



第2章 资金的时间价值

【知识目标】

- ◆ 了解现金流量的分类。
- ◆ 熟悉现金流量的概念。
- ◆ 掌握现金流量图的绘制方法、资金时间价值的概念，以及单利与复利，名义利率与实际利率，一次支付、等额多次支付的计算。

【技能目标】

以现金流量图为工具，以等值计算的方法和公式为手段，分析和解决实际问题。

【引言】

对于今天的 10 000 元和 5 年后的 10 000 元，你会选择哪一个呢？很显然，是今天的 10 000 元，为什么？事实上，你已经承认了资金的时间价值。本章主要介绍资金时间价值的有关知识。

2.1 现金流量

2.1.1 现金流量概述

现金流量管理是现代企业理财活动的一项重要职能,建立完善的现金流量管理体系,是确保企业生存与发展、提高企业市场竞争力的重要保障。

项目在其寿命期内,总可以表现为投入一定量的资金,花费一定的成本,通过产品销售获得一定量的货币收入。在技术经济分析中,我们把项目视为一个系统,整个过程中所投入的资金、花费的成本、获得的收益,都是发生在一定的时间点上,这些资金的流入或流出,都是现金流量。现金包括银行存款、库存现金和现金等价物等,但不包括应付账款和应收账款。

所谓现金流量是指拟建项目在整个项目计算期内各个时点上实际所发生的现金流入、流出,以及流入与流出的差额(又称为净现金流量)。现金流量一般以计息期(年、季度、月等)为时间量的单位,用现金流量表来表示。

流入系统的资金称为现金流入,流出系统的资金称为现金流出,现金流入与现金流出之差称为净现金流量。技术经济分析的目的就是要根据特定系统所要达到的目标和拥有的资源条件,考察系统在从事某项经济活动过程中的现金流入与现金流出,选择合适的技术方案,以获取最好的经济效益。

对于一个建设项目来说,投资、折旧、经营成本、销售收入、税金和利润等经济量是构成经济系统现金流量的基本要素,也是进行技术经济分析最重要的基础数据。

2.1.2 现金流量的分类

现金流量按技术经济分析的范围和经济评价方法的不同分为以下两类。

1. 财务现金流量

财务现金流量主要包括项目财务现金流量、资本金财务现金流量、投资各方财务现金流量。财务现金流量主要用于工程项目财务评价。

2. 国民经济效益费用流量

国民经济效益费用流量主要包括项目国民经济效益费用流量、国内投资国民经济效益费用流量、经济外汇流量。国民经济效益费用流量主要用于工程项目国民经济评价。

2.1.3 现金流量图

一个项目的实施,在建设、生产经营过程中,总有资金的流入和流出,各种资金流入





和流出的数额和发生的时间都不尽相同。为了正确地进行技术经济分析和计算,就需借助现金流量图。所谓现金流量图就是一种描述现金流量作为时间函数的图形,即把项目经济系统的资金流量绘入时间坐标图中,表示出各项资金流入、流出与相应的对应关系,它能表示资金在不同时间点流入与流出的情况。现金流量图包括三大要素:大小、流向、时间点。其中大小表示资金数额,流向指项目的现金流入或流出,时间点指现金流入或流出所发生的时间,如图 2-1 所示。

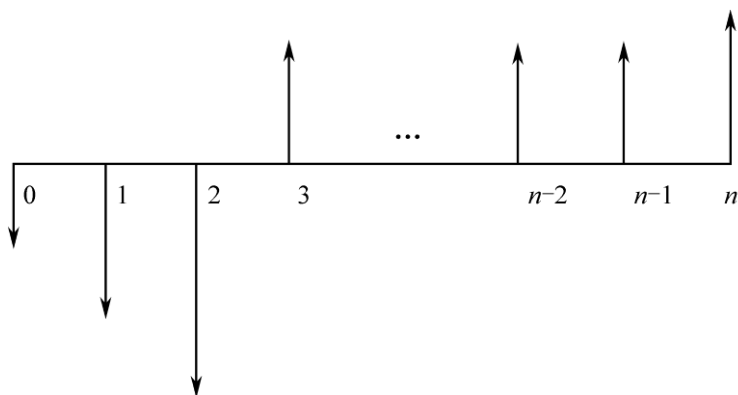


图 2-1 现金流量图

对图 2-1 要做的说明如下。

(1) 水平轴称为时间轴,表示一个从 0 开始到 n 的时间序列,每一个刻度表示一个计息周期,比如说按年计息,则时间轴上的刻度单位就为年。在时间轴上 0 代表时间序列的起始点(表示投资起始点或评价时刻点),从 1 到 n 分别代表各计息期的终点(结束点)。除 0 和 n 以外,每个数字都有两个含义,如 2,它既代表第二个计息期的终点(结束),又代表第三个计息期的始点(开始)。

(2) 纵向箭线用来描述现金流量,箭头向上表示现金流入,箭头向下表示现金流出。箭线的长度与流入或流出的金额成正比,金额越大,其相应的箭线的长度就越长,并在各箭线上方(或下方)注明该现金流量的数值。

(3) 现金流量的性质(流入与流出)是对特定的主体而言的,现金流量图因借贷双方“立脚点”不同,理解也不同。贷款人的流入就是借款人的流出或归还借款,反之亦然。通常,现金流量的性质是从资金使用者的角度来确定的。

(4) 如果没有特别说明,现金流量是发生在每期的期初还是期末呢?一般假定现金流入发生在每期期末,现金流出发生在每期期初。每期期初不一定是年初,期末不一定是年末。比如某项目 2012 年 7 月 1 日开始投资,则期初和期末可定在以后各年的 7 月 1 日。

现金流量图是经济分析的有效工具,其重要性有如力学计算中的结构受力图,是正确进行经济分析计算的基础。



2.2 资金时间价值的含义与计算

货币如果作为社会生产资金参与再生产的过程中即会得到增值,带来利润,也就是我们常说的“时间就是金钱”。

2.2.1 资金时间价值的含义

在市场经济中,资金是劳动资料、劳动对象和劳动报酬的货币表现。由于通货膨胀、承担风险、货币增值等,使货币的价值随时间的变化而变化。这种使资金在生产经营及其循环、周转过程中,随着时间的变化而产生的增值就是资金的时间价值。资金的时间价值随着时间的推移而发生变化,也就是说同样数额的资金在不同的时间点上具有不同的价值。

例如,我们把 1000 元存入银行,年利率为 3%,那么,一年后可得 1030 元。这说明资金随着时间的流逝在流通过程中产生了增值。同理,两笔等额的资金,由于发生在不同的时间点,它们在价值上就存在着差别,发生在前的资金价值要高于发生在后的资金价值。产生这种现象的根源在于资金具有时间价值。

资金的时间价值有两个含义:其一是将货币用于投资,通过资金的运动而使资金增值;其二是将货币存入银行,相当于个人失去对这笔资金的使用权,按时间计算这种牺牲的代价。

资金的时间价值在市场经济中,具体以利息和利润的形式表现出来。

2.2.2 单利与复利

利息和利率是衡量资金时间价值的尺度,故计算资金的时间价值即是计算利息的方法。

利息有单利和复利之分。当计息周期在一个以上时,就需要考虑“单利”与“复利”的问题。复利是相对单利而言的,是以单利为基础来进行计算的。所以要了解复利的计算,必须先了解单利的计算。

1. 单利的计算

所谓单利是指利息与时间呈线性关系,即只对本金计算利息,而对每期的利息不再计息,从而每期的利息是固定不变的一种计算方法,即通常所说的“利不生利”的计息方法。其利息计算公式为

$$I_n = Pin \quad (2-1)$$

式中: I_n —— n 个计息期末的利息总额;

P ——本金;

i ——计息期单利利率;



n ——计息期。

而 n 期末单利本利和 F 等于本金加上利息, 即

$$F = P(1 + in) \quad (2-2)$$

式中: F ——第 n 期期末的本利和。

在计算本利和 F 时, 要注意式中 n 和 i 反映的时期要一致。如 i 为年利率, 则 n 应为计息年数; 若 i 为月利率, 则 n 应为计息的月数, 以此类推。

例 2-1 有一笔 60 000 元的借款, 借期 4 年, 按每年 8% 的单利率计息, 试求到期时应归还的本利和为多少。

解: 用单利法计算, 其现金流量图如图 2-2 所示。

根据式(2-2)可得

$$F = P(1 + in) = 60\,000 \times (1 + 8\% \times 4) = 79\,200 (\text{元})$$

即到期应归还的本利和为 79 200 元。

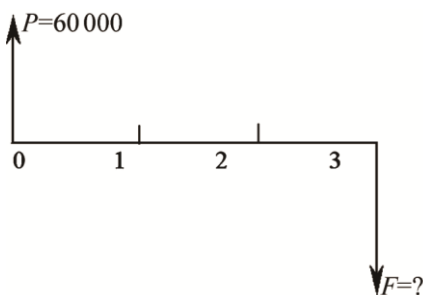


图 2-2 现金流量图

单利法虽然考虑了资金的时间价值, 但仅是对本金而言, 而没有考虑每期所得利息再进入社会再生产过程从而实现增值的可能性, 这是不符合资金运动的实际情况的, 没有反映资金随时都在“增值”的概念。因此单利法由于未能完全反映资金的时间价值, 在应用上有局限性, 通常仅适用于短期投资及期限不超过一年的借款项目。

2. 复利计算

复利法是在单利法的基础上发展起来的, 它克服了单利法存在的缺点, 其基本思路是: 将前一期的本金与利息之和(本利和)作为下一期的本金来计算下一期的利息。除本金计息外, 利息再计利息, 也即通常所说的“利上加利”“利生利”“利滚利”的方法。其利息计算公式为

$$I_n = i \cdot F_{n-1} \quad (2-3)$$

式中: i ——计息期复利利率;

F_{n-1} ——第 $n-1$ 期期末的复利本利和。

第 n 期期末复利本利和 F_n 的计算公式为

$$F_n = P(1 + i)^n \quad (2-4)$$

式(2-4)的推导过程如表 2-1 所示。



表 2-1 采用复利法计算本利和的推导过程

计息期数	期初本金	期末利息	期末本利和
1	P	$P i$	$F_1 = P + P i = P(1+i)$
2	$P(1+i)$	$P(1+i) i$	$F_2 = P(1+i) + P(1+i) i = P(1+i)^2$
3	$P(1+i)^2$	$P(1+i)^2 i$	$F_3 = P(1+i)^2 + P(1+i)^2 i = P(1+i)^3$
...	...	...	...
$n-1$	$P(1+i)^{n-2}$	$P(1+i)^{n-2} i$	$F_{n-1} = P(1+i)^{n-2} + P(1+i)^{n-2} i = P(1+i)^{n-1}$
n	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1} i$	$F_n = P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-1} i = P(1+i)^n$

例 2-2 在例 2-1 中,若年利率仍为 8%,但按复利计算,则到期应归还的本利和是多少?

解: 用复利法计算,根据复利计算公式(2-2)得

$$F_n = P(1+i)^n = 60\,000 \times (1+8\%)^4 = 81\,629.34(\text{元})$$

与采用单利法计算的结果相比增加了 2429.34 元,这个差额所反映的就是利息的资金时间价值。

复利法完全体现了资金的时间价值,符合社会再生产过程中资金运动的实际情况,是国外普遍采用的计息方法,也是我国现行信贷制度正在推行的方法。因此,在工程经济分析中,一般都采用复利法。

2.2.3 名义利率与实际利率

前面讨论的都是计息周期以年为单位的情况,但实际应用中,计息周期并不一定以一年为周期,可以按半年、按季度,或按月计息一次,在伦敦、纽约、巴黎等金融市场上,短期利率通常以日计算。因此,同样的年利率,由于在一年中的计息次数不同,本金所产生的利息也就不同。因而,当利率所标明的计息周期单位与计算利息实际所用的利息周期单位不一致时,就出现了名义利率与实际利率的差别。

1. 名义利率

名义利率又称非有效利率。它习惯以一年为计息基础,等于每一计息期的利率与每年的计息期数的乘积。例如,每月存款月利率为 3‰,则名义年利率为 3.6%,即 $3\text{‰} \times 12 = 3.6\%$ 。

2. 实际利率

实际利率又称为有效利率,是把各种不同计息期的利率换算成以年为计算期的利率。例如,每月存款月利率为 3‰,则有效年利率为 3.66%,即 $(1+3\text{‰})^{12} - 1 = 3.66\%$ 。

需要注意的是,在资金的等值计算公式中所使用的利率都是指实际利率。

3. 名义利率与实际利率的应用

设名义利率为 r ,一年中计息期数为 m ,则每一个计息期的利率为 r/m 。若年初借款 P



元, 则一年后本利和为

$$F = P(1 + r/m)^m$$

其中本金 P 的年利息 I 为

$$I = F - P = P(1 + r/m)^m - P$$

根据利率定义可知, 它等于利息与本金之比。当名义利率为 r 时, 实际利率为

$$i = \frac{I}{P} = \frac{F - P}{P} = \frac{P(1 + r/m)^m - P}{P}$$

所以

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \quad (2-5)$$

式中: i ——实际利率;

r ——名义利率;

m ——名义利率所标明的计息周期内实际上复利计息的次数。

由式(2-5)可知, 名义利率与实际利率存在下列关系。

(1) 当实际计息周期为 1 年, 即 $m=1$ 时, 名义利率与实际利率相等。实际计息周期短于 1 年时, 实际利率大于名义利率。

(2) 名义利率不能完全反映资金的时间价值, 实际利率才真实地反映了资金的时间价值。

(3) 实际计息周期相对越短, 即 m 越大, 实际利率与名义利率的差值就越大。

由此可以看出, 同一笔资金在占用总时间相同的情况下, 所付的利息会有明显的差别。结算次数越多, 给定利率产生的利息就越多。因此, 在进行方案的经济比较时, 必须先把各方案中的名义利率全部换算成实际利率, 然后进行比较。在复利计算中, 对于名义利率有两种处理方法: 其一是将名义利率换算成实际利率, 再计算复利; 其二是将周期利率代入复利公式, 复利次数变为 mn 次。

例 2-3 某厂向外商订购设备, 有两家银行可以提供贷款, 甲银行年利率为 8%, 按月计息; 乙银行年利率为 9%, 按半年计息, 均为复利计算。试比较哪家银行贷款条件优越?

解: 企业应当选择具有较低实际利率的银行贷款。

分别计算甲、乙银行的实际利率。

$$i_{\text{甲}} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{8\%}{12}\right)^{12} - 1 = 8.30\%$$

$$i_{\text{乙}} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{9\%}{2}\right)^2 - 1 = 9.20\%$$

由于 $i_{\text{甲}} < i_{\text{乙}}$, 故企业应选择向甲银行贷款。



2.3 资金等值的计算

2.3.1 资金等值的概念

在工程经济分析中,为了正确地评价投资项目的经济效果,必须对项目的整个计算期内不同时间点上所发生的全部投资收入和支出进行计算和分析,即要比较发生在不同时间点上各种资金的真实价值。由于资金的时间价值客观存在,致使不同时间点上发生的现金流量其数值不能直接相加或相减,资金必须和时间结合,才能表现出其真正的价值。这里我们采用一种称为资金等值计算的方法将不同时间点上发生的现金流量换算为同一时间点上等价的现金流量,然后进行计算和分析。因此,我们需要用到资金等值的概念。

资金等值是指在时间因素的作用下,发生在不同时间点、金额不等的资金却具有相同的价值。在技术经济分析中,等值是一个很重要的概念,它是评价、比较不同时期资金使用效果的重要依据。

例如,当年利率为3%时,现在的1000元,等值于第1年年末的1030元,或第5年年末的1159元,或第10年年末的1343元,或第20年年末的1806元。

利用等值的概念,可以把在一个(一系列)时间点发生的资金金额换算成另一个(一系列)时间点等值的资金额,这样的转换过程就称为资金的等值计算。

资金等值的特点是,在利率大于零的条件下,资金的数额相等,发生的时间不同,其价值肯定不等;资金的数额不等,发生的时间也不同,其价值却可能相等。

2.3.2 计算资金时间价值的相关概念

为了计算资金的时间价值,不仅要利用现金流量图对资金进行分析和计算,而且要掌握资金时间价值的相关概念及其含义(具体内容如下)。

(1) 利率 i , 也称折现率或贴现率。在工程经济分析中把根据未来的现金流量求现在的现金流量时所使用的利率称为折现率。本书中利率和折现率一般不加以区分。

(2) 计息次数 n , 是指投资项目在从开始投入资金(开始建设)到项目的寿命周期终结为止的整个期限内,计算利息的次数。

(3) 现值 P , 是指资金发生在某一特定时间序列始点上的价值。在工程经济分析中,现值表示在现金流量图中0点的投资数额或投资项目的现金流量折算到0点时的价值。

(4) 终值 F , 是指资金发生在某一特定时间序列终点上的价值。其含义是指期初投入或产出的资金转换为计算期末的终值,即期末本利和的价值。

(5) 年金 A , 是指各期等额收入或支付的金额,通常以等额序列表示,即在某一特定时间序列期内,每隔相同时间收支的等额款项。

在工程经济分析中,以上五个参数只要已知三个,就可以求出另外两个。其中,利率 i



是核心,在进行工程经济分析中,常根据利率做出决策。

2.3.3 资金等值计算的基本公式

决定资金等值的因素是:①资金数额;②金额发生的时间;③折现率。在考察资金等值的问题中通常都以同一利率作为比较、计算的依据。

根据支付方式和等值换算时间点的不同,资金等值计算公式可分为两类:一次支付类型和等额支付类型。

1. 一次支付类型

一次支付又称整付,是指所分析的系统的现金流量,无论是流入还是流出均在某一个时点上一次发生,它包括两个计算公式。

1) 一次支付终值复利公式

如果有一笔资金,按年利率 i 进行投资, n 年后本利和应该是多少?也就是已知 P 、 i 、 n ,求终值 F 。解决此类问题的公式称为一次支付终值公式,其计算公式为

$$F = P(1+i)^n \quad (2-6)$$

式(2-6)表示在利率为 i 、计息期数为 n 的条件下,终值 F 和现值 P 之间的等值关系。

一次支付终值公式的现金流量图如图 2-3 所示。

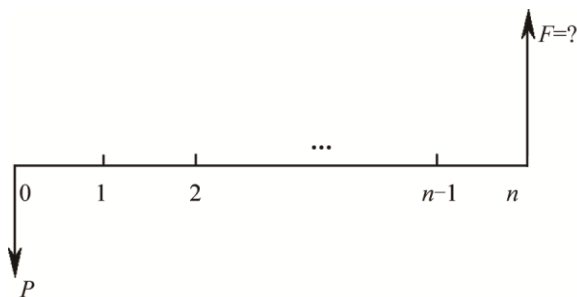


图 2-3 一次支付终值复利公式现金流量图

在式(2-6)中, $(1+i)^n$ 又称为终值系数,记为 $(F/P, i, n)$ 。

这样式(2-6)又可写为

$$F = P(F/P, i, n) \quad (2-7)$$

在实际应用中,为了计算方便,通常按照不同的利率和计息期 n ,分别计算出 $(1+i)^n$ 的值,排列成一个表,称为终值系数表(见附录)。在计算时,根据 i 和 n 的值,查表得出终值系数,然后与 P 相乘即可求出 F 的值。

例 2-4 某人把 1000 元存入银行,银行年利率为 4%,计算 3 年后该笔资金的实际价值。

解: 这是一个已知现值求终值的问题,其现金流量图如图 2-4 所示。



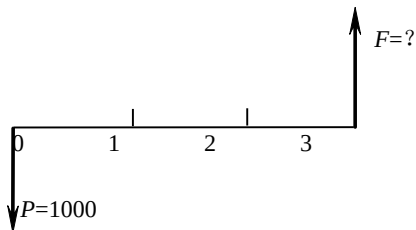


图 2-4 现金流量图

由式(2-6)可得

$$F = P(1+i)^n = 1000 \times (1+4\%)^3 = 1124.9(\text{元})$$

即 1000 元资金在年利率为 4% 时, 经过 3 年后变为 1124.9 元, 增值 124.9 元。

这个问题也可以利用式(2-7)查表计算求解。

由复利系数表(见附录)可查得: $(F/P, 4\%, 3) = 1.1249$, 所以

$$F = P(F/P, i, n) = P(F/P, 4\%, 3) = 1000 \times 1.1249 = 1124.9(\text{元})$$

2) 一次支付现值复利公式

如果我們希望在 n 年后得到一笔资金 F , 在年利率为 i 的情况下, 现在应该投资多少钱? 也即已知 F 、 i 、 n , 求现值 P 。解决此类问题用到的公式称为一次支付现值公式, 其计算公式为

$$P = F(1+i)^{-n} \quad (2-8)$$

其现金流量图如图 2-5 所示。

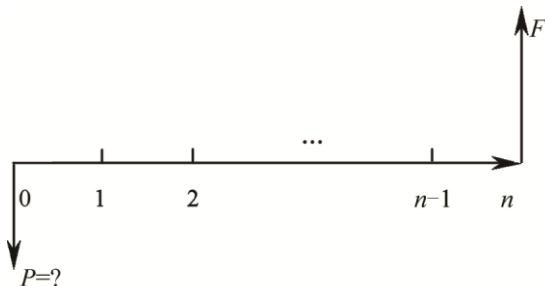


图 2-5 一次支付现值复利公式现金流量图

在式(2-8)中, $(1+i)^{-n}$ 又称为现值系数, 记为 $(P/F, i, n)$, 它与终值系数 $(F/P, i, n)$ 互为倒数, 可通过查表求得, 因此式(2-8)又可写为

$$P = F(P/F, i, n) \quad (2-9)$$

例 2-5 某企业 6 年后需要一笔 400 万元的资金, 以作为某项固定资产的更新款项, 若已知年利率为 4%, 问现在应存入银行多少钱?

解: 这是一个根据终值求现值的问题, 其现金流量图如图 2-6 所示。

根据式(2-8)可得

$$P = F(1+i)^{-n} = 400 \times (1+4\%)^{-6} = 400 \times 0.7903 = 316.13(\text{万元})$$

即现在应存入银行 316.13 万元。



图 2-6 一次支付求现值的现金流量图

也可以利用式(2-9)查表计算求解。

由复利系数表(见附录)可查得: $(P/F, 4\%, 6)=0.7903$, 所以

$$P = F (P/F, i, n) = F (P/F, 4\%, 6) = 400 \times 0.7903 = 316.13 (\text{万元})$$

2. 等额支付类型

等额支付的分析中需要满足三个条件: 系统中的现金流量发生在各个时间点; 现金流发生的时间间隔相等; 现金流量额的大小及流向相同。它包括以下四个基本公式。

1) 等额支付序列年金终值复利公式

等额支付序列年金终值复利的含义是: 在一个时间序列中, 在利率为 i 的情况下连续在每个计息期期末支付一笔等额资金 A , 求 n 年后可得本利和的大小, 也即已知 A 、 i 、 n , 求 F , 类似于我们平常储蓄中的零存整取。其现金流量图如图 2-7 所示。

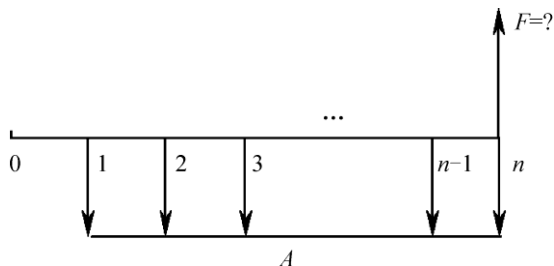


图 2-7 等额支付序列年金终值复制公式的现金流量图

各期期末年金 A 相对于第 n 期期末的本利和可用表 2-2 表示。

表 2-2 普通年金复利终值计算表

期数	1	2	3	...	$n-1$	n
每期期末年金	A	A	A	...	A	A
第 n 期期末年金终值	$A(1+i)^{n-1}$	$A(1+i)^{n-2}$	$A(1+i)^{n-3}$	...	$A(1+i)$	A

$$F = A(1+i)^{n-1} + A(1+i)^{n-2} + A(1+i)^{n-3} + \cdots + A(1+i) + A$$

即

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (2-10)$$

式(2-10)即为年金终值复利公式, 式中 $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 称为年金终值系数, 记为 $(F/A, i, n)$, 因



此式(2-10)也可以表示为

$$F=A(F/A, i, n) \quad (2-11)$$

例 2-6 某大型工程项目计划 5 年建成, 每年年末投资 2 亿元, 设年利率为 7%, 求第 5 年年末的实际累计总投资额。

解: 这是一个已知年金求终值的问题, 其现金流量图如图 2-8 所示。

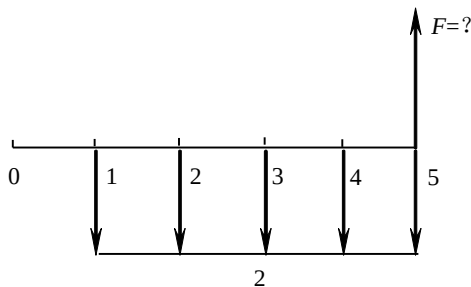


图 2-8 现金流量图

根据式(2-10)可得

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 2 \times \frac{(1+7\%)^5 - 1}{7\%} = 11.5(\text{亿元})$$

此题表示若全部资金是贷款得来, 需要支付 1.5 亿元的利息。

也可以通过查复利系数表, 根据式(2-11)得出。

必须注意的是, 该公式适用于等额现金流量是从 1 点处开始持续到 n 点。如果 0 点处有现金流量, 或年金序列没有持续到终点, 那么需要进行简单变形后才能用公式, 后面的几个公式也要注意这个问题。

2) 偿债基金公式

偿债基金的含义是: 为了筹集未来 n 年后需要的一笔偿债资金, 在利率为 i 的情况下, 求每个计息期末应等额存储的金额, 也即已知 F 、 i 、 n , 求 A , 类似于我们日常商业活动中的分期付款业务。其现金流量图如图 2-9 所示。

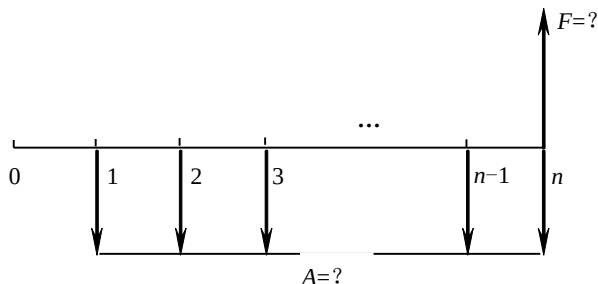


图 2-9 偿债基金公式的现金流量图

如图 2-9 所示, 偿债基金公式是年金终值公式的逆运算, 因此其计算公式可根据式(2-10)推导得出:



$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad (2-12)$$

式(2-12)中的 $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ 称为偿债基金系数, 记为 $(A/F, i, n)$, 它与年金终值系数 $(F/A, i, n)$

互为倒数。因此, 式(2-12)又可写为

$$A = F(A/F, i, n) \quad (2-13)$$

例 2-7 某企业 5 年后需要一笔 50 万元的资金用于技术改造, 如果年利率为 5%, 问该企业从现在起每年应存入银行多少钱?

解: 这是一个已知终值求年金的问题, 其现金流量图如图 2-10 所示。

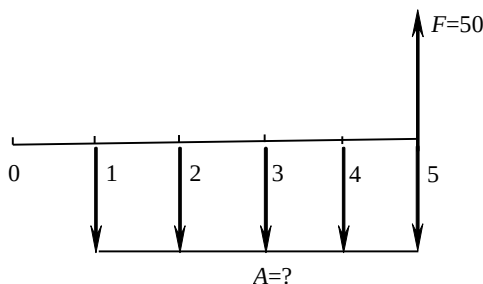


图 2-10 已知终值求年金的现金流量图

根据式(2-12)及式(2-13)可得

$$\begin{aligned} A &= F \frac{i}{(1+i)^n - 1} \\ &= F(A/F, i, n) \\ &= 50 \times (A/F, 5\%, 5) \\ &= 50 \times 0.1810 \\ &= 9.05(\text{万元}) \end{aligned}$$

即每年年末应存入银行 9.05 万元。

3) 资金回收公式

资金回收的含义是: 期初一次投资数额为 P , 欲在 n 年内将投资全部收回, 则在利率为 i 的情况下, 求每年应等额回收的资金, 也即已知 P 、 i 、 n , 求 A 。该公式可解释为: 当企业负债后, 企业每期从收益中提取一笔等额的还贷资金(包括本金和利息), 故提取的这笔资金又称为贷款人的资金回收, 其现金流量图如图 2-11 所示。

资金回收公式可根据偿债基金公式和一次支付终值复利高公式来推导, 即

$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (2-14)$$

式(2-14)中的 $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ 称为资金回收系数, 记为 $(A/P, i, n)$ 。因此式(2-14)又可写为

$$A = P(A/P, i, n) \quad (2-15)$$



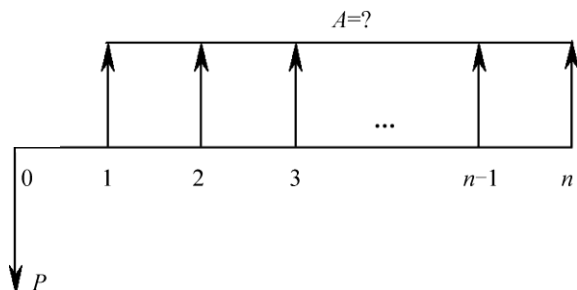


图 2-11 资金回收公式现金流量图

注意：资金回收系数是一个重要的系数，它的含义是对应于工程项目的单位初始投资，在项目寿命周期内每年至少应该回收的金额。在工程项目经济分析中，如果对应于单位初始投资每年的实际回收金额小于相应的资金回收金额，就表示在给定利率 i 的条件下，在项目的寿命周期内不可能将全部投资收回。

例 2-8 某项目投资 100 万元，计划在 8 年内等额收回投资，若已知年利率为 8%，问该项目每年平均净收益至少应达到多少？

解：这是一个已知现值求年金的问题，其现金流量图如图 2-12 所示。

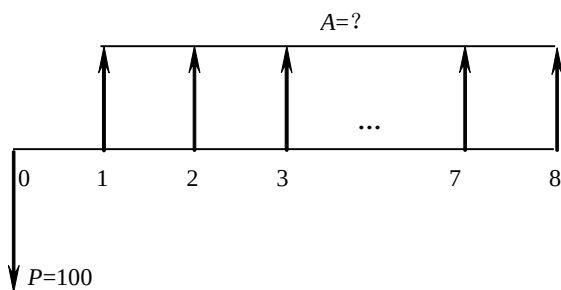


图 2-12 已知现值求年金的现金流量图

根据式(2-14)和式(2-15)，可得

$$\begin{aligned}
 A &= P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \\
 &= P(A/P, i, n) \\
 &= 100 \times 0.174 \\
 &= 17.40(\text{万元})
 \end{aligned}$$

即每年的平均净收益至少应达到 17.40 万元，才可以保证在 8 年内将投资全部收回。

4) 年金现值公式

年金现值的含义是：在 n 年内每年等额收支一笔资金 A ，则在利率为 i 的情况下，求此等额年金收支的现值总额，也即已知 A 、 i 、 n ，求 P 。

其现金流量图如图 2-13 所示。

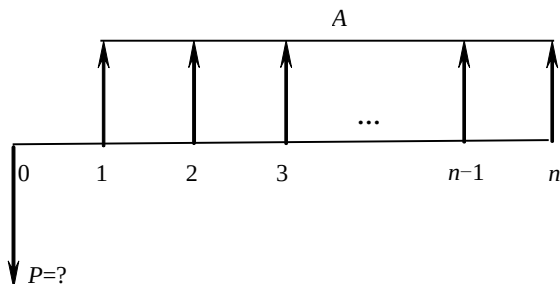


图 2-13 年金现值公式的现金流量图

如图 2-13 所示,年金现值公式是资金回收公式的逆运算,因此其计算公式可根据式(2-14)推导得出:

$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (2-16)$$

式(2-16)中的 $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ 称为年金现值系数,它恰好是资金回收系数的倒数,记为 $(P/A, i, n)$ 。因此,式(2-16)又可写为

$$P = A(P/A, i, n) \quad (2-17)$$

例 2-9 设立一项公益基金,计划从现在开始 10 年内每年从中提取 50 万元用于公益事业,若已知年利率为 10%,问现在应存入基金多少钱?

解: 这是一个已知年金求现值的问题,其现金流量图如图 2-14 所示。

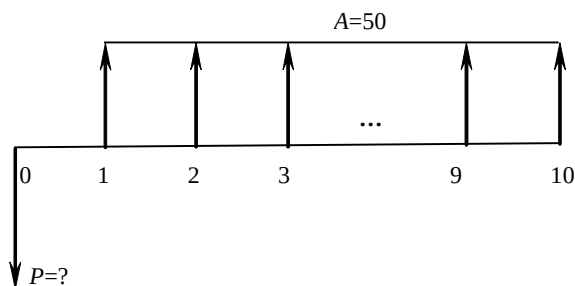


图 2-14 已知年金求现值的现金流量图

根据式(2-16)和式(2-17)可得

$$\begin{aligned} P &= A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\ &= A(P/A, i, n) \\ &= A(P/A, 10\%, 10) \\ &= 50 \times 6.1446 \\ &= 307.23(\text{万元}) \end{aligned}$$

以上介绍的六个基本公式在工程经济分析中经常用到,其中以复利终值(或现值)公式为最基本的公式,其他公式都是在此基础上经初等数学运算得到的。为便于理解和查阅,现



将这六个公式列于表 2-3 中。公式中的六个系数,可根据不同的 i 值和 n 值计算得到,也可以直接查表得到。

表 2-3 六个基本资金等值计算公式

公式名称	已知项	欲求项	系数符号	公 式
一次支付终值	P	F	$(F/P, i, n)$	$F = P(1+i)^n$
一次支付现值	F	P	$(P/F, i, n)$	$P = F(1+i)^{-n}$
等额支付序列年金终值	A	F	$(F/A, i, n)$	$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
偿债基金	F	A	$(A/F, i, n)$	$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
资金回收	P	A	$(A/P, i, n)$	$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$
年金现值	A	P	$(P/A, i, n)$	$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$

运用公式的时候需要注意以下两点。

(1) 在进行等值计算时,如果现金流动期与计息期不同,就需注意实际利率与名义利率的换算(详见例 2-10)。

(2) 利用公式进行计算时,要注意现金流量计算公式是否与等值计算公式中的现金流量计算公式相一致。如果一致,可直接利用公式进行计算;否则应先对现金流量进行调整,然后进行计算(详见例 2-11)。

例 2-10 某项目采用分期付款的方式,连续 5 年每年年末偿还银行借款 150 万元,如果银行借款年利率为 8%,按季计息,问截至第 5 年年末,该项目累计还款的本利和是多少?

解: 该项目还款的现金流量图如图 2-15 所示。

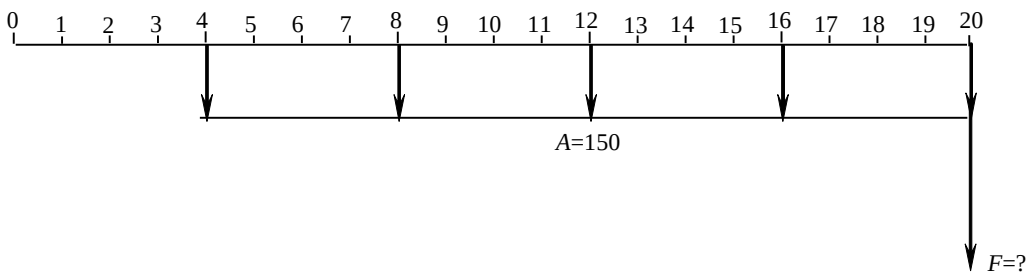


图 2-15 按季计息年度支付的现金流量图(单位:万元)

这是一个计息期与现金流动期不同的情况,其计算方法有多种,这里我们采用实际利率的方法求解。

首先求出现金流动期的有效利率,即实际年利率。根据式(2-5),得



$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{8\%}{4}\right)^4 - 1 = 8.24\%$$

这样原问题就转化为年利率为 8.24%，年金为 150 万元，期限为 5 年，求终值的问题，然后根据等额支付序列年金终值公式，得

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 150 \times \frac{(1+8.24\%)^5 - 1}{8.24\%} = 884.21(\text{万元})$$

即该项目累计还款的本利和是 884.21 万元。

例 2-11 某企业 5 年内每年初需要投入资金 100 万元用于技术改造，企业准备存入一笔钱以设立一项基金，提供每年技改所需的资金。如果已知年利率为 6%，问企业应该存入基金多少钱？

解：这个问题的现金流量图如图 2-16 所示。

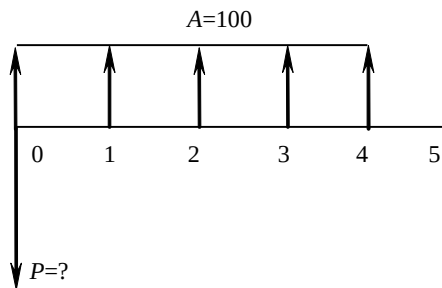


图 2-16 例 2-11 中问题的现金流量图(单位：万元)

从图 2-16 中可以看出，此时的等额支付(即年金)是发生在期初(此时年金又称为预付年金)，而在等值计算公式中的年金是发生在期末，因此不能直接套用公式，而应该先进行现金流量的调整，调整为正常年金后再利用公式进行计算。

调整后的现金流量情况可参考图 2-17。

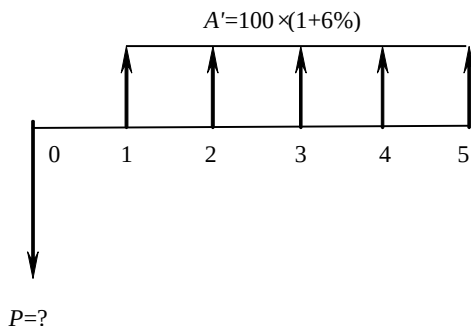


图 2-17 调整后的现金流量图(单位：万元)

由图 2-17 可知，这是一个已知 A 、 i 、 n ，求 P 的问题。根据年金现值公式，得

$$P = A (P/A, i, n) = 100 \times (1+6\%) \times (P/A, 6\%, 5) = 106 \times 4.2124 = 446.51(\text{万元})$$

即企业现在应该存入基金 446.51 万元。



2.3.4 等值计算

1. 计息周期等于支付周期

计息周期等于支付周期时, 实际利率与名义利率相同, 可以利用等值计算的基本公式直接计算。

例 2-12 年利率为 12%, 每半年计息一次, 从现在起连续 3 年, 每半年做 100 万元的等额支付, 问与其等值的现值为多少?

解: 每计息期的利率这

$$i = \frac{12\%}{2} = 6\%$$

计息次数为

$$n = 3 \times 2 = 6$$

则所求现值为

$$P = A(P/A, i, n) = 100 \times (P/A, 6\%, 6) = 100 \times 4.917 = 491.7 (\text{万元})$$

2. 计息周期小于支付周期

计息周期小于支付周期时, 适当变换后仍可利用前述公式进行计算。

例 2-13 年利率为 10%, 每半年计息一次, 从现在起连续 3 年的等额年末支付为 500 万元, 与其等值的现值是多少?

解: 本例有以下三种解题方法。

方法一: 先求出支付期的有效利率, 支付期为 1 年, 则有效年利率为

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{10\%}{2}\right)^2 - 1 = 10.25\%$$

则

$$P = A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = 500 \times \frac{1 - (1+10.25\%)^{-3}}{10.25\%} = 1237.97 (\text{万元})$$

方法二: 可把等额支付的每一个支付视为一次支付, 利用一次支付现值公式计算, 如图 2-18 所示。

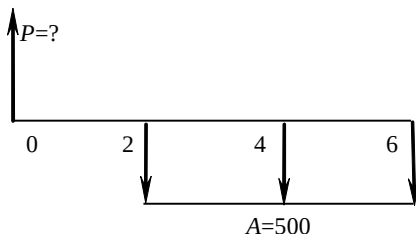


图 2-18 例 2-13 方法二的现金流量图



$$P = 500 \times \left(1 + \frac{10\%}{2}\right)^{-2} + 500 \times \left(1 + \frac{10\%}{2}\right)^{-4} + 500 \times \left(1 + \frac{10\%}{2}\right)^{-6}$$

$$= 1237.97(\text{万元})$$

方法三：取一个循环周期，使这个周期的年末支付变成等值的计息期末的等额支付序列，从而使计息期和支付期完全相同，则可将有效利率直接代入公式计算，如图 2-19 所示。

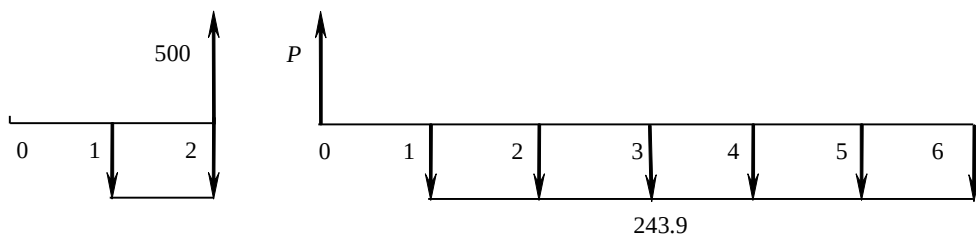


图 2-19 例 2-13 方法三的现金流量图

在年末存款 500 万元的等效方式是在每半年时存入

$$A = 500 \times (A/F, i, n) = 500 \times (A/F, 10\%, 2)$$

$$= 500 \times 0.4878$$

$$= 243.9(\text{万元})$$

则

$$P = A(P/A, i, n) = 243.9 \times (P/A, 5\%, 6) = 243.9 \times 5.0757$$

$$= 1237.97(\text{万元})$$

3. 计息周期大于支付周期

计息期内各时间点发生的支付或收益，须满一个计息周期时才计利息，即在计息周期内发生的款项在本期内是不计算利息的，要在下一期才计算利息。因此，原财务活动的现金流量图应按以下原则进行整理：站在投资方的角度，将计息期内的支出合并放在计息期末，将计息期内的收入合并放在计息期期初，计息期分界点处的现金流量保持不变。

例 2-14 现金流量图如图 2-20 所示，年利率为 12%，每季度计息 1 次，求年末终值 F 为多少？

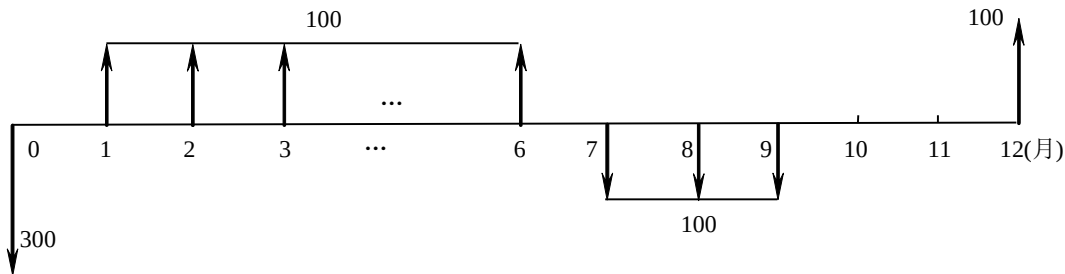


图 2-20 例 2-14 的现金流量图

解：按上述原则进行调整，得到等值的现金流量图如图 2-21 所示。



根据整理过的现金流量图求得终值

$$\begin{aligned}
 F &= (-300 + 200) \times \left(1 + \frac{12\%}{4}\right)^4 + 300 \times \left(1 + \frac{12\%}{4}\right)^3 \\
 &\quad + 100 \times \left(1 + \frac{12\%}{4}\right)^2 - 300 \times \left(1 + \frac{12\%}{4}\right) + 100 \\
 &= 112.36(\text{万元})
 \end{aligned}$$

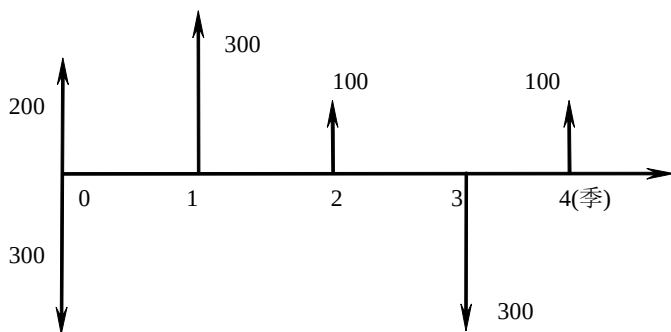


图 2-21 调整后的现金流量图

2.3.5 等值计算小结

- (1) 倒数关系: ① $(F/P, i, n) = 1/(P/F, i, n)$
 ② $(A/P, i, n) = 1/(P/A, i, n)$
 ③ $(A/F, i, n) = 1/(F/A, i, n)$
- (2) 乘积关系: ① $(F/A, i, n) = (P/A, i, n)(F/P, i, n)$
 ② $(F/P, i, n) = (A/P, i, n)(F/A, i, n)$
- (3) 其他关系: $(A/P, i, n) = (A/F, i, n) + i$

思考与练习

1. 什么是资金的时间价值? 它有何意义?
2. 什么是现金流量图? 它由哪些要素组成?
3. 什么是利息、利率?
4. 什么是名义利率与实际利率? 二者如何换算?
5. 什么是资金等值? 常用的资金等值公式有哪些?

6. 现有一个项目, 其现金流量为: 第一年年末支付 1000 万元, 第二年年末支付 1500 万元, 第三年收益 200 万元, 第四年收益 300 万元, 第五年收益 400 万元, 第六至十年每年收益 500 万元, 第十一年收益 450 万元, 第十二年收益 400 万元, 第十三年收益 350 万元, 第十四年收益 450 万元。设年利率为 12%, 这个项目的现值是多少? 终值是多少?



7. 下列等额支付的年金终值和年金现值各为多少?

- (1) 年利率为 6%，每年年末借款 500 元，连续借款 10 年。
- (2) 年利率为 8%，每年年初借款 1000 元，连续借款 5 年。
- (3) 年利率为 9%，每季度计息一次，每季度末借款 800 元，连续借款 10 年。
- (4) 年利率为 10%，每季度计息一次，每季度初借款 1000 元，连续借款 5 年。

8. 下列资金的等额支付是多少?

(1) 借款 5000 元，得到借款后的第一年年末开始归还，连续 5 年，分 5 次还清，年利率按 4% 计算。

(2) 借款 5000 元，得到借款后的第一个月月末开始归还，连续 5 年，分 60 次还清，年利率为 9%，每月计息一次。

(3) 年利率为 12%，每年年末支付一次，连续支付 8 年，8 年年末积累金额 15 000 元。

(4) 年利率为 12%，每季度计息一次，每季度末支付一次，连续支付 8 年，第 8 年年末积累金额 15 000 元。

9. 假如以 7% 的年利率向银行存入 6500 元，问多少年后本利和为 8775 元?

10. 建设银行贷款给某投资者，年利率为 5%，第一年年初贷给 3000 万元，第二年年初贷给 2000 万元，该投资者第三年年末开始用盈利偿还贷款，按协议至第十年年末还清，问该投资者每年末应等额偿还多少万元?

11. 某建筑企业购买了一台机械，估计能使用 20 年，每 4 年要大修一次，每次大修的费用为 1000 元，设年利率为 10%，每季计息一次，现在应存入银行多少钱，才足以支付 20 年寿命期间的大修理支出?

12. 如果第一年年初投资 10 000 元，从第一年年末起 6 年内每年年末可获利 3000 元，问此项投资的利率为多少?

13. 一项永久性奖学金，每年颁发 20 万元奖金，若年利率为 5%，则现在应投资多少?

