

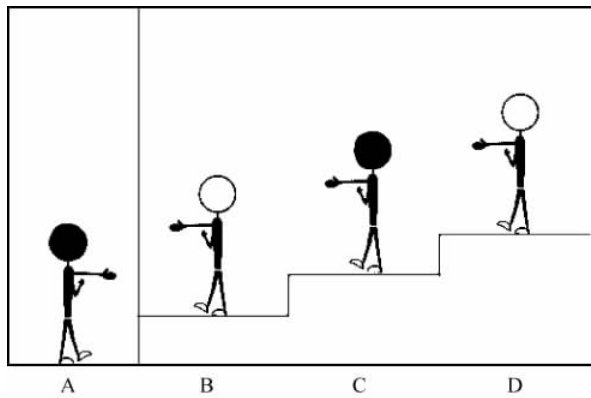
单元一

数理逻辑

任务 1 猜帽子颜色



一、问题情境



- (1) 房间里只有 4 个人。
- (2) 4 个人中 2 个人戴黑色的帽子, 2 个人戴白色的帽子。

- (3) A 和 B、C、D 之间有墙壁,两边彼此看不见。
- (4) 4 个人都不知道自己到底戴什么颜色的帽子。
- (5) 不得把自己的帽子拿下来看。
- (6) 不得转头去看后面的人,但看得到前面人的帽子颜色。

在外面的老师如此问他们:如果有人已知道自己帽子的颜色,请回答。开始之后一阵子没人回答,但过了不久只有一个人回答且答对了。到底哪个人答对了?



二、问题分析

A 看不到任何人,当然就没法立刻分辨。

B 对着墙壁看不到 A 也看不到后面的人,因此没法分辨。

C 只看到 B,不管看到的是黑还是白,都无法肯定自己戴的是黑帽子还是白帽子。

D 有一种情况: B、C 戴的同色帽子,那 D 就可以很肯定自己戴的是不同色的帽子,但此题 B、C 戴的不是同色帽子,所以 D 也无法判断自己帽子的颜色。

分析的关键在于题中的一句话——“开始之后一阵子没人回答,但过了不久只有一个人回答且答对了,”所以 C 能判断出结果。



三、相关知识

利用假设法解决问题:先作出假设,然后根据已知条件进行正确的推理。如果推出矛盾,则说明假设不合理。没有推出矛盾,则说明假设合理。这种方法我们称为假设法。



四、解答问题

解: 假设 B 和 C 是戴一样颜色的帽子,那 D 就能看到他们戴一样颜色的帽子,就会猜到自己的帽子颜色跟 B、C 不一样。假设 D 也不能确定,那就代

表 B 和 C 戴的帽子颜色不一样。而 C 又可以看到 B 的帽子颜色,所以 C 就能最先知道自己戴的帽子颜色了。



五、拓展与实践

老师要考查他的 6 个学生是否很聪明,让他们闭上眼睛,给他们每人戴上一顶帽子,告诉他们:你们这 6 顶帽子有三种颜色,你们每个人睁开眼睛都可以看见其他人帽子的颜色,我要你们判断出自己帽子的颜色,如果谁判断出来了就举手告诉大家,否则自己在纸上写出自己帽子的颜色来。

结果是:他们都在纸上写出了自己帽子的颜色,他们是否能真的写对自己帽子的颜色?为什么?

答案: 他们能写对! 因为每个人如果看见其他 5 个人的帽子只有 2 种颜色,他就会举手说出自己帽子是第三种颜色,因为没人举手,说明:每个人 A 都看到三种颜色,5 个人有三种颜色,肯定至少有一个人 B 的帽子颜色跟别人的不一样,就是说另外 4 个人帽子有两种颜色,于是 A 就想:若是我的帽子颜色也是那两种颜色之一,B 就能立刻举手说出自己帽子颜色。现在他没举手,说明他看见了三种颜色——我的帽子颜色不是那两种颜色之一而是和他的帽子颜色相同。于是他就知道并写出了自己帽子的颜色。其他的 5 个人也是这样写对了自自己帽子的颜色!



六、作业与训练

1. 甲、乙、丙、丁四个人参加一次数学竞赛,赛后他们四人预测名次如下。
甲说:丙第一,我第三;
乙说:我第一,丁第四;
丙说:丁第二,我第三;
丁没有说话。
最后公布结果时,发现他们每人预测对了一半,请说出竞赛的名次。
2. 现有红、黄、蓝、白、紫五种颜色的珠子各一颗,分别用纸包着,在桌

子上排成一行,由甲、乙、丙、丁、戊五人,猜各包内珠子的颜色,每人只许猜两包。

甲猜:第二包是紫的,第三包是黄的;

乙猜:第二包是蓝的,第四包是红的;

丙猜:第一包是红的,第五包是白的;

丁猜:第三包是蓝的,第四包是白的;

戊猜:第二包是黄的,第五包是紫的。

事后,打开纸包,发现每人都只猜对了一包,并且每包都只有一人猜对。问他们五人各猜对的是哪一种颜色的珠子?

任务2 下一个数字是什么



一、问题情境

动动脑,永不老。

$$5+3+2=151022$$

$$9+2+4=183652$$

$$8+6+3=482466$$

$$5+4+5=202541$$

那么:

$$7+2+5=?$$



二、问题分析

所得数字中的最后两位数是解题的难点,可把结果中的前四位的前两位与后两位相加,再减去算式中间的数字进行运算,试一试吧。



三、相关知识

1. 熟记各种数字的运算关系。

如各种数字的平方、立方以及它们的邻居,做到看到某个数字就有感觉,这是迅速准确解好数字推理题材的前提。常见的需记住的数字关系如下:

(1) 平方关系: $2-4, 3-9, 4-16, 5-25, 6-36, 7-49, 8-64, 9-81, 10-100, 11-121, 12-144, 13-169, 14-196, 15-225, 16-256, 17-289, 18-324, 19-361, 20-400$

(2) 立方关系: $2-8, 3-27, 4-64, 5-125, 6-216, 7-343, 8-512, 9-729, 10-1000$

(3) 质数关系: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \dots$

(4) 开方关系: $4-2, 9-3, 16-4, \dots$

2. 掌握数学逻辑推理方法。

按数字之间的关系,可将数字推理题分为以下 10 种类型。

(1) 和差关系。又分为等差、移动求和或差两种。

- 等差关系: 后一项减前一项差相等。
- 移动求和或差: 从第三项起,每一项都是前两项之和或差。

(2) 乘除关系。又分为等比、移动求积或商两种。

- 等比: 从第二项起,每一项与它前一项的比等于一个常数或一个等差数列。
- 移动求积或商关系: 从第三项起,每一项都是前两项之积或商。

(3) 平方关系。

(4) 立方关系。

(5) 分数数列: 关键是把分子和分母看作两个不同的数列,有的还需进行简单的通分,则可得出答案。

(6) 带根号的数列。

(7) 质数数列。

(8) 双重数列。

① 每两项为一组。如 $1, 3, 3, 9, 5, 15, 7, (21)$ 第一与第二项,第三与第四项每两项后项与前项之比为 3。

② 两个数列相隔,其中一个数列可能无任何规律,但只要把握有规律变化的数列就可得出结果。如: 34, 36, 35, 35, (36), 34, 37, (33) 由两个数列相隔而成,一个递增,一个递减。

③ 数列中的数字带小数,其中整数部分为一个数列,小数部分为另一个数列。

(9) 组合数列: 最常见的是和差关系与乘除关系组合、和差关系与平方立方关系组合。

(10) 其他数列。



四、解答问题

解:

$$7 \times 2 = 14$$

$$7 \times 5 = 35$$

$$14 + 35 - 2 = 47$$

所以结果: 143547。



五、拓展与实践

请思考: 1, 11, 21, 1211, 111221 下一个数是什么?

规律是:

1

11——表示前一个数“1”是 1 个 1;

21——表示前一个数“11”是由 2 个 1 组成;

1211——表示前一个数“21”是由 1 个 2、1 个 1 组成;

111221——即 11 12 21, 表示前一个数“1211”是依次由 1 个 1, 1 个 2, 2 个 1 组成;

所以结果是: 312211——即 31 22 11, 表示前一个数“111221”是依次由 3 个 1, 2 个 2, 1 个 1 组成。



六、作业与训练

请在下面的括号中填上适当的数字。

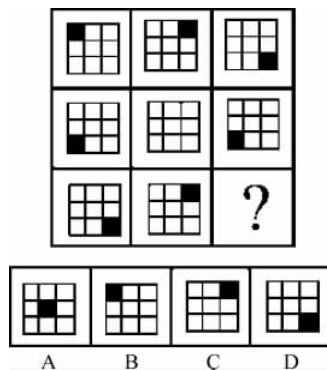
1. 0, 6, 24, 60, 120, ()
2. 1, 8, 27, ()
3. 66, 83, 102, 123, ()
4. 1, 4, 9, (), 25, 36
5. 5, 4, 10, 8, 15, 16, (), ()

任务 3 变化的图形



一、问题情境

开动脑筋：右图问号处应选择哪一个答案？



二、问题分析

从图形旋转的角度或图形的数量关系来分析这个题目。



三、相关知识

图形推理的两大灵魂是数量关系和图形转动。牢牢把握住这两点就基本把握了图形推理题目。



四、解答问题

解：有以下两种方法。

方法一：从图形旋转的角度分析这个题目。顺时针方向看，会发现黑色小方框在作顺时针旋转，且中间间隔一个空格。因此答案为 B。

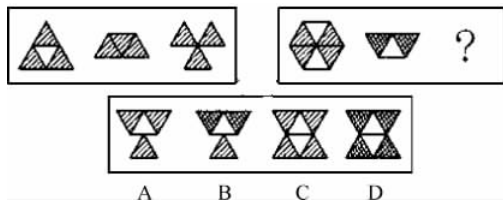
如果选择逆时针方向分析，会发现黑色小方框在作逆时针旋转，最后同样得到答案 B。

方法二：从图形的数量关系分析这个题目。图中含有黑色小方框的图形是成对出现的。也就是说，相同图形有两个，因此答案为 B。



五、拓展与实践

请选出图中问号处正确的一项，并说明理由。



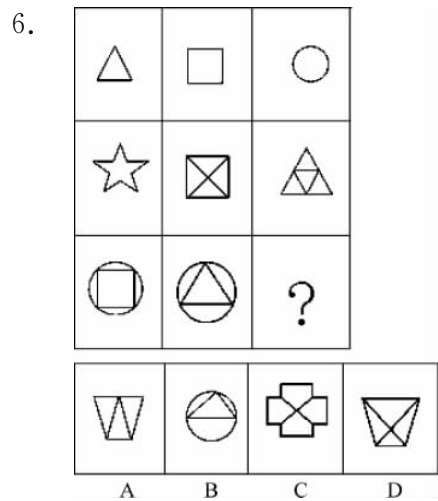
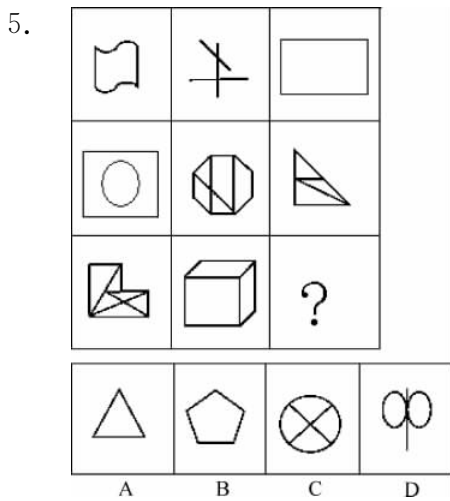
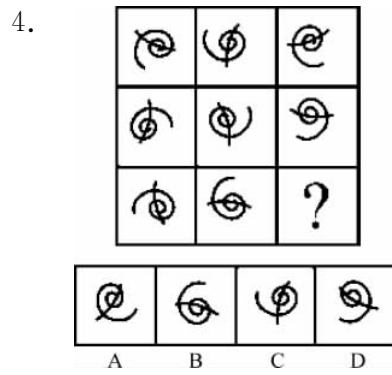
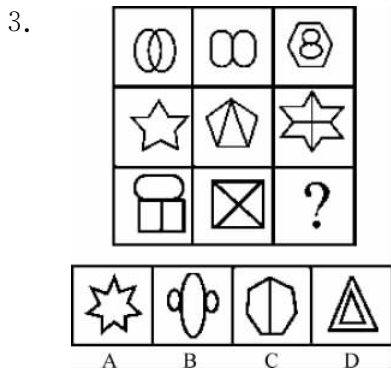
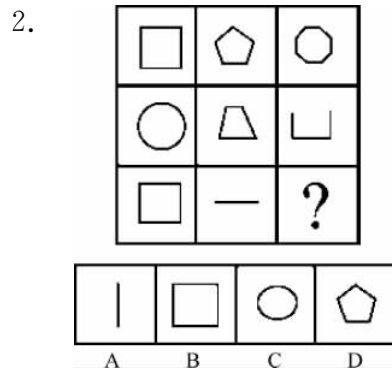
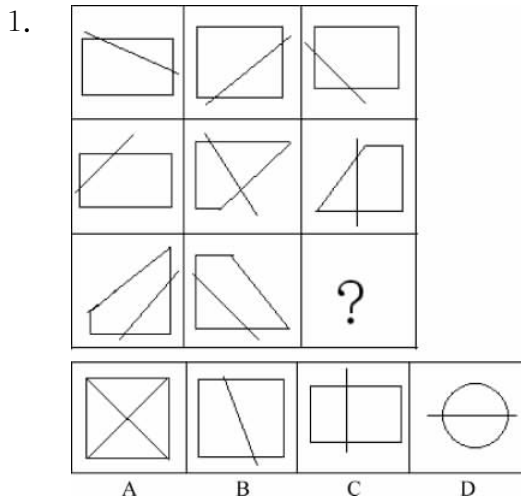
答案：C。

分析：第一个图形上半部分向下翻转一次得到第二个图形，第一个图形的上半部分连续向下翻转两次得到第三个图形。本题考查角度是图形的翻转。



六、作业与训练

请选择问号处正确的选项。



单元二

几何问题

测算的应用

任务4 测一测



一、问题情境

一个装液体的瓶子，里面装了一些水，通过测量已知下半部分是圆柱体，其内直径是 12cm，现在只有一把直尺，你能测出这个瓶子的容积吗？

