

考点1
运动的合成(绳连
体、小船过河)

核心笔记

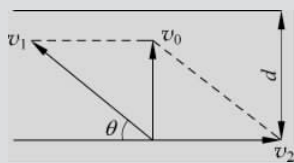
1. 绳连体要点。

合运动：物体实际运动速度；

分运动：一个沿着绳方向，另一个垂直于绳分解。

2. 小船过河。

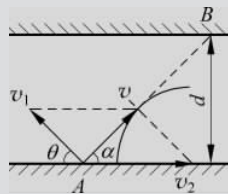
(1) 渡河最少时间：在河宽、船速一定而水速任意时，渡河时间(垂直位移/垂直速度) $t = \frac{d}{v_{\text{垂直}}} = \frac{d}{v_{\text{船}}}$ ，合运动(船的轨迹)沿 v 的方向进行。



(2) 渡河最小位移

① 若 $v_{\text{船}} > v_{\text{水}}$ ，则船头偏向上游的角度为 $\cos\theta = \frac{v_{\text{水}}}{v_{\text{船}}}$ ，渡河时间(垂直位移/垂直速度) $t = \frac{d}{v_1 \sin\theta} = \frac{d}{v_{\text{船}} \sin\theta}$ ，最短位移为 d ；

② 若 $v_{\text{船}} < v_{\text{水}}$ ，则根据 $\cos\theta = \frac{v_{\text{船}}}{v_{\text{水}}}$ 可知船头与河岸的夹角应为 $\theta = \arccos \frac{v_{\text{船}}}{v_{\text{水}}}$ ，船最短距离为 $s = \frac{d}{\cos\theta} = \frac{d v_{\text{水}}}{v_{\text{船}}}$ ，渡河时间(垂直位移/垂直速度) $T = \frac{d}{v_1 \sin\theta}$ 。



典型例题

【例 1】 某人横渡一河流，船划行速度和水流动速度一定，此人过河最短时间为 t_1 ；若此船用最短的位移过河，则需时间为 t_2 ，若船速大于水速，则船速与水速之比为()。

- A. $\frac{t_2}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}}$ B. $\frac{t_2}{t_1}$ C. $\frac{t_1}{\sqrt{t_1^2 - t_2^2}}$ D. $\frac{t_1}{t_2}$

【答案】 A。

【解析】 设河宽为 d ，设船在静水中的速度为 v_1 ，水流速为 v_2 。

(1) 最短时间过河时，静水速与河岸垂直，有

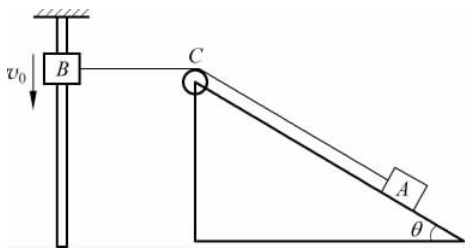
$$t_1 = \frac{d}{v_1} \quad ①$$

(2) 最小位移过河时， $v_{\text{合}} = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}$ ，则

$$t_2 = \frac{d}{v_{\text{合}}} = \frac{d}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}} \quad ②$$

联立①②，解得 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}}$ 。故 A 正确，B、C、D 错误。

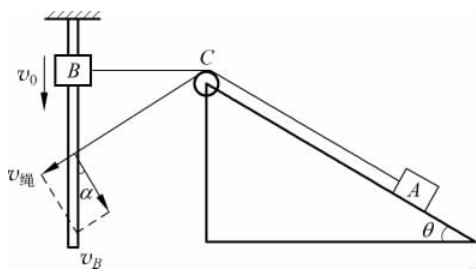
【例 2】 如图所示,轻质不可伸长的细绳,绕过光滑定滑轮 C ,与质量为 m 的物体 A 连接, A 放在倾角为 θ 的光滑斜面上,绳的另一端和套在固定竖直杆上的物体 B 连接。现 BC 连线恰沿水平方向,从当前位置开始 B 以速度 v_0 匀速下滑。设绳子的张力为 T ,在此后的运动过程中,下列说法正确的是()。



- A. 物体 A 做加速运动
- B. 物体 A 做匀速运动
- C. T 可能小于 $mg \sin \theta$
- D. T 一定大于 $mg \sin \theta$

【答案】 AD。

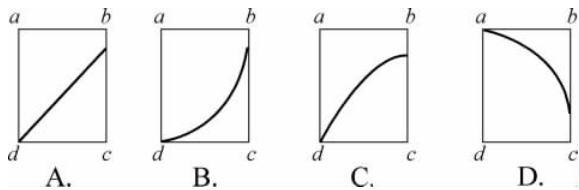
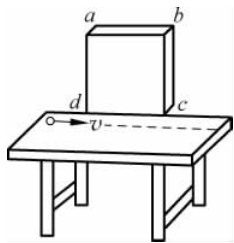
【解析】 由题意可知,将 B 的实际运动分解成两个分运动,如图所示,根据平行四边形定则,可有 $v_B \sin \alpha = v_{\text{绳}}$ 。因 B 以速度 v_0 匀速下滑,又 α 在增大,所以绳子速度在增大,则 A 处于加速运动。



根据受力分析,结合牛顿第二运动定律,则有 $T > mg \sin \theta$ 。故 AD 正确,BC 错误。

过关练习

1. 如图所示,光滑水平桌面上,一小球以速度 v 向右匀速运动,当它经过靠近桌边的竖直木板 ad 边时,木板开始作自由落体运动。若木板开始运动时, cd 边与桌面相齐,则小球在木板上的投影轨迹是()。



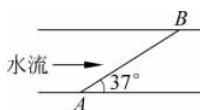
2. 一艘小船在静水中的速度为 3m/s ,它要渡过一条宽为 30m 的河,河水流速为 4m/s ,则这只船()。

- A. 过河时间不可能小于 10s
- B. 不能沿垂直于河岸方向过河
- C. 可以渡过这条河,而且所需时间可以为 6s
- D. 不可能渡过这条河

3. 一艘船在静水中的速度是 8m/s ,要渡过宽为 180m 、水流速度为 6m/s 的河流,则下列说法中正确的是()。

- A. 船在此河流中航行的最大速度为 10m/s
- B. 此船过河的最短时间是 30s
- C. 此船可以在对岸的任意位置靠岸
- D. 此船可以垂直到达对岸

4. 如图所示,船从 A 处开出后沿直线 AB 到达对岸,若 AB 与河岸成 37° ,水流速度为 4m/s ,则船从 A 点开出的最小速度为 _____ m/s 。



5. 民族运动会上有一个骑射项目,运动员骑在奔驰的马背上,弯弓放箭射击侧向的固定目标。若运动员骑马奔驰的速度为 v_1 ,运动员静止时射出的弓箭速度为 v_2 ,直线跑道离固定目标的最近距离为 d 。要想在最短的时间内射中目标,则运动员放箭处离目标距离为()。

- A. $\frac{dv_2}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$ B. $\frac{d\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}{v_2}$
 C. $\frac{dv_1}{v_2}$ D. $\frac{dv_2}{v_1}$

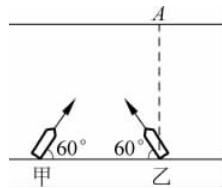
6. 有一条两岸平直、河水均匀流动、流速恒为 v 的大河,小明驾着小船渡河,去程时船头指向始终与河岸垂直,回程时行驶路线与河岸垂直,去程与回程所用时间的比值为 k ,船在静水中的速度大小相同,则小船在静水中的速度大小为()。

- A. $\frac{kv}{\sqrt{k^2 - 1}}$ B. $\frac{v}{\sqrt{1 - k^2}}$
 C. $\frac{kv}{\sqrt{1 - k^2}}$ D. $\frac{v}{\sqrt{k^2 - 1}}$

7. 甲、乙两船在同一条河流中同时开始渡河,河宽为 H ,河水流速为 v_0 ,划船速度均为 v ,出发时两船相距为 $\frac{2}{3}\sqrt{3}H$,甲、乙两船船头均与河岸成 60° 角,如图所

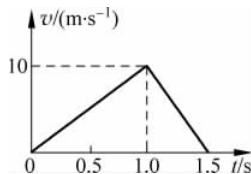
示,已知乙船恰好能垂直到达对岸 A 点,则下列判断正确的是()。

- A. 甲、乙两船到达对岸的时间不同
 B. $v = 2v_0$
 C. 两船可能在未到达对岸前相遇
 D. 甲船也在 A 点靠岸



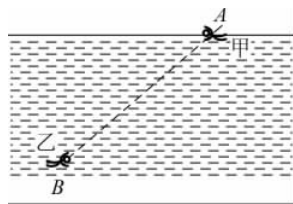
8. 小船过河时,船头偏向上游与水流方向成 α 角,船相对水的速度为 v ,其航线恰好垂直于河岸,现水流速度稍有增大,为保持航线不变,且准时到达对岸,下列措施中可行的是()。

- A. 减小 α 角,增大船速 v
 B. 增大 α 角,增大船速 v
 C. 减小 α 角,保持船速 v 不变
 D. 增大 α 角,保持船速 v 不变



9. 如图所示,甲、乙两运动员从流速恒定的河两岸 A、B 处同时下水游泳,A 在 B 的下游位置,甲游得比乙快,为了在河中尽快相遇,两人游泳的方向应为()。

- A. 甲、乙都沿 A、B 连线方向



- B. 甲、乙都沿 A, B 连线偏向下游方向
 C. 甲、乙都沿 A, B 连线偏向上游方向
 D. 甲沿 A, B 连线偏向上游方向, 乙沿 A, B 连线偏向下游方向

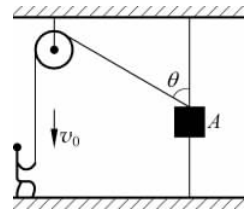
10. 一人用绳子通过动滑轮拉 A , A 穿在光滑的竖直杆上, 当以速度 v_0 匀速地拉绳使物体 A 到达如图所示位置时, 绳与竖直杆的夹角为 θ , 则 A 物体实际运动的速度是()。

A. $v_0 \sin \theta$

B. $\frac{v_0}{\sin \theta}$

C. $v_0 \cos \theta$

D. $\frac{v_0}{\cos \theta}$



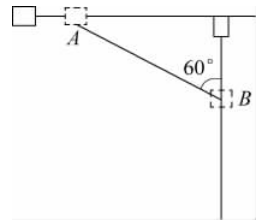
有一竖直放置的 T 形架, 表面光滑, 滑块 A, B 分别套在水平杆与竖直杆上, A, B 用一不可伸长的轻细绳相连, A, B 质量相等, 且可看做质点, 如图所示, 开始时细绳水平伸直, A, B 静止。由静止释放 B 后, 已知当细绳与竖直方向的夹角为 60° 时, 滑块 B 沿着竖直杆下滑的速度为 v , 则连接 A, B 的绳长为()。

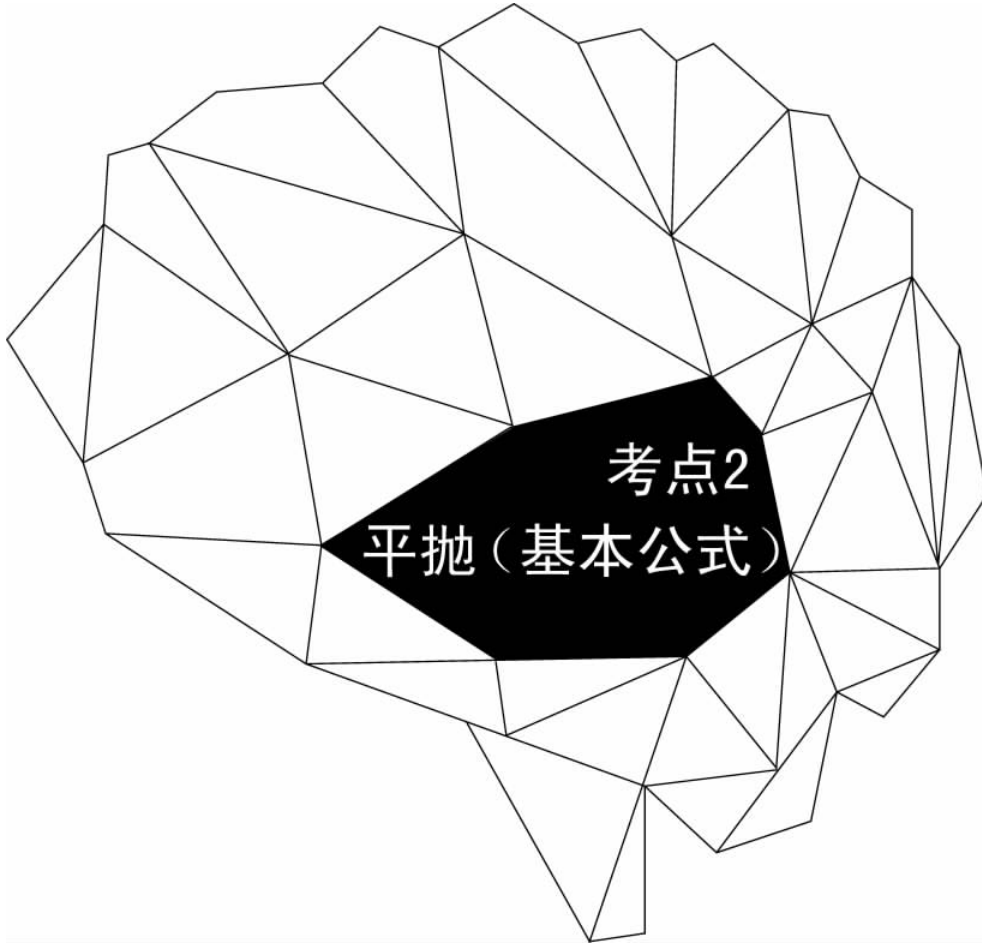
A. $\frac{4v^2}{g}$

B. $\frac{3v^2}{g}$

C. $\frac{3v^2}{4g}$

D. $\frac{4v^2}{3g}$





考点2
平抛（基本公式）

核心笔记

1. 两个分运动：水平方向是匀速直线运动，竖直方向是自由落体运动。
2. 平抛运动的速度。

水平方向： $v_x = v_0$ ，竖直方向： $v_y = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$ ，合速度： $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ 。

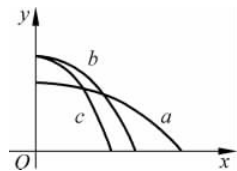
3. 平抛运动的位移。

水平方向水平位移： $S_x = v_0 t = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ，竖直位移： $s_y = \frac{1}{2}gt^2$ ，合位移： $s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$ 。

典型例题

【例 1】 (2012 新课标卷)如图， x 轴在水平地面内， y 轴沿竖直方向。图中画出了从 y 轴上沿 x 轴正向抛出的三个小球 a 、 b 和 c 的运动轨迹，其中 b 和 c 是从同一点抛出的，不计空气阻力，则()。

- A. a 的飞行时间比 b 的长
- B. b 和 c 的飞行时间相同
- C. a 的水平速度比 b 的小
- D. b 的初速度比 c 的大



【答案】 BD。

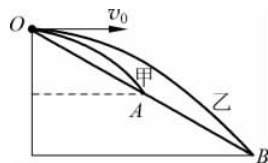
【解析】 由图像可以看出， b, c 两个小球的抛出高度相同， a 的

抛出高度最小，根据 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 可知， a 的运动时间最短， b, c 运动时间相等。故 A 错误，B 正确。

由图像可以看出， a, b, c 三个小球的水平位移关系为 a 最大， c 最小，根据 $x = v_0 t$ 可知， $v_0 = \frac{x}{t}$ ，所以 a 的初速度最大， c 的初速度最小。故 C 错误，D 正确。

【例 2】 如图所示，甲、乙两个小球从同一固定斜面的顶端 O 点水平抛出，分别落到斜面上的 A, B 两点， A 点为 OB 的中点，不计空气阻力。以下说法正确的是()。

- A. 甲、乙两球接触斜面前的瞬间，速度的方向相同
- B. 甲、乙两球接触斜面前的瞬间，速度大小之比为 $1:2$
- C. 甲、乙两球做平抛运动的时间之比为 $1:\sqrt{2}$
- D. 甲、乙两球做平抛运动的初速度大小之比为 $1:2$



【答案】 AC。

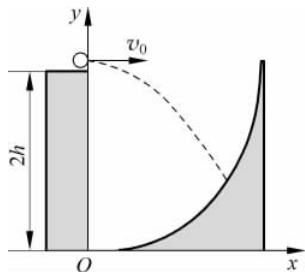
【解析】 A: 设小球落在斜面上时，速度与水平方向的夹角为 α ，位移与水平方向的夹角为 θ ，则 $\tan\alpha = \frac{gt}{v_0}$ ， $\tan\theta = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t} = \frac{gt}{2v_0}$ ，可知 $\tan\alpha = 2\tan\theta$ ，因为小球落在斜面上时，位移与水平

方向的夹角为定值,所以可知在接触斜面的瞬间,两球速度方向相同。故 A 正确。

B,C: 因为两球下落的高度之比为 $1:2$,根据 $h = \frac{1}{2}gt^2$,得 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$,可知甲、乙两球运动的时间之比为 $1:\sqrt{2}$,则竖直分速度之比为 $1:\sqrt{2}$ 。因为两球落在斜面上时速度方向相同,所以根据平行四边形定则知,在接触斜面的瞬间,两球速度大小之比为 $1:\sqrt{2}$ 。故 B 错误,C 正确。

D: 因为两球平抛运动的水平位移为 $1:2$,时间之比为 $1:\sqrt{2}$,则初速度之比为 $1:\sqrt{2}$ 。故 D 错误。

【例 3】 (2012 全国卷)一探险队员在探险时遇到一山沟,山沟的一侧竖直,另一侧的坡面呈抛物线形状。此队员从山沟的竖直一侧,以速度 v_0 沿水平方向跳向另一侧坡面。如图所示,以沟底的 O 点为原点建立坐标系 Oxy 。已知,山沟竖直一侧的高度为 $2h$,坡面的抛物线方程为 $y = \frac{1}{2h}x^2$,探险队员的质量为 m 。人视为质点,忽略空气阻力,重力加速度为 g 。



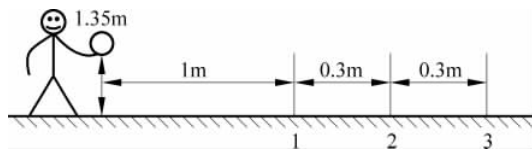
- (1) 求此人落到坡面时的动能;
- (2) 此人水平跳出的速度为多大时,他落在坡面时的动能最小? 动能的最小值为多少?

【答案】 (1) $\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{2mg^2h^2}{v_0^2 + gh}$; (2) 速度为 \sqrt{gh} 时,动能的最小值为 $\frac{3mgh}{2}$ 。

【解析】 (1) 设探险队员跳到坡面上时水平位移为 x ,竖直位移为 H ,由平抛运动规律有 $x = v_0t$, $H = \frac{1}{2}gt^2$ 。整个过程中,由动能定理可得 $mgH = E_k - \frac{1}{2}mv_0^2$,由几何关系, $y = 2h - H$,由坡面的抛物线方程得 $y = \frac{1}{2h}x^2$,解以上各式得 $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{2mg^2h^2}{v_0^2 + gh}$ 。

(2) 由 $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{2mg^2h^2}{v_0^2 + gh}$,令 $v_0^2 = ngh$,则 $E_k = \frac{n}{2}mgh + \frac{2mgh}{n+1} = mgh \left(\frac{n}{2} + \frac{2}{n+1} \right)$ 。当 $n=1$,即 $v_0^2 = gh$ 时,探险队员的动能最小,最小值为 $E_{\min} = \frac{3mgh}{2}$, $v_0 = \sqrt{gh}$ 。

【例 4】 “套圈”是一项老少皆宜的体育运动项目。如图所示,水平地面上固定着 3 根直杆 1,2,3,直杆的粗细不计,高度均为 0.1m ,相邻两直杆之间的距离为 0.3m 。比赛时,运动员将内圆直径为 0.2m 的环沿水平方向抛出,刚抛出时环平面距地面的高度为 1.35m ,环的中心与直杆 1 的水平距离为 1m 。假设直杆与环的中心位于同一竖直面,且运动中环心始终在该平面上,环面在空中保持水平,忽略空气阻力的影响, g 取 10m/s^2 。以下说法正确的是()。



- A. 如果能够套中直杆,环抛出时的水平初速度不能小于 1.9m/s
- B. 如果能够套中第 2 根直杆,环抛出时的水平初速度范围在 $2.4\sim 2.8\text{m/s}$ 之间

C. 如以 2m/s 的水平初速度将环抛出, 就可以套中第 1 根直杆

D. 如环抛出的水平速度大于 3.3m/s , 就不能套中第 3 根直杆

【答案】 BC。

【解析】 运动员将环沿水平方向抛出后做平抛运动, 要套中直杆, 竖直方向下落的位移为 0.35m , 则 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.25}{10}} = 0.5\text{s}$ 。

A: 如果能够套中直杆, 水平方向的位移 $x \geq 1 - 0.1 = 0.9\text{m}$, 则 $v_0 = \frac{x}{t} \geq \frac{0.9}{0.5} = 1.8\text{m/s}$ 。故 A 错误。

B: 要能套中第 2 根直杆, 水平方向的位移范围为 $1.2 \sim 1.4\text{m}$ 之间, 根据 $v_0 = \frac{x}{t}$ 可得水平速度的范围为 $\frac{1.2}{0.5} \leq v_0 \leq \frac{1.4}{0.5}$, 即 $2.4\text{m/s} \leq v_0 \leq 2.8\text{m/s}$ 。故 B 正确。

C: 要能套中第 1 根直杆, 水平方向的位移范围为 $0.9 \sim 1.1\text{m}$ 之间, 根据 $v_0 = \frac{x}{t}$ 可得水平速度的范围为 $\frac{0.9}{0.5} \leq v_0 \leq \frac{1.1}{0.5}$, 即 $1.8\text{m/s} \leq v_0 \leq 2.2\text{m/s}$, 则如以 2m/s 的水平初速度将环抛出, 就可以套中第 1 根直杆。故 C 正确。

D: 要使环套不中第 3 根直杆, 则水平位移要大于 3.1m , 则 $v_0 = \frac{x}{t} \geq \frac{1.7}{0.5} = 3.4\text{m/s}$ 。故 D 错误。

过关练习

1. 在空间某一点以大小相等的速度分别竖直上抛、竖直下抛、水平抛出质量相等的小球, 不计空气阻力, 则经过相等的时间(设小球均未落地)后()。

- A. 做竖直下抛运动的小球加速度最大
- B. 三个小球的速度变化相同
- C. 做平抛运动的小球速度变化最小
- D. 做竖直下抛的小球速度变化最小

2. (2012 江苏卷) 如图所示, 相距 l 的两小球 A, B 位于同一高度 h (l, h 均为定值)。将 A 向 B 水平抛出的同时, B 自由下落。A, B 与地面碰撞前后, 水平分速度不变, 竖直分速度大小不变、方向相反。不计空气阻力及小球与地面碰撞的时间, 则()。

- A. A, B 在第一次落地前能否相碰, 取决于 A 的初速度
- B. A, B 在第一次落地前若不碰, 此后就不会相碰
- C. A, B 不可能运动到最高处相碰
- D. A, B 一定能相碰

3. (2012 上海卷) 如图所示, 斜面上 a, b, c 三点等距, 小球从 a 点正上方 O 点抛出, 做初速为 v_0 的平抛运动, 恰落在 b 点。若小球初速变为 v , 其落点位于 c , 则()。

- A. $v_0 < v < 2v_0$

