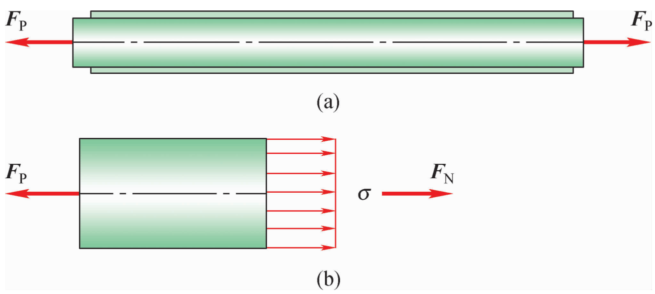


图 1-24　平衡方法与变形分析方法 2

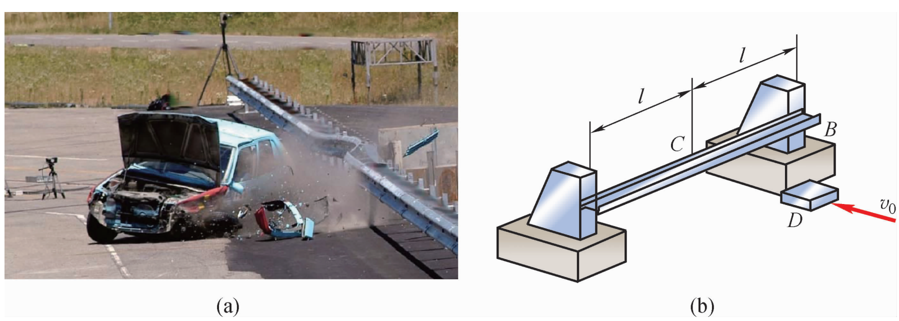


图 1-25　简化假定分析方法

1.10　结论与讨论

1.10.1　刚体模型与弹性体模型

所有工程结构的构件，实际上都是可变形的弹性体，当变形很小时，变形对物体运动效

应的影响甚小,因而在研究运动和平衡问题时一般可将变形略去,从而将弹性体抽象为刚体。从这一意义讲,刚体和弹性体都是工程构件在确定条件下的简化力学模型。

1.10.2 弹性体受力与变形特点

弹性体在载荷作用下,将产生连续分布的内力。弹性体内力应满足与外力的平衡关系、弹性体自身变形协调关系以及力与变形之间的物性关系。这是材料力学与理论力学的重要区别。

1.10.3 刚体静力学概念与原理在材料力学中的应用

工程中绝大多数构件受力后所产生的变形相对于构件的尺寸都是很小的,这种变形通常称为“小变形”。在小变形条件下,刚体静力学中关于平衡的理论和方法能否应用于材料力学,下列问题的讨论对于回答这一问题是有益的。

(1) 若将作用在弹性杆上的力(图 1-26(a)),沿其作用线方向移动(图 1-26(b))。

(2) 若将作用在弹性杆上的力(图 1-27(a)),向另一点平移(图 1-27(b))。

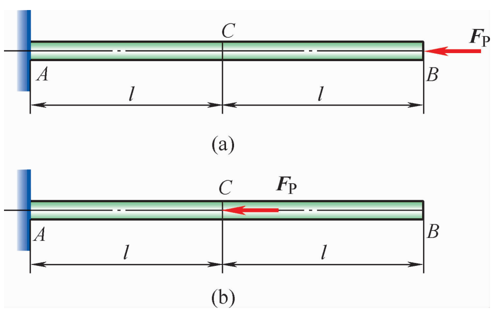


图 1-26 力沿作用线移动的结果

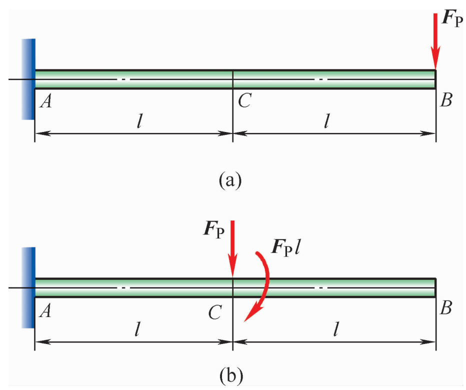
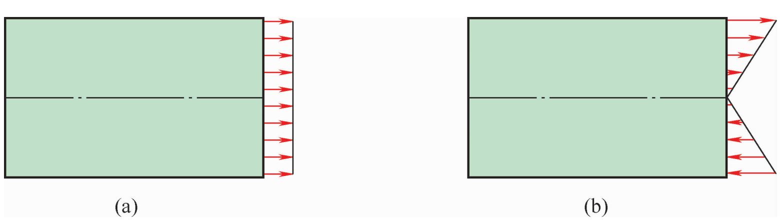


图 1-27 力沿作用线向一点平移的结果

请读者分析:上述两种情形下对弹性杆的平衡和变形将会产生什么影响?

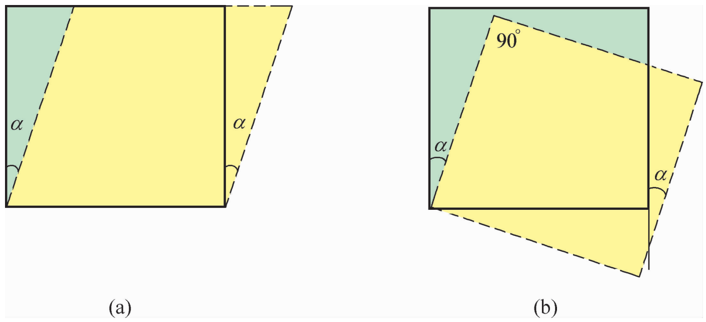
习题

1-1 已知两种情形下直杆横截面上的正应力分布分别如习题 1-1 图(a)和(b)所示。请根据应力与内力分量之间的关系,分析两种情形下杆件横截面存在什么内力分量?(不要求进行具体计算)。



习题 1-1 图

1-2　微元在两种情形下受力后的变形分别如习题 1-2 图(a)和(b)中所示，请根据剪应变的定义确定两种情形下微元的剪应变。



习题 1-2 图

1-3　由金属丝弯成的弹性圆环，直径为 d(习题 1-3 图中的实线)，受力变形后变成直径为 $d+\Delta d$ 的圆(图中的虚线)。如果 d 和 Δd 都是已知的，请应用正应变的定义确定：

(1) 圆环直径的相对改变量；

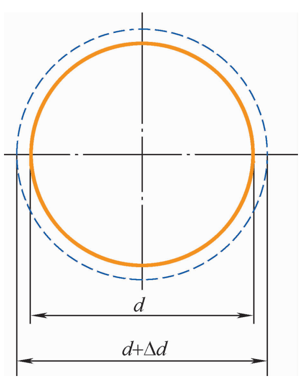
(2) 圆环沿圆周方向的正应变。

1-4　微元受力前形状如习题 1-4 图中实线 $ABCD$ 所示，其中 $\angle ABC$ 为直角，$\mathrm{d}x=\mathrm{d}y$。受力变形后各边的长度尺寸不变，如图中虚线 $A'B'C'D'$ 所示。

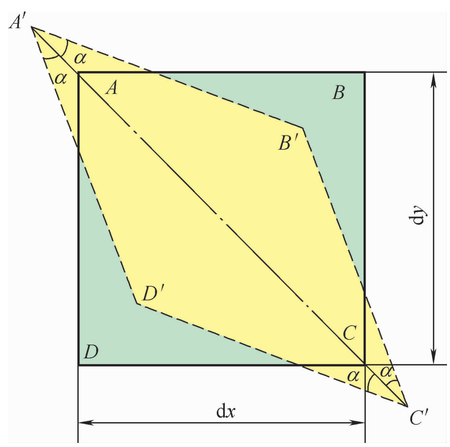
(1) 请分析微元的四边可能承受什么样的应力才会产生这样的变形?

(2) 如果已知 $CC'=\dfrac{\mathrm{d}x}{1000}$求 AC 方向上的正应变。

(3) 如果已知图中变形后的角度 α，求微元的剪应变。



习题 1-3 图



习题 1-4 图

第2章 轴向载荷作用下杆件的材料力学问题

工程结构中的桅杆、旗杆、活塞杆，悬索桥、斜拉桥、网架式结构中的杆件或缆索，以及桥梁结构桁架中的杆件大都承受沿着杆件轴线方向载荷，这种载荷简称为轴向载荷。

承受轴向载荷的杆件将产生拉伸或压缩变形。

承受轴向载荷杆件的材料力学问题包括：杆件横截面上的内力、应力及变形分析与计算；材料的力学行为的实验结果；强度计算以及应变能计算。

这些问题虽然比较简单，但其中的基本概念与基本分析方法则具有普遍意义。

2.1 工程中承受拉伸与压缩的杆件

承受轴向载荷的拉(压)杆在工程中的应用非常广泛。

图 2-1 中所示为悬索桥上承受拉力的钢缆。现代建筑物结构中广泛使用拉压杆件，图 2-2 中所示为一机场候机楼结构中承受拉伸和压缩的杆件。

图 2-1　悬索桥承受拉力的钢缆

几乎所有机械结构与机构中，都离不开拉压杆件。例如一些机器中所用的各种紧固螺栓(图 2-3)作为连接件，将两件零件或部件装配在一起，需要对螺栓施加预紧力，这时螺栓承受轴向拉力，并将发生伸长变形。图 2-4 中所示为发动机中由汽缸、活塞、连杆所组成的机构，当发动机工作时，不仅连接汽缸缸体和汽缸盖的螺栓承受轴向拉力，带动活塞运动的连杆由于两端都是铰链约束，因而也承受轴向载荷。

图 2-2　建筑物结构中的拉压杆件

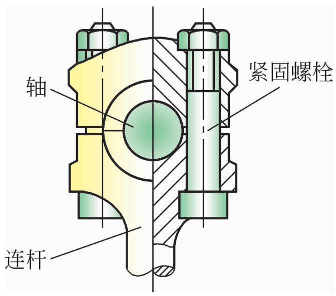


图 2-3　承受轴向拉伸的紧固螺栓

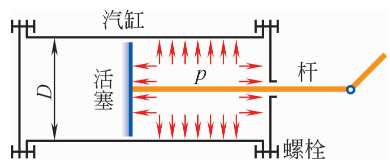


图 2-4　承受轴向拉伸的连杆和螺栓

各种操纵和控制系统中拉压杆也是不可或缺的。图 2-5 中所示为舰载火炮操纵系统中的拉压杆件。

图 2-5　舰载火炮操纵机构中的拉压杆

需要指出的是，静力学中，承受拉伸和压缩的直杆都是二力杆或二力构件。但是，不是所有二力构件都只承受拉伸或压缩变形。例如，图 2-6(a)所示之二力构件虽然承受一对拉伸载荷作用，但是，根据截面法和平衡条件，其横截面上不仅有轴力而且还有弯矩的作用(图 2-6(b))，因而除了拉伸变形外还将产生弯曲变形。

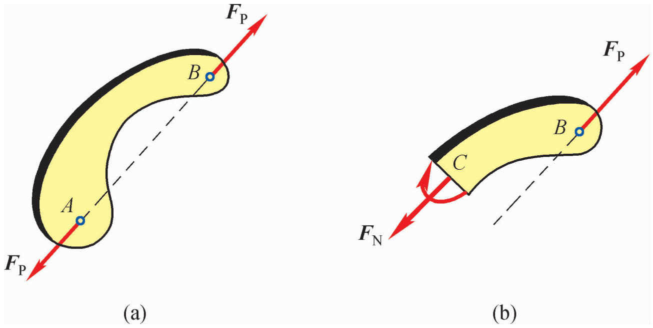


图 2-6　二力构件不一定仅承受轴向拉伸或压缩变形

2.2　轴力与轴力图

沿着杆件轴线方向作用的载荷,通常称为**轴向载荷**(normal load)。杆件承受轴向载荷作用时,横截面上只有轴力 $\boldsymbol{F}_N$ 一种内力分量。

当杆件只在两个端截面处承受轴向载荷时,则杆件的所有横截面上的轴力都是相同的。如果杆件上作用有两个以上的轴向载荷,就只有两个轴向载荷作用点之间的横截面上的轴力是相同的。

表示轴力大小和拉、压性质沿杆件轴线方向变化的图形,称为**轴力图**(diagram of normal force)。

为了绘制轴力图,首先,需要规定轴力的正负号。规定内力正负号的原则是:用一个假想截面将杆截开,同一截面的两侧的轴力必须具有相同的正负号——同一截面两侧截面上的轴力互为作用与反作用力,大小相等、方向相反,但正负号却是相同的。在轴向拉伸和压缩的情形下,规定:凡是产生伸长变形的轴力为正;产生缩短变形的轴力为负。

其次,需要根据外力的作用位置,判断轴力的大致变化趋势,从而确定轴力图要不要分段,分几段,以及在哪些截面处需要分段?根据截面法和平衡条件,可以确定:当外力发生改变时,轴力图也随之变化,但是在两个集中力作用处的截面之间的所有截面都具有相同的轴力。因此,集中力作用处的两侧截面即为**控制面**(contral section)。

综上所述,绘制轴力图的方法为:

(1) 确定约束力。

(2) 根据杆件上作用的载荷及约束力确定控制面,也就是轴力图的分段点。

(3) 应用截面法,用假想截面从控制面处将杆件截开,在截开的截面上,画出未知轴力,并假设为正方向;对截开的部分杆件建立平衡方程,确定控制面上的轴力数值。

(4) 建立 $\boldsymbol{F}_N$-x 坐标系,将所求得的轴力值标在坐标系中,画出轴力图。

下面举例说明轴力图的画法。

【例题 2-1】　如图 2-7(a)中所示,在直杆 B、C 两处作用有集中载荷 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$,其中 $F_1=5$ kN,$F_2=10$ kN。试画出杆件的轴力图。

解：(1) 确定约束力

A 处虽然是固定端约束，但由于杆件只有轴向载荷作用，所以只有一个轴向的约束力 $\boldsymbol{F}_A$。由平衡方程

$$\sum F_x = 0$$

求得

$$F_A = 5\ \mathrm{kN}$$

方向如图 2-7(a)所示。

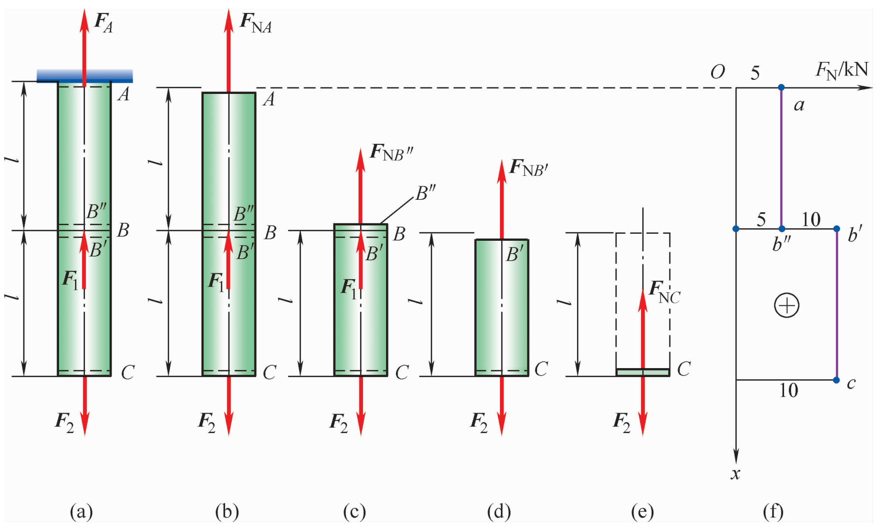


图 2-7 例题 2-1 图

(2) 确定控制面

在集中载荷 $\boldsymbol{F}_2$、约束力 $\boldsymbol{F}_A$ 作用处的 A、C 截面，以及集中载荷 $\boldsymbol{F}_1$ 作用点 B 处的上、下两侧横截面 B''、B' 都是控制面，如图 2-7(a)中虚线所示。

(3) 应用截面法

用假想截面分别从控制面 A、B''、B'、C 处将杆截开，假设横截面上的轴力均为正方向(拉力)，并考察截开后下面部分的平衡，如图 2-7(b)、(c)、(d)、(e)所示。

根据平衡方程

$$\sum F_x = 0$$

求得各控制面上的轴力分别为

$$A\ 截面：F_{NA} = F_2 - F_1 = 5\ \mathrm{kN}$$
$$B''\ 截面：F_{NB''} = F_2 - F_1 = 5\ \mathrm{kN}$$
$$B'\ 截面：F_{NB'} = F_2 = 10\ \mathrm{kN}$$
$$C\ 截面：F_{NC} = F_2 = 10\ \mathrm{kN}$$

(4) 建立 F_N-x 坐标系，画轴力图

F_N-x 坐标系中 x 坐标轴沿着杆件的轴线方向，F_N 坐标轴垂直于 x 轴。将所求得的各控制面上的轴力标在 F_N-x 坐标系中，得到 a、b''、b' 和 c 四点。因为在 A、B''之间以及 B'、C 之间，没有其他外力作用，故这两段中的轴力分别与 A(或 B'')截面以及 C(或 B')截面相同。

这表明点 a 与点 b'' 之间以及点 b' 与点 c 之间的轴力图为平行于 x 轴的直线。于是，得到杆的轴力图如图 2-7(f)所示。

2.3 拉伸与压缩时杆件的应力与变形分析

2.3.1 应力计算

当外力或其合力沿着杆件的轴线作用时，其横截面上只有轴力一个内力分量：轴力 F_N。与轴力相对应，杆件横截面上将只有正应力。

在很多情形下，杆件在轴力作用下产生均匀的伸长或缩短变形，因此，根据材料均匀性的假定，杆件横截面上的应力均匀分布，如图 2-8 所示。

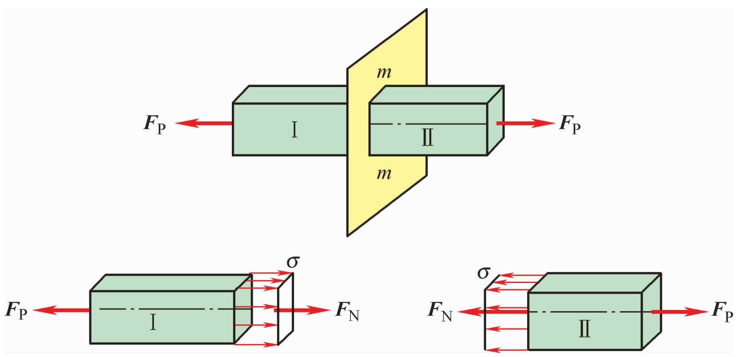


图 2-8　轴向载荷作用件下杆横截面上的正应力

这时横截面上的正应力为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \tag{2-1}$$

其中，F_N 为横截面上的轴力，由截面法求得；A 为横截面面积。

2.3.2 变形计算

1. 绝对变形 弹性模量

设一长度为 l、横截面面积为 A 的等截面直杆，承受轴向载荷后，其长度变为 $l+\Delta l$，其中 Δl 为杆的伸长量(图 2-9(a))。实验结果表明：如果所施加的载荷使杆件的变形处于弹性范围内，杆的伸长量 Δl 与杆所承受的轴向载荷成正比，如图 2-9(b)所示。写成关系式为

$$\Delta l = \pm \frac{F_N l}{EA} \tag{2-2}$$

这是描述弹性范围内杆件承受轴向载荷时力与变形的**胡克定律**(Hooke's law)。其中，F_N 为杆横截面上的轴力，当杆件只在两端承受轴向载荷 F_P 作用时，$F_N = F_P$；E 为杆材料的弹性模量，它与正应力具有相同的单位；EA 称为杆件的**拉伸**(或**压缩**)**刚度**(tensile or compression stiffness)；式中“+”号表示伸长变形，“−”号表示缩短变形。

当拉、压杆有两个以上的外力作用时，需要先画出轴力图，然后按式(2-2)分段计算各段的变形，各段变形的代数和即为杆的总伸长量(或缩短量)：