

中等职业学校系列规划教材

数学学习手册

(下册) (第二版)

刘丹华 主编

清华大学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是中等职业教育数学课程教材《数学》(下册)(第二版)(ISBN:978-7-302-47295-7)相配套的学习用书,目的是通过课堂跟踪练习及时了解学生对新知识的掌握情况;通过知识回顾与概括帮助学生理清知识的脉络,加深学生对新知识的理解与掌握,通过知识强化练习进一步巩固所学知识;最后通过每章节的习题培养学生综合应用所学知识分析问题与解决问题的能力。

本书严格按照配套教材章节的顺序,以节为单位进行编写。每小节内容包含知识回顾与概括、知识应用方法、知识应用实操、知识强化练习。每一大节配置了综合习题,每一章配置了复习参考题。本书习题的编写,既遵循“教学大纲”与“考试大纲”的要求,又符合中职生的学习规律与教学规律,易于师生课堂教与学,也易于学生课前预习知识与课后巩固知识,有利于提升分析问题与解决问题的能力,体现中等职业教育的办学理念。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数学学习手册.下册/刘丹华 主编.—2版.—北京:清华大学出版社,2017

(中等职业学校系列规划教材)

ISBN 978-7-302-47300-8

I. ①数… II. ①刘… III. ①数学课—中等专业学校—习题集 IV. ①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第124492号

责任编辑:王 定 程 琪

封面设计:周晓亮

版式设计:思创景点

责任校对:牛艳敏

责任印制:

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:11.5 字 数:250千字

版 次:2015年8月第1版 2017年9月第2版 印 次:2017年9月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:32.00元

产品编号:

本书编委会

主 编：刘 丹 华

副主编：黄美德 孙泽生 邹明华 宁富国

编 委：刘红军 吴佳美 鲍树林 李伟儒

 祝仰河 罗 樟 龙 勇 樊青冬

 钟超文 张 正 杨纯琦 葛 静

 李 梅 卢曙红 钱春华

前 言

本书是中等职业教育数学课程《数学》(下册)(第二版)(ISBN:978-7-302-47295-7)相配套的学习用书,目的是使学生通过对教材内容的复习回顾、深化理解,对知识应用方法的反思总结,以及跟踪练习与强化练习的实践,理清知识脉络,掌握基础知识和基本技能,强化知识应用方法,提高分析问题和应用数学知识解决实际问题的能力。本书是学生课前预习及课后复习的辅助教材。

本书按照配套教材的章节顺序编排,与课时同步。内容包括:三角函数、平面向量、直线、二次曲线、概率与数理统计初步和立体几何。

本书通过“知识回顾与概括”,帮助学生梳理课堂所学新知,形成对知识点的二次提炼;通过“知识应用方法”,实现浓缩新知识,点透规律;通过“知识强化练习”,帮助学生掌握应知应会的基本题型,巩固当堂所学知识,及时强化,明确学习重点和基本要求。同时,还为学有余力的学生设置了带“●”的题目,增加了学习梯度,满足不同层次学生的学习需求,加强对学数学思维的训练和数学能力的培养。

此外,为了提高学生综合运用数学知识的能力,每小节后都安排了一些习题,每章后又安排了一套单元综合练习。练习题设置由浅入深,分基本题、小综合题和带“●”的稍有难度题,题目数量、难易适中,有助于巩固学生所学的知识,进一步提高学生分析问题、解决问题的能力。

本书选编的习题,严格执行教育部颁布的教学大纲的要求,全面贯彻“以服务为宗旨,以就业为导向”的办学指导方针,体现“以就业为导向,以能力为本位”的课程体系,帮助中等职业学校学生更为科学、扎实、全面地掌握教材介绍的内容,遵循培养高素质劳动者的目标,控制难度,注重基本知识和基本方法的学习,为学生在专业课程应用数学和升学考试做好准备。

本书由刘丹华担任主编。清华大华出版社对本套教材的编写与出版提供了很大的帮助,在此深表感谢!

由于编者的学术水平有限,书中难免存在不足,恳请广大读者和专家提出宝贵的意见和建议,反馈邮箱 383270415@qq.com,电话 01062794504。

编 者
2017 年 5 月

目 录

第 6 章 三角函数	1
6.1 角的概念推广及其度量	1
6.1.1 角的概念推广	1
6.1.2 弧度制	2
6.1.3 习题	4
6.2 任意角的三角函数	6
6.2.1 任意角的三角函数	6
6.2.2 三角函数在各象限的 符号	7
6.2.3 单位圆和三角函数线	8
6.2.4 同角三角函数的基本 关系式	9
6.2.5 习题	11
6.3 诱导公式	13
6.3.1 角 α 与 $2k\pi + \alpha (k \in \mathbf{Z})$, $-\alpha$ 的 三角函数间的关系	13
6.3.2 角 α 与 $\pi - \alpha$, $\frac{\pi}{2} - \alpha$ 的 三角函数间的关系	14
6.3.3 习题	15
6.4 和角公式	17
6.4.1 两角和与差的余弦	17
6.4.2 两角和与差的正弦	18
6.4.3 两角和与差的正切	19
6.4.4 倍角公式	20
6.4.5 习题	21
6.5 三角函数的图像与性质	24

6.5.1 正弦函数的图像和 性质	24
6.5.2 余弦函数的图像与 性质	26
6.5.3 正切函数的图像与 性质	29
6.5.4 正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 的图像 与性质	31
6.5.5 已知三角函数值求角	33
6.5.6 习题	34
6.6 余弦定理和正弦定理	37
6.6.1 余弦定理	37
6.6.2 正弦定理	38
6.6.3 习题	40
6.7 复习参考题	42
6.7.1 选择题	42
6.7.2 填空题	43
6.7.3 解答题	44
第 7 章 平面向量	45
7.1 向量的概念及线性运算	45
7.1.1 向量的概念	45
7.1.2 向量的加法	47
7.1.3 向量的减法	48
7.1.4 向量的数乘运算	49
7.1.5 习题	51
7.2 向量的坐标表示	52



7.2.1	轴上向量的坐标及其 运算	52
● 7.2.2	向量的分解	53
7.2.3	向量的直角坐标	54
7.2.4	向量平行的充要条件	55
7.2.5	向量的长度和中点 公式	56
7.2.6	习题	58
7.3	向量的内积	60
7.3.1	向量的内积	60
7.3.2	内积的坐标表示	62
7.3.3	习题	63
7.4	复习参考题	64
7.4.1	选择题	64
7.4.2	填空题	65
7.4.3	解答题	66
第 8 章	直线	67
8.1	直线方程	67
8.1.1	直线的点向式方程	67
8.1.2	直线的点法式方程	68
8.1.3	直线的斜率	69
8.1.4	直线的点斜式方程	70
8.1.5	直线的一般方程	71
8.1.6	习题	71
8.2	两直线的位置关系	73
8.2.1	两条直线平行或重合的 条件	73
8.2.2	两条直线垂直的条件	74
8.2.3	两条直线的夹角	75
8.2.4	两条直线的交点	76
8.2.5	点到直线的距离	77
8.2.6	习题	78
8.3	复习参考题	80
8.3.1	选择题	80

8.3.2	填空题	81
8.3.3	解答题	82
第 9 章	二次曲线	83
9.1	曲线与方程	83
9.1.1	曲线与方程的概念	83
9.1.2	求曲线的方程	84
9.1.3	曲线的交点	85
9.1.4	习题	86
9.2	圆	88
9.2.1	圆的标准方程	88
9.2.2	圆的一般方程	89
9.2.3	点与圆、直线与圆、 圆与圆的位置关系	90
● 9.2.4	圆的参数方程	92
9.2.5	习题	94
9.3	椭圆	96
9.3.1	椭圆的标准方程	96
9.3.2	椭圆的几何性质	97
9.3.3	习题	99
9.4	双曲线	101
9.4.1	双曲线的标准方程	101
9.4.2	双曲线的几何性质	102
9.4.3	习题	104
9.5	抛物线	106
9.5.1	抛物线的标准方程	106
9.5.2	抛物线的几何性质	108
9.5.3	习题	109
9.6	复习参考题	111
9.6.1	选择题	111
9.6.2	填空题	112
9.6.3	解答题	113
第 10 章	概率与数理统计初步	114
10.1	计数原理	114

10.1.1 分类计数原理	114	11.2 空间两条直线.....	143
10.1.2 分步计数原理	114	11.2.1 空间两条直线的 位置关系	143
10.2 概率初步	117	11.2.2 异面直线所成的角 ...	144
10.2.1 随机现象.....	117	11.2.3 习题.....	145
10.2.2 概率.....	118	11.3 空间直线与平面	147
10.2.3 古典概型.....	119	11.3.1 直线与平面平行	147
10.2.4 互斥事件及概率的 加法公式	120	11.3.2 直线和平面垂直	148
10.2.5 习题.....	121	11.3.3 直线与平面所成 的角	149
10.3 总体、样本与抽样方法 ...	123	11.3.4 习题.....	150
10.3.1 总体、样本	123	11.4 空间两个平面	154
10.3.2 抽样方法	123	11.4.1 平面与平面的平行 关系	154
10.3.3 习题.....	126	11.4.2 二面角、平面与平 面垂直	155
10.4 用样本估计总体	128	11.4.3 习题.....	157
10.4.1 用样本的频率分布 估计总体	128	11.5 棱柱与棱锥	159
10.4.2 用样本均值、标准 差估计总体	129	11.5.1 棱柱.....	159
10.4.3 习题.....	131	11.5.2 棱锥.....	161
10.5 复习参考题	133	11.5.3 习题.....	162
10.5.1 选择题.....	133	11.6 圆柱、圆锥、球	164
10.5.2 填空题.....	135	11.6.1 圆柱.....	164
10.5.3 解答题.....	135	11.6.2 圆锥.....	165
●第 11 章 立体几何	138	11.6.3 球.....	166
11.1 平面的基本性质	138	11.6.4 习题.....	167
11.1.1 平面及平面的基本 性质.....	138	11.7 复习参考题	169
11.1.2 水平放置的平面图形 直观图的画法	140	11.7.1 选择题.....	169
11.1.3 习题.....	141	11.7.2 填空题.....	170
		11.7.3 解答题.....	171

第6章 三角函数

6.1 角的概念推广及其度量

6.1.1 角的概念推广

知识回顾与概括

1. 角的概念

(1) 角的定义

如图 6-1 所示, 角可以看作一条射线绕着它的端点旋转而成的图形.

例如: $\angle AOB$ 的顶点为 O , 始边为 OA , 终边为 OB .

(2) 角的分类

如图 6-2 所示, 规定按逆时针方向旋转而成的角叫做**正角**; 按顺时针方向旋转而成的叫做**负角**. 当射线没有旋转时, 把它看成一个角, 叫做**零角**.

说明: 各角和的旋转量等于各角旋转量的和. 由角的概念可知, 角的范围为 $(-\infty, +\infty)$.

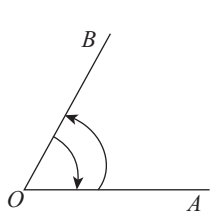
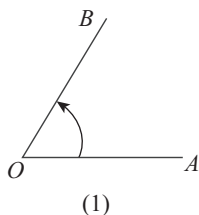
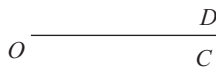


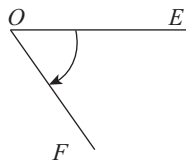
图 6-1



(1)



(2)



(3)

图 6-2

2. 终边相同的角的有关概念

(1) 终边相同的角的集合

所有与角 α 终边相同的角构成的集合为

$$\{x \mid x = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbf{Z}\}.$$

(2) 象限角

在直角坐标系中, 使角的顶点与坐标原点重合, 角的始边与 x 轴的非负半轴重合, 它的

终边落在第几象限, 就叫做**第几象限的角**. 角的终边落在坐标轴上的角, 称为**界限角**.

说明: 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内, 当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, α 是第一象限的角; 当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, α 是第二象限的角; 当 $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ 时, α 是第三象限的角; 当 $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ 时, α 是第四象限的角.

知识应用方法

1. 判断任意角度所在的象限的常规方法是: 首先在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 内找出与该角终边相同的角, 然后判断找出的这个角所在的象限, 最后确定任意角的象限. (详见教材下册第 4 页例题 2)

2. 写出终边在坐标轴上或象限角的范围的常规方法是: 首先在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 内写出各象限角的范围, 然后根据终边相同的角的集合写出各象限角的所有范围. (详见教材下册第 4~5 页中例题 3、例题 4)

知识强化练习

1. 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间, 找出与下列各角终边相同的角, 并判定分别是哪个象限的角.

(1) 1120° ;

(2) -515° .

解: (1)

(2)

● 2. 写出第四象限的角的集合.

解:

6.1.2 弧度制

知识回顾与概括

1. 角度制

如图 6-3 所示, 把一圆周 360 等分, 则其中 1 份所对的圆心角是 1 度角. 这种用度做单位来度量角的制度叫做**角度制**.

2. 弧度制

(1) 1 弧度的角

如图 6-4 所示, 把等于半径的圆弧所对的圆心角叫做**1 弧度的角**, 弧度记作 1rad . 用“弧度”做单位度量角的制度叫做**弧度制**.

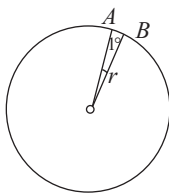


图 6-3

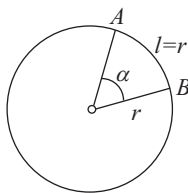


图 6-4

说明：① 规定：正角对应正的弧度数，负角对应负的弧度数，零角对应零弧度数；

② 所有与角 α 始边、终边分别相同的角构成的集合弧度表示形式为

$$\{x \mid x = 2k\pi + \alpha, k \in \mathbf{Z}\}.$$

(2) 弧长公式与扇形面积公式

$$|\alpha| = \frac{l}{r} \Rightarrow l = |\alpha|r \Rightarrow S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} |\alpha| r^2.$$

其中 α 为已知角的弧度数， l 为圆心角 α 所对的弧长， r 为圆的半径。

3. 角度与弧度互换

换算公式：

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ;$$

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57^\circ 18' = 57.30^\circ;$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745 \text{ rad}.$$

一些常用特殊角的度数与弧度数的对应值，如表 6-1 所示。

表 6-1

周角	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
度	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

知识应用方法

1. 任意角的角度与弧度互化的常规方法是：运用换算公式。当角的弧度形式中含有 π 或角的角度形式中含 180° 的倍数关系时，用换算公式 $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ 更简便。（详见教材下册第 6~7 页中例题 5、例题 6）

2. 判断任意弧度角所在的象限的常规方法是：首先在 $0 \sim 2\pi$ 内找出与该角终边相同的角，然后判断找出的这个角所在的象限，最后确定任意角的象限。（详见教材下册第 7 页中例题 7）

3. 求圆的弧长与扇形的面积的常规方法是：分别运用弧长公式与扇形面积公式，但是使

用这两个公式前需要将角的角度形式化为弧度形式。(详见教材下册第 7~8 页中例题 8)

知识强化练习

1. 把下列各角由角度化为弧度:

$$-270^\circ, 420^\circ, 7.5^\circ.$$

解:

2. 把下列各角由弧度化成角度:

$$\frac{7\pi}{12}, -\frac{11\pi}{4}, -2.$$

解:

3. 判断角 $-\frac{17}{5}\pi$ 所在的象限.

解:

4. 已知圆心角为 135° 的弧长为 6π , 求这条弧所在的圆的半径.

解:

6.1.3 习题

1. 写出与下列各角终边相同的角的集合:

$$50^\circ; -100^\circ; \frac{5\pi}{3}; -\frac{5\pi}{12}.$$

解:

2. 在半径不同的同心圆中, 同一圆心角所对的圆弧长与半径的比值是否相等?

解:

3. 判断下列各角所在的象限:

(1) 1380° ;

(2) -860° ;

(3) $-\frac{19\pi}{3}$;

(4) $\frac{26\pi}{5}$.

解: (1)

(2)

(3)

(4)

- 4. 在半径为 6cm 的扇形中, 其圆心角为 90° , 求扇形的弧长与面积.

解:

- 5. 某飞轮半径为 5m, 每分钟按逆时针方向旋转 20 圈, 求:

(1) 飞轮每分钟转过的弧度数;

(2) 轮周上的一点每秒钟经过的弧长.

解: (1)

(2)

6.2 任意角的三角函数

6.2.1 任意角的三角函数

知识回顾与概括

1. 任意角的三角函数的概念

如图 6-5 所示, 在直角坐标系 xOy 中, 任意角的终边为 OA , 在 OA 上任意取一点 P , 如果点 P 的坐标为 (x, y) , P 点到原点 O 的距离 $|OP|$ 为 $r (r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0)$, 那么三角函数的定义如下:

正弦函数 $\sin \alpha = \frac{y}{r}$;

余弦函数 $\cos \alpha = \frac{x}{r}$;

正切函数 $\tan \alpha = \frac{y}{x}$.

说明: 当 α 为锐角时, 上述所定义的三角函数, 与在直角三角形中所定义的三角函数是一致的.

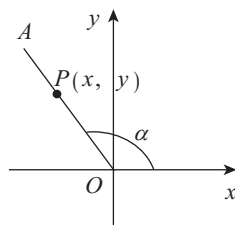


图 6-5

2. 特殊角的三角函数值

特殊角的三角函数值如表 6-2 所示.

表 6-2

α	$0 (0^\circ)$	$\frac{\pi}{6} (30^\circ)$	$\frac{\pi}{4} (45^\circ)$	$\frac{\pi}{3} (60^\circ)$	$\frac{\pi}{2} (90^\circ)$	$\pi (180^\circ)$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	不存在

知识应用方法

1. 已知角 α 终边上一点的坐标求三角函数值的常规方法是: 首先求该点到原点的距离, 然后利用三角函数的概念求得相应的值. (详见教材下册第 10 页中例题 1)
2. 求特殊角的三角函数式的值的常规方法是: 利用特殊角的三角函数值即可. (详见教材下册第 10 页中例题 2)

3. 已知角 α 的三角函数值及终边上一点的横坐标或纵坐标求角的终边上一点的纵坐标或横坐标的常规方法是：首先求该点到原点的距离，然后利用三角函数的概念求得相应的坐标值。（详见教材下册第 11 页中例题 3）

4. 已知角 α 终边上的点在某直线上求其三角函数值的常规方法是：首先在这条直线上任取一点，然后按照第 1 条的方法即可。（详见教材下册第 11 页中例题 4）

知识强化练习

1. 已知角 α 终边上一点 $P(-4, 2)$ ，求角 α 的三个三角函数值。

解：

2. 计算 $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} - 6\sin\frac{\pi}{6} + 2\sqrt{3}\tan\frac{\pi}{3} - 5\sin\frac{\pi}{2}$ 的值。

解：

● 3. 角 θ 的终边经过点 $A(x, -6)$ ，且 $\tan\theta = \frac{3}{4}$ ，求 x 的值。

解：

● 4. 已知 α 是第三象限的角，且终边在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上，求 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 的值。

解：

6.2.2 三角函数在各象限的符号

知识回顾与概括

三角函数在各象限的符号如图 6-6 所示。

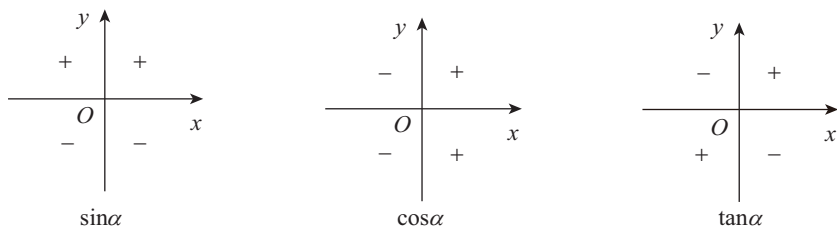


图 6-6

知识应用方法

1. 由角 α 的三角函数值的符号判断角 α 的终边所在的象限的常规方法是：根据三角函数值的符号及其在各象限的符号的知识确定。(详见教材第 12 页中例题 5)

2. 任意角 α 的三角函数值的符号的判断方法是：首先根据终边相同的角知识确定任意角所在的象限，然后根据三角函数在各象限的符号知识确定。(详见教材第 13 页中例题 6)

3. 由角 α 的两种三角函数值的符号判断角 α 的终边所在的象限的常规方法是：首先根据每种三角函数值的符号确定角 α 所在的象限，然后取符合两种三角函数的符号的公共象限即可。(详见教材第 13 页中例题 7)

知识强化练习

1. 如果 $\tan\alpha > 0$ ，则 α 是_____或_____象限的角；如果 $\sin\alpha < 0$ ，则 α 是_____或_____象限的角，或_____。

分析：

2. 确定下列各三角函数的符号：

(1) $\cos(-876^\circ)$ ； (2) $\sin \frac{22\pi}{7}$.

解：(1)

(2)

3. 根据 $\tan\alpha < 0$ ，且 $\cos\alpha > 0$ ，确定 α 是第几象限的角。

解：

6.2.3 单位圆和三角函数线

知识回顾与概括

1. 单位圆

如图 6-7 所示，半径为 1 的圆叫做单位圆。

规定：平行坐标轴且与坐标轴正方向同向的线段为正的，但平行坐标轴且与坐标轴正方向相反的线段为负的。

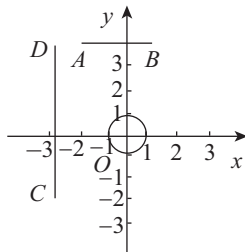


图 6-7

2. 三角函数线

在各象限的三角函数线如图 6-8 所示. 在单位圆中, 规定了方向的线段 MP 、 OM 和 AT 分别叫做角 α 的正弦线、余弦线和正切线.

说明: 在单位圆中, 角 α 的终边与单位圆交点 P 的坐标为 $(\cos\alpha, \sin\alpha)$.

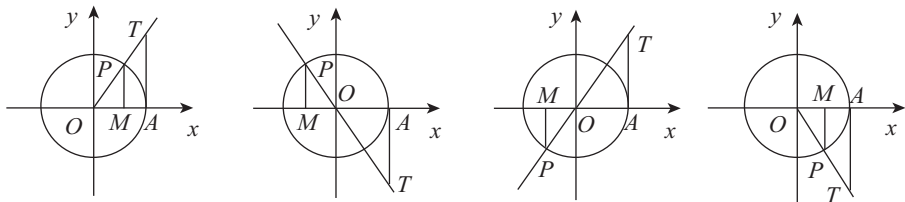


图 6-8

知识应用方法

1. 求已知角 α 的终边与单位圆的交点的常规方法是: 求出该角的余弦值与正弦值即可. (详见教材下册第 15 页中例题 8)

2. 作任意角 α 的正弦线与余弦线的常规方法是: 过单位圆与角 α 的终边的交点 P 作 x 轴的垂线; 作任意角 α 的正切线的常规方法是: 过单位圆与 x 轴的正半轴的交点 A 作单位圆的切线交角 α 的终边或终边的反向延长线. (详见教材下册第 15 页中例题 9)

知识强化练习

1. 已知 $\alpha = 135^\circ$, 角 α 的终边与单位圆相交于 A 点, 求点 A 的坐标.

解:

2. 在直角坐标系的单位圆中, 分别画出 100° 和 $-\frac{2\pi}{5}$ 的正弦线、余弦线和正切线.

解:

6.2.4 同角三角函数的基本关系式

知识回顾与概括

同角三角函数的基本关系

平方关系: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

商数关系: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

说明：使用同角三角函数变换公式时应注意以下两点

- (1) 必须在同角条件下使用；
- (2) 同一个公式有三种不同的表达形式，注意灵活运用。

知识应用方法

1. 由一种三角函数值求其他三角函数值的常规方法是：首先求与已知的三角函数有直接关系的三角函数，然后根据同角三角函数的基本关系求其他三角函数值。（详见教材下册第 16 页中例题 10）

2. 已知任意角 α 的正切值求相关三角函数式值的常规方法有两种：方法一是首先由商数关系用余弦函数表示正弦函数或用正弦函数表示余弦函数，然后将它代入三角函数式进行化简；方法二是首先将三角函数式变形为用正切函数表示，然后将已知的正切值代入三角函数式即可。（详见教材下册第 17 页中例题 11）

3. 化简三角函数式的常规方法是：首先分析三角函数式的结构特点，然后使用恰当的公式与运算技能。对于三角函数式中三角函数的种类较多常用余弦函数与正弦函数来表示；对含有开方的三角函数式，开方时需要注意被开方式的符号（详见教材下册第 17 页中例题 12）

知识强化练习

1. 已知 $\tan\alpha = -\frac{5}{12}$ ，且 α 是第二象限的角，求角 α 的其他三角函数值。

解：

2. 已知 $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ ，求 $\frac{\cos\alpha - 2\sin\alpha}{\cos\alpha + 6\sin\alpha}$ 的值。

解：

3. 化简：

(1) $\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$;

(2) $\sqrt{1 - \cos^2 460^\circ}$.

解：(1)

(2)

6.2.5 习题

1. 选择题:

(1) -1285° 是();

A. 第一象限的角 B. 第二象限的角 C. 第三象限的角 D. 第四象限的角

分析:

(2) 已知圆的直径为 2m , 则圆心角 60° 所对的弧长是();A. 120 B. 90 C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$

分析:

(3) 与 -230° 终边相同的最小正角是();A. 50° B. 130° C. 230° D. 390°

分析:

(4) 已知 $\tan\alpha=5$, 则 $\frac{\sin\alpha-2\cos\alpha}{\cos\alpha}=(\quad)$;

A. 7 B. 5 C. 3 D. -1

分析:

(5) 如图 6-9 所示, $\angle xOA=135^\circ$, 边 OA 与单位圆相交于点 A , 则点 A 的坐标为().

A. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 C. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

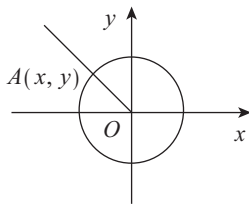


图 6-9

分析:

2. 填空题:

(1) 与 -9° 终边相同的角的集合是_____, 它的终边在第_____象限;

分析:

(2) 将下列各角由角度化为弧度(写为 π 的倍数): $255^\circ =$ _____; $-510^\circ =$ _____.

分析:

(3) 将下列各角由弧度化为角度:

$$\frac{13\pi}{6} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$-3\pi = \underline{\hspace{2cm}}.$$

分析:

(4) 已知 $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin\varphi = \underline{\hspace{2cm}}$.

分析:

(5) 化简: $\sin^4\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\theta + \cos^4\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

分析:

3. 计算: $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} + \cos 0 - \tan^2\frac{\pi}{3} + \sin^2\frac{\pi}{6} - 2\sin\frac{\pi}{2}$.

解:

4. 已知角 α 终边上一点 $(\sqrt{5}, -2)$, 求 α 的三种三角函数值.

解:

5. 已知 $\sin\alpha = -\frac{1}{4}$, 求 $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha$ 的值.

解:

● 6. 已知 α 是第二象限的角, 并且终边在直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 上, 求 $\sin\alpha$ 和 $\tan\alpha$.

解:

6.3 诱导公式

6.3.1 角 α 与 $2k\pi + \alpha (k \in \mathbb{Z})$, $-\alpha$ 的三角函数间的关系

知识回顾与概括

1. 角 α 与 $2k\pi + \alpha (k \in \mathbb{Z})$ 的三角函数间的关系

$$\begin{aligned}\sin(2k\pi + \alpha) &= \sin \alpha; \\ \cos(2k\pi + \alpha) &= \cos \alpha; \\ \tan(2k\pi + \alpha) &= \tan \alpha.\end{aligned}\tag{1}$$

说明：利用公式(1)，可以将绝对值大于 2π 的任意角的三角函数问题转化为绝对值小于 2π 的角的三角函数问题。

2. 角 α 与 $-\alpha$ 的三角函数间的关系

$$\begin{aligned}\sin(-\alpha) &= -\sin \alpha; \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha; \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha.\end{aligned}\tag{2}$$

说明：利用公式(2)，可以将任意负角的三角函数问题转化为正角的三角函数问题。

知识应用方法

1. 当任意角 α 的绝对值超过 2π 时，用诱导公式(1)可将角 α 的三角函数化为 $0 \sim 2\pi$ 的三角函数。(详见教材下册第 20 页中例题 1)

2. 对于任意负角 α 的三角函数运用诱导公式(2)可将其化为正角的三角函数。(详见教材下册第 20 页中例题 2)

知识强化练习

1. 求下列各三角函数值：

$$(1) \sin(-1050^\circ); \quad (2) \cos \frac{17\pi}{4}; \quad (3) \tan 720^\circ.$$

解：(1)

(2)

(3)

2. 求下列各三角函数值:

$$(1) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right); \quad (2) \sin(-405^\circ); \quad (3) \tan\left(-\frac{17\pi}{4}\right).$$

解: (1)

(2)

(3)

6.3.2 角 α 与 $\pi-\alpha$, $\frac{\pi}{2}-\alpha$ 的三角函数间的关系

知识回顾与概括

1. 角 α 与 $\pi-\alpha$ 的三角函数间的关系

$$\begin{aligned} \sin(\pi-\alpha) &= \sin\alpha; \\ \cos(\pi-\alpha) &= -\cos\alpha; \\ \tan(\pi-\alpha) &= -\tan\alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

说明: 利用公式(3), 可以将钝角或平角的三角函数问题转化为锐角或平角的三角函数问题.

2. 角 α 与 $\frac{\pi}{2}-\alpha$ 的三角函数间的关系

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) &= \cos\alpha; \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) &= \sin\alpha. \end{aligned} \quad (4)$$

说明: 利用公式(4), 可以将余弦函数化为正弦函数, 也可将正弦函数化为余弦函数.

知识应用方法

1. 当任意角 α 的范围在 $\frac{\pi}{2} \sim \pi$ 或 $\pi \sim \frac{3\pi}{2}$ 时利用诱导公式(3)可将其化为 $0 \sim \frac{\pi}{2}$ 范围的三角函数值. (详见教材下册第 22 页中例题 3)

2. 利用诱导公式(4)可将余弦函数化为正弦函数, 或将正弦函数化为余弦函数. (详见教材下册第 22 页中例题 4)

知识强化练习

1. 求下列各三角函数值:

$$(1) \tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right); \quad (2) \cos(-150^\circ); \quad (3) \sin \frac{14\pi}{3}.$$

解: (1)

(2)

(3)

● 2. 化简: $\frac{\sin(\pi-\theta)\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cos(3\pi-\theta)}.$

解:

6.3.3 习题

1. 选择题:

(1) 下列关于正弦函数式的化简, 正确的是();

- A. $\sin(-\alpha) = \sin\alpha$ B. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\alpha$
C. $\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$ D. $\sin(\pi-\alpha) = -\sin\alpha$

分析:

(2) 下列关于余弦函数式的化简, 正确的是();

- A. $\cos(-\alpha) = -\cos\alpha$ B. $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\alpha$
C. $\cos(2\pi-\alpha) = -\cos\alpha$ D. $\cos(\pi+\alpha) = \cos\alpha$

分析:

(3) 下列关于正切函数式的化简, 错误的是();

- A. $\tan(\pi+\alpha) = -\tan\alpha$ B. $\tan(2\pi-\alpha) = -\tan\alpha$
C. $\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$ D. $\tan(\pi-\alpha) = -\tan\alpha$

分析:

(4) 化简: $\cos(\pi + \alpha) = (\quad)$.

A. $\cos\alpha$

B. $-\cos\alpha$

C. $\cos(2\pi - \alpha)$

D. $\cos(-\alpha)$

分析:

2. 填空题:

(1) 求值: $\tan(-120^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$.

分析:

(2) 求值: $\sin\left(-\frac{7\pi}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

分析:

(3) 求值: $\sqrt{1 - \sin^2 225^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}$.

分析:

(4) 已知 $\sin(-\alpha) = -\frac{1}{5}$, 且 α 是第二象限角, 则 $\cos\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.

分析:

3. 计算:

(1) $2\sin(-315^\circ) + 4\cos 570^\circ$;

(2) $\tan\left(-\frac{7\pi}{6}\right) \cdot \cos \frac{15\pi}{4}$.

解: (1)

(2)

● 4. 化简: $\frac{\sin^2(-\alpha)}{\tan(\alpha - \pi)\cos(-2\pi + \alpha)}$.

解: