第3章

电阻电路系统法分析

对于联接形式复杂的电路或者要求分析电路中多个变量时,采用等效变换法时就具有一定的局限性,不便于对电路作整体性分析。系统分析法具有一定的普遍性,便于编制计算机程序,适用于任何线性电路。

系统分析法基本不改变电路结构。其步骤大致为:首先选择一组完备的独立变量,变量可以是电压也可以是电流。完备性是指选定的变量能够表示电路中所有支路的电压和电流;独立性是指选定的变量间不可以相互表示。然后建立独立变量的线性方程组,解出所设定的变量,进而解出其他待求量。

系统分析法亦称为独立变量法,本教材仅介绍支路电流法、回路(网孔)电流法和节点电压法,其他方法读者自行参阅研究生教材《电网络分析》。

3.1 支路电流法

支路电流法以支路电流作为电路变量,简称支路法。

图 3-1 是一个复杂电路。其中有六条支路,分别假设了六个支路电流,其参考方向选定如图 3-1 所示。电路中取 A、B、C、D 四个节点,在这些节点上,列出基尔霍夫电流定律方程如下:

节点 A　$-i_1-i_2+i_5=0$　(3-1a)

节点 B　$i_1-i_3+i_4=0$　(3-1b)

节点 C　$i_2+i_3-i_6=0$　(3-1c)

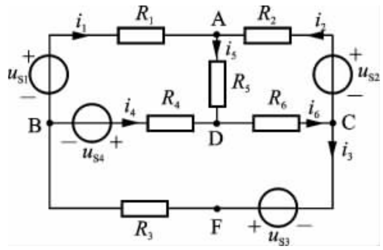


图 3-1　支路分析

对于最后一个节点 D 列出方程 $-i_4-i_5+i_6=0$,就等于上面三式相加而改变正负号,所以它是不独立的。由于每一支路接在两个节点之间,因而每一支路电流对一个节点为流出,则对另一个节点为流入。如对所有的节点写 KCL 方程,每一支路电流将出现两次,一次为正,一次为负。因此,所有 n 个节点的 KCL 方程之和必恒为零。这表明,对电路的每一个节点写出 KCL 方程,则所得的 n 个方程是非独立的(线性相关)。但是,从这 n 个方程中,去掉任意一个,余下的 $n-1$ 个方程一定是互相独立的。因此,在含有 n 个节点的电路中能够按基尔霍夫电流定律列出 $n-1$ 个独立方程。或者说:电路的独立节点数比节点总数少一。本例中总共有四个节点,列出了三个独立节点电流方程。当然选哪三个节点来列方程是任意的。

除了独立节点电流方程外,还需运用基尔霍夫电压定律列出方程。根据基尔霍夫电压定律可知,沿着任一回路的绕向,电阻上电位降的代数和应等于电源上电位升的代数和。据此得到下面的方程

回路 BADB　$R_1i_1+R_5i_5-R_4i_4=u_{S1}-u_{S4}$　(3-2a)

回路 CADC　$R_2i_2+R_5i_5+R_6i_6=u_{S2}$　(3-2b)

回路 FBDCF　$R_3i_3+R_4i_4+R_6i_6=u_{S3}+u_{S4}$　(3-2c)

这里取了电路的三个网孔(即内部不包含任何支路的回路)作为回路。取网孔作为列方程的回路,能保证所列回路电压方程是独立的。因为其余的回路,必将是几个网孔的合

成，在这种回路上列出的基尔霍夫电压定律方程就等于各个合成回路(即网孔)上基尔霍夫电压定律方程的代数总和，因而是不独立的，但每一个网孔却不能由别的网孔来合成，因而网孔上的电压定律方程都是独立的。由此可见一个平面电路中独立回路电压方程的数目等于此电路的网孔数。当然取网孔列方程是获得独立回路电压方程的充分条件，而不是必要条件。在本例中也可取大回路 BACFB 代替网孔 FBDCF 等，只要保证这一个回路不是由其他已取回路合成而得就可以。一个电路的独立回路数恒等于 $b-n+1$，其中 n 为节点数，b 为支路数。于是任一电路按照基尔霍夫两条定律可列出的独立方程数合计为

$$(n-1)+(b-n+1)=b \tag{3-3}$$

它刚好等于未知量支路电流的数目，因此可以求得唯一的一组解答。

支路电流法解题的步骤如下：

(1) 选定各支路电流的参考方向，并标出电流变量；

(2) 对$(n-1)$个独立节点列写 KCL 方程；

(3) 选取$(b-n+1)$个独立回路，列写 KVL 方程；

(4) 联立求解这 b 个独立方程，得出各支路电流；

(5) 由支路电流求出待计算量，如支路电压或功率。

如果电路中存在电流源，可以有两种方法处理，第一种方法是电流源支路电流不再设为变量，对节点仍写$(n-1)$个 KCL 方程，选取不包含电流源支路的回路，可看作是去掉电流源支路后独立回路(优先选择网孔)写 KVL 方程，其方程总数与变量个数相等，这种方法称为少设变量法。第二种方法是电流源支路不再作为变量，而将电流源上电压设为变量，对节点仍列$(n-1)$个 KCL 方程，对回路列$(b-n+1)$个 KVL 方程，列写电压方程时仍优先选择网孔为独立回路，把电流源支路用电压源支路替代纳入回路 KVL 电压平衡方程。

例 3-1 图 3-2(a)所示电路，求各支路电流。

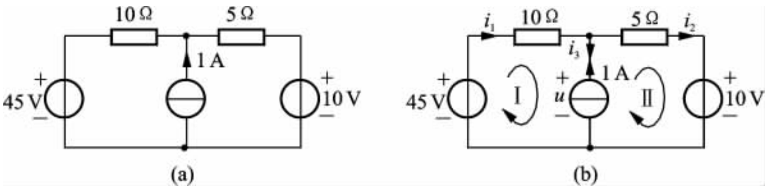


图 3-2 例 3-1 图

解法 1 标出各支路电流如图 3-2(b)所示，则有 $i_3=-1$ A，因已知，故不再设为变量。该电路有两个节点，可列写一个独立节点的 KCL 方程为

$$i_2-i_1=1 \quad ①$$

“去掉”电流源支路后，对剩下的回路列写 KVL 方程

$$10i_1+5i_2=-10+45 \quad ②$$

联立式①、式②求解得

$$i_1 = 2\ \text{A}, i_2 = 3\ \text{A}$$

解法 2 增设电流源上电压 u,选择两个网孔的绕行方向如图 3-2(b)所示。列写一个 KCL 方程和两个 KVL 方程为

$$i_2 - i_1 = 1$$

网孔 Ⅰ $$10i_1 + u = 45$$

网孔 Ⅱ $$5i_2 - u = -10$$

联立求解上述三个方程,可得

$$i_1 = 2\ \text{A},\quad i_2 = 3\ \text{A},\quad u = 25\ \text{V}$$

比较上述两种方法,第 1 种方法方程数少,相对简单,但若要求计算电流源的功率,则第 2 种方法更直接。

如果电路中存在受控源,则将受控源看作相应的独立源,列写支路法所必需的方程,然后将受控源的控制量用支路电流表示,作为辅助方程补充。

例 3-2 图 3-3 是含受控源的电路,试求电阻 R_3 上的电压 u_3。

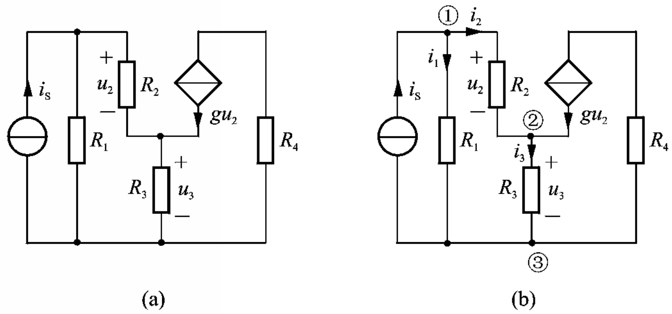


图 3-3 例 3-2 图

解 标出节点序号及非电流源支路电流 i_1、i_2、i_3 变量的参考方向如图 3-3(b)所示。图中有 3 个节点,可列出两个独立的 KCL 方程[对节点①和②]为

$$i_1 + i_2 = i_S$$

$$i_3 - i_2 = gu_2$$

"去掉"电流源支路后只剩下一个网孔,对其列出 KVL 方程有

$$R_2 i_2 + R_3 i_3 - R_1 i_1 = 0$$

将受控电流源的控制量 u_2 用求解变量支路电流表示为

$$u_2 = R_2 i_2$$

联立上述四个方程,经整理有

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = i_S \\ -(1 + gR_2)i_2 + i_3 = 0 \\ -R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = 0 \end{cases}$$

用行列式求解,得

$$i_3=\begin{vmatrix}1 & 1 & i_S\\ 0 & -(1+gR_2) & 0\\ -R_1 & R_2 & 0\end{vmatrix}\Bigg/\begin{vmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & -(1+gR_2) & 1\\ -R_1 & R_2 & R_3\end{vmatrix}$$

$$=\frac{-R_1(1+gR_2)i_S}{-(1+gR_2)R_3-R_1-R_2}=\frac{R_1(1+gR_2)i_S}{R_1+R_2+(1+gR_2)R_3}$$

所以
$$u_3=i_3R_3=\frac{R_1R_3(1+gR_2)i_S}{R_1+R_2+(1+gR_2)R_3}$$

由于电路中每一个支路的电压和电流两个变量的关系仅取决于该支路中元件本身的参数，故用支路电流法解出了支路电流后支路电压和功率也就可以计算出来。当然也可以设定支路电压作为变量，解出支路电压，支路电流也就随之而定。

3.2 回路(网孔)电流法

1. 回路(网孔)电流

对于一个节点数 n、支路数 b 的平面电路，可以证明其网孔数 m 和独立回路数 l 有

$$l=m=b-n+1$$

网孔电流是假想的沿着网孔边界独自流动的电流，如图 3-4(a)中虚线 I_{l1}、I_{l2}[①]所示，这些假想的电流通过同一条支路时就合成为该支路电流；只通过一条支路时，则为该支路电流，即 $I_1=I_{l1}$，$I_3=I_{l2}$，$I_2=I_{l2}-I_{l1}$。为此，所有支路电流都可以用网孔电流表示。

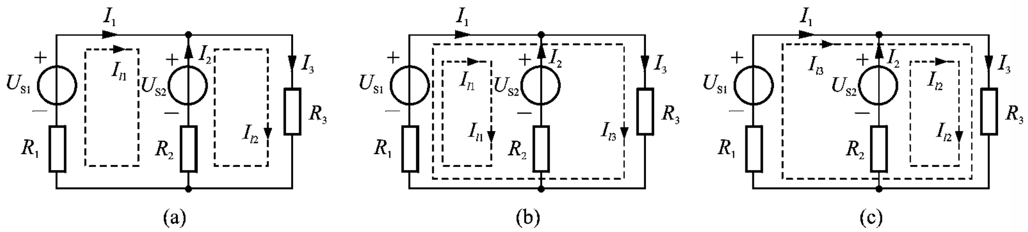


图 3-4　回路(网孔)电流

图 3-4(b)、图 3-4(c)中，假想沿着外围大的回路也有独自流动的电流 I_{l3}，则支路电流可以用 I_{l1} 和 I_{l3} 表示，如图 3-4(b)所示；也可以用 I_{l2} 和 I_{l3} 表示，如图 3-4(c)所示。在图 3-4(b)中：$I_1=I_{l1}+I_{l3}$，$I_2=-I_{l1}$，$I_3=I_{l3}$；在图 3-4(c)中：$I_1=I_{l3}$，$I_2=I_{l2}$，$I_3=I_{l2}+I_{l3}$。由此可知，选择的回路不同，支路电流可以用不同的回路电流表示，但支路电流是确定的，独立回路的个数($b-n+1$)也是确定的。

以网孔电流为变量列写电路方程求解的方法称为网孔电流法，简称网孔法，如图 3-4(a)所示。

以回路电流为变量列写电路方程求解的方法称为回路电流法，简称回路法，如图 3-4(b)或图 3-4(c)所示。考虑方便，叙述时不再对两者加以区别，统一称为回路(网孔)法。

---

① 直流量常用变量的大写表示。

2．回路(网孔)方程

在图 3-4(a)中，选定左右两个网孔，列写 KVL 方程

$$\left.\begin{aligned} R_1 I_1 - R_2 I_2 &= U_{S1} - U_{S2} \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 &= U_{S2} \end{aligned}\right\} \tag{3-4}$$

将式(3-4)方程中的支路电流用回路电流表示，则方程为

$$\left.\begin{aligned} R_1 I_{l1} + R_2 I_{l1} - R_2 I_{l2} &= U_{S1} - U_{S2} \\ -R_2 I_{l1} + R_2 I_{l2} + R_3 I_{l2} &= U_{S2} \end{aligned}\right\} \tag{3-5}$$

比较式(3-4)和式(3-5)可知，方程组(3-4)不可解，方程组(3-5)可解。方程组(3-5)虽然是 KVL 方程，但其隐含了一个 KCL 方程：$I_2 = -I_{l1} + I_{l2} = -I_1 + I_3$。由此可知，以网孔电流(回路电流)为变量列写 KVL 方程要比以支路电流为变量列写的方程数少 $(n-1)$ 个。

将方程组(3-5)整理后可得

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) I_{l1} - R_2 I_{l2} = U_{S1} - U_{S2} & (3\text{-}6a) \\ -R_2 I_{l1} + (R_2 + R_3) I_{l2} = U_{S2} & (3\text{-}6b) \end{cases}$$

根据观察即能列出这样的一组网孔方程，把式(3-6)概括为如下一般形式：

$$\left.\begin{aligned} R_{11} I_{l1} + R_{12} I_{l2} &= u_{S11} \\ R_{21} I_{l1} + R_{22} I_{l2} &= u_{S22} \end{aligned}\right\} \tag{3-7}$$

式(3-7)中 R_{11}、R_{22} 分别为网孔Ⅰ、网孔Ⅱ的**自电阻**(**self resistance**)，它们分别是各自网孔内所有电阻的总和，例如 $R_{11} = R_1 + R_2$，$R_{22} = R_2 + R_3$。R_{12} 称为网孔Ⅰ与网孔Ⅱ的**互电阻**(**mutual resistance**)，它是该两网孔的公有电阻，即 $R_{12} = -R_2$，出现负号是因为网孔电流 I_{l1} 和 I_{l2} 以相反的方向流过公有电阻 R_2。两网孔电流同向流过公有电阻时互电阻为正，异向为负。另外，式(3-7)中有 $R_{12} = R_{21}$。u_{S11}、u_{S22} 分别为网孔Ⅰ、网孔Ⅱ中各电压源电位升的代数和，$u_{S11} = u_{S1} - u_{S2}$，$u_{S22} = u_{S2}$。

推广至具有 m 个网孔的电路，则网孔方程的形式应为

$$\left.\begin{aligned} R_{11} i_{l1} + R_{12} i_{l2} + \cdots + R_{1m} i_{lm} &= u_{S11} \\ R_{21} i_{l1} + R_{22} i_{l2} + \cdots + R_{2m} i_{lm} &= u_{S22} \\ &\cdots \\ R_{m1} i_{l1} + R_{m2} i_{l2} + \cdots + R_{mm} i_{lm} &= u_{Smm} \end{aligned}\right\} \tag{3-8}$$

如果各网孔电流的参考方向一律设为顺时针方向，或一律设为逆时针方向，则各互电阻均为有关网孔公有电阻总和的负值。对于线性电路，方程组中 R 参数为常数。在电路不存在受控源的情况下列出的方程组中，必有 $R_{ki} = R_{ik} (i \neq k)$，即网孔电流方程组的系数行列式，具有以自电阻为主对角线对称的形式。

对图 3-4(b)中选定的回路电流列写电路方程，回路 $l1$ 自电阻为 $R_1 + R_2$，回路 $l3$ 自电阻为 $R_1 + R_3$，互电阻为 R_1，两回路经 R_1 时绕向相同取正，由此列写的回路方程为

$$\left.\begin{aligned}(R_1+R_2)I_{l1}+R_1I_{l3}&=U_{S1}-U_{S2}\\R_1I_{l1}+(R_1+R_3)I_{l3}&=U_{S1}\end{aligned}\right\}\tag{3-9}$$

读者可自行列出图 3-4(c)的回路方程。

仔细观察图 3-4 中各支路电流和回路电流，可以发现当某条支路经过的回路电流只有 1 个时，则回路电流就为该支路电流，这时，直接用支路电流表示回路电流，这样可以减少变量的表示，有利于方程的列写，但支路电流和回路电流两者有本质的区别。

例 3-3 列出图 3-5 所示电路的回路(网孔)方程。

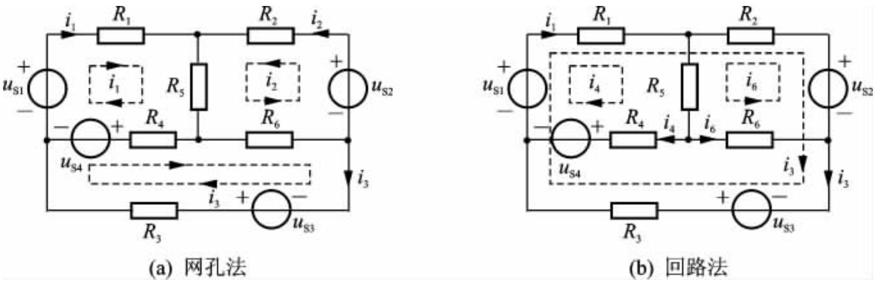


图 3-5 例 3-3 图

解 标出网孔电流如图 3-5(a)所示，此时网孔电流为电路三个外围边界支路电流。列出网孔方程为

$$\begin{cases}(R_1+R_4+R_5)i_1+R_5i_2-R_4i_3=u_{S1}-u_{S4}\\R_5i_1+(R_2+R_5+R_6)i_2+R_6i_3=u_{S2}\\-R_4i_1+R_6i_2+(R_3+R_4+R_6)i_3=u_{S3}+u_{S4}\end{cases}$$

标出回路电流如图 3-5(b)所示，此时回路电流为 R_4、R_6 及 R_3 支路上的电流，列出回路方程为

$$\begin{cases}(R_1+R_4+R_5)i_4+R_5i_6+R_1i_3=u_{S1}-u_{S4}\\R_5i_4+(R_2+R_5+R_6)i_6-R_2i_3=u_{S2}\\R_1i_4-R_2i_6+(R_1+R_2+R_3)i_3=u_{S1}-u_{S2}+u_{S3}\end{cases}$$

由例 3-3 可知，当电路中没有电流源支路时，网孔法方程列写比回路法方程列写要清晰。因此，优先选择网孔法。

例 3-4 求图 3-6 电路中各支路电流。

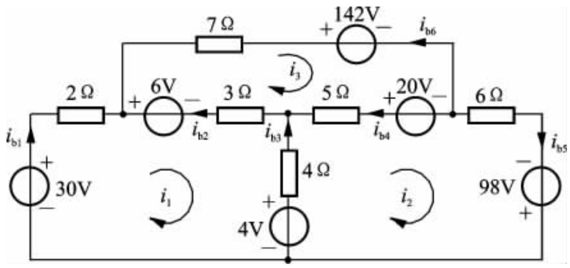


图 3-6 例 3-4 图

解 本题说明用网孔分析法的解题步骤。

该电路共有 6 条支路、3 个网孔、6 个电压源，设 3 个网孔电流 i_1、i_2、i_3，参考方向如图 3-6 所示。根据观察即能列出该电路的网孔方程为

网孔 1 $(2+3+4)i_1-4i_2-3i_3=30-6-4$

网孔 2 $-4i_1+(4+5+6)i_2-5i_3=-20+98+4$

网孔 3 $-3i_1-5i_2+(7+5+3)i_3=-142+20+6$

整理得

$$9i_1-4i_2-3i_3=20$$
$$-4i_1+15i_2-5i_3=82$$
$$-3i_1-5i_2+15i_3=-116$$

解上列联立方程，得网孔电流 $i_1=2\ \text{A}$，$i_2=4\ \text{A}$，$i_3=-6\ \text{A}$。

由网孔电流，求出支路电流(参考方向如图 3-6 所示)

$$i_{b1}=i_1=2\ \text{A},\quad i_{b2}=i_3-i_1=-6-2=-8\ \text{A},\quad i_{b3}=i_2-i_1=4-2=2\ \text{A}$$
$$i_{b4}=i_3-i_2=-6-4=-10\ \text{A},\quad i_{b5}=i_2=4\ \text{A},\quad i_{b6}=-i_3=-(-6)=6\ \text{A}$$

求这样六个未知支路电流只需三个联立方程，而且建立网孔方程是很容易的。比起用支路电流法简便多了。

网孔分析法的步骤可归纳如下：

(1) 设定网孔电流的参考方向，网孔绕行方向与网孔电流方向一致，通常均设为顺时针方向；

(2) 利用自电阻，互电阻及网孔电位升等概念直接列写网孔电流方程；

(3) 联立求解网孔电流方程组，进而求出支路电流或其他待求电压。

当电路中有电流源时，可以使电流源支路只存在于一个回路中，则该回路电流即为电流源电流，这样就少设一个变量，再取其他回路电流为变量列写方程。

例 3-5 用回路法求解例 3-1 中各支路电路。

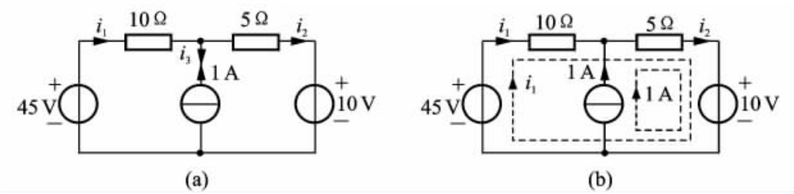


图 3-7 例 3-5 图

解 图 3-7(a)为例 3-1 的图，这里用回路法求解。首先选定回路电流如图 3-7(b)所示，则外围大回路电流设为支路电流 i_1，右边回路电流为 1 A，列出回路方程为

$$(10+5)i_1+5\times1=45-10$$

解得

$$i_1=2\ \text{A},\ i_2=1+i_1=3\ \text{A}$$

此题若用网孔法，则需要在电流源两端增设电压为变量，独立方程数增加，计算起来

就比较麻烦了。

例 3-6 图 3-8 所示电路，(1)列出网孔方程；(2)求电流源发出的功率。

解 设三个网孔电流为 i_1、i_2、i_3，电流源两端的电压 u'，其参考方向如图 3-8 所示。

(1) 列出网孔方程为

$$3i_1 - i_2 - 2i_3 + u' = 7$$
$$-i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0$$
$$-2i_1 - 3i_2 + 6i_3 - u' = 0$$
$$i_1 - i_3 = 7$$

由于 u' 是未知量，而电流源支路的电流等于电流源电流，故需增添 $i_1 - i_3 = 7$ 这一方程，使能解出四个未知量 i_1、i_2、i_3 和 u'。

联立求解得

$$i_1 = 9\ \mathrm{A},\ i_2 = 2.5\ \mathrm{A},\ i_3 = 2\ \mathrm{A},\ u' = -13.5\ \mathrm{V}$$

(2) 电流源发出的功率为

$$P = -7u' = 94.5\ \mathrm{W}$$

此例也可将电流源支路仅放在一个回路中，可少设一个变量，少列一个方程。当电路较复杂或者电流源支路较多时，如何将每个电流源支路仅放在一个回路中，需要动一番脑筋。这时，我们借助图论的一些知识，根据其规律，可以方便地解决这一问题。

例 3-7 应用网孔电流法列出图 3-9 所示电路的网孔方程。

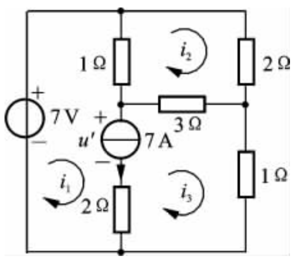


图 3-8　例 3-6 图

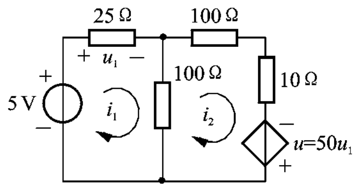


图 3-9　例 3-7 图

解 设网孔电流为 i_1、i_2，把受控源暂看作是独立源，受控源的控制量用网孔电流表示，即

$$u = 50u_1 = 50 \times 25i_1 = 1250i_1$$

电路的网孔方程为

$$125i_1 - 100i_2 = 5$$
$$-100i_1 + 210i_2 = 1250i_1$$

整理方程式，将变量归并到一起，受控电压源项被移至方程等式左边，得

$$125i_1 - 100i_2 = 5$$
$$-1350i_1 + 210i_2 = 0$$

请注意此时方程式中 $R_{12} = -100$，$R_{21} = -1350$，$R_{12} \neq R_{21}$。

3. 网络的线图和独立变量

用一线段来代替电路中的一个元件,这线段称为支路,线段的端点称为节点,这样得到的以线、点组成的几何结构图称为线图或拓扑图,简称为图。可见,一个图 G 是节点和支路的一个集合,每条支路与两个节点相联接。如图 3-10(a)所示。如果对图中的每一支路规定一个方向,就称为有向图,如图 3-10(b)所示,否则称为无向图,如图 3-10(a)所示。如果图的任意两节点之间至少存在着一条由支路构成的路径,则该图就称为连通图,如图 3-10(a)所示,否则就称为非连通图或分离图,如图 3-10(c)所示。如果图 G_1 中的节点和支路都是图 G 的节点和支路,则图 G_1 称为图 G 的子图。

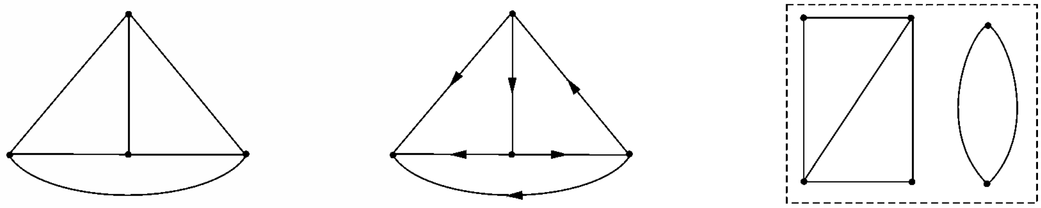


图 3-10　线图

树、树支、连支　一般连通图具有闭合回路,在网络中移去一些支路,某些回路便被破坏。如果移去足够的支路,使全部节点仍被剩下的支路连成一体,而无一回路存在,由这些支路所构成的线图,称为“树”。可见连通图 G 的一个树是 G 的一个连通子图,包含所有的节点,不包含任何回路。同一网络的线图,树的结构有很多种。例如图 3-11(a)那样一个简单的电桥电路的线图,树的结构就有 16 种,图 3-11(a)、(b)、(c)画出了其中的三种(树以实线表示)。

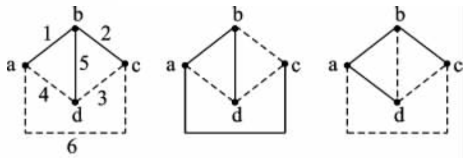


图 3-11　树

构成树的各支路叫树支。图中除树支以外的其他支路称为连支,连支的集合称为树余。根据树的定义可知,树支数等于节点数减 1,如设网络有 n 个节点,b 条支路,则树支数 t 为

$$t = n - 1 \tag{3-10}$$

这是因为:第一个树支联接两个节点;此后每增加一个节点,便增加一个树支;连接全部节点所需要的树支数,必然比节点的总数少 1。例如图 3-11(a)电桥电路的线图有 a、b、c 及 d 四个节点,不管是哪一种树的结构,树支数都是 $4-1=3$。显然,连支数 l 为

$$l = b - t = b - (n - 1) = b - n + 1 \tag{3-11}$$

割集 割集是指连通图中符合下列条件的支路**集合(set)**，当将该集合除去时，使连通图成为两个分离的部分；但是只要少移去其中任何一条支路，图仍然是连通的。例如图 3-12 中由支路(3,4,1)构成的割集，图上用虚线并标以 Q_1 来表示这个割集，它将节点 a 与图中的其余部分分开。(1,5,2)，(2,6,3)以及(1,5,6,3)分别构成割集 Q_2，Q_3 和 Q_4；但(1,5,6)不是割集，因为去掉这些支路不能将连通图分为两个分离部分；(2,5,1,3)也不是割集，因为少移去支路 3，图仍分离为两部分。

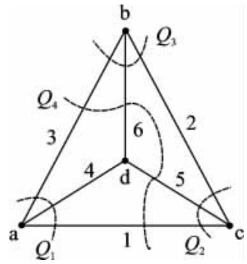


图 3-12 割集

为了确定一个割集，常采用作闭合面(高斯面)的方法。在一个连通图上画一闭合面，将图分成面内、面外两个连通部分，则闭合面切割的所有支路构成一个割集(注意每条支路只能切割一次)。由于 KCL 不仅适用于节点，也适用于网络中的任一闭合面，所以一个割集的所有支路电流的代数和为零。

独立电压变量 从图 3-11 可以看出，如选用树支电压为变量，则它们一定是一组独立的完备的电压变量。这是由于树支不构成线图中的回路，因此各个树支电压之间不存在 KVL 约束，任一树支电压都不可能由其他树支电压的组合得出。同时还可以看出，所有连支电压都可由树支电压的组合得出。由此可知，对于一个具体的网络，先选定它的树的结构，以其树支电压为变量，就可保证所选出的是完备的独立电压变量。如以一组电压为变量，其独立变量数等于网络线图的树支数。

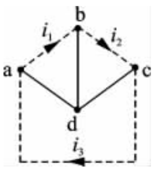


图 3-13 连支

独立电流变量 从网络线图连支的含义可知，对网络选定了树的结构，则全部连支电流为一组独立变量。由于每一节点至少有一条树支与之相联，故各个连支电流之间不存在 KCL 约束，即任一连支电流都不可能由其他连支电流的组合来表示。而所有树支电流都可由连支电流的组合得出，如图 3-13 所示(实线表示树支、虚线表示连支，其中所设 i_1，i_2，i_3 即为连支电流)。因此，如果先选定一网络的树结构，以连支电流为变量，则可保证所选的是完备的独立电流变量。如以一组电流为变量，其独立变量数等于网络线图的连支数。

4. 基本回路

对一个网络选定树后，如果每次只接上一条连支，就可以形成一个这样的闭合回路，该回路是由一条连支及其他有关的树支组成的，称为基本回路，基本回路亦称为单连支回路。设想连支电流在基本回路中连续流动，形成一个回路电流，称为基本回路电流。这样，电路有 $b-(n-1)$条连支，就会有 $b-(n-1)$个基本回路及基本回路电流。图 3-14 表示图 3-1 电路中三种可能的树及其对应的基本回路，箭头表示基本回路的参考方向，该方向与连支电流参考方向一致。对图 3-14(a)所选的树来说，基本回路恰好就是网孔。

对于一个具体的网络，回路可以有很多，因此，可以设想很多回路电流，但是对于一个确定树结构的网络，其基本回路随之而定。因为每一基本回路电流代表一个连支电

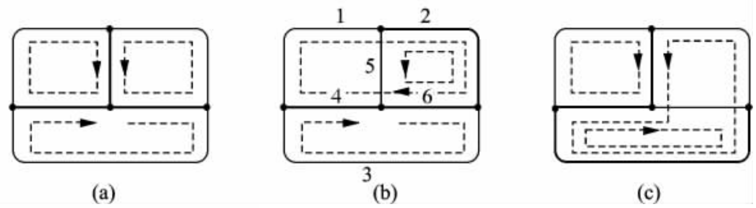


图 3-14　基本回路

流，而连支电流是一组完备的独立变量，所以由各个基本回路电流组成的一组电流变量必定是一组完备的独立变量。

对于含有电流源的电路可以这样选择基本回路。首先选择一个树，其树不含有电流源支路，只含有电压源和部分电阻支路，则电流源支路必为连支，由树支和连支构成的基本回路中，有些回路的电流为已知的电流源电流，则可不列该回路方程，只列其他的基本回路方程，此种方法称为“巧选回路法”。

例 3-8　利用巧选回路法列写例 3-6 中电路方程。

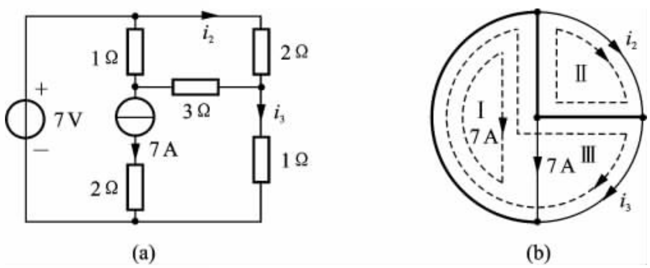


图 3-15　例 3-8 图

解　例 3-6 电路如图 3-15(a)所示，其所选的树和基本回路如图 3-15(b)所示，三个回路中，回路Ⅰ的基本电流为电流源的电流 7 A，回路Ⅱ的电流为 i_2，回路Ⅲ的电流为 i_3，只需对回路Ⅱ、Ⅲ列出回路方程，其方程

回路Ⅱ　　$(1+2+3)i_2-1\times7-(1+3)i_3=0$

回路Ⅲ　　$(1+3+1)i_3+1\times7-(1+3)i_2=7$

经整理有

$$6i_2-4i_3=7$$
$$-4i_2+5i_3=0$$

联立求解得

$$i_2=2.5\ \text{A},i_3=2\ \text{A}$$

结果与例 3-6 一样，而计算过程就显得简单。

此例可看出，巧选回路法虽然在选择回路上麻烦了些，但所需列写方程数少了，计算量就小，在含电流源的多条公共支路的复杂电路中，巧选回路法更显得优越。当然，若电路中没有电流源或者电流源分布在外围网孔中，优先选择网孔法就较为方便。

例 3-9 图 3-16(a)是用晶体管作低频小信号放大的电路模型。已知电路参数为：$R_b=1\ \mathrm{k\Omega}$，$R_c=50\ \mathrm{k\Omega}$，$R_f=200\ \mathrm{k\Omega}$，$R_L=10\ \mathrm{k\Omega}$，$\mu=2\times10^{-4}$，$\alpha=50$。设输入信号电压 $u_i=10\ \mathrm{mV}$，求输出电压 u_o。

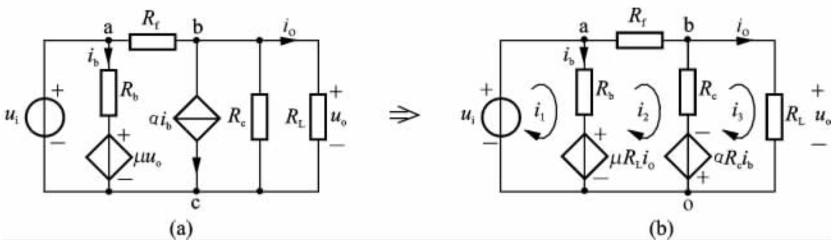


图 3-16 例 3-9 图

解 本题含受控源电路，仍暂将其看作独立源。

电路中有两个受控源，μu_o 是 VCVS，可将其等效为 CCVS，即

$$\mu u_o=\mu R_L i_o$$

αi_b 是 CCCS，可将它与伴随电阻 R_c 等效为 $\alpha R_c i_b$ 与电阻 R_c 串联，成为 CCVS，如图 3-16(b)所示，设网孔电流为 i_1、i_2、i_3，列网孔电流方程，并注意到 $i_b=i_1-i_2$，$i_o=i_3$。该电路的网孔方程为

网孔Ⅰ　$R_b i_1-R_b i_2=u_i-\mu R_L i_3$

网孔Ⅱ　$-R_b i_1+(R_b+R_f+R_c)i_2-R_c i_3=\mu R_L i_3+\alpha R_c(i_1-i_2)$

网孔Ⅲ　$-R_c i_2+(R_c+R_L)i_3=-\alpha R_c(i_1-i_2)$

将元件数值代入并整理，得

$$i_1-i_2+2\times10^{-3}i_3=10\times10^{-3}$$
$$-2501i_1+2751i_2-50.002i_3=0$$
$$2500i_1-2550i_2+60i_3=0$$

解得　$i_3=-0.4347\ \mathrm{mA}$

所以　$u_o=R_L i_3=-4.347\ \mathrm{V}$

例 3-10 电路如图 3-17(a)所示，试选一树使之只需要一个回路方程即能求出 i_1 的值。

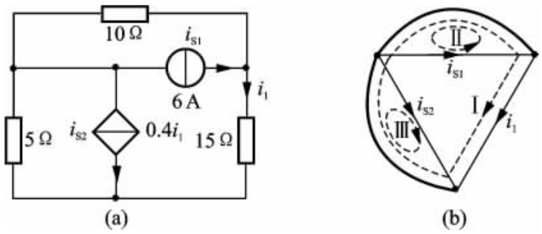


图 3-17 例 3-10 图

解 此例中有两个电流源分布在公共支路上,故采用“巧选回路法”分析。所选的树和基本回路如图 3-17(b)所示,其中回路Ⅰ的电流为 i_1,回路Ⅱ的电流为 i_{S1}(6 A),回路Ⅲ的电流为 $i_{S2}(0.4i_1)$,因此只有 i_1 为未知量,故只需列出一个回路方程即可求得 i_1。列出第一个回路方程

$$R_{11}i_1 + R_{12}i_{S1} + R_{13}i_{S2} = 0 \qquad ①$$

其中 $R_{11}=10+15+5=30\ \Omega$, $R_{12}=-10\ \Omega$, $R_{13}=5\ \Omega$

又知 $i_{S1}=6$ A,$i_{S2}=0.4\ i_1$,代入式①得

$$30i_1 - 10\times 6 + 5\times 0.4i_1 = 0$$

所以

$$i_1 = \frac{60}{32} = 1.875\ \text{A}$$

3.3 节点电压法

选用支路电压作为求解电路的变量,虽然可以借助相应的线图结构保证所设置的变量是一组完备的独立电压变量,但对于一个结构比较复杂的电路,有时树的结构就相当复杂,建立电路方程也并非易事。一般常采用节点电压作为变量来建立方程,这一分析电路的方法称为节点电压分析法,简称节点法。

1. 节点电压

如果指定电路中的某一个节点作为参考点,令它的电位为零电位,则其余各节点与这一参考点的电位差就称为各节点的节点电位,通常也称为节点电压。知道了电路的各个节点电压,各个支路电压便可由该支路两端节点电压的差值得出

$$u_{ij} = u_i - u_j$$

其中 u_{ij} 为支路 ij 的支路电压,它联接在节点 i 与节点 j 之间,u_i 为节点 i 的节点电压,u_j 为节点 j 的节点电压,由此可见,节点电压是完备的。

一个有 n 个节点的电路,除指定的参考点外,有 $n-1$ 个节点电压,即电压变量数有 $n-1$ 个,它等于电路的树支数,也就是独立电压变量数。对于选定的树结构,各个节点经过有关树支到达参考点的路径是唯一的,节点电压就是这一路径中各个树支电压的代数和,例如,图 3-18 所示线图,其电路的节点电压与树支电压的关系为 $u_a=u_{ab}+u_{bd}$,$u_c=u_{cb}+u_{bd}$。而树支电压是一组独立变量。因此,任一节点电压不可能由其他节点电压组合得出。可见,节点电压是一组完备的独立电压变量。

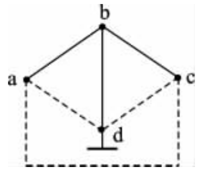


图 3-18 节点电压

2. 节点方程

以节点电压为变量,所有支路的电流都可以表示为节点电压的函数。根据 KCL,对

每一个节点可以写出一个方程式。将这些方程式联立解出各个节点电压后，便可得出各个支路电压及支路电流。

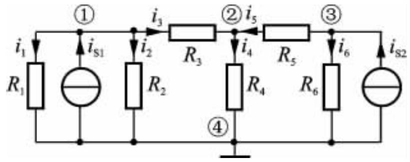


图 3-19　节点分析

如图 3-19 所示的电路，有四个节点。以节点④为参考点，即令 $u_4=0$，分别设其他三个节点电压为 u_1、u_2、u_3。

在节点①、②、③运用 KCL 得

$$\left.\begin{aligned} i_1+i_2+i_3&=i_{S1}\\ -i_3+i_4-i_5&=0\\ i_5+i_6&=i_{S2}\end{aligned}\right\}\tag{3-12}$$

由欧姆定律及支路电压与节点电压之间的关系，可得

$$\left.\begin{aligned} G_1u_1&=i_1\\ G_2u_1&=i_2\\ G_3(u_1-u_2)&=i_3\\ G_4u_2&=i_4\\ G_5(u_3-u_2)&=i_5\\ G_6u_3&=i_6\end{aligned}\right\}\tag{3-13}$$

将式(3-13)代入式(3-12)得

$$\begin{aligned} &G_1u_1+G_2u_1+G_3(u_1-u_2)=i_{S1}\\ &-G_3(u_1-u_2)+G_4u_2-G_5(u_3-u_2)=0\\ &G_5(u_3-u_2)+G_6u_3=i_{S2}\end{aligned}$$

对上式进行整理，可得

$$\left.\begin{aligned} &(G_1+G_2+G_3)u_1-G_3u_2+0=i_{S1}\\ &-G_3u_1+(G_3+G_4+G_5)u_2-G_5u_3=0\\ &0-G_5u_2+(G_5+G_6)u_3=i_{S2}\end{aligned}\right\}\tag{3-14}$$

对照图 3-19，观察式(3-14)可以得出：等号左边为各节点电压作用在和该节点所联接的所有电导支路上的电流，减去相邻由电导支路直接联接的节点电压作用在本节点上的电流；等号右边为流入该节点的电流源电流之代数和。为此把式(3-14)概括为如下的形式：

$$\left.\begin{aligned} G_{11}u_1+G_{12}u_2+G_{13}u_3&=i_{S11}\\ G_{21}u_1+G_{22}u_2+G_{23}u_3&=i_{S22}\\ G_{31}u_1+G_{32}u_2+G_{33}u_3&=i_{S33}\end{aligned}\right\}\tag{3-15}$$

式中 G_{11}、G_{22}、G_{33} 分别称为节点①、节点②、节点③的**自电导**(**self conductance**)，它们分别是各节点上所有电导的总和。如上例中，$G_{11}=G_1+G_2+G_3$，$G_{22}=G_3+G_4+G_5$，$G_{33}=G_5+G_6$。

G_{12} 称为节点①和节点②的**互电导**(**mutual conductance**)，它是该两节点间的公有电导的负值。G_{13}、G_{21}、G_{23}、G_{31}、G_{32} 分别为其下标数字所示节点间的互电导，分别为有关两

节点间公有电导的负值。如果两节点间无电导支路直接连接,则互导为零。例如:$G_{23}=-G_5$,$G_{13}=0$。另外,$G_{12}=G_{21}$,$G_{23}=G_{32}$,$G_{13}=G_{31}$。

i_{S11}、i_{S22}、i_{S33}分别为流入节点①、②、③的电流源电流的代数和,例如$i_{S11}=i_{S1}$,$i_{S33}=i_{S2}$。

推广至对具有$(n-1)$个独立节点的电路,节点方程的形式为

$$\left.\begin{aligned}G_{11}u_1+G_{12}u_2+\cdots+G_{1(n-1)}u_{n-1}&=i_{S11}\\G_{21}u_1+G_{22}u_2+\cdots+G_{2(n-1)}u_{n-1}&=i_{S22}\\\cdots\\G_{(n-1)1}u_1+G_{(n-1)2}u_2+\cdots+G_{(n-1)(n-1)}u_{n-1}&=i_{S(n-1)(n-1)}\end{aligned}\right\}\tag{3-16}$$

对于线性电路,方程组中G参数为常数。在电路不存在受控源的情况下,在列出的方程组中,必有$G_{ki}=G_{ik}$,即节点电压方程组的系数行列式,具有以自电导为主对角线的对称的形式。

一般来说,如果电路的独立节点数少于网孔数,节点分析法与网孔分析法相比联立方程就少些,较易求解。

节点分析法对平面和非平面电路都适用。网孔分析法只适用于平面电路,节点分析法则无此限制,因此,节点法更具有普遍意义。目前,在计算机辅助网络分析中节点分析法被广泛应用。

例 3-11 列出图 3-20 所示电路的节点方程。

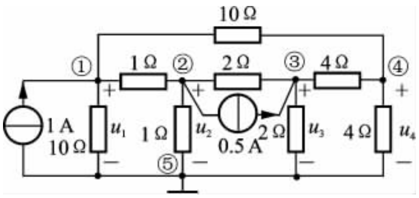


图 3-20 例 3-11 图

解 本题说明用节点分析法的解题步骤。

该电路共有5个节点,选其中的节点⑤为参考点,标以接地符号,设其余四个节点电压分别为u_1、u_2、u_3、u_4,计算各自电导与互电导,列出节点电压方程。例如:直接汇集于节点①的电导总和为$G_{11}=0.1+1+0.1=1.2$ S,互电导$G_{12}=G_{21}=-1$ S,$G_{13}=G_{31}=0$,$G_{14}=G_{41}=-0.1$ S,又电流源电流是流入节点①的,故$i_{S11}=1$ A,对节点①可得

$$1.2u_1-u_2-0.1u_4=1$$

同理,对节点②、③、④可得

$$\begin{aligned}-u_1+2.5u_2-0.5u_3&=-0.5\\-0.5u_2+1.25u_3-0.25u_4&=0.5\\-0.1u_1-0.25u_3+0.6u_4&=0\end{aligned}$$

解出节点电压数值后,再根据类似式(3-13)所表示的支路伏安关系可算出各支路电流。

节点分析法的方法步骤可归纳如下:

(1) 选定参考节点,并标出其余$(n-1)$个节点的序号;

(2) 利用自电导、互电导及流入节点电流源电流等概念直接列写$(n-1)$个节点电压方程;

(3) 解得节点电压后，再求出其他待求量。

当电路只有两个节点，而支路数却很多(如图 3-21 所示)时，令一个节点 b 为参考节点，则只需列出一个节点方程

$$(G_1+G_2+\cdots+G_n)u_a=G_1u_{S1}+G_2u_{S2}+\cdots+G_nu_{Sn}$$

即可求出节点电压(即支路电压)为

$$u_a=\frac{\sum G_k u_{Sk}}{\sum G_k} \tag{3-17}$$

式(3-17)称为弥尔曼定理。

例 3-12 对图 3-22 所示的电路，写出它的节点电压方程。

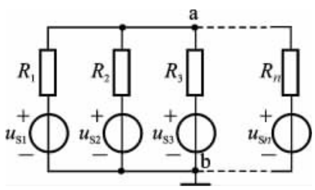


图 3-21 弥尔曼定理示意图

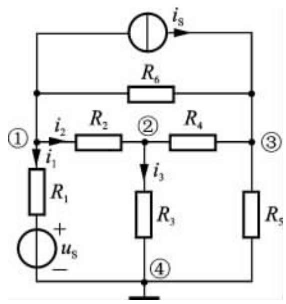


图 3-22 例 3-12 图

解 本题说明电路中含有电压源与电阻串联的支路时的处理方法。

以节点④为参考点，对节点①，有

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_6}\right)u_1-\frac{1}{R_2}u_2-\frac{1}{R_6}u_3=-i_S+\frac{u_S}{R_1}$$

对节点②、③同样可列出方程(略)。

列节点方程时，如遇到电压源、电阻串联支路，如本题 u_S 与 R_1 串联，可以把电压源、电阻串联组合变换为等效的电流源、电阻并联组合。但在求解各支路电流时，应回到原电路图计算，如$i_1=(u_1-u_S)/R_1$，而有电流源和电阻串联时，则该电阻不能作为自电导和互电导，请读者自行理解其原因。

例 3-13 列出图 3-23(a)电路的节点方程。

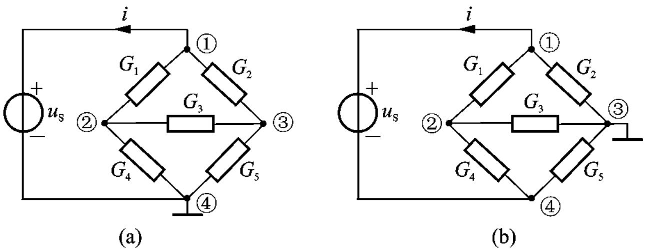


图 3-23 例 3-13 图

解 本题说明电路中含有理想电压源支路时如何运用节点分析法的问题,在这种情况下,如有可能应选电压源的一端作为参考节点,则电压源另一端的节点电压就属已知,其值即是电压源的电压值。在本例的电路中,如选电压源负端为参考节点,则 $u_1=u_S$。该电路实际上就只有两个未知的节点电压 u_2 和 u_3。对节点②和③列出节点电压方程

$$-G_1u_1+(G_1+G_3+G_4)u_2-G_3u_3=0$$

$$-G_2u_1-G_3u_2+(G_2+G_3+G_5)u_3=0$$

把 $u_1=u_S$ 代入上面两个方程中,解联立方程即可求出 u_2 和 u_3。

如果想列出节点①的节点电压方程,必须在电压源支路中假设一个电流 i,把电压源当作电流源处理,对节点①的方程为

$$(G_1+G_2)u_1-G_1u_2-G_2u_3=-i$$

如果改设节点③为参考节点[见图 3-23(b)],则电压源跨接于节点①、④之间,也必须在电压源支路中设出电流 i,对三个节点都应列方程

$$(G_1+G_2)u_1-G_1u_2=-i$$

$$-G_1u_1+(G_1+G_3+G_4)u_2-G_4u_4=0$$

$$-G_4u_2+(G_4+G_5)u_4=i$$

为解出四个未知量 u_1、u_2、u_4 和 i,必须增加一个补充方程,即 $u_1-u_4=u_S$。

例 3-14 列出图 3-24 电路的节点方程。

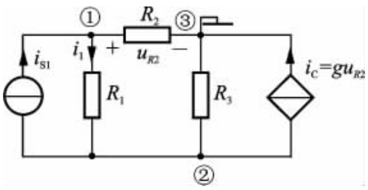


图 3-24 例 3-14 图

解 本题说明电路中有受控源时列写节点电压方程的方法。

对含受控源的电路列写节点电压方程时,可先把受控源当作独立源看待,把控制量用节点电压表示。

本例取节点③为参考节点,先将受控源控制量用节点电压表示,即

$$i_c=gu_{R2}=gu_1$$

对节点① $\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)u_1-\dfrac{1}{R_1}u_2=i_{S1}$

对节点② $-\dfrac{1}{R_1}u_1+\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}\right)u_2=-i_{S1}-gu_1$

整理上述方程可得

$$(G_1+G_2)u_1-G_1u_2=i_{S1}$$

$$(-G_1+g)u_1+(G_1+G_3)u_2=-i_{S1}$$

方程中 $G_{12}=-G_1$,而 $G_{21}=-G_1+g$,$G_{12}\neq G_{21}$。可见当电路中存在受控源时,节点电压方程的系数行列式对主对角线一般不再对称。

3.4 具有运算放大器的电阻电路

在分析具有运放的电路时,当运放处于正常放大工作区时,也可将运放看作理想运放,应用其虚断、虚短特性进行分析,两者计算结果相差甚微,所以通常采用后者进行分

析计算。下面举例阐述。

图 3-25(a)是倒向比例器电路,参照运算放大器的模型,将其看成受控源可得图 3-25(b)的等效电路。因同相输入端接地,设反相输入端的电压为 u_1,则受控电压源的电压为$-Au_1$。

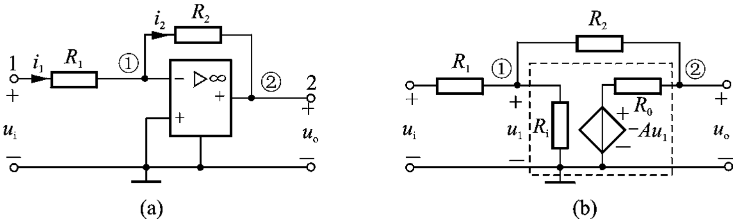


图 3-25 倒向比例器

用节点法对节点①、②列出方程

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_i}\right)u_1-\frac{1}{R_2}u_2=\frac{u_i}{R_1}$$

$$-\frac{1}{R_2}u_1+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_0}\right)u_2=-\frac{Au_1}{R_0}$$

又因为
$$u_2=u_o$$
上述节点方程可改写为

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_i}\right)u_1-\frac{1}{R_2}u_o=\frac{u_i}{R_1}$$

$$\left(-\frac{1}{R_2}+\frac{A}{R_0}\right)u_1+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_0}\right)u_o=0$$

联立求解,可得

$$u_o=\frac{-\left(\frac{A}{R_0}-\frac{1}{R_2}\right)\frac{u_i}{R_1}}{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_i}\right)\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_0}\right)+\frac{1}{R_2}\left(\frac{A}{R_0}-\frac{1}{R_2}\right)}$$

则有

$$\frac{u_o}{u_i}=-\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+\frac{\left(1+\frac{R_0}{R_2}\right)\left(1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_2}{R_i}\right)}{A-\frac{R_0}{R_2}}} \tag{3-18}$$

若 A 很大,如某型号的运放参数为 $A=50000$,$R_i=1\ \text{M}\Omega$,$R_0=100\ \Omega$,$R_2=100\ \text{k}\Omega$,$R_1=10\ \text{k}\Omega$。则

$$\frac{u_o}{u_i}=-0.9998\frac{R_2}{R_1}\approx-\frac{R_2}{R_1} \tag{3-19}$$

式(3-19)说明,图 3-25(a)所示电路的输出电压与输入电压之比按 R_2/R_1 来确定,而不受运放性能的影响。式中“—”号说明 u_o 与 u_i 的实际极性相反。所以该电路称为倒向比

例器。

如果把图 3-25(a)电路中运放当作理想运放，则根据“虚断”与“虚短”的特性来分析。由虚断特性(因为“虚断”，无电流流入或流出运放的两个输入端)。

$$i_1 = i_2$$

即
$$\frac{u_i - u_1}{R_1} = \frac{u_1 - u_o}{R_2}$$

而由虚短特性(此电路表现为“虚地”)知

$$u_1 = 0$$

所以有
$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

此结果与式(3-19)一致。可见应用理想运放进行分析要简捷得多。

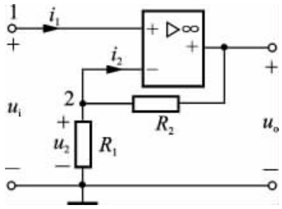


图 3-26　例 3-15 图

例 3-15　图 3-26 所示电路称为非倒向放大器。试求 u_o/u_i。

解　由“虚断”有

$$i_1 = i_2 = 0$$

所以
$$u_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}u_o$$

而由“虚短”有

$$u_i = u_2$$

所以
$$u_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2}u_o$$

则
$$\frac{u_o}{u_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

选择不同的 R_1 与 R_2，可以获得不同的 u_o/u_i 值。若把图 3-26 中的电阻 R_1 改为开路，即 $R_1=\infty$，把电阻 R_2 改为短路，即 $R_2=0$，则得到图 3-27 所示电路。不难看出 $u_o=u_i$，即此电路的输出电压完全重复输入电压，故称电压跟随器，同时有 $i_1=0$，即输入电阻 R_i 为无限大，所以它可以在电源与负载间起“隔离作用”。例如，图 3-28(a)所示电阻分压器电路，在未接负载电阻 R_L 时，$u_2=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}u_1$，若接上负载电阻 R_L，必将影响 u_2 的大小。如通过电压跟随器把 R_L 接入，如图 3-28(b)所示，则 u_2 仍等于$\dfrac{R_2}{R_1+R_2}u_1$，所以负载的影响被“隔离”了。

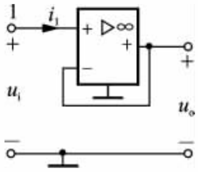


图 3-27　电压跟随器

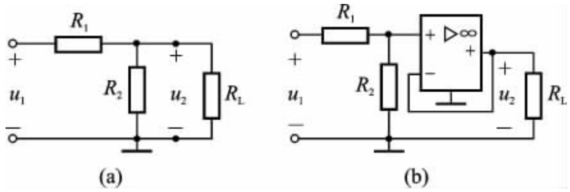


图 3-28　电压跟随器应用

例 3-16 图 3-29 所示为加法器电路，试求输出电压 u_o。

解 节点①的电压用 u_{n1} 表示，由虚断特性得

$$i_1 + i_2 + i_3 = i$$

即

$$\frac{u_1 - u_{n1}}{R_1} + \frac{u_2 - u_{n1}}{R_2} + \frac{u_3 - u_{n1}}{R_3} = \frac{u_{n1} - u_o}{R_f}$$

由虚短（虚地）特性得 $u_{n1}=0$，故

$$\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} = -\frac{u_o}{R_f}$$

所以

$$u_o = -R_f\left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}\right)$$

如令 $R_1=R_2=R_3=R_f$，则有

$$u_o = -(u_1 + u_2 + u_3)$$

式中负号说明输出电压与输入电压的实际方向相反，当含运放电路较复杂时，用节点法分析更方便些。此时，运放输入端考虑“虚断”列方程，而输出端不列方程，由“虚短”弥补。

例 3-17 求图 3-30 所示电路的输出电压与输入电压之比 u_o/u_i。

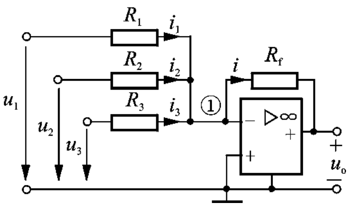


图 3-29 例 3-16 图

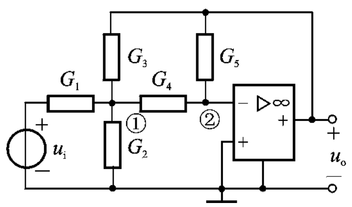


图 3-30 例 3-17 图

解 用节点法列写节点电压方程，并注意到“虚断”特性。

$$\left.\begin{aligned}
&\text{节点①} \quad (G_1 + G_2 + G_3 + G_4)u_1 \\
&\qquad\quad -G_4 u_2 - G_3 u_o = G_1 u_i \\
&\text{节点②} \quad -G_4 u_1 + (G_4 + G_5)u_2 \\
&\qquad\quad -G_5 u_o = 0
\end{aligned}\right\} \tag{3-20}$$

由虚地得，$u_2=0$，方程(3-20)变为

$$\left.\begin{aligned}
&(G_1 + G_2 + G_3 + G_4)u_1 - G_3 u_o = G_1 u_i \\
&-G_4 u_1 - G_5 u_o = 0
\end{aligned}\right\} \tag{3-21}$$

根据虚断、虚短特性，也可直接写出式(3-21)，由式(3-21)可得

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{-G_1 G_4}{(G_1 + G_2 + G_3 + G_4)G_5 + G_3 G_4}$$

例 3-18 求图 3-31 所示电路的电压比 u_o/u_i。

解 先用节点法对节点①、②列节点方程

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)u_1-\frac{1}{R_2}u_3-\frac{1}{R_3}u_o-\frac{1}{R_1}u_i=0$$

$$\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)u_2-\frac{1}{R_5}u_o=0$$

由虚短特性,$u_3=u_2$,$u_1=0$,则方程为

$$-\frac{1}{R_2}u_2-\frac{1}{R_3}u_o=\frac{1}{R_1}u_i$$

$$\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)u_2-\frac{1}{R_5}u_o=0$$

消去 u_2,经整理得

$$\frac{u_o}{u_i}=-\frac{R_2R_3(R_4+R_5)}{R_1(R_3R_4+R_2R_4+R_2R_5)}$$

目前,运算放大器电路在工程上应用极其广泛,可以构成各种各样的应用电路,下面再举两个例子。

例 3-19 电路如图 3-32 所示,虚线框内是一负阻变换器,若在 2-2′端口接入负载电阻 R_L,则 1-1′端口的等效电阻为 $R_i=-R_L$。

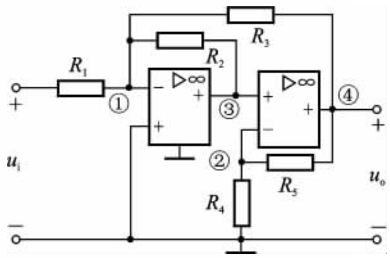


图 3-31 例 3-18 图

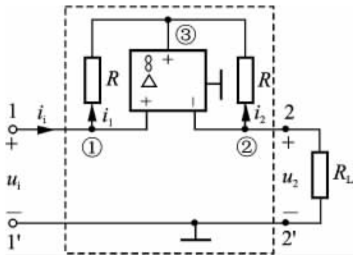


图 3-32 例 3-19 图

证明 由虚断规则,有

$$i_i=i_1,\quad i_L=i_2$$

又

$$i_1=\frac{u_1-u_3}{R}$$

$$i_2=\frac{u_2-u_3}{R}$$

由虚短规则,有

$$u_1=u_2\quad 即\quad u_i=u_2$$

所以

$$i_1R=i_2R\quad 即\quad i_i=i_L$$

这样

$$R_i=\frac{u_i}{i_i}=\frac{u_2}{i_L}=-R_L \tag{①}$$

R_L 前的"-"号是因 u_2 与 i_L 为非关联方向所致。

上式①说明，当电压 u_i 的实际极性上“+”下“−”时，电流 i_i 的实际方向是流向端子 1。此时电流从低电位流向高电位，即负电阻不仅不吸收功率，而且向外发出功率。这就是负阻现象。

例 3-20 在很多场合下被检测的电路不允许将元件拆下来检查。有些则因为制造时就固化了，无法拆下。如图 3-33 所示的电路，若要检查 R_k 是否损坏，又不能将其拆下，可用运放组成如图 3-33 所示下半部所示的电路。

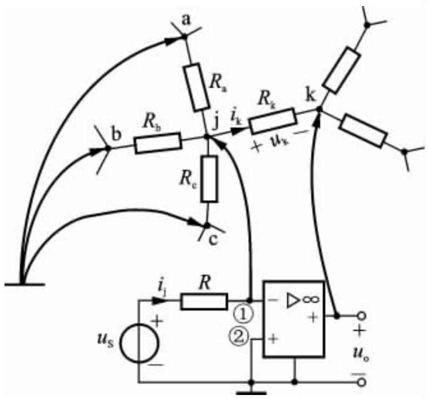


图 3-33 例 3-20 图

如图 3-33 所示，R_k 接在节点 j、k 之间，将接在节点 j 的所有其他元件的另一端（本例中为节点 a、b、c）用测棒将它们接地。再用测棒将运放的反相输入端与节点 j 相接，运放输出端与节点 k 相接。因为运放的同相输入端是接地的，$u_2=0$，由“虚地”特性，$u_1=u_j=0$，而节点 a、b、c 均接地，故节点 a、b、c、j 等电位，R_a、R_b、R_c 中无电流，又根据“虚断”特性，有

$$i_j = i_k$$

而

$$i_j = \frac{u_S}{R}, \quad i_k = \frac{u_k}{R_k} \quad 即 \quad \frac{u_S}{R} = \frac{u_k}{R_k}$$

故

$$R_k = \frac{R}{u_S} u_k$$

式中，u_S、R 可预先选定，u_k 可用电压表直接测出，这样就可算出 R_k 的值。从图中可以看出，$u_o=-u_k$，所以测出 u_o 也可以，而且测量 u_o 可避免电压表内阻造成的测量误差。

3.5 叠加定理

通过电路系统法分析，可以得出电路的一些一般规律，这些规律反映线性电路的固有性质，可以作为电路定理来使用。叠加定理和第 2 章介绍过的戴维南定理和诺顿定理是电路分析的重要定理之一。

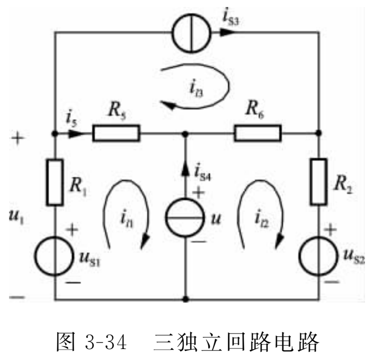


图 3-34 三独立回路电路

叠加定理指出：在线性电路中，任一支路电流（或任意两点间的电压）都是电路中各个独立电源单独作用时在该支路中产生的电流（或在该两点间产生的电压）之代数和。现就图 3-34 所示的线性电路予以说明。

在图 3-34 所示电路中，三个独立回路电流已在图中示出。因为 i_{S3} 仅属一个回路，所以 $i_{l3}=i_{S3}$，可少列一个回路方程；但 i_{S4} 属于两个回路，设其端电压为 u，因此还需要三个方程：

$$\begin{cases}(R_1+R_5)i_{l1}+u-R_5i_{l3}=u_{S1}\\(R_2+R_6)i_{l2}-u-R_6i_{l3}=-u_{S2}\\-i_{l1}+i_{l2}=i_{S4}\end{cases}$$

即
$$\begin{cases}(R_1+R_5)i_{l1}+u=u_{S1}+R_5i_{S3}\\(R_2+R_6)i_{l2}-u=-u_{S2}+R_6i_{S3}\\-i_{l1}+i_{l2}=i_{S4}\end{cases}$$

用行列式求解,得

$$\left.\begin{aligned}i_{l1}&=\frac{1}{\Delta}u_{S1}-\frac{1}{\Delta}u_{S2}+\frac{R_5+R_6}{\Delta}i_{S3}-\frac{R_2+R_6}{\Delta}i_{S4}\\i_{l2}&=\frac{1}{\Delta}u_{S1}-\frac{1}{\Delta}u_{S2}+\frac{R_5+R_6}{\Delta}i_{S3}+\frac{R_1+R_5}{\Delta}i_{S4}\\u&=\frac{R_2+R_6}{\Delta}u_{S1}+\frac{R_1+R_5}{\Delta}u_{S2}+\frac{R_2R_5-R_1R_6}{\Delta}i_{S3}+\frac{(R_1+R_5)(R_2+R_6)}{\Delta}i_{S4}\end{aligned}\right\}\tag{3-22}$$

式中 $\Delta=R_1+R_2+R_5+R_6$。

上式中 u_{S1}、u_{S2}、i_{S3}、i_{S4}前的系数均为常数,所以回路电流 i_{l1}、i_{l2}及电流源的端电压 u 都是这些电压源电压和电流源电流的线性函数。而支路电流是回路电流的线性组合,支路电压(或任意两点间的电压)与支路电流间又为线性关系,所以支路电流和支路电压均为各个电压源和电流源的线性函数。若以本例中的 i_5 与 u_1 为例

$$i_5=i_{l1}-i_{l3}$$
$$u_1=u_{S1}-R_1i_{l1}$$

将式(3-22)的关系代入,则有

$$\begin{aligned}i_5&=\frac{1}{\Delta}u_{S1}-\frac{1}{\Delta}u_{S2}-\frac{R_1+R_2}{\Delta}i_{S3}-\frac{R_2+R_6}{\Delta}i_{S4}\\&=i_5^{(1)}+i_5^{(2)}+i_5^{(3)}+i_5^{(4)}\\u_1&=\frac{\Delta-R_1}{\Delta}u_{S1}+\frac{R_1}{\Delta}u_{S2}-\frac{R_1(R_5+R_6)}{\Delta}i_{S3}+\frac{R_1(R_2+R_6)}{\Delta}i_{S4}\\&=u_1^{(1)}+u_1^{(2)}+u_1^{(3)}+u_1^{(4)}\end{aligned}\tag{3-23}$$

式(3-23)说明,i_5 由四部分组成。当 u_{S1}单独作用时,$u_{S2}=0$,$i_{S3}=i_{S4}=0$,则 R_5 中的电流 $i_5^{(1)}=\dfrac{1}{\Delta}u_{S1}$,而 $i_5^{(2)}=-\dfrac{1}{\Delta}u_{S2}$,$i_5^{(3)}=-\dfrac{R_1+R_2}{\Delta}i_{S3}$,$i_5^{(4)}=-\dfrac{R_2+R_6}{\Delta}i_{S4}$分别为 u_{S2}、i_{S3}、i_{S4}单独作用时在 R_5 中产生的电流。可见,这四个电源共同作用时 R_5 中的电流等于这些电源单独作用时在该电阻中所产生的电流的总和。对 u_1 亦是如此。上述各电源单独作用的情况如图 3-35 所示,对其中各图进行计算可得到上述相同的结果。由此说明线性电路的叠加定理成立。

当电路中有(线性)受控源时,这些受控源的作用反映在回路电流方程的自电阻或互电阻中,因此任一支路电流(或电压)仍可按独立电源单独作用时所产生的电流(或电压)叠加计算。而受控源则始终保留在电路中。

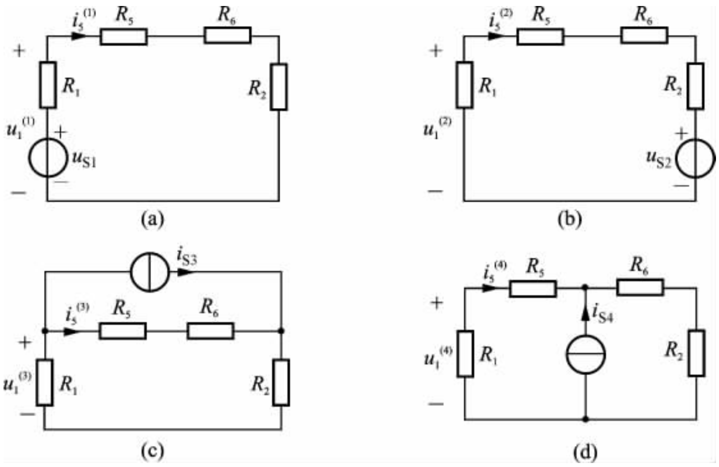


图 3-35　图 3-34 电路电源单独作用分图

例 3-21　电路如图 3-36(a)所示,试用叠加定理求电压 u_x。

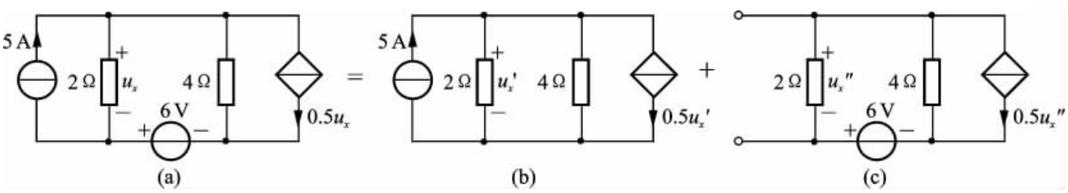


图 3-36　例 3-21 图

解　按叠加定理作出图 3-36(b)和(c),图中受控源仍保留,控制关系、控制系数均不变。

在图 3-36(b)中

$$\frac{u_x'}{2}+\frac{u_x'}{4}+\frac{1}{2}u_x'=5$$

$$u_x'=4\ \text{V}$$

在图 3-36(c)中

$$\frac{u_x''}{2}+\frac{u_x''+6}{4}+0.5u_x''=0$$

$$\frac{5u_x''}{4}=-\frac{6}{4}$$

$$u_x''=-6/5=-1.2\ \text{V}$$

所以

$$u_x=u_x'+u_x''=4-1.2=2.8\ \text{V}$$

叠加定理在线性电路分析中起着重要的作用,它是分析线性电路的基础。线性电路的许多定理可应用叠加定理导出。

使用叠加定理时,应注意下列几点:

(1) 叠加定理不适用于非线性电路。

(2) 应用叠加定理时,若电压源不作用,即其电压置零,因而用短路替代;电流源不作用时,则用开路替代。电路联接以及所有电阻和受控源都不应变动。

(3) 叠加时要注意电流和电压的参考方向。

(4)由于功率不是电流或电压的一次函数,所以不能用叠加定理来计算。如上例中,欲求 4 Ω 电阻的功率,只能用叠加后的电流来求,而不能分开求出了功率再叠加。

应用叠加定理时,也可以把电路中的所有电源根据计算方便原则分成几组,求各组分别作用时的电压和电流,再进行叠加。

例 3-22 在图 3-36(a)所示电路中,4 Ω 电阻支路中接入一个 3 V 的电压源,如图 3-37(a)所示,重求 u_x。

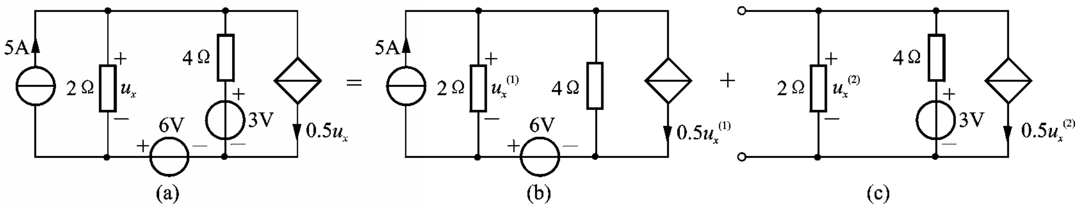


图 3-37　例 3-22 图

解　应用叠加定理,把 6 V 电压源和 5 A 电流源分为一组,3 V 电压源为另一组,如图 3-37(b)、(c)所示。

在图 3-37(b)中,利用上例结果得　$u_x^{(1)}=2.8\ \text{V}$

在图 3-37(c)中

$$\frac{u_x^{(2)}}{2}+\frac{u_x^{(2)}-3}{4}+0.5u_x^{(2)}=0$$

$$\frac{5u_x^{(2)}}{4}=\frac{3}{4}$$

$$u_x^{(2)}=\frac{3}{5}=0.6\ \text{V}$$

所以

$$u_x=u_x^{(1)}+u_x^{(2)}=2.8+0.6=3.4\ \text{V}$$

由于支路电流和电压均为电路中各电压源电压和电流源电流的一次函数,所以当各电压源或电流源单独作用时在某支路产生的电流(或电压)与电压源电压或电流源电流成正比。如果线性电路中的激励(全部电压源或电流源)增大(或缩小)K 倍(K 为实常数),响应(电流或电压)也将同样增大(或缩小)K 倍。这就是齐性原理。

如例 3-22 中,3 V 电压源增至 9 V,则 $u_x=$? 利用上例结果和齐性原理。

$$u_x^{(1)}=2.8\ \text{V}$$

$$u_x^{(2)}=0.6\times\frac{9}{3}=1.8\ \text{V}$$

所以

$$u_x=u_x^{(1)}+u_x^{(2)}=2.8+1.8=4.6\ \text{V}$$

用齐性原理分析单电源激励的多级电阻网络特别方便。

例 3-23 用齐性原理求图 3-38 电路中 10 Ω 电阻上的电压 u。

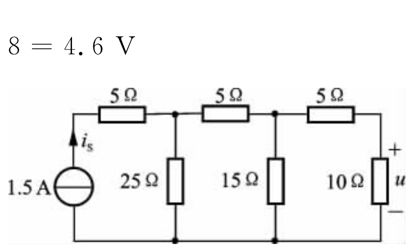


图 3-38　例 3-23 图

解　先设 $u'=10$ V,则 10 Ω 电阻中电流为 1 A,由图很容易算出 $i'_S=3$ A。而题中 $i_S=1.5$ A,由

齐性原理可得

$$u = 10 \times \frac{1.5}{3} = 5\ \mathrm{V}$$

这种方法是从网络距电源最远端开始，先设某一电压或电流为一便于计算的值（如本例中设 $u'=10\ \mathrm{V}$），然后根据 KCL、KVL 倒退算到电源端，最后按齐性原理予以修正。这种方法有时称为“倒退法”，它比用串并联化简计算要简捷得多。网络的级数越多就越显示出此法的优越性。

由此可知，对于一个线性电阻电路，其响应电压（电流）总是可以表示为各个激励源间的线性组合。如图 3-34 中所解的电压（电流）可以表示为

$$u = k_1 u_{S1} + k_2 u_{S2} + k_3 i_{S3} + k_4 i_{S4} \tag{3-24}$$

式(3-24)就是齐性原理的表达式，此结论对求解一些“黑匣子”（不知具体电路结构和参数，只知端口条件）电路非常有用。

例 3-24 图 3-39 所示电路中 $\mathrm{N_S}$ 为有源线性三端口网络。已知：当 $I_{S1}=8\ \mathrm{A}, U_{S2}=10\ \mathrm{V}$ 时，$U_x=10\ \mathrm{V}$；当 $I_{S1}=-8\ \mathrm{A}, U_{S2}=-6\ \mathrm{V}$ 时，$U_x=-22\ \mathrm{V}$；当 $I_{S1}=U_{S2}=0$ 时，$U_x=2\ \mathrm{V}$。试求：当 $I_{S1}=2\ \mathrm{A}, U_{S2}=4\ \mathrm{V}$ 时，此时 U_x 的值。

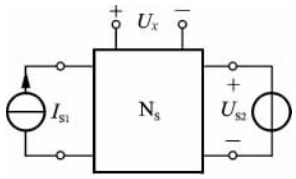


图 3-39 例 3-24 图

解 电路中除了端口外接电流源和电压源的值变化外，$\mathrm{N_S}$ 内部没有变化，因此其对 U_x 作用的结果可以看成常数，可将 U_x 设为

$$U_x = k_1 I_{S1} + k_2 U_{S2} + k_3$$

代入所给的电压、电流值有

$$\begin{cases} 10 = 8k_1 + 10k_2 + k_3 \\ -22 = -8k_1 - 6k_2 + k_3 \\ 2 = 0 + 0 + k_3 \end{cases}$$

联立求解得

$$k_1 = 6, \quad k_2 = -4, \quad k_3 = 2$$

所以

$$U_x = 6I_{S1} - 4U_{S2} + 2 = 6 \times 2 - 4 \times 4 + 2 = -2\ \mathrm{V}$$

3.6 系统法的一端口等效

学习了电路的系统分析方法后，对于复杂的一端口等效再用第 2 章介绍的分步等效可能会速度慢些，若结合系统法分析会快速直接。

例 3-25 用系统法再求例 2-7 一端口的最简等效电路。

解 例 2-7 端口电路如图 3-40(a)所示，此电路在第 2 章已经分析过，通过电源等效变换一步步化简电路，或者应用戴维南定理（诺顿定理）直接得到戴维南等效电路（诺顿等效电路）。

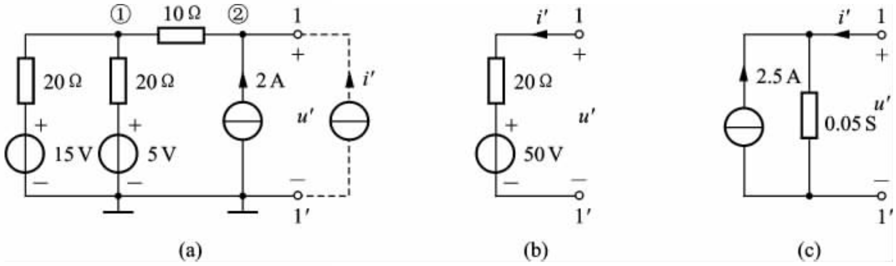


图 3-40　例 3-25 图

在此我们用系统法一步得到端口的电压电流关系，从而直接确定其最简等效电路。首先在端口作用一个电流源 i'，电压为 u'，其参考方向如图 3-40(a)所示，应用节点法列出其方程为

$$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\right)u_1-\frac{1}{10}u_2=\frac{15}{20}+\frac{5}{20}$$

$$-\frac{1}{10}u_1+\frac{1}{10}u_2=2+i'$$

联立求解有

$$u_2=50+20i'$$

即 $$u'=20i'+50 \qquad ①$$

或 $$i'=\frac{1}{20}u'-2.5 \qquad ②$$

由式①确定其等效电路如图 3-40(b)所示；由式②确定其等效电路如图 3-40(c)所示。式①或式②亦称为该有源一端口电路的外特性。

例 3-26　如图 3-41(a)所示电路，求其戴维南等效电路。

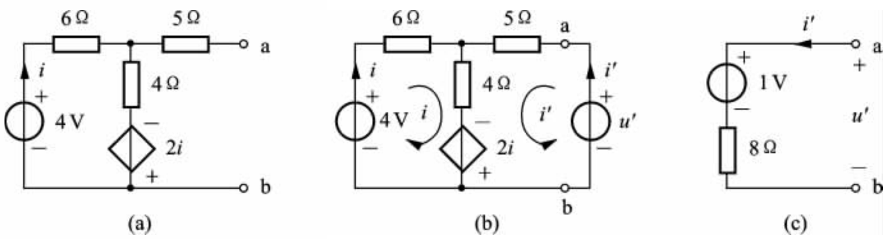


图 3-41　例 3-26 图

解　在 ab 端口作用一个电压源，其电压为 u'，电流为 i'，参考方向如图 3-41(b)所示，标出网孔电流，列出网孔方程有

$$(6+4)i+4i'=4+2i$$

$$4i+(5+4)i'=u'+2i$$

联立求解，消去 i 得

$$u'=8i'+1$$

画出其戴维南等效电路如图 3-41(c)所示。

注释 有源一端口网络如图 3-42 所示，其等效电路可通过各种方法得到。若求得 $u=A+Bi$，则有 $u_{oc}=A$；$R_i=B$，得到戴维南等效电路；若求得 $i=C+Du$，则有$i_{SC}=C$，$G_i=D$，得到诺顿等效电路。

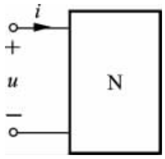


图 3-42

*3.7 对偶原理

当电压、电流的参考方向关联时，电阻的电压和电流的关系为 $u=Ri$，电导的电流和电压的关系为 $i=Gu$，电容的电流和电压关系为 $i=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$，电感的电压和电流关系为 $u=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$。在以上这些关系中，如果把电压 u 与电流 i 互换，电阻 R 与电导 G 互换，电容 C 与电感 L 互换，则对应关系式就可以彼此转换，这些互换元素称为对偶元素。

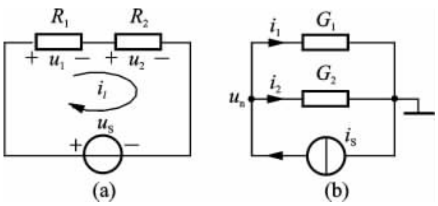


图 3-43 对偶电路

图 3-43 示出了两个电路，其中图 3-43(a)的电路由电阻 R_1、R_2 和电压源 u_S 串联组成；图 3-43(b)的电路由电导 G_1、G_2 和电流源 i_S 并联组成。图 3-43(a)的电路，它有一个内网孔，一个外网孔，且有

$$\left.\begin{array}{ll}\text{KVL 方程} & u_S=u_1+u_2\\ \text{分压公式} & u_1=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}u_S\\ \text{网孔电流方程} & u_S=R_1i_l+R_2i_l\end{array}\right\}\tag{3-25}$$

图 3-43(b)电路，它有一个独立节点，一个参考节点，且有

$$\left.\begin{array}{ll}\text{KCL 方程} & i_S=i_1+i_2\\ \text{分流公式} & i_1=\dfrac{G_1}{G_1+G_2}i_S\\ \text{节点电压方程} & i_S=G_1u_n+G_2u_n\end{array}\right\}\tag{3-26}$$

在式(3-25)和式(3-26)中，若把 u_S 与 i_S 互换，R_1、R_2 分别与 G_1、G_2 互换，i_l 与 u_n 互换，串联与并联互换，外网孔和参考节点互换，则式(3-25)和式(3-26)可以彼此转换，我们把可以彼此转换的两个关系或两个方程说成是对偶关系式。其中 u_S 和 i_S 称为对偶变量，R 和 G 称为对偶元素参数，图 3-43(a)、(b)则称为对偶电路。

表 3-1 中列出常见的对偶名词。

表 3-1 常见的对偶名词

电阻	电感	电压	理想电压源	短路	串联	节点	节点电压	节点法	磁链	KVL	CCVS	VCVS
电导	电容	电流	理想电流源	开路	并联	网孔	网孔电流	网孔法	电荷	KCL	VCCS	CCCS

综上所述,电路中某些元素之间的关系(或方程),用它们的对偶元素对应地转换后,所得的新关系(或新方程)也一定成立,这个新关系(或新方程)与原有关系(或方程)互为对偶,这就是对偶原理。

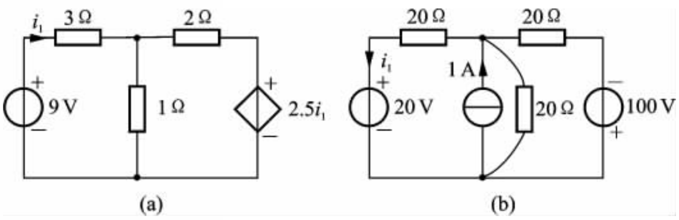
对偶原理的应用价值在于,如果已知原电路的方程及其解答,根据对偶关系即可直接写出其对偶电路的方程及其解答。另外,根据对偶关系,使电路的计算方法及对公式的记忆工作量减少了一半。

必须注意,两个电路互为对偶,绝非这两个电路等效。“对偶”和“等效”是两个不同的概念,不可混淆。

对偶电路在滤波电路、电模拟以及某些电路分析中有较大的用途。

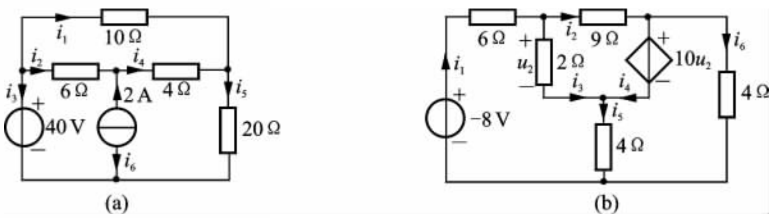
习题

3-1　用支路电流法求图题 3-1 所示各电路的电流 i_1,并求出图题 3-1(b)电路中电流源的功率。



图题 3-1

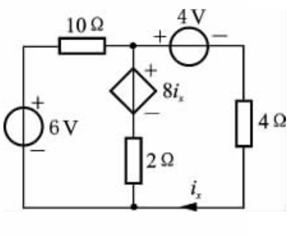
3-2　对图题 3-2 所示各电路,用支路电流法写出求解所需的方程。



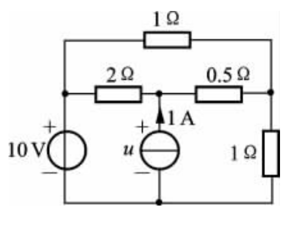
图题 3-2

3-3　用网孔分析法求图题 3-3 所示电路中的 i_x。

3-4　电路如图题 3-4 所示,用回路分析法求电流源的端电压 u。



图题 3-3



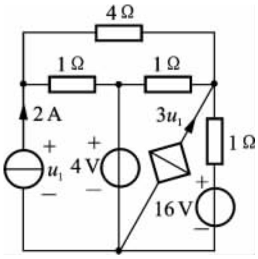
图题 3-4

3-5　用网孔分析法求图题 3-2(a)中电流源发出的功率。

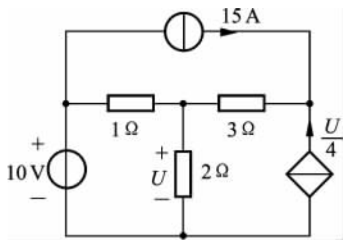
3-6　用回路分析法求图题 3-2(b)中的电压 u_2 和独立电压源发出的功率。

3-7　电路如图题 3-7 所示，用回路分析法求 4 Ω 电阻的功率。

3-8　求图题 3-8 所示电路中各独立源发出的功率。



图题 3-7



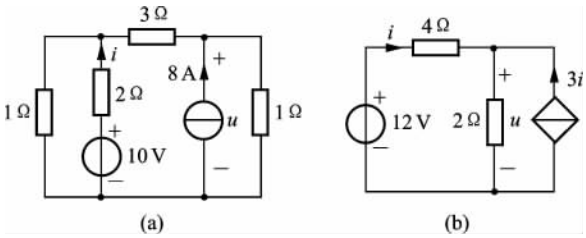
图题 3-8

3-9　已知某电路求解网孔电流的方程组为

$$\begin{cases}3i_1-i_2-2i_3=1\\-i_1+6i_2-3i_3=0\\-2i_1-3i_2+6i_3=6\end{cases}$$

试画出该电路的结构图。

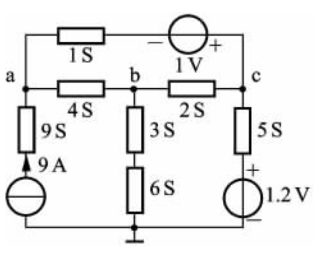
3-10　用节点分析法求图题 3-10 所示电路中的 u 和 i。



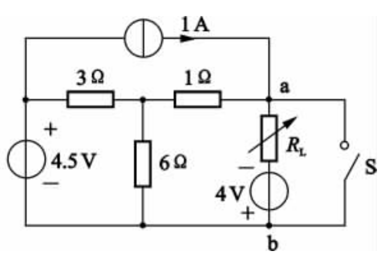
图题 3-10

3-11　用节点分析法求图题 3-11 所示电路中的 u_a、u_b、u_c(图中 S 代表西门子)。

3-12　图题 3-12 电路中欲使开关的开启与闭合不影响电路的工作状态，试求电阻 R_L 值。



图题 3-11



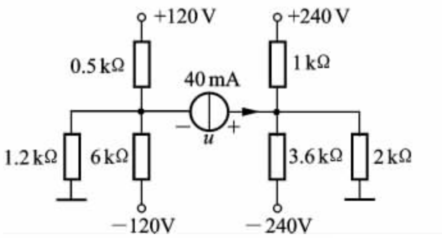
图题 3-12

3-13　求图题 3-13 所示电路中电流源两端的电压 u。

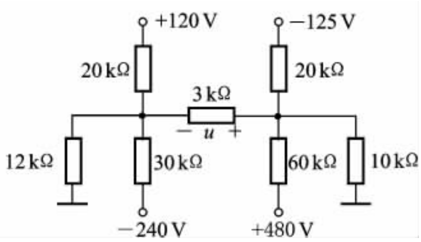
(1) 用节点分析法；

(2) 对电流源之外的电路作等效变换后再求这一电压。

3-14　求图题 3-14 所示电路中 3 kΩ 电阻上的电压 u。



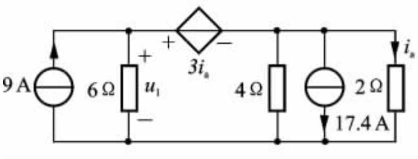
图题 3-13



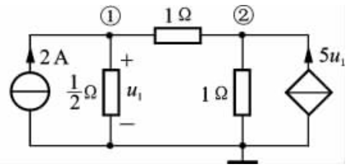
图题 3-14

3-15　试求图题 3-15 所示电路中的 u_1。

3-16　用节点分析法解图题 3-16 所示电路的 u_1、u_2。如将受控电流源改为 $4u_1$，重解 u_1、u_2。

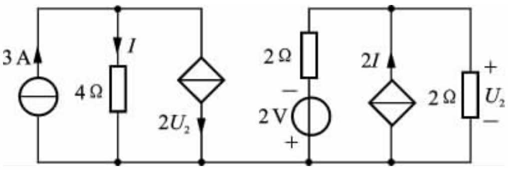


图题 3-15



图题 3-16

3-17　图题 3-17 所示电路，分别求各独立源发出的功率。



图题 3-17

3-18　用节点分析法求图题 3-18 所示电路中的电流 I。

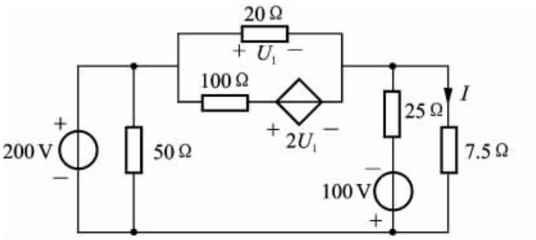
3-19　图题 3-19 所示电路中，当电阻 R_L 调至阻值 4 Ω 时获得最大功率 6.25 W，求此时电压源 U_S 的值($U_S>0$)。

3-20　设图题 3-20 所示电路所要求的输出为

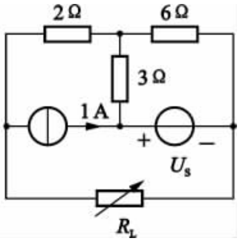
$$u_o = -(3u_1 + 0.2u_2)$$

已知 $R_3 = 10\ \mathrm{k\Omega}$，求 R_1 和 R_2。

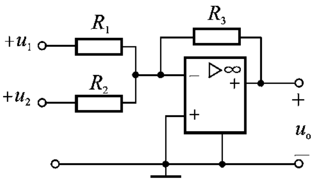
3-21　图题 3-21 所示含理想运算放大器电路。当 $R = R_f$ 时，求输出量 u_o 与输入量 u_{i1}、u_{i2}、u_{i3} 的关系，并指出实现了何种运算功能。



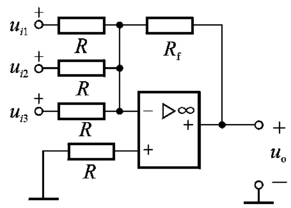
图题 3-18



图题 3-19



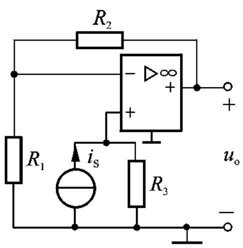
图题 3-20



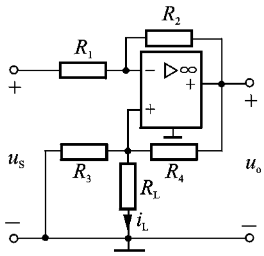
图题 3-21

3-22　电路如图题 3-22 所示，试求输出电压 u_o。

3-23　图题 3-23 所示电路为电压—电流变换器，试证明：如果 $R_1R_4=R_2R_3$，则无论 R_L 取何值，i_L 与 u_S 均成正比。

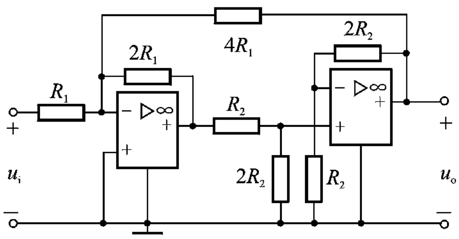


图题 3-22



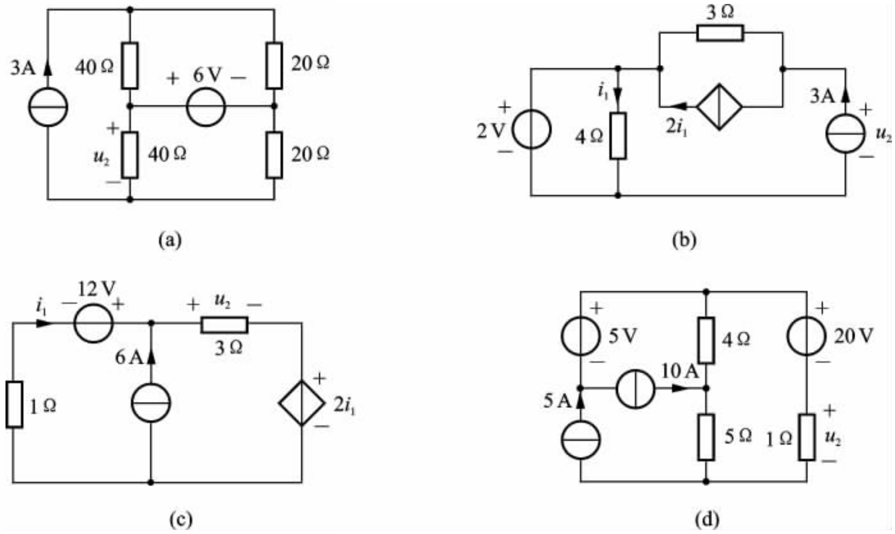
图题 3-23

3-24　求图题 3-24 所示电路的电压比值 u_o/u_i。



图题 3-24

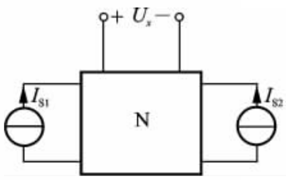
3-25　用叠加定理求图题 3-25 所示各电路中的电压 u_2。



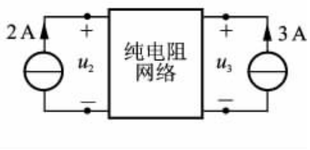
图题 3-25

3-26　图题 3-26 中 N 为含源线性电阻网络，当 $I_{S1}=0$，$I_{S2}=0$ 时，$U_x=-20$ V；当 $I_{S1}=8$ A，$I_{S2}=12$ A 时，$U_x=80$ V；当 $I_{S1}=-8$ A，$I_{S2}=4$ A 时，$U_x=0$ V。求 $I_{S1}=I_{S2}=20$ A 时，U_x 是多少？

3-27　电路如图题 3-27 所示，当 2 A 电流源未接入时，3 A 电流源向网络提供的功率为 54 W，$u_2=12$ V；当 3 A 电流源未接入时，2 A 电流源向网络提供的功率为 28 W，$u_3=8$ V。求两电源同时接入时，各电流源的功率。



图题 3-26



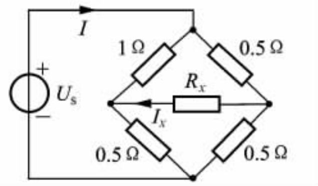
图题 3-27

3-28　图题 3-28 所示电路，当 $I_S=2$ A 时，$I=-1$ A；当 $I_S=4$ A 时，$I=0$。若要使 $I=1$ A，求 I_S 的值。

3-29　图题 3-29 所示电路，要求 $I_x=\dfrac{1}{8}I$，求 R_x 的值。

3-30　图题 3-30 所示直流电路，当电压源 $U_S=18$ V，电流源 $I_S=2$ A 时，测得 $U=0$；当 $U_S=18$ V，$I_S=0$ 时，测得 $U=-6$ V。

图题 3-28

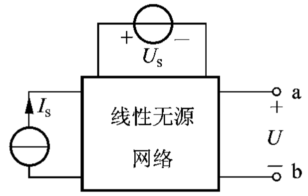


图题 3-29

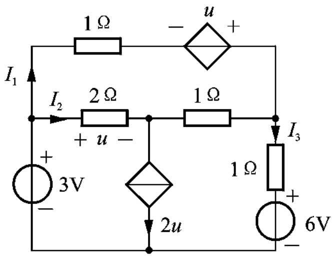
试求：(1) 当 $U_S=30$ V，$I_S=4$ A 时，$U=$？

(2) 当 $U_S=30$ V，$I_S=4$ A 时，测得 a、b 两端的短路电流为 1 A。问在 a、b 端接 $R=2\ \Omega$ 的电阻时，通过电阻 R 的电流是多少？

3-31　图题 3-31 所示电路，求 6 V 电压源发出的功率。

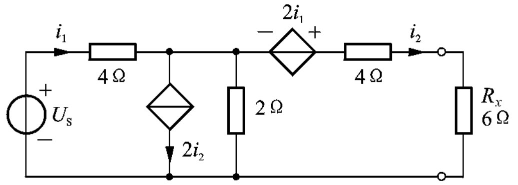


图题 3-30



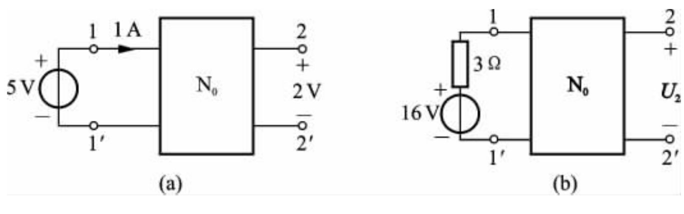
图题 3-31

3-32　图题 3-32 所示电路，(1)若 R_x 获得最大功率 $P_{max}=1.5$ W，求 U_S 值(设 $U_S>0$)；(2)若电压源为 $2U_S$，其他均不变，再求 R_x 吸收的功率。



图题 3-32

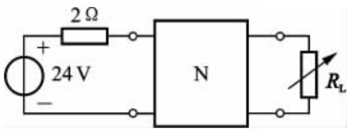
3-33　N_0 为无源线性电阻网络，工作状态如图 3-33(a)所示，现将 1-1′端口支路置换成图 3-33(b)所示，求 2-2′端口输出的电压 U_2。



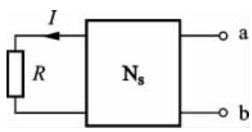
图题 3-33

3-34　图题3-34所示二端口网络N的混合参数矩阵为 $\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}\frac{10}{3}\Omega & \frac{2}{3}\\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{6}\mathrm{S}\end{bmatrix}$。求 R_L 为何值时可获得最大功率,并求出此最大功率 P_{max}。

3-35　图题3-35所示电路中,方框部分 N_S 为含独立源和电阻的网络。当端口ab短接时,电阻 R 支路中电流 $I=I_{S1}$;当端口ab开路时,电阻 R 支路中电流 $I=I_{S2}$。当端口ab间接电阻 R_f 时,R_f 获得最大功率。试证明当端口ab间接电阻 R_f 时,流过 R 支路的电流 $I=\dfrac{I_{S1}+I_{S2}}{2}$。



图题3-34



图题3-35

3-36　图题3-36所示有载二端口网络。已知:$u_S=500$ V,$R_S=500$ Ω,$R_L=5$ kΩ,双口网络的电阻参数矩阵 $\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}100 & -500\\ 1000 & 10^4\end{bmatrix}\Omega$。

试求:(1)负载 R_L 的功率;

(2)输入端口的功率;

(3)负载 R_L 获得最大功率时的电阻值;

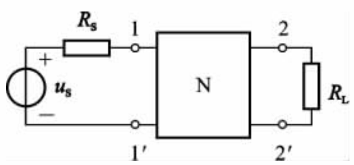
(4)负载获得的最大功率。

3-37　图题3-37所示电路,已知双口网络N的电导参数 $\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}0.3 & -0.2\\ -0.2 & 0.25\end{bmatrix}\mathrm{S}$,

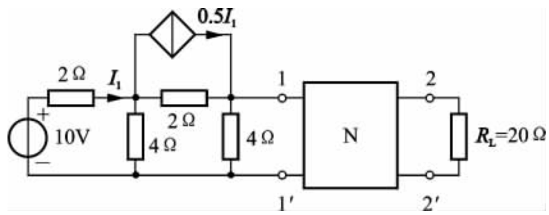
求:(1)1-1′端口向左部分的戴维南等效电路;

(2)负载 R_L 吸收的功率;

(3)10 V电压源发出的功率。

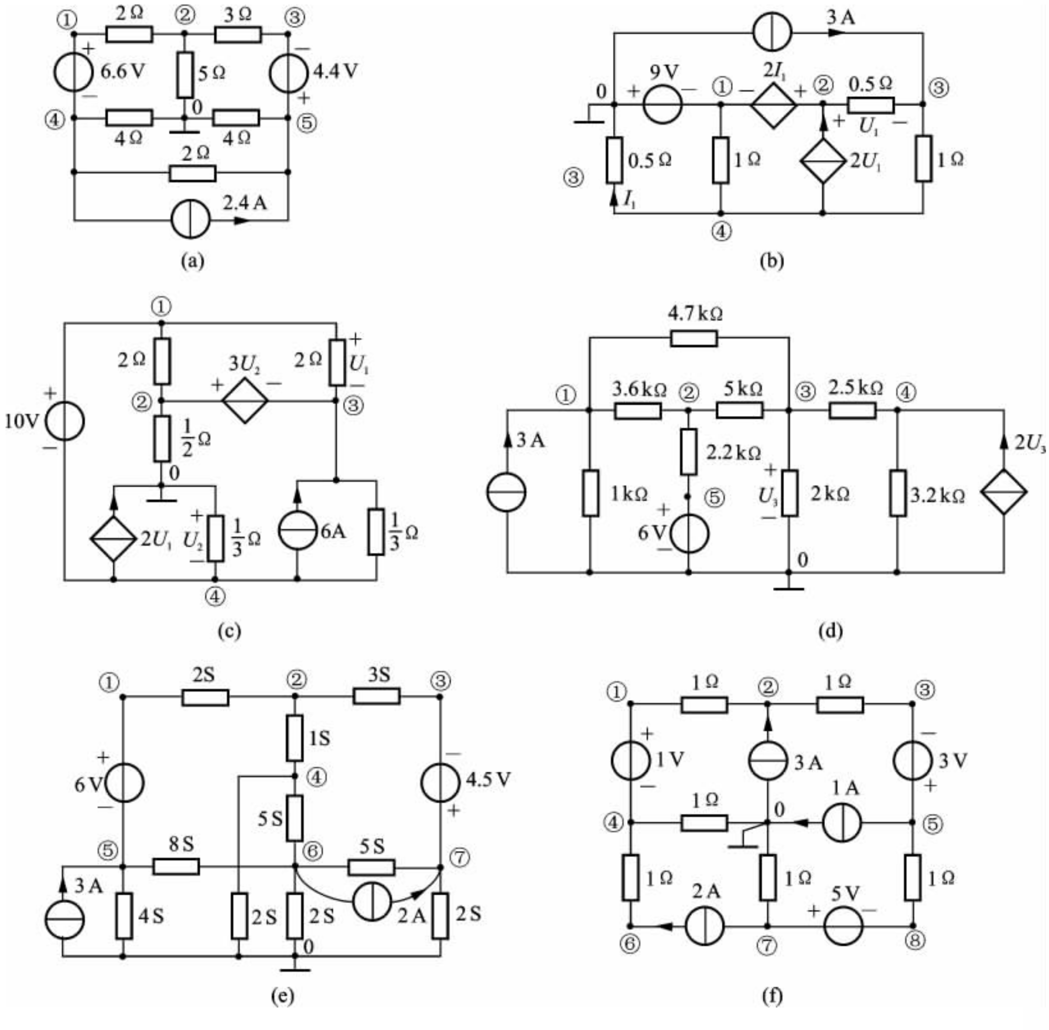


图题3-36



图题3-37

*3-38 试用计算机软件求图题 3-38 各图中的节点电压。



图题 3-38