



### 3.1 单相交流电

在电学发展的早期,提供电能的电源只有电池,所以早期的电气设备只能使用直流电源。

随着电能的广泛应用,直流电源供电的缺点逐渐显现出来。在利用直流电源供电时,由于不同用电器的工作电压不同,就必须将一固定的直流电压变换为多个电压值供不同的用电器使用,然而,在直流电压的变换过程中,将会产生较大的损耗,这就是直流电源供电的缺点之一。例如,240V的直流电压可以将一个额定电压为240V的灯泡点亮。如果想利用该直流电压将额定电压为120V的灯泡点亮。那么,就要利用串联分压的方法,使串联电阻上分去120V的电压,这样才能使120V的灯泡正常工作,但此时,分压电阻上消耗的电能较大。在本例中,分压电阻与灯泡消耗的电能相等。

直流电源供电的另一个缺点是大量的电能在传输过程中会消耗在输电线上。这是因为任何输电线上都有电阻存在。如果传输电流很大,那么电阻上消耗的电能就多。要想降低这一损耗,根据 $P=IU$ 这一公式,就必须采用高压输电。然而,在实际中,大多数负载并不需要很高的工作电压,因此,高压输电的方法不适用于直流电源供电系统。

与直流电压不同。交流电压的大小和方向是随时改变的。因此,交流电压可以通过变压器进行升压或降压。这一特点使得在传输线上采用高电压低电流的方法传输电能得以实现,从而达到最大效率的传输,所以现代供电系统都采用交流系统。当交流电能到达用电设备一端时,再利用变压器将高电压变换到负载所需要的电压。这样就解决了直流系统中的两大主要缺点。基于交流电本身固有的这些优点及其多用性,交流供电系统已经取代了直流系统。

除直流电流、电压以外,还存在着许多种类型的电流和电压的形式。如图3.1-1所示。

图3.1-1(a)画出的是直流电压,其特点是电压的幅度和方向恒定。图3.1-1(b)画出的一些图形的电压的幅度周期性地随时间变化,称为波形,图中画出的是方波、锯齿波和正弦波,当然,在这些波形中,正弦波是最经常使用的。

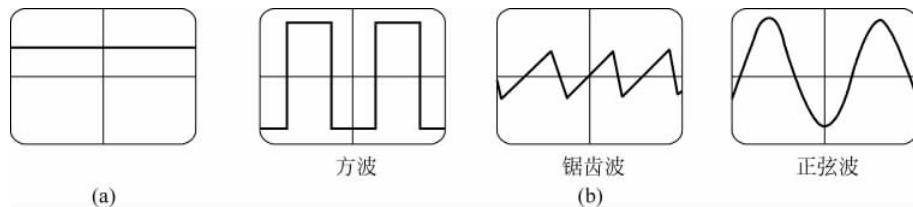


图 3.1-1 电压波形  
(a) 直流电压; (b) 交流电压

### 3.1.1 交流电的产生

交流电由交流发电机产生。发电机是一种将机械能转换为电能的装置。由于后续章节中我们将详细阐述发电机的工作原理,所以在此只对发电机的基本原理进行简单的描述。发电机利用电磁感应原理发电。在对磁学的讨论中我们知道:导体在磁场中运动切割磁力线会产生感应电压;而置于变化磁场中的导体也会产生感应电压。发电机就是按照上述原理制成的。

如图 3.1-2 所示,一个悬挂的导线环(导体)在永久磁铁的两个磁极之间正在逆时针转动(运动)。为了便于解释,我们把导线环的一半涂黑。在图 3.1-2(a)中注意:黑边此时平行于磁力线运动,因此它不切割磁力线。同样,白边虽然向相反的方向运动,但是它也不切割磁力线。因此,此时导线环上没有感应电压产生。当导线环转到图 3.1-2(b)所示的位置时,黑白两边每秒钟切割的磁力线根数最多,这是因为导线环黑白两边的运动方向与磁力线方向垂直。因此,此时导线环上的感应电压最大。

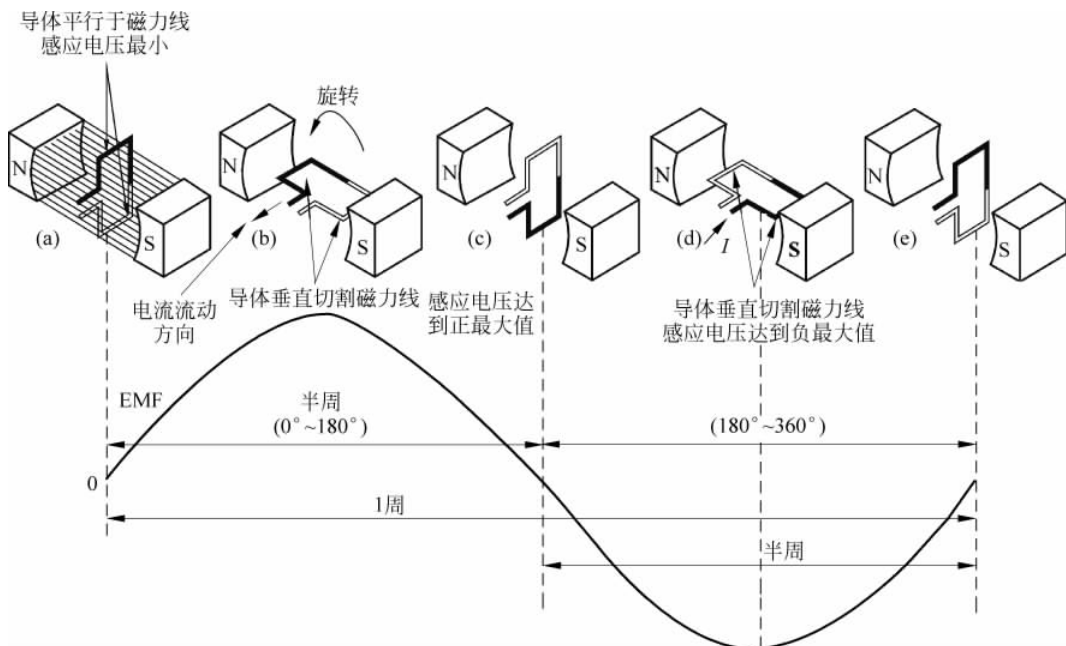


图 3.1-2 交流电产生的基本原理

当导线环继续向图 3.1-2(c) 的位置旋转时,黑白两边每秒钟切割磁力线的根数越来越少,因此感应电压从最大值逐渐减小。当导线环正好到达图 3.1-2(c) 的位置时,黑白两边的运动方向又与磁力线方向平行,此时导线环上的感应电压为零。至此,导线环已经在永久磁场中转过半周(180°),形成了正弦曲线的上半部分。同理,当导线环再继续旋转,就形成了正弦曲线的下半部分。可见,正弦曲线的两个半周组成完整的一周。

### 3.1.2 正弦交流电的三要素

#### 1. 频率

在讲解频率的概念之前,首先应该了解“周”的含义。周实际上指的是在一个周期时间内的两个完整的半周,它没有特定的时间单位。结合图 3.1-2 的正弦曲线,可以更好地理解“周”的含义:周指的是电压或电流从零变到正峰值再变到零,然后再到负峰值,再返回到零的一个完整过程。

导线环中产生的感应电流方向可以通过右手定则来判断。如果导线环以稳定的速率旋转,并且磁场强度是均匀的,那么正弦电压每秒钟完成的周数和输出电压就是一个固定的值。随着导线环在磁场中的不断旋转就产生出了一系列的正弦波电压,也就是交流电压。可见,导线环旋转的机械能在磁场的作用下转换成了电能。

频率是指交流电流或电压每秒钟完成的周数,它的单位是“赫兹”,用 Hz 表示。其常用单位还有 kHz、MHz 和 GHz。它们之间的换算关系为

$$1\text{Hz} = 1 \times 10^{-3}\text{kHz} = 1 \times 10^{-6}\text{MHz} = 1 \times 10^{-9}\text{GHz}$$

在一个两磁极的发电机中(图 3.1-2),导线环每旋转 1 周,交流电流或电压的方向改变 1 次用 1Hz 表示。如果在 1s 之内导线环旋转 2 周,那么其频率就是 2Hz。可见,一个两磁极发电机产生的交流电频率与每秒钟导线环旋转的周数相等。即:频率由导线环旋转的速度决定。

如果一台交流发电机有四个磁极(两对磁极)如图 3.1-3 所示,那么,导线环每旋转 1 周所产生的交流电将变化 2 周。当黑边转到磁极  $S_1$  和  $N_2$  之间时,产生出半个周波的感应电压。当黑边转到磁极  $N_2$  和  $S_2$  之间时,感应电压反向。当黑边转到磁极  $S_2$  和  $N_1$  之间时,感应电压再次反向。可见,在导线环旋转 1 周时,感应电压在滑环上反向 2 次。也就是说在一个四磁极的发电机中,导线环旋转 1 周,其产生的交流电变化 2 周。假定导线环旋转 1 周的时间需要 1s,那么 1s 将使交流电变化 2 周,因此这种发电机产生交流电的频率是 2Hz。可见,发电机产生交流电的频率不仅与单位时间内导线环旋转的速度有关,还与发电机内的磁极对数有关。我们可以用下面的公式计算发电机的输出频率:

$$f = p \cdot n$$

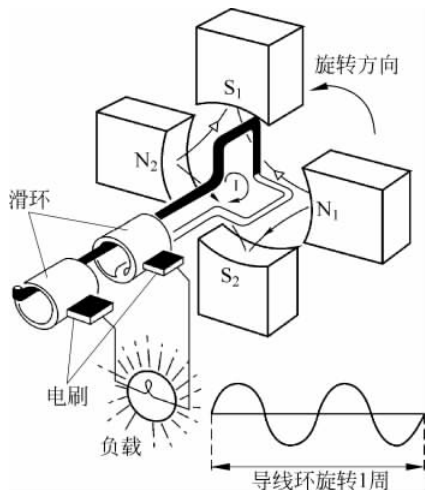


图 3.1-3 具有两对磁极的交流发电机

式中,  $f$  为频率, Hz;  $p$  为磁极对数;  $n$  为转速, r/s(转/秒)。

由于导线环转速常常用“每分钟的转数”来衡量,所以上述公式也可以写成:

$$f = \frac{p \cdot n}{60}$$

此时,式中  $n$  的单位 r/min(转/分钟)。

我国的市电频率是 50Hz,而美国商用交流电频率为 60Hz,在大多数飞机上使用的交流电源频率为 400Hz。

## 2. 周期

任何正弦波变化 1 周都用一定的时间表示。如图 3.1-4 所示,画出了 2 周正弦波,其频率为 2Hz。由于这一正弦波在 1s 之内变化 2 周,所以正弦波变化 1 周所用的时间是 0.5s。周期是这样定义的:波形完成 1 周的变化所需要的时间被称为周期。图 3.1-3 所示正弦波的周期是 0.5s。

周期用“ $T$ ”表示,其单位为“秒”,用“s”表示。周期的常用单位还有 ms、 $\mu$ s 和 ns,其换算关系为:

$$1\text{s} = 1 \times 10^3\text{ms} = 1 \times 10^6\mu\text{s} = 1 \times 10^9\text{ns}$$

在图 3.1-4 中,一个周期之内,波形由两个变化的脉冲波形组成,电压为正值的脉冲被称为正半周;电压为负值的脉冲被称为负半周。正弦波两个半周的形状、面积相同,而极性相反。

周期与频率的关系为

$$T = \frac{1}{f}$$

## 3. 初相位

初相位反映了导线环开始旋转的起始点。由于相位是用角度来表示的,所以它也被称为初相位角,一般用“ $\varphi$ ”表示,单位为“度”或“弧度”。

## 4. 幅值

通常,交流发电机输出的是幅值恒定、大小按正弦规律变化的交流电压。因为发电机内部的磁场强度是恒定的,导线环的转速也是恒定的。因此其输出的感应电压的幅值(最大值)也是恒定的。其大小可以由下面的公式计算出来:

$$U = N \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

以上讨论了频率(周期)、初相位和幅值的概念。实际上,频率反映的是交流电变化的快慢,而初相位反映的是其初始值,幅值则反映的是正弦量的大小。因此,我们把频率(周期)、初相位和幅值称为正弦交流电的三要素。它们是正弦交流电之间相互区别的依据。

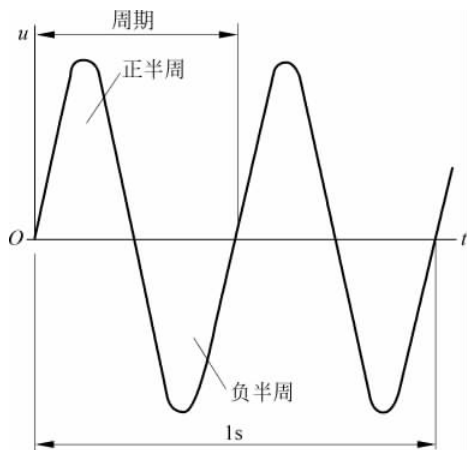


图 3.1-4 正弦波的周期

### 3.1.3 正弦交流电的波形分析

交流电的电流和电压按照正弦波的规律周期性地变化。电子首先朝一个方向运动,然后又朝另一个方向运动。可见,正弦波的振幅和方向都是变化的。

#### 1. 正弦曲线的矢量表示

正弦曲线可以简单地用矢量表示,如图 3.1-5(a)所示。一个带方向箭头的直线,我们称之为矢量。如果将矢量的一端  $O$  固定,将带箭头的一端以  $O$  为圆心,以恒定的速度逆时针旋转,则带箭头线段在纵轴上的投影(电压或电流幅度)将随旋转角度而发生变化。将这一垂直距离与旋转角度(时间)的关系画在直角坐标系上便得到了正弦曲线。可见,矢量可以用来表示正弦曲线。我们把矢量旋转形成的圆形称为矢量圆图。

矢量旋转的速度实际上反映了正弦曲线的频率。随着矢量的旋转,其转过的角度不断增加。矢量旋转的速度可以用角度变化的速度表示。在电学中,旋转角度的单位是 rad(弧度)。1rad(弧度)被定义为:1 个单位长度的矢量,当其转过的弧长等于该矢量的长度时,其扇形中心角的角度称为 1rad。1 个单位长度的矢量在 1s 内所转过的弧度我们称之为角频率。它与交流电的频率存在着下列关系:

$$\omega = 2\pi f$$

式中, $\omega$  为角频率, $s^{-1}$ ;  $f$  为频率,Hz。

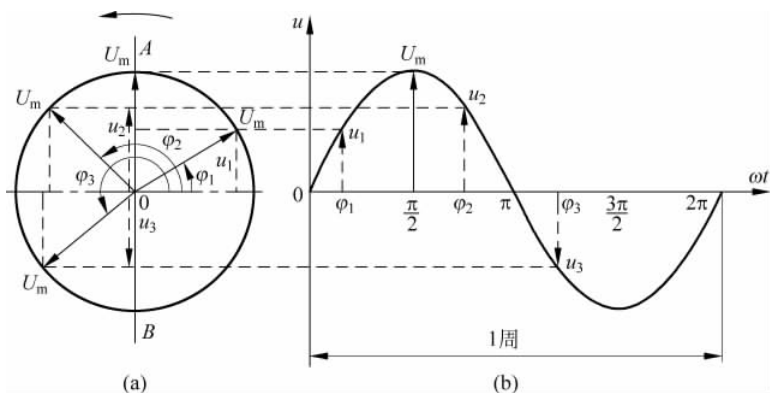


图 3.1-5 正弦交流电的两种表示方法

(a) 矢量图; (b) 正弦曲线图

#### 2. 正弦交流电压的数学表达式

正弦交流电压可以用下面的数学表达式表示:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

式中, $u$  为瞬时电压,V;  $U_m$  为振幅(电压最大值);  $\varphi_0$  为初相角,rad;  $\omega$  为角频率, $s^{-1}$ 。

图 3.1-5(b)画出了初相角为  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$ 、 $\varphi_3$  时矢量图与正弦波形之间的对应关系。

从上述数学表达式也可以看到正弦交流电的三个要素,即:振幅  $U_m$ 、角频率  $\omega$ (频率)和初相位在波形中所起的作用。上述三个数值确定以后,一个正弦交流电的电流或电压值随着时间的推移,在电流或电压轴上就有了一个确定的值。为了利用这些数值对交流电路做进一步定量分析,需要继续讨论正弦波的值。

### 3.1.4 正弦交流电的值

在正弦交流电的曲线中可以看到,其幅度是周期性变化的。在某一时刻,幅度达到最大值。而某一时刻又为零值等。因此我们必须对诸多的数值进行定义。如图 3.1-6 所示。

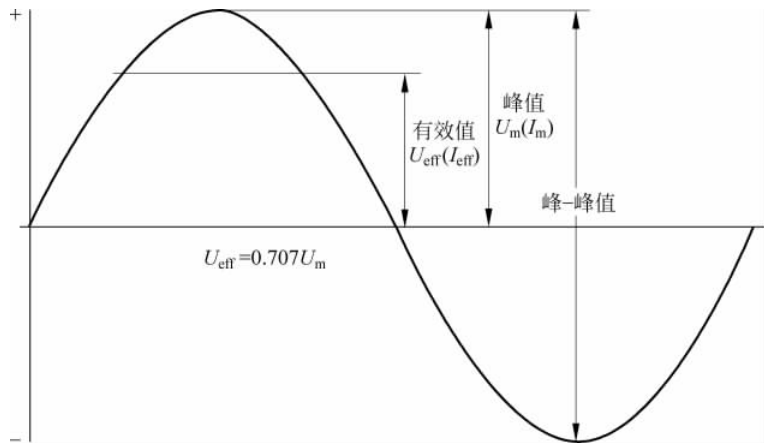


图 3.1-6 正弦交流电值的定义

#### 1. 峰值

如果用正弦曲线表示一个交流电压或交流电流,那么电压或电流的正、负最大值称之为交流电的峰值。电压的峰值可以通过示波器来测量。

#### 2. 峰-峰值

在正峰值与负峰值之间的总电流值或电压值称为交流电的峰-峰值。显然,峰-峰值是峰值的 2 倍。电压的峰-峰值也可以通过示波器来测量。

#### 3. 瞬时值

在任一时刻的正弦交流电压或电流值称为瞬时值。它可以通过交流电的数学表达式计算出来。采用这种方法必须首先知道  $U_m$ 、 $\omega(f)$  和  $\varphi_0$ 。当然,在实际中更多的是利用示波器测量其瞬时值。注意:以上这三个数值用一般的电压表是不能测量出来的。

#### 4. 有效值

交流电之所以被广泛地应用,并且作为众多电子设备的供电电源,正是因为交流电与直流电作用在用电设备上时,会产生同样的效果。由于用来表示交流电压的数值很多,那么,哪一数值作用在电子设备上与同值的直流电压的作用效果相同呢?这正是我们要寻找的答案。例如一个 100W 的灯泡刚好能被峰值为 120V 交流电压点亮,它当然也可以被 120V 直流电压点亮。但所不同的是正弦波电压只有在峰值时才达到 120V,它不能像直流电压一样,始终给灯泡提供 120V 的电压。因此,这一灯泡在这两种电源的作用下,其产生的效果肯定不同。

灯泡发光,说明灯丝中有电流流过,灯泡消耗了电能产生了光能及热能。可见,灯泡的耗散功率取决于流过灯丝的电流。这样我们就找到了交流电流与直流电流的等效方法。交流电在灯泡上产生的瞬时功率为:  $P = u \cdot i = R \cdot i^2$ ,  $R$  表示灯丝电阻。如果画出正弦交流

电流瞬时值的平方  $i^2$  的曲线,则可以得到一个频率为  $i$  两倍的正弦曲线,如图 3.1-7 所示,并且都是正值。从曲线上可以看出,在一个周期之内正弦电流的平方所围成的面积可以填补成一个矩形面积,它就等于直流电流的平方。即:  $I^2 = \frac{I_m^2}{2}$ ,我们把这个数值的平方根称为正弦交流电的有效值,也称为均方根值(RMS),用“ $I_{\text{eff}}$ ”表示。同理,正弦电压的有效值用“ $U_{\text{eff}}$ ”表示。可见,交流电量的有效值可以由能产生同样效应的一个直流量值表示。正弦交流电的有效值与峰值之间存在下列关系:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{eff}} &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \\ U_{\text{eff}} &= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\}$$

在工程上所说的正弦电压、电流的大小都指的是有效值。例如我国的市电电压为 220V,指的就是有效值。飞机上的交流供电电压为 115V,指的也是有效值。一般的交流测量仪表测量出的数值也是有效值。交流电气设备铭牌上的额定电压、额定电流都是有效值。

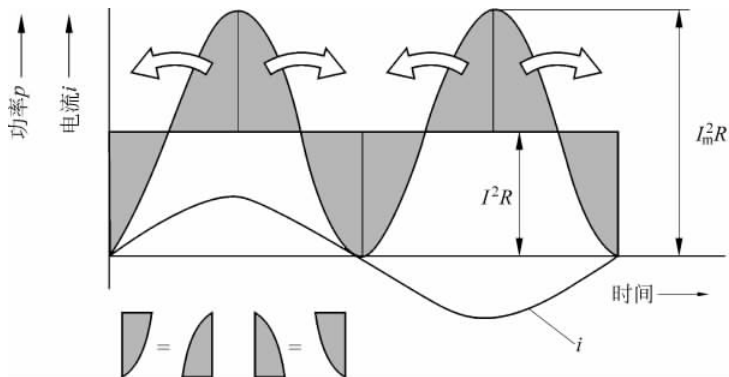


图 3.1-7 交流电有效值的等效

**【例题 3.1-1】** 一个应急发电机内有 8 个磁极,发电机转速为 750r/min,额定输出电压是 220V。计算:

- (1) 发电机发出的交流电的频率;
- (2) 角频率;
- (3) 周期;
- (4) 峰值电压。

解:

- (1)  $f = p \cdot n / 60 = 4 \times 750 / 60 = 50 (\text{Hz})$
- (2)  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \times 3.14 \times 50 = 314 (\text{s}^{-1})$
- (3)  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02 (\text{s})$
- (4)  $U_{\text{eff}} = 0.707 U_m$

$$U_m = \frac{U_{\text{eff}}}{0.707} = \frac{220}{0.707} = 311 (\text{V})$$

前面已经提到,交流电的波形除正弦波之外还有其他形式,例如方波、三角波和脉冲波等。在衡量这些交流电的作用效果时,同样要使用它的有效值。由于非正弦波交流电的有效值计算起来比较烦琐,所以我们利用实验的方法可以测量出其有效值与最大值的关系。

**【实验 3.1-1】** 用信号发生器产生一个三角波并在示波器上显示其波形。将三角波的最大值调整到  $U_m=10\text{V}$ ,再用电压表测量该三角波的电压有效值  $U_{\text{eff}}$ 。

**【结果】** 电压表上指示的数值为  $U_{\text{eff}}=5.77\text{V}$ 。

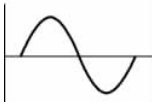
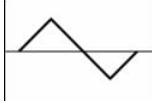
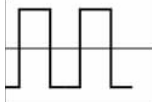
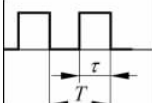
可见,  $\frac{U_m}{U_{\text{eff}}} = \frac{10}{5.77} = 1.73$ ,更准确地说三角波的有效值与最大值之间的关系可以用下面公式表示:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{3}}$$

从上述得出的结论可以看出,当幅值相同时,三角波的有效值小于正弦波的有效值。这是因为三角波所包围的面积小于正弦波。

利用同样的方法可以得到方波和脉冲波的这一关系。表 3.1-1 列出了常见周期性交流电波形有效值与最大值之间的关系。

表 3.1-1 常见周期性交流电波形有效值与最大值之间的关系

波形	峰值系数 $\left(\frac{U_m}{U_{\text{eff}}}\right)$	有效值
正弦波 	$\sqrt{2} = 1.41$	$U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
三角波 	$\sqrt{3} = 1.73$	$U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{3}}$
方波 	1	$U_{\text{eff}} = U_m$
脉冲波 	$1 \sim 10$	$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{U_m^2 \cdot \tau}{T}}$

### 3.1.5 正弦交流电的相位差与叠加

#### 1. 相位差

如果将一个正弦电压加到一个电阻上,那么流过电阻上的电流也是正弦波。因为欧姆

定律指出电流与电压成正比。图 3.1-8 在同一时间轴上画出了电流和电压的波形。注意：电压正向增加，电流随之正向增加；电压反向增加，电流也随之反向增加。在所有时间内，电压和电流波形同步变化，因此称这两个波形同相。

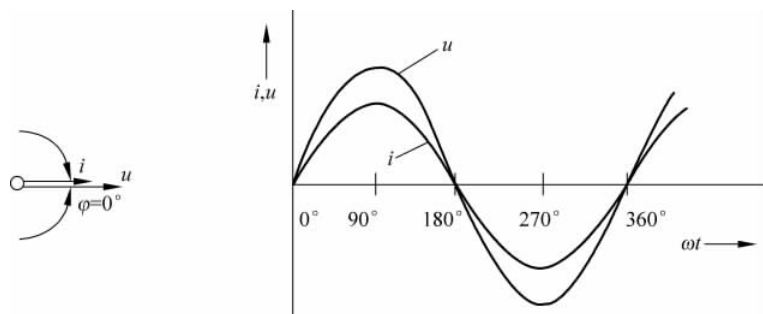


图 3.1-8 电阻上的交流电压和电流同相

图 3.1-9 画出了两个相位不同的电压波形。在起始点  $0^\circ$ ， $u_1$  到达正峰值，电压  $u_2$  为零。由于这两个波形不是在同一时刻到达最大值和最小值，因此称这两个波形之间存在相位差。该图中两个波形之间的相位差为  $90^\circ$ 。

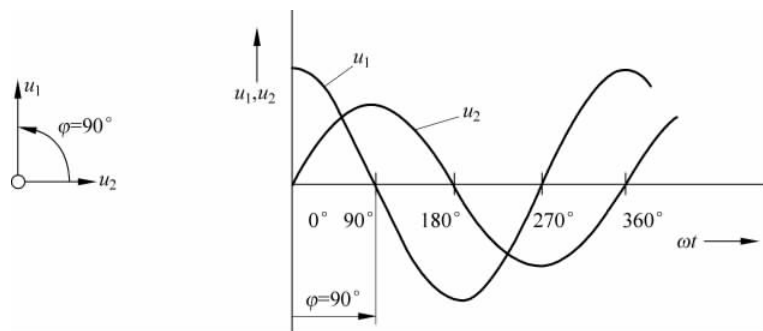


图 3.1-9  $u_1$  电压超前于  $u_2$  电压  $90^\circ$

为了更进一步地描述两个波形之间的相位关系，引入了超前和滞后两个名词。一个波形超前或滞后于另一个波形的大小用角度来衡量。对于图 3.1-9 所示的两个波形来说，可以这样描述： $u_2$  电压滞后于  $u_1$  电压  $90^\circ$  或  $u_1$  电压超前于  $u_2$  电压  $90^\circ$ 。相位差一般用  $\Delta\varphi$  表示， $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ 。其中  $\varphi_1$  表示  $u_1$  的初相位， $\varphi_2$  表示  $u_2$  的初相位。因此，我们可以对  $\Delta\varphi$  的数值加以讨论：

相位差的取值范围为： $0^\circ < \Delta\varphi < 180^\circ$ 。

当  $\Delta\varphi > 0^\circ$  时， $u_1$  电压超前于  $u_2$  电压；

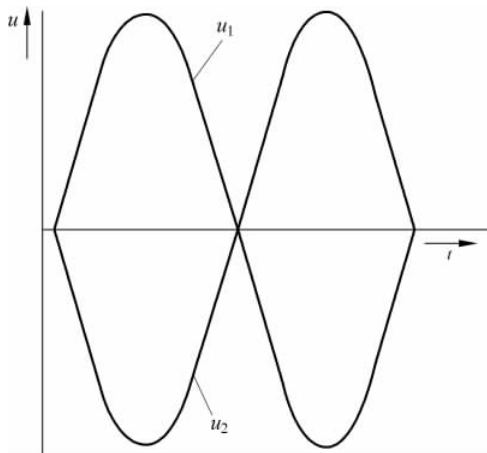
当  $\Delta\varphi < 0^\circ$  时， $u_1$  电压滞后于  $u_2$  电压；

当  $\Delta\varphi = 0^\circ$  时， $u_1$  电压与  $u_2$  电压同相；

当  $\Delta\varphi = 90^\circ$  时， $u_1$  电压与  $u_2$  电压正交，如图 3.1-9 所示；

当  $\Delta\varphi = 180^\circ$  时， $u_1$  电压与  $u_2$  电压反相位，如图 3.1-10 所示。

在电子电路中，“正交”和“反相位”两种情况是应用最多的。在后续教材中我们会在具

图 3.1-10  $u_1$ 、 $u_2$  电压反向

体的电路中加以详细的描述。应当注意,研究两个正弦波的相位差,一般是指两个频率相同的正弦波。因为这样的两个正弦波之间的相位差总是常数。而频率不同的两个正弦波之间的相位差不再是一个常数,它是随时间变化的。因此,研究其相位差的意义不大。

## 2. 正弦交流电的叠加

当两个或两个以上的正弦波电压加到同一个电路中时,它们之间会产生叠加。其叠加结果与正弦波的频率和初相位有关。

两个频率相同的正弦电压相叠加,其波形如图 3.1-11 所示,从图中可以看到,叠加后的波形仍然是同频率的正弦波,但其幅度和初相位将发生变化。

如果将两个同频率的正弦波相乘,则可以得到一个两倍频率的正弦波,如图 3.1-12 所示。此外,在曲线上还可以看出正弦波形的斜率变化率,该变化率也是一条正弦曲线。

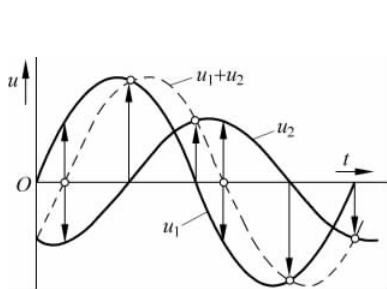


图 3.1-11 两个同频率正弦电压的叠加

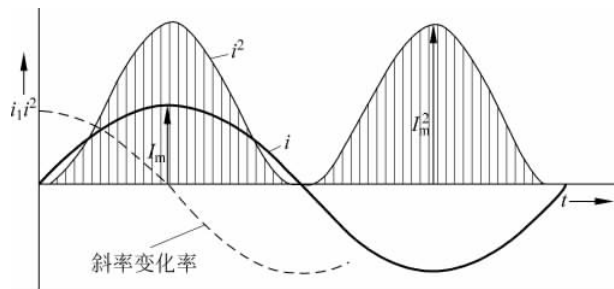


图 3.1-12 正弦波相乘后的频率变化及其斜率变化率

将频率不同的正弦电压叠加后,则其合成波形不再是正弦电压,而是一个非正弦电压。如图 3.1-13 所示,方波是由无数个不同频率的正弦波(谐波)与一个与方波相同频率的基波叠加后组成的(谐波频率是基波频率的奇数倍)。从这一例子可以想到,所有非正弦交流波形都是由很多不同频率的正弦波叠加合成的。反过来说,一个方波中包含着许多单一频率下的正弦波。这一波形合成与分解的概念很重要,在无线电中应用相当广泛。