第1章　函　　数

1.1 计算(1)：基础公式

核心笔记

指数公式：① $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$，② $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$，

③ $(a^m)^n = a^{mn}$，④ $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$，⑤ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$，

⑥ $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$.

对数公式：① $\log_a m = n \Leftrightarrow a^n = m$，② $\log_a 1 = 0$，

③ $\log_a m + \log_a n = \log_a(mn)$，

④ $\log_a m - \log_a n = \log_a \dfrac{m}{n}$，⑤ $\log_a(m^n) = n\log_a m$.

【1】(2010·四川·3·☆)

$2\log_5 10 + \log_5 0.25 =$(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

【2】(2013·四川·11·☆)

$\lg\sqrt{5} + \lg\sqrt{20}$的值是________.

【3】(2014·陕西·12·☆)

已知 $4^a = 2$，$\lg x = a$，则 $x =$________.

【4】(2009·北京·3·☆☆)若$(1+\sqrt{2})^4 = a + b\sqrt{2}$($a,b$ 为有理数)，则 $a+b=$(　　).

A. 33　　B. 29

C. 23　　D. 19

【5】(2014·安徽·11·☆☆)

$\left(\dfrac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} + \log_3\dfrac{5}{4} + \log_3\dfrac{4}{5} =$________.

【6】(2011·四川·13·☆☆)

计算$\left(\lg\dfrac{1}{4} - \lg 25\right) \div 100^{-\frac{1}{2}} =$________.

【7】(2007·湖南·13·☆☆)

若 $a>0$，$a^{\frac{2}{3}} = \dfrac{4}{9}$，则 $\log_{\frac{2}{3}} a =$________.

【8】(2013·浙江·3·☆☆)已知 x,y 为正实数，则(　　).

A. $2^{\lg x+\lg y} = 2^{\lg x} + 2^{\lg y}$

B. $2^{\lg(x+y)} = 2^{\lg x} \cdot 2^{\lg y}$

C. $2^{\lg x\cdot\lg y} = 2^{\lg x} + 2^{\lg y}$

D. $2^{\lg(xy)} = 2^{\lg x} \cdot 2^{\lg y}$

【9】(2008·重庆·14·☆☆☆)若 $x>0$，则$(2x^{\frac{1}{4}} + 3^{\frac{3}{2}})(2x^{\frac{1}{4}} - 3^{\frac{3}{2}}) - 4x^{-\frac{1}{2}}(x - x^{\frac{1}{2}}) =$________.

1.2 计算(2)：换底

核心笔记

换底公式：① $\log_m n = \dfrac{\log_a n}{\log_a m} = \dfrac{\lg n}{\lg m}$，

② $\log_m n = \dfrac{1}{\log_n m}$.

【10】(1992·全国·1·☆)$\dfrac{\log_8 9}{\log_2 3}$的值是(　　).

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 2

【11】(2012·安徽·3·☆)$(\log_2 9)\cdot(\log_3 4) =$(　　).

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 2　　D. 4

【12】(1987·全国·3·☆☆)设 $\log_3 4 \cdot \log_4 8 \cdot \log_8 m = \log_4 16$，那么 m 等于(　　).

A. $\dfrac{9}{2}$　　B. 9　　C. 18　　D. 27

【13】(2013·陕西·3·☆☆)设 a,b,c 均为不等于 1 的正实数，则下列等式中恒成立的是(　　).

A. $\log_a b \cdot \log_c b = \log_c a$

B. $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$

C. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$

D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$

【14】(2015·浙江·12·☆☆☆)若 $a = \log_4 3$，则 $2^a + 2^{-a} =$________.

【15】(2014·四川·7·☆☆☆)已知 $b>0$，$\log_5 b = a$，$\lg b = c$，$5^d = 10$，则下列等式一定成立的是(　　).

A. $d = ac$　　B. $a = cd$

C. $c = ad$　　D. $d = a + c$

【16】(2010·辽宁·10·☆☆☆)设 $2^a = 5^b = m$，且 $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = 2$，则 $m =$(　　).

A. $\sqrt{10}$　　B. 10　　C. 20　　D. 100

1.3 定义域基础

核心笔记

3 种类型：① $\dfrac{1}{A}(A\neq 0)$，② $\sqrt{A}(A\geqslant 0)$，

③ $\log_a A(A>0)$. 若同时出现多种类型,则分别求出,再取交集.

【17】(2004・湖南・1・☆)函数 $y=\lg\left(1-\frac{1}{x}\right)$ 的定义域为(　　).

A. $\{x|x<0\}$　　B. $\{x|x>1\}$

C. $\{x|0<x<1\}$　　D. $\{x|x<0$ 或 $x>1\}$

【18】(2013・山东・5・☆)函数 $f(x)=\sqrt{1-2^x}+\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为(　　).

A. $(-3,0]$

B. $(-3,1]$

C. $(-\infty,-3)\cup(-3,0]$

D. $(-\infty,-3)\cup(-3,1]$

【19】(2013・重庆・3・☆)函数 $y=\frac{1}{\log_2(x-2)}$ 的定义域为(　　).

A. $(-\infty,2)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(2,3)\cup(3,+\infty)$　　D. $(2,4)\cup(4,+\infty)$

【20】(1983・全国・7・☆)求函数 $y=\sqrt{x+5}\log_2(36-x^2)$ 的定义域.

【21】(1978・全国・3・☆)求函数 $y=\sqrt{\lg(2+x)}$ 的定义域.

【22】(2004・重庆・1・☆)函数 $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)}$ 的定义域是(　　).

A. $[1,+\infty)$　　B. $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$

C. $\left[\frac{2}{3},1\right]$　　D. $\left(\frac{2}{3},1\right]$

【23】(2004・全国三・5・☆)函数 $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)}$ 的定义域是(　　).

A. $[-\sqrt{2},-1)\cup(1,\sqrt{2}]$

B. $(-\sqrt{2},-1)\cup(1,\sqrt{2})$

C. $[-2,-1)\cup(1,2]$

D. $(-2,-1)\cup(1,2)$

【24】(2014・山东・3・☆☆)函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2-1}}$ 的定义域为(　　).

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

B. $(2,+\infty)$

C. $\left(0,\frac{1}{2}\right)\cup(2,+\infty)$

D. $\left(0,\frac{1}{2}\right]\cup[2,+\infty)$

【25】(2005・湖北・13・☆☆)函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x-3}\lg\sqrt{4-x}$ 的定义域是________.

【26】(2009・江西・2・☆☆)函数 $y=\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{-x^2-3x+4}}$ 的定义域为(　　).

A. $(-4,-1)$　　B. $(-4,1)$

C. $(-1,1)$　　D. $(-1,1]$

【27】(2013・安徽・11・☆☆)函数 $y=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为________.

【28】(2012・山东・3・☆☆)函数 $f(x)=\frac{1}{\ln(x+1)}+\sqrt{4-x^2}$ 的定义域为(　　).

A. $[-2,0)\cup(0,2]$

B. $(-1,0)\cup(0,2]$

C. $[-2,2]$

D. $(-1,2]$

【29】(2008・安徽・13・☆☆)函数 $f(x)=\frac{\sqrt{|x-2|-1}}{\log_2(x-1)}$ 的定义域为________.

【30】(2010・湖北・5・☆☆)函数 $y=\frac{1}{\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}}$ 的定义域为(　　).

A. $\left(\frac{3}{4},1\right)$　　B. $\left(\frac{3}{4},\infty\right)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $\left(\frac{3}{4},1\right)\cup(1,+\infty)$

【31】(2011・江西・3・☆☆)若 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}}$,则 $f(x)$ 的定义域为(　　).

A. $\left(-\frac{1}{2},0\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},0\right]$

C. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $(0,+\infty)$

1.4 比大小

核心笔记

本节的关键思想是估算，拿到一个数，先确定正负，如果正，是大于1，还是(0,1)？如果负，是小于−1，还是(−1,0)？常见的一些数据类型要不假思索地判断，如：$2^{0.1}$，$2^{-0.1}$，$\left(\frac{1}{3}\right)^{0.1}$，$\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.1}$，$\log_2 0.4$，$\log_2 0.6$，$\log_2 1.5$，$\log_2 3$，$\log_{\frac{1}{2}} 0.4$，$\log_{\frac{1}{2}} 0.6$，$\log_{\frac{1}{2}} 1.5$，$\log_{\frac{1}{2}} 3$. 对不起，有点多，但它们都是对解题帮助特别大的. 不要去背，结合图像去理解.

【32】(1983·全国·5·☆)0.3^2，$\log_2 0.3$，$2^{0.3}$这三个数之间的大小顺序是(　　).

A. $0.3^2<2^{0.3}<\log_2 0.3$

B. $0.3^2<\log_2 0.3<2^{0.3}$

C. $\log_2 0.3<0.3^2<2^{0.3}$

D. $\log_2 0.3<2^{0.3}<0.3^2$

【33】(2007·天津·4·☆)设 $a=\log_{\frac{1}{2}} 3$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{0.2}$，$c=2^{\frac{1}{3}}$，则(　　).

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$

C. $c<a<b$　　D. $b<a<c$

【34】(2008·北京·2·☆)若 $a=\log_3\pi$，$b=\log_7 6$，$c=\log_2 0.8$，则(　　).

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $c>a>b$　　D. $b>c>a$

【35】(2014·天津·4·☆)设 $a=\log_2\pi$，$b=\log_{\frac{1}{2}}\pi$，$c=\pi^{-2}$，则(　　).

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $a>c>b$　　D. $c>b>a$

【36】(2009·天津·5·☆)设 $a=\log_{\frac{1}{3}} 2$，$b=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$，$c=\left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}$，则(　　).

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

【37】(2008·辽宁·4·☆)已知 $0<a<1$，$x=\log_a\sqrt{2}+\log_a\sqrt{3}$，$y=\frac{1}{2}\log_a 5$，$z=\log_a\sqrt{21}-\log_a\sqrt{3}$，则(　　).

A. $x>y>z$　　B. $z>y>x$

C. $y>x>z$　　D. $z>x>y$

【38】(2006·天津·4·☆☆)设 $P=\log_2 3$，$Q=\log_3 2$，$R=\log_2(\log_3 2)$，则(　　).

A. $R<Q<P$　　B. $P<R<Q$

C. $Q<R<P$　　D. $R<P<Q$

【39】(2009·全国二·7·☆☆)设 $a=\log_3\pi$，$b=\log_2\sqrt{3}$，$c=\log_3\sqrt{2}$，则(　　).

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

【40】(2010·天津·6·☆☆)设 $a=\log_5 4$，$b=(\log_5 3)^2$，$c=\log_4 5$，则(　　).

A. $a<c<b$　　B. $b<c<a$

C. $a<b<c$　　D. $b<a<c$

【41】(2013·新课标全国二·8·☆☆)设 $a=\log_3 6$，$b=\log_5 10$，$c=\log_7 14$，则(　　).

A. $c>b>a$　　B. $b>c>a$

C. $a>c>b$　　D. $a>b>c$

【42】(2007·全国二·4·☆☆)下列四个数中最大的是(　　).

A. $(\ln 2)^2$　　B. $\ln(\ln 2)$

C. $\ln\sqrt{2}$　　D. $\ln 2$

【43】(2008·全国二·5·☆☆)若 $x\in(e^{-1},1)$，$a=\ln x$，$b=2\ln x$，$c=\ln^3 x$，则(　　).

A. $a<b<c$　　B. $c<a<b$

C. $b<a<c$　　D. $b<c<a$

【44】(2009·全国二·7·☆☆)设 $a=\lg e$，$b=(\lg e)^2$，$c=\lg\sqrt{e}$，则(　　).

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

【45】(2003·北京·2·☆☆)设 $y_1=4^{0.9}$，$y_2=8^{0.44}$，$y_3=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1.5}$，则(　　).

A. $y_3>y_1>y_2$　　B. $y_2>y_1>y_3$

C. $y_1>y_2>y_3$　　D. $y_1>y_3>y_2$

【46】(2011·天津·7·☆☆)已知 $a=5^{\log_2 3.4}$，$b=5^{\log_4 3.6}$，$c=\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_3 0.3}$，则(　　).

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $a>c>b$　　D. $c>a>b$

【47】(2011·重庆·6·☆☆☆)设 $a=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$，$b=\log_{\frac{1}{3}}\frac{2}{3}$，$c=\log_3\frac{4}{3}$，则 a,b,c 的大小关系是(　　).

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$
C. $b<a<c$　　D. $b<c<a$

【48】(2010·全国一·10·☆☆☆)设 $a=\log_3 2$,$b=\ln 2$,$c=5^{-\frac{1}{2}}$,则(　　).
A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$
C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

1.5 判定:奇偶、单调

核心笔记

① 若 $f(-x)=f(x)$,则为偶;若 $f(-x)=-f(x)$,则为奇.这是基本的入门判定方法.

② 对增减的判断需要对基本的图形,以及平移、对称、翻折等图形变换熟悉.

【判定:奇偶】

【49】(1983·全国·1·☆)在直角坐标系内,函数 $y=|x|$ 的图像(　　).
A. 关于坐标轴、原点都不对称
B. 关于原点对称
C. 关于 x 轴对称
D. 关于 y 轴对称

【50】(2012·广东·4·☆☆)下列函数为偶函数的是(　　).
A $y=\sin x$　　B. $y=x^3$
C. $y=e^x$　　D. $y=\ln\sqrt{x^2+1}$

【51】(2003·北京·11·☆☆)$f(x)=\lg(1+x^2)$,$g(x)=\begin{cases}x+2, & x<-1,\\ 0, & |x|\leqslant 1,\\ -x+2, & x>1,\end{cases}$ $h(x)=\tan 2x$,其中________为偶函数.

【52】(2010·广东·3·☆☆)若函数 $f(x)=3^x+3^{-x}$ 与 $g(x)=3^x-3^{-x}$ 的定义域均为 **R**,则(　　).
A. $f(x)$为偶函数,$g(x)$为奇函数
B. $f(x)$与 $g(x)$均为奇函数
C. $f(x)$为奇函数,$g(x)$为偶函数
D. $f(x)$与 $g(x)$均为偶函数

【53】(2010·重庆·5·☆☆)函数 $f(x)=\frac{4^x+1}{2^x}$ 的图像(　　).
A. 关于原点对称
B. 关于直线 $y=x$ 对称
C. 关于 x 轴对称
D. 关于 y 轴对称

【54】(2009·全国二·3·☆☆)函数 $y=\log_2\frac{2-x}{2+x}$ 的图像(　　).
A. 关于原点对称
B. 关于直线 $y=-x$ 对称
C. 关于 y 轴对称
D. 关于直线 $y=x$ 对称

【55】(2006·辽宁·3·☆☆☆)设 $f(x)$是 **R** 上的任意函数,下列叙述正确的是(　　).
A. $f(x)f(-x)$是奇函数
B. $f(x)|f(-x)|$是奇函数
C. $f(x)+f(-x)$是偶函数
D. $f(x)-f(-x)$是偶函数

【56】(2002·全国新课程·16·☆☆☆)设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义,下列函数
①$y=-|f(x)|$　　②$y=xf(x^2)$;
③$y=-f(-x)$;　　④$y=f(x)-f(-x)$
中必为奇函数的有________.(要求填写正确答案的序号)

【57】(2011·广东·4·☆☆☆)设函数 $f(x)$和$g(x)$分别是 **R** 上的偶函数和奇函数,则下列结论恒成立的是(　　).
A. $f(x)+|g(x)|$是偶函数
B. $f(x)-|g(x)|$是奇函数
C. $|f(x)|+g(x)$是偶函数
D. $|f(x)|-g(x)$是奇函数

【58】(2014·新课标全国一·5·☆☆☆)设函数 $f(x)$,$g(x)$的定义域为 **R**,且 $f(x)$是奇函数,$g(x)$是偶函数,则下列结论中正确的是(　　).
A. $f(x)g(x)$是偶函数
B. $|f(x)|g(x)$是奇函数
C. $f(x)|g(x)|$是奇函数
D. $|f(x)g(x)|$是奇函数

【判定:单调】

【59】(2009·福建·5·☆)下列函数 $f(x)$中,满足"对任意 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$,当 $x_1<x_2$ 时,都有 $f(x_1)>f(x_2)$"的是(　　).
A. $f(x)=\frac{1}{x}$　　B. $f(x)=(x-1)^2$

C. $f(x)=e^x$　　D. $f(x)=\ln(x+1)$

【60】(2010·北京·6·☆)给定函数① $y=x^{\frac{1}{2}}$，② $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$，③ $y=|x-1|$，④ $y=2^{x+1}$，其中在区间$(0,1)$上单调递减的函数序号是(　　).

A. ①②　　B. ②③
C. ③④　　D. ①④

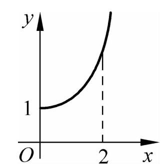
【61】(2014·陕西·7·☆)下列函数中，满足“$f(x+y)=f(x)f(y)$”的单调递增函数是(　　).

A. $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$　　B. $f(x)=x^3$
C. $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$　　D. $f(x)=3^x$

【62】(1987·全国·6·☆☆)在区间$(-\infty,0)$上为增函数的是(　　).

A. $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$　　B. $y=\dfrac{x}{1-x}$
C. $y=-(x+1)^2$　　D. $y=1+x^2$

【63】(2009·福建·8·☆☆)定义在$\mathbf{R}$上的偶函数$f(x)$的部分图像如下图所示，则在$(-2,0)$上，下列函数中与$f(x)$的单调性不同的是(　　).



A. $y=x^2+1$
B. $y=|x|+1$
C. $y=\begin{cases}2x+1, & x\geqslant 0,\\ x^3+1, & x<0\end{cases}$
D. $y=\begin{cases}e^x, & x\geqslant 0,\\ e^{-x}, & x<0\end{cases}$

【判定：奇偶、单调】

【64】(2012·天津·6·☆)下列函数中，既是偶函数又在区间$(1,2)$内是增函数的为(　　).

A. $y=\cos 2x, x\in\mathbf{R}$
B. $y=\log_2|x|, x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq 0$
C. $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}, x\in\mathbf{R}$
D. $y=x^3+1, x\in\mathbf{R}$

【65】(2012·陕西·2·☆)下列函数中，既是奇函数又是增函数的为(　　).

A. $y=x+1$　　B. $y=-x^2$
C. $y=\dfrac{1}{x}$　　D. $y=x|x|$

【66】(1985·全国·4·☆☆)在下面给出的函数中，哪一个函数既是区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上的增函数又是以$\pi$为周期的偶函数？(　　).

A. $y=x^2(x\in\mathbf{R})$
B. $y=|\sin x|(x\in\mathbf{R})$
C. $y=\cos 2x(x\in\mathbf{R})$
D. $y=e^{\sin 2x}(x\in\mathbf{R})$

【67】(2005·山东·5·☆☆)下列函数中，既是奇函数又在区间$[-1,1]$上单调递减的是(　　).

A. $f(x)=\sin x$
B. $f(x)=-|x+1|$
C. $f(x)=\dfrac{1}{2}(a^x+a^{-x})$
D. $f(x)=\ln\dfrac{2-x}{2+x}$

【68】(2011·新课标全国·3·☆☆)下列函数中，既是偶函数又在$(0,+\infty)$上单调递增的函数是(　　).

A. $y=x^3$　　B. $y=|x|+1$
C. $y=-x^2+1$　　D. $y=2^{-|x|}$

【69】(2011·上海·16·☆☆)下列函数中，既是偶函数又是在区间$(0,+\infty)$上单调递减的函数为(　　).

A. $y=\ln\dfrac{1}{|x|}$　　B. $y=x^3$
C. $y=2^{|x|}$　　D. $y=\cos x$

1.6 奇函数特别性质

核心笔记

① 若$y=f(x)$为奇函数，则$f(0)=0$或$f(0)$无意义$\left(如：f(x)=\frac{1}{x}\right)$. 对一些奇函数代入$x=0$有奇效.

② 某些题目会出现$g(x)=f(x)+a$，其中$f(x)$为奇函数，a为常数，这时不妨试试$g(x)+g(-x)=f(x)+f(-x)+2a=2a$.

【70】(2006·江苏·1·☆)已知$a\in\mathbf{R}$，函数$f(x)=\sin x-|a|, x\in\mathbf{R}$为奇函数，则$a=$(　　).

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. ± 1

【71】(2005·江西·13·☆☆)若函数$f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+2a^2})$是奇函数，则$a=$______.

【72】(2006·全国一·13·☆☆)已知函数$f(x)=$

$a-\dfrac{1}{2^x+1}$.若 $f(x)$ 为奇函数,则 $a=$________.

【73】(2007・江苏・8・☆☆)设 $f(x)=\lg\left(\dfrac{2}{1-x}+a\right)$ 是奇函数,则使 $f(x)<0$ 的 x 的取值范围是(　　).

A. $(-1,0)$

B. $(0,1)$

C. $(-\infty,0)$

D. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

【74】(1990・全国・13・☆☆)已知 $f(x)=x^5+ax^3+bx-8$,且 $f(-2)=10$,那么 $f(2)$ 等于(　　).

A. -26　　B. -18　　C. -10　　D. 10

【75】(2008・福建・4・☆☆)函数 $f(x)=x^3+\sin x+1(x\in\mathbf{R})$,若 $f(a)=2$,则 $f(-a)$ 的值为(　　).

A. 3　　B. 0　　C. -1　　D. -2

【76】(2011・广东・12・☆☆)设函数 $f(x)=x^3\cos x+1$,若 $f(a)=11$,则 $f(-a)=$________.

【77】(2004・全国一・2・☆☆)已知函数 $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$.若 $f(a)=b$,则 $f(-a)=$(　　).

A. b　　B. $-b$

C. $\dfrac{1}{b}$　　D. $-\dfrac{1}{b}$

【78】(2011・湖南・12・☆☆)已知 $f(x)$ 为奇函数,$g(x)=f(x)+9$,$g(-2)=3$,则 $f(2)=$________.

【79】(2012・上海・9・☆☆)已知 $y=f(x)$ 是奇函数,若 $g(x)=f(x)+2$ 且 $g(1)=1$,则 $g(-1)=$________.

【80】(2012・江西・9・☆☆☆☆)已知 $f(x)=\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$,若 $a=f(\lg 5)$,$b=f\left(\lg\dfrac{1}{5}\right)$,则(　　).

A. $a+b=0$　　B. $a-b=0$

C. $a+b=1$　　D. $a-b=1$

1.7 奇偶普通性质

核心笔记

对奇函数,$f(-x)=-f(x)$,有时可以试试 $f(-1)=-f(1)$,$f(-2)=-f(2)$,….

对偶函数,$f(-x)=f(x)$,同样地,可以试试 $f(-1)=f(1)$,$f(-2)=f(2)$,….

【81】(2007・宁夏 海南・14・☆)设函数 $f(x)=(x+1)(x+a)$ 为偶函数,则 $a=$________.

【82】(2007・宁夏 海南・14・☆☆)设函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数,则 $a=$________.

【83】(2011・辽宁・6・☆☆)若函数 $f(x)=\dfrac{x}{(2x+1)(x-a)}$ 为奇函数,则 $a=$(　　).

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. 1

【84】(2009・重庆・12・☆☆)若 $f(x)=\dfrac{1}{2^x-1}+a$ 是奇函数,则 $a=$________.

【85】(2011・浙江・11・☆☆)若函数 $f(x)=x^2-|x+a|$ 为偶函数,则实数 $a=$________.

【86】(2010・江苏・5・☆☆)设函数 $f(x)=x(e^x+ae^{-x})$,$x\in\mathbf{R}$ 是偶函数,则实数 $a=$________.

【87】(2015・新课标全国一・13・☆☆)若函数 $f(x)=x\ln(x+\sqrt{a+x^2})$ 为偶函数,则 $a=$________.

【88】(2014・湖南・15・☆☆☆)若 $f(x)=\ln(e^{3x}+1)+ax$ 是偶函数,则 $a=$________.

【89】(2012・上海・9・☆☆☆)已知 $y=f(x)+x^2$ 是奇函数,且 $f(1)=1$,若 $g(x)=f(x)+2$,则 $g(-1)=$________.

【90】(2013・湖南・4・☆☆)已知 $f(x)$ 是奇函数,$g(x)$ 是偶函数,且 $f(-1)+g(1)=2$,$f(1)+g(-1)=4$,则 $g(1)$ 等于(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

【91】(2014・湖南・3・☆☆)已知 $f(x)$,$g(x)$ 分别是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数和奇函数,且 $f(x)-g(x)=x^3+x^2+1$,则 $f(1)+g(1)=$(　　).

A. -3　　B. -1　　C. 1　　D. 3

【92】(2011・湖北・3・☆☆)若定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 和奇函数 $g(x)$ 满足 $f(x)+g(x)=e^x$,则 $g(x)=$(　　).

A. e^x-e^{-x}　　B. $\dfrac{1}{2}(e^x+e^{-x})$

C. $\dfrac{1}{2}(e^{-x}-e^x)$　　D. $\dfrac{1}{2}(e^x-e^{-x})$

【93】(2008・安徽・11・☆☆)若函数 $f(x)$,$g(x)$ 分

数学领域有哪些戳心的句子?授人以“鱼”,考人以鱽鲃鲀鱿鲃鲂鲉鲌鲄鲆鲅鲇鲏鲊鲋鲐鲈鲍鲎鲝鲒鲙鲗鲚鲖鲞鲛鲇鲚鲜鲟鲔鲕鲑鲦鲬鲳鲫鲩鲣鲨鲰鲑鲤鲠鲋鲦鲺鲯鲹鲴鲶鲳鲮鲭鲵鲲鲰鲱鲻鲷鲸鳋鳊鳁鳀鳂鲼鳈鲻鳃鳄鳍鳇鳂鳆鳅鳉鳌鳒鳎鳏鳑鳐鳍鳖鳛鳕鳓鳙鳗鳚鳔鳖鳜鳟鳞鳝鳡鳠鳢鳣鳤……幸好还有朱昊“鲲”.(by:@天下霸口吕)

别是 **R** 上的奇函数、偶函数，且满足 $f(x)-g(x)=e^x$，则有(　　).

A. $f(2)<f(3)<g(0)$

B. $g(0)<f(3)<f(2)$

C. $f(2)<g(0)<f(3)$

D. $g(0)<f(2)<f(3)$

1.8 单调性

核心笔记

同增异减的同时，不要忘记函数本身的定义域.

【94】(2005·天津·2·☆)已知 $\log_{\frac{1}{2}}b<\log_{\frac{1}{2}}a<\log_{\frac{1}{2}}c$，则(　　).

A. $2^b>2^a>2^c$　　B. $2^a>2^b>2^c$

C. $2^c>2^b>2^a$　　D. $2^c>2^a>2^b$

【95】(2001·全国旧课程·10·☆☆)设 $f(x)$，$g(x)$ 都是单调函数，有如下四个命题：

① 若 $f(x)$ 单调递增，$g(x)$ 单调递增，则 $f(x)-g(x)$ 单调递增；

② 若 $f(x)$ 单调递增，$g(x)$ 单调递减，则 $f(x)-g(x)$ 单调递增；

③ 若 $f(x)$ 单调递减，$g(x)$ 单调递增，则 $f(x)-g(x)$ 单调递减；

④ 若 $f(x)$ 单调递减，$g(x)$ 单调递减，则 $f(x)-g(x)$ 单调递减.

其中，正确的命题是(　　).

A. ①③　　B. ①④

C. ②③　　D. ②④

【96】(2004·湖南·7·☆☆)若 $f(x)=-x^2+2ax$ 与 $g(x)=\dfrac{a}{x+1}$ 在区间$[1,2]$上都是减函数，则 a 的取值范围是(　　).

A. $(-1,0)\cup(0,1)$　　B. $(-1,0)\cup(0,1]$

C. $(0,1)$　　D. $(0,1]$

【97】(2005·上海·13·☆☆)若函数 $f(x)=\dfrac{1}{2^x+1}$，则该函数在$(-\infty,+\infty)$上是(　　).

A. 单调递减无最小值

B. 单调递减有最小值

C. 单调递增无最大值

D. 单调递增有最大值

【98】(2009·江苏·10·☆☆)已知 $a=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，函数 $f(x)=a^x$，若实数 m，n 满足 $f(m)>f(n)$，则 m，n 的大小关系为________.

【99】(1995·全国·11·☆)已知 $y=\log_a(2-x)$ 是 x 的增函数，则 a 的取值范围是(　　).

A. $(0,2)$　　B. $(0,1)$

C. $(1,2)$　　D. $(2,+\infty)$

【100】(2011·江苏·2·☆)函数 $f(x)=\log_5(2x+1)$ 的单调递增区间是________.

【101】(1984·全国·7·☆☆)函数 $\log_{0.5}(x^2+4x+4)$ 在什么区间上是增函数？

【102】(2007·辽宁·9·☆☆)函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+6)$ 的单调递增区间为(　　).

A. $\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$　　B. $(3,+\infty)$

C. $\left(-\infty,\dfrac{5}{2}\right)$　　D. $(-\infty,2)$

【103】(2014·天津·4·☆☆)函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-4)$ 的单调递增区间是(　　).

A. $(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,0)$

C. $(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2)$

【104】(2005·天津·9·☆☆)若函数 $f(x)=\log_a(2x^2+x)(a>0,a\neq1)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 内恒有 $f(x)>0$，则 $f(x)$ 的单调递增区间为(　　).

A. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{4}\right)$　　B. $\left(-\dfrac{1}{4},+\infty\right)$

C. $(0,\infty)$　　D. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$

1.9 性质综合

核心笔记

这类题型的关键在于把所求项"转移"到条件给的范围里.

① 若 $y=f(x)$ 对任意 x 都有 $f(x+a)=f(x)$，则 $T=|a|$.

② 若 $y=f(x)$ 对任意 x 都有 $f(x+a)=-f(x)$，则 $T=2|a|$.

这些年我一直提醒自己一件事情，千万不要自己感动自己. 大部分人看似的努力，不过是愚蠢导致的. 什么熬夜看书到天亮，什么连续几天只睡几小时，什么多久没放假了. 人难免天生有自怜的情绪，唯有时刻保持清醒，才能看清真正的价值在哪里.(推荐：@Az)

③ 若 $y=f(x)$ 对任意 x 都有 $f(x+a)=\dfrac{k}{f(x)}$，则 $T=2|a|$.

【105】(2014·四川·13·☆)设 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的周期为 2 的函数，当 $x\in[-1,1)$ 时，$f(x)=\begin{cases}-4x^2+2, & -1\leqslant x<0,\\ x, & 0\leqslant x<1,\end{cases}$ 则 $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=$________.

【106】(2011·安徽·11·☆)设 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=2x^2-x$，则 $f(1)=$________.

【107】(2013·山东·3·☆)已知函数 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$，则 $f(-1)$ 等于(　　).

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. -2

【108】(2008·湖北·6·☆☆)已知 $f(x)$ 在 **R** 上是奇函数，且 $f(x+4)=f(x)$，当 $x\in(0,2)$ 时，$f(x)=2x^2$，则 $f(7)=$(　　).

A. -2　　B. 2　　C. -98　　D. 98

【109】(2011·全国·10·☆☆)设 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=2x(1-x)$，则 $f\left(-\dfrac{5}{2}\right)=$(　　).

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

【110】(2012·浙江·16·☆☆)设函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的周期为 2 的偶函数，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x+1$，则 $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=$________.

【111】(1996·全国·15·☆☆)设 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的奇函数，$f(x+2)=-f(x)$，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=x$，则 $f(7.5)=$(　　).

A. 0.5　　B. -0.5

C. 1.5　　D. -1.5

【112】(2008·四川·9·☆☆)函数 $f(x)$ 满足 $f(x)\cdot f(x+2)=13$，若 $f(1)=2$，则 $f(99)=$(　　).

A. 13　　B. 2　　C. $\dfrac{13}{2}$　　D. $\dfrac{2}{13}$

【113】(2006·安徽·15·☆☆)函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足条件 $f(x+2)=\dfrac{1}{f(x)}$，若 $f(1)=-5$，则 $f(f(5))=$________.

【114】(2006·山东·5·☆☆)已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=-f(x)$，则 $f(6)$ 的值为(　　).

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

【115】(2010·安徽·4·☆☆)若 $f(x)$ 是 **R** 上周期为 5 的奇函数，且满足 $f(1)=1$，$f(2)=2$，则 $f(3)-f(4)=$(　　).

A. -1　　B. 1　　C. -2　　D. 2

【116】(2009·江西·5·☆☆)已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数，若对于 $x\geqslant 0$，都有 $f(x+2)=f(x)$，且当 $x\in[0,2)$ 时，$f(x)=\log_2(x+1)$，则 $f(-2008)+f(2009)$ 的值为(　　).

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

【117】(2006·福建·12·☆☆☆)已知 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数，当 $0<x<1$ 时，$f(x)=\lg x$. 设 $a=f\left(\dfrac{6}{5}\right)$，$b=f\left(\dfrac{3}{2}\right)$，$c=f\left(\dfrac{5}{2}\right)$，则(　　).

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$

C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

【118】(2013·江苏·11·☆☆)已知 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数. 当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2-4x$，则不等式 $f(x)>x$ 的解集用区间表示为________.

【119】(2013·安徽·14·☆☆)定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=2f(x)$. 若当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=x(1-x)$，则当 $-1\leqslant x\leqslant 0$ 时，$f(x)=$________.

【120】(2005·福建·12·☆☆☆)$f(x)$ 是定义在 **R** 上的以 3 为周期的偶函数，且 $f(2)=0$，则方程 $f(x)=0$ 在区间 $(0,6)$ 内解的个数的最小值是(　　).

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

1.10　模拟图像

核心笔记

根据条件，画出一个图像，只要它不违背所有条件，它就是适用的.

【121】(2005·重庆·3·☆☆)若函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，在 $(-\infty,0]$ 上是减函数，且 $f(2)=0$，则使得 $f(x)<0$ 的 x 的取值范围是

(　　).

A. $(-\infty,2)$

B. $(2,+\infty)$

C. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

D. $(-2,2)$

【122】(2007·福建·7·☆☆)已知 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数，则满足 $f\left(\left|\frac{1}{x}\right|\right)<f(1)$ 的实数 x 的取值范围是(　　).

A. $(-1,1)$

B. $(0,1)$

C. $(-1,0)\cup(0,1)$

D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

【123】(2014·新课标全国二·15·☆☆)已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，$f(2)=0$. 若 $f(x-1)>0$，则 x 的取值范围是________.

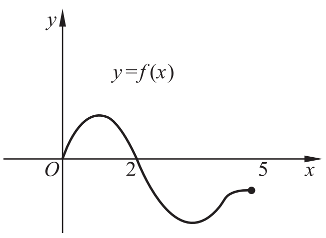
【124】(2009·辽宁·12·☆☆)已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 单调增加，则满足 $f(2x-1)<f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 取值范围是(　　).

A. $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$　　B. $\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$　　D. $\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$

【125】(2013·四川·14·☆☆)已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数，当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=x^2-4x$，那么，不等式 $f(x+2)<5$ 的解集是________.

【126】(2004·上海·5·☆☆)设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-5,5]$. 若当 $x\in[0,5]$ 时，$f(x)$ 的图像如下图，则不等式 $f(x)<0$ 的解是________.



【127】(1991·全国·14·☆☆)如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3,7]$ 上是增函数且最小值为 5，那么 $f(x)$ 在区间 $[-7,-3]$ 上是(　　).

A. 增函数且最小值为 -5

B. 增函数且最大值为 -5

C. 减函数且最小值为 -5

D. 减函数且最大值为 -5

【128】(2005·天津·10·☆☆)设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上以 6 为周期的函数，$f(x)$ 在 $(0,3)$ 内单调递减，且 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=3$ 对称，则下面正确的结论是(　　).

A. $f(1.5)<f(3.5)<f(6.5)$

B. $f(3.5)<f(1.5)<f(6.5)$

C. $f(6.5)<f(3.5)<f(1.5)$

D. $f(3.5)<f(6.5)<f(1.5)$

【129】(2007·江苏·6·☆☆)设函数 $f(x)$ 定义在实数集上，它的图像关于直线 $x=1$ 对称，且当 $x\geqslant 1$ 时，$f(x)=3^x-1$，则有(　　).

A. $f\left(\frac{1}{3}\right)<f\left(\frac{3}{2}\right)<f\left(\frac{2}{3}\right)$

B. $f\left(\frac{2}{3}\right)<f\left(\frac{3}{2}\right)<f\left(\frac{1}{3}\right)$

C. $f\left(\frac{2}{3}\right)<f\left(\frac{1}{3}\right)<f\left(\frac{3}{2}\right)$

D. $f\left(\frac{3}{2}\right)<f\left(\frac{2}{3}\right)<f\left(\frac{1}{3}\right)$

【130】(2009·陕西·12·☆☆)定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足：对任意的 $x_1,x_2\in(-\infty,0]$ $(x_1\neq x_2)$，有 $(x_2-x_1)(f(x_2)-f(x_1))>0$. 则当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时，有(　　).

A. $f(-n)<f(n-1)<f(n+1)$

B. $f(n-1)<f(-n)<f(n+1)$

C. $f(n+1)<f(-n)<f(n-1)$

D. $f(n+1)<f(n-1)<f(-n)$

【131】(1997·全国·13·☆☆)定义在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上的奇函数 $f(x)$ 为增函数；偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上的图像与 $f(x)$ 的图像重合. 设 $a>b>0$，给出下列不等式，正确的是(　　).

① $f(b)-f(-a)>g(a)-g(-b)$；

② $f(b)-f(-a)<g(a)-g(-b)$；

③ $f(a)-f(-b)>g(b)-g(-a)$；

④ $f(a)-f(-b)<g(b)-g(a)$.

A. ①与④　　B. ②与③

C. ①与③　　D. ②与④

【132】(2014·全国·12·☆☆☆)奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，若 $f(x+2)$ 为偶函数，且 $f(1)=1$，则 $f(8)+f(9)=$(　　).

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

【133】(2007·天津·7·☆☆☆)在 $\mathbf{R}$ 上定义的函数 $f(x)$ 是偶函数，且 $f(x)=f(2-x)$，若 $f(x)$ 在区

有一队匈牙利士兵在阿尔卑斯山迷路了.结果第三天他们当中一个人在口袋里找到一张地图，于是通过地图安全地回来了.脱险之后他们突然发现地图原来是错的，根本就不是这个山的地图.这个故事的含义是：当你迷路的时候，其实任何老地图乃至是错地图，都管用，前提是你行动起来，积极地去寻找出路.(by：罗振宇，推荐：@徐子曦)