第3章　液压流体力学基础知识

本 章 指 南

本章主要内容：介绍了液压流体力学基础知识，强调了压力和流量这两个重要参数对液压传动系统正常工作的重要意义。主要讲述了液体静力学、液体动力学理论基础知识，管路中液体流动时的流动状态、压力损失、液体流经小孔和缝隙的流量，空穴现象和液压冲击。

本章重点：掌握与运用液体静力学和流体动力学的基础知识及避免空穴现象和液压冲击的有效方法。

本章难点：实际液体的伯努利方程、动量方程及压力损失的公式推导与计算。

本章教学目的和要求：学习时应着重理解压力和流量这两个重要参数对液压传动系统正常工作的重要意义。必须准确地理解在液压传动中常用的计算公式，并通过反复练习学会在工程实际中正确地应用。

流体力学是研究液体平衡和运动规律的一门学科。(Hydro-mechanics studies the laws when fluid is in balance and flows.)本章主要叙述与液压传动有关的流体力学的基本理论，包括液体静力学与液体动力学，从而为正确分析、合理设计和使用液压传动系统打下必要的理论基础。

3.1　液体静力学基础知识

液体静力学研究液体在静止状态下的力学平衡规律以及这些规律的实际应用。(Hydro-static mechanics studies the laws and application when fluid is at rest.)静止液体是指液体内部质点间没有相对运动，至于液体整体，完全可以像刚体一样作各种运动。静止液体不显示黏性，液体内部无剪切应力而只有法向应力即压力。

3.1.1　液体静压力及特征

1. 液体静压力(Pressure in stationary liquids)

在非惯性系统中，液体处于静止状态下，作用在液体上的力有两种，即质量力和表面力。单位质量液体所受的质量力被称为单位质量力，在数值上就等于加速度。单位面积上作用的表面力被称为应力，它有法向应力和切向应力之分。当液体静止时，液体质点间没有相对运动，不存在摩擦力，因此静止液体的表面力只有法向力。

质量力作用于液体的所有质点上，它的大小与液体质量成正比，如重力、惯性力和电磁力等都属于质量力。

表面力是作用于液体表面上的力，它可以是其他物体(如容器等)作用于液体上的力，也可以是一部分液体作用于另一部分液体上的力。

静压力是指液体在静止状态时，单位面积上所承受的法向力。(Static pressure is the action force in normal on per unit of area in stationary liquids.)液体静压力在物理学中被称为压强，在液压传动中被称为压力(It is intituled pressure in physics and action force in engineering usually)。

如果在静止液体中某点处微小面积 ΔA 上作用有法向力 ΔF，则该点的静压力 p 可定义为

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{3-1}$$

若法向作用力 F 均匀地作用在面积 A 上，静压力 p 又可表示为

$$p = \frac{F}{A} \tag{3-2}$$

(If a force acts perpendicularly on a surface or the whole surface, the force F divided by the area of the surface A will be the pressure p.)

压力的法定计量单位为 Pa(帕斯卡)或 N/m^2。由于此单位太小，工程上通常使用 kPa(千帕)或 MPa(兆帕)作计量单位，$1MPa = 10^3 kPa = 10^6 Pa$。常用压力单位换算见表 3-1。

表 3-1　常用压力单位换算表

(TABLE 3-1　Conversion chart of usage pressure unit)

帕 (Pa)	巴 (bar)	标准大气压 (atm)	工程大气压 (at)	千克力/厘米^2 (kgf/cm^2)	毫米水柱 (mmH_2O)	毫米水银柱 (mmHg)
1×10^5	1	$9.869\,23\times10^{-1}$	1.019 72	1.019 72	$1.019\,72\times10^4$	$7.500\,62\times10^2$

2. 液体静压力的特性(Static pressure characteristic of liquids)

因为液体质点间的凝聚力很小，不能受拉，只能受压，所以液体的静压力具有两个重要特征：

(1) 液体静压力垂直于其承压面，其方向与该面的内法线方向一致。

(2) 静止液体内任一点处的静压力在各方向上都相等。

3.1.2　重力作用下静止液体中的压力分布和静力学基本方程

1. 静止液体中的压力分布和液体静力学的基本方程(Pressure spread in stationary liquids and basic equation of hydro-static mechanics)

如图 3-1(a)所示，静止液体所受的力有：液体受到的重力、液面上的压力 p_0 和容器壁面作用在液体上的压力。如果计算离液面深度为 h 处某点 B 的压力 p，可以假想在液体内取出一个底面包含该点的微小垂直液柱作为控制体来研究，如图 3-1(b)所示。设微小液柱的底面积为 dA，高度为 h，其体积为 $dA \cdot h$，则微小液柱所受的重力为 $\rho g h dA$，因为这个微小液柱在重力及周围液体的压力作用下处于平衡状态，所以其在垂直方向上的力平衡方程式为

$$p dA = p_0 dA + \rho g h \, dA \tag{3-3}$$

化简得

$$p = p_0 + \rho g h \tag{3-4}$$

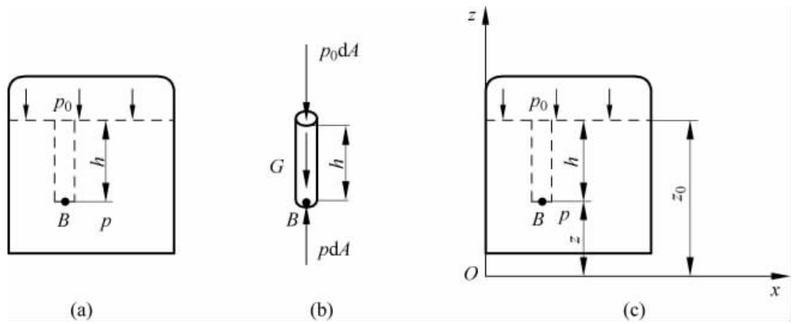

图 3-1 重力作用下的静止液体内压力分布规律

(FIGURE 3-1 Pressure distribution of gravity acting on static liquid)

式(3-4)被称为液体静力学的基本方程,它说明液体静压力分布有以下特征。

(1) 静止液体中任一点的压力均由两部分组成:一部分是液面上的表面压力 p_0,另一部分是该点以上的液体自重而形成的压力 ρgh。如果液面上只受大气压 p_a 作用,则液体中任一点的压力为

$$p = p_a + \rho gh \tag{3-5}$$

(2) 静止液体内的压力随液体深度呈线性规律递增。

(3) 同一液体内,距离液面深度相等的各点压力均相等。由压力相等的所有点组成的面被称为等压面,在重力作用下静止液体内的等压面是一个水平面。

2. 液体静力学基本方程的物理意义(Physical signification of hydro-static mechanics basic equation)

将图 3-1(a)所示盛有静止液体的密闭容器放在基准水平面(Ox)上加以分析,如图 3-1(c)所示,则液体静力学的基本方程可改写成

$$p + \rho gz = p_0 + \rho gz_0 = 常量 \tag{3-6}$$

式中,z——深度为 h 的 B 点与基准水平面之间的距离;

z_0——液面与基准水平面之间的距离。

将式(3-6)整理后可得

$$\frac{p}{\rho g} + z = \frac{p_0}{\rho g} + z_0 = 常量 \tag{3-7}$$

式中,$\frac{p}{\rho g}$——静止液体内单位重力液体的压力能,被称为压力水头;

z——静止液体内单位重力液体的位能,被称为位置水头。

式(3-7)说明静止液体中任一点的压力能和位能之和为一常数,压力能与位能可互为转换,即能量守恒(Formula (3-7) states that the total energy is conservation at any given point, that is conversation of energy),这就是液体静力学基本方程式中包含的物理意义。

3.1.3 液体静压力的传递

由液体静力学基本方程式(3-5)可知,盛在密闭容器内的液体,当外加压力 p_0 发生变化时,只要液体仍保持原来的静止状态不变,则液体内任一点的压力将发生同样大小的变化。

这就是说，在密闭容器内，施加于静止液体上的压力将以等值同时传到液体各点。这就是帕斯卡原理或称静压传递原理。帕斯卡原理是液压传动的一个基本原理。（Pressure exerted on a confined state liquid is transmitted equivalence in all directions and simultaneity and acts with equal force on all equal areas. That is the principle of Pascal. The principle of Pascal is also called as the hydro-static pressure transmission principle.）

必须指出，当 p_0 是液压传动系统的工作压力时，由于液体自重所产生的压力 ρgh 要比外力产生的压力 p_0 小得多，所以在液压传动中，可以不考虑位置势能对压力能的影响，一般认为 $p=p_0$，即在液压传动系统中相对静止液体内部各点的压力均相等，都等于外界所施加的压力，即外负载所产生的压力。

3.1.4　绝对压力、相对压力和真空度

在液压传动中，根据度量基准的不同，液体压力可用绝对压力和相对压力两种方法表示。以绝对真空为基准零值时所测得的压力，被称为绝对压力（The pressure that is based on the absolute vacuum is called absolute pressure）。以大气压为基准零值时所测得的压力，被称为相对压力（The pressure based on the atmosphere is called relative or gauge pressure）。由于大多数测压仪表都受大气压的作用，因此，仪表指示的压力都是相对压力。相对压力也被称为表压力。在使用中如不特别指明，液压传动中所提到的压力均为相对压力。当绝对压力低于大气压时，比大气压小的那部分数值被称为真空度（Vacuum or negative pressure is lower value than atmosphere）。

绝对压力、相对压力（表压力）、真空度三者的关系用公式表示可归纳如下：

（1）绝对压力＝大气压力＋相对压力；

（2）相对压力＝绝对压力－大气压力；

（3）真空度＝大气压力－绝对压力。

绝对压力、相对压力（表压力）、真空度的相对关系可以用图解表示，如图 3-2 所示。

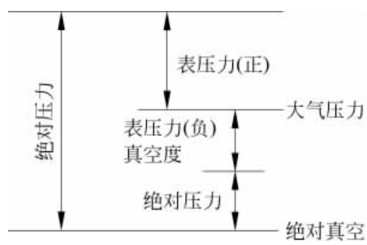

图 3-2　绝对压力、相对压力（表压力）与真空度的相对关系

（FIGURE 3-2　Relation between absolute pressure, relative pressure and vacuum）

3.1.5　液体静压力作用在固体壁面上的力

当静止液体与固体壁面相接触时，固体壁面将受到总液压力的作用。在液压传动计算中，通常略去由液体自重产生的压力，液体中各点的静压力被看作是均匀分布的，且垂直作用于受压表面。当固体壁面为平面时，静止液体对固体壁面的总作用力 F 等于液体的静压

力 p 与受压面积 A 的乘积，总作用力方向与该平面相垂直，即

$$F = pA \tag{3-8}$$

当固体壁面为曲面时，曲面上各点所受的静压力的方向是变化的，但大小相等。因而作用在曲面上的总作用力在不同的方向也就不一样，因此必须明确要计算的是曲面上哪一个方向上的力。由此可知，静压力作用在曲面某一方向 x 上的总作用力 F_x 等于静压力 p 与曲面在该方向上投影面积 A_x 的乘积，即

$$F_x = pA_x \tag{3-9}$$

综上所述，静止液体作用在曲面上的总作用力在某一方向上的分力等于静压力与曲面在该方向投影面积的乘积。这一结论对任意曲面都适用。下面以液压缸筒为例加以证实。

例 3.1 设液压缸两端面封闭，缸筒内充满着压力为 p 的油液，缸筒长度为 l，半径为 r，液压缸筒受力分析如图 3-3 所示。求液体作用在右半壁内表面 x 方向上的分力 F_x。

解 在缸筒右半壁内表面上取一微小面积 $\mathrm{d}A = l\mathrm{d}s = lr\mathrm{d}\theta$，则压力油作用在这微小面积 $\mathrm{d}A$ 上的作用力 $\mathrm{d}F = p\mathrm{d}A$ 在 x 方向上的分力为

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = p\mathrm{d}A\cos\theta = plr\cos\theta\mathrm{d}\theta$$

对上式积分，得液压缸筒右半壁内表面 x 方向上的分力：

$$F_x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} plr\cos\theta\mathrm{d}\theta = 2lrp$$

式中，$2lr$——液压缸筒右半壁内表面在 x 方向上的投影面积。

同理可求得液体作用在左半壁内表面 x 反方向上的作用力 $F'_x = pA$。因 $F_x = -F'_x$，所以液体作用在液压缸筒内壁的合力为零。

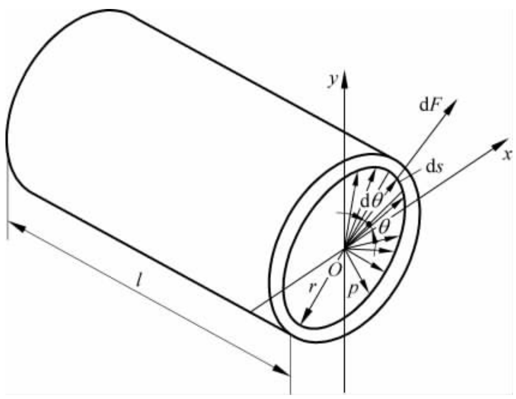

图 3-3 液体对固体壁面的作用力

(FIGURE 3-3 Forces in stationary liquids acting on the inner surfaces of the container)

3.2 液体动力学基础知识

液体动力学的主要内容是研究液体的流动状态、运动规律、能量转换，以及流动液体与固体壁面之间的相互作用力等问题。流动液体的连续性方程、伯努利方程和动量方程是描述流动液体力学规律的三个基本方程式。这三个方程式是刚体力学中质量守恒、能量守恒

和动量守恒在流体力学中的具体体现，连续性方程和伯努利方程反映压力、流速和流量之间的关系，动量方程则用来解决流动液体与固体壁面之间的相互作用力问题。这些内容不仅构成了液体动力学的基础，而且还是液压技术中分析问题和设计计算的理论依据。

3.2.1　流动液体的基本概念

1. 理想液体、恒定流动、一维流动、二维流动和三维流动(Ideal liquid, invariable flow, one dimension flow, two dimension flow and three dimension flow)

(1) 理想液体是指既无黏性又不可压缩的液体。

(2) 实际液体是指既具有黏性又可压缩的液体。

(3) 运动要素是指用来描写流体运动状态的各个物理量。即当液体流动时，可以将流动液体中空间任一点上质点的运动参数，如压力 p、流速 u 及密度 ρ 表示为空间坐标和时间的函数，例如：

$$p = p(x,y,z,t)$$
$$u = u(x,y,z,t)$$
$$\rho = \rho(x,y,z,t)$$

(4) 恒定流动(稳定流动或定常流动)是指当液体流动时，液体中任一点处的压力 p、流速 u 及密度 ρ 都不随时间 t 变化的流动，如图 3-4 所示。

恒定流动时，

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

在研究液压传动系统的静态性能时，往往将一些非恒定流动问题适当简化，作为恒定流动来处理。

(5) 非恒定流动(非稳定流动或非定常流动)是指当液体流动时，液体中任一点处的压力 p、流速 u 及密度 ρ 有一个运动参数随时间 t 变化的流动，如图 3-5 所示。

在研究液压传动系统的动态性能时，必须按非恒定流动来处理。

(6) 一维流动是指液体整个作线性流动。

(7) 二维流动是指液体整个作平面流动。

(8) 三维流动是指液体整个作空间流动。

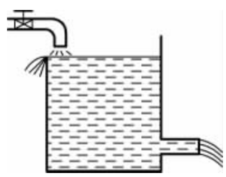

图 3-4　恒定流动
(FIGURE 3-4　Invariable flow)

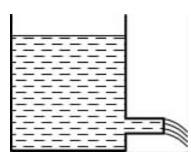

图 3-5　非恒定流动
(FIGURE 3-5　Variable flow)

2. 流场、迹线、流线、流束和通流截面(Flow field, trace, flown line, streamline and cross section)

(1) 流场是指被运动流体所充满的空间。

(2) 迹线是流体质点在一段时间内运动的轨迹线。

(3) 流线是流体质点在某一瞬间运动状态的一条空间曲线。在流线上各点处的瞬时流速 u 方向与该点的切线方向重合,如图 3-6(a)所示。在非恒定流动时,由于液流通过空间点的速度随时间变化,因此流线形状也随时间变化。在恒定流动时,流线形状不随时间变化。由于液流中每一点在每一瞬时只能有一个速度,所以流线之间不能相交也不能转折,流线与迹线重合,它是一条条光滑的曲线。

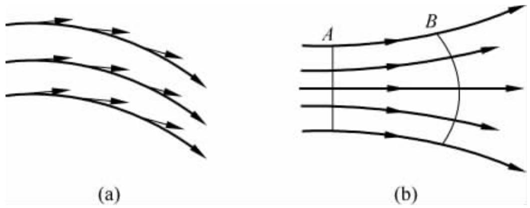

图 3-6　流线和流束

(FIGURE 3-6　Flown line and streamline)

(a) 流线;(b) 流束和通流截面

(4) 某一瞬时 t 在流场中画一不属于流线的任意封闭曲线,经过该封闭曲线的每一点作流线,由这些流线组成的表面称为流管。

(5) 流束是指充满在流管内的流线群。

(6) 通流截面(或过流断面)是指在流束中与所有流线正交的截面。在液压传动系统中,液体在管道中流动时,垂直于流动方向的截面即为通流截面或过流断面。如图 3-6(b)中 A、B 截面。通流截面可能是平面,也可能是曲面。

3. 流量和平均流速(Flow and average flow velocity)

(1) 流量是指单位时间内通过通流截面的流体体积,用 q 表示,单位为 m^3/s 或 L/min。

对于微小流束,通过 dA 上的流量为 dq,其表达式为

$$dq = u\,dA \tag{3-10}$$

对式(3-10)进行积分,可得流经整个通流截面的流量为

$$q = \int_A u\,dA \tag{3-11}$$

(2) 平均流速 v 是指流量 q 与通流截面面积 A 的比值。由于

$$q = \int_A u\,dA = vA \tag{3-12}$$

则平均流速为

$$v = \frac{q}{A} \tag{3-13}$$

在实际工程计算中,用平均流速 v 代替实际流速 u,在计算流量时平均流速才具有应用价值。

3.2.2　流量连续性方程

流量连续性方程简称连续性方程,是质量守恒定律(conservation of mass)在流体力学中的一种表达形式,它是流体运动学方程。即单位时间内流过每一通流截面的液体质量必

然相等。

当液体在流场中作恒定流动时，任意取一不等截面流管，其两端通流截面面积分别为 A_1、A_2。然后在该流管中取一微小流束，假设微小流束两端的通流截面面积分别为 dA_1、dA_2，如图 3-7 所示。根据质量守恒定律，在单位时间内流过两个微小截面的液体质量相等(The mass is equal on two different cross-section according to the conservation of mass)，故有

$$\rho_1 u_1 dA_1 = \rho_2 u_2 dA_2$$

式中，ρ_1——液体流经通流截面 dA_1 的密度；

ρ_2——液体流经通流截面 dA_2 的密度；

u_1——液体流经通流截面 dA_1 的瞬时速度；

u_2——液体流经通流截面 dA_2 的瞬时速度。

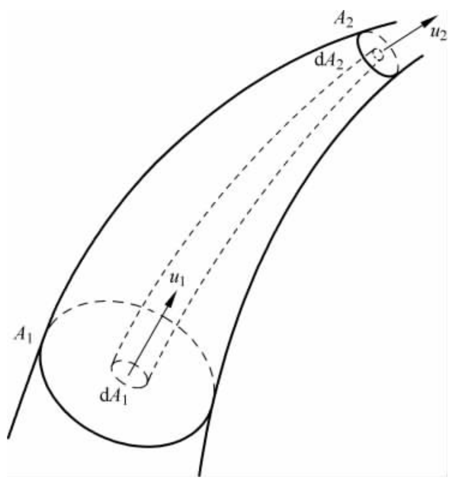

图 3-7　液体的微小流束连续性流动示意图

(FIGURE 3-7　Schematic illustration of tiny streamline continuity flow of liquid)

如果不考虑液体的可压缩性，即 $\rho_1=\rho_2$，流过两个微小截面的液体体积相等，则有

$$u_1 dA_1 = u_2 dA_2$$

对于整个流管，显然是微小流束的集合，由上式积分得通过整个流管的流量

$$\int_{A_1} u_1 dA_1 = \int_{A_2} u_2 dA_2$$

根据式(3-11)和式(3-13)，上式可以写成

$$q_1 = q_2$$

或写成

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 = 常数 \tag{3-14}$$

式中，q_1——液体流经通流截面 A_1 的流量；

q_2——液体流经通流截面 A_2 的流量；

v_1——液体流经通流截面 A_1 的平均流速；

v_2——液体流经通流截面 A_2 的平均流速。

由于通流截面是任意取的，则有

$$q = v_1A_1 = v_2A_2 = v_3A_3 = \cdots = v_iA_i = 常数 \tag{3-15}$$

式(3-15)被称为不可压缩流体作恒定流动的连续性方程。它说明在恒定流动中流过各通流截面的不可压缩流体的流量是相等的,因此流速和通流截面的面积成反比。

(The law of mass continuity states that for incompressible liquids and in a system with impermeable walls, the rate of flow is constant. Thus, where q is the rate of flow, A is the cross-sectional area of the liquid steam, and v is the average velocity of the liquid in that cross-sectional location, the subscripts 1 and 2 refer to two different locations in the system.)

3.2.3 伯努利方程

众所周知,自然界的一切物质总是不停地运动着,其所具有的能量保持不变,既不能消灭,也不能创造,只能从一种形式转换成另一种形式。这就是能量守恒与转换定律。(Law of conservation of energy, with respect to a flowing fluid, states that the total energy of a flow of liquid does not change, as long as energy is not supplied from the outside or drained to the outside.)

伯努利方程是流体能量方程,它实际上是能量守恒定律(conservation of energy)在流体力学中的一种表达形式。要说明流动液体的能量问题,必须先讲述液流的受力平衡方程,即它的运动微分方程。由于流动液体的能量问题比较复杂,在研究时先从理想液体在微小流束中的流动情况着手,然后再对它加以修正,扩展到实际液体在流束中的能量问题,得出实际液体的伯努利方程。

1. 理想液体微小流束的运动微分方程(Kinetic differential equation of tiny streamline of ideal liquid)

现研究理想液体恒定流动条件下在重力场中沿流线运动时其力的平衡关系。在某一瞬时 t,从液流的微小流束上取出一段通流截面面积为 $\mathrm{d}A$、长度为 $\mathrm{d}s$、微元体积为 $\mathrm{d}V=\mathrm{d}A\mathrm{d}s$ 的微元体,如图 3-8 所示。在一维流动情况下,微小流束上各点的压力 p 和流速 u 是该点所在位置 s 和时间 t 的函数,即 $p=f(s,t)$,$u=f(s,t)$。对理想液体来说,作用在微元体上的外力有以下三种。

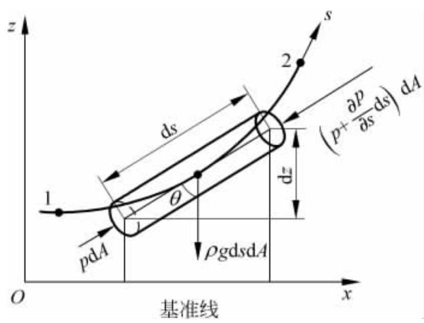

图 3-8 理想液体微小流束的一维流动伯努利方程推导
(FIGURE 3-8 Theoretical derivation of Bernoulli's equation of tiny streamline one dimension flow of ideal liquid)

(1) 压力在两端截面上所产生的作用力

$$p\mathrm{d}A-\left(p+\frac{\partial p}{\partial s}\mathrm{d}s\right)\mathrm{d}A=-\frac{\partial p}{\partial s}\mathrm{d}s\mathrm{d}A$$

式中，$\frac{\partial p}{\partial s}$——沿流线方向的压力梯度。

(2) 作用在微元体上的质量力只有重力

$$-mg=-\rho\mathrm{d}Vg=-\rho\mathrm{d}A\mathrm{d}sg=-\rho g\,\mathrm{d}A\mathrm{d}s$$

(3) 在恒定流动下该微元体的惯性力

$$ma=\rho\mathrm{d}A\mathrm{d}s\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\rho\mathrm{d}A\mathrm{d}s\left(u\,\frac{\partial u}{\partial s}\right)$$

式中，u——微元体沿流线方向的瞬时运动速度，$u=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$。

由牛顿第二定律，$\sum F=ma$，可得

$$-\frac{\partial p}{\partial s}\mathrm{d}s\mathrm{d}A-\rho g\,\mathrm{d}A\mathrm{d}s\cos\theta=\rho\mathrm{d}A\mathrm{d}s\left(u\,\frac{\partial u}{\partial s}\right)\tag{3-16}$$

式中，θ——质量力与流线 s 之间的夹角，$\cos\theta=\frac{\partial z}{\partial s}$。

将式(3-16)化简后可得

$$-\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial s}-g\,\frac{\partial z}{\partial s}=u\,\frac{\partial u}{\partial s}\tag{3-17}$$

在恒定流动时，p、z、u 三个参数只是流线段长 s 的函数，故可进一步将式(3-17)化简为

$$\frac{1}{\rho}\mathrm{d}p+g\mathrm{d}z+u\mathrm{d}u=0\tag{3-18}$$

式(3-18)就是理想液体沿流线方向作恒定流动时的运动微分方程，也被称为欧拉运动方程。它表示了单位质量液体的力平衡方程。

2. 理想液体微小流束的伯努利方程(Bernoulli's equation of tiny streamline of ideal liquid)

如图 3-8 所示，将式(3-17)沿流线 s 从截面 1 积分到截面 2，便可得到微元体流动时的能量关系式，即

$$\int_1^2\left(-\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial s}-g\,\frac{\partial z}{\partial s}\right)\mathrm{d}s=\int_1^2\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2}\right)\mathrm{d}s$$

上式两边同除以 g，移项后整理得

$$\frac{p_1}{\rho g}+z_1+\frac{u_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\frac{u_2^2}{2g}\tag{3-19}$$

因为截面 1 和 2 是任意截取的，所以式(3-19)也可写成

$$\frac{p}{\rho g}+z+\frac{u^2}{2g}=\text{常数}\tag{3-20}$$

式中，$\frac{p}{\rho g}$——单位重力液体所具有的压力能，被称为比压能，也叫作压力水头；

z——单位重力液体所具有的势能，被称为比位能，也叫作位置水头；

$\frac{u^2}{2g}$——单位重力液体所具有的动能，被称为比动能，也叫作速度水头。

式(3-19)或式(3-20)就是理想液体微小流束作恒定流动时的能量方程或伯努利方程。