

第5章 图像消噪和恢复

从本章开始介绍图像恢复,也称图像复原。图像恢复作为图像处理中的一大类技术,与第2~4章介绍的图像增强有密切的联系。图像恢复与图像增强有相似的处理目标,都是要改善输入图像的视觉质量。它们的主要不同之处在于所采取的技术路线和手段。图像增强技术一般从获得较好的视觉结果出发,借助一些人类视觉系统的特性以取得较主观的视觉质量改善;而图像恢复技术则认为输入图像本来应有较好的质量,但在采集或加工的过程中受到某些影响而品质退化或失真了,现在需要根据相应的退化模型和先验知识来重建或恢复原始的图像。换句话说,图像恢复技术是要将图像退化的过程模型化,并根据图像退化模型来进行复原。例如,噪声是一种常见的图像退化因素,若能对噪声建模,就可设计相应的滤波器来进行滤除。

在模型给定的条件下,图像恢复技术可以分为无约束恢复和有约束恢复两大类。无约束恢复的方法仅将图像看作一个数字矩阵,没有考虑恢复后图像应受到的物理约束,只从数学角度进行处理。有约束恢复的方法则还考虑到恢复后的图像应该受到一定的物理约束,如在空间上比较平滑、其灰度值为正等,相对来说使用了更多的先验知识。另一方面,图像恢复技术根据是否需要外来干预还可分为自动和交互的两大类。

根据上述的讨论,本章各节将如下安排。

5.1节介绍一些图像退化的原因和示例,讨论一种基本的和通用的图像退化模型以及其基本性质,还给出一种非线性退化模型。

5.2节先分析一些典型噪声的来源和特点并给出它们的概率密度函数,然后介绍用于消除噪声的各类滤波器。

5.3节介绍无约束恢复的基本原理,并着重讨论一种逆滤波技术及其快速计算。

5.4节介绍有约束恢复的基本原理和两种技术:维纳滤波恢复和有约束最小平方恢复。

5.5节介绍如何使用人机交互的方法来提高图像恢复工作的灵活性和效率。

5.1 图像退化及模型

图像退化是指由场景得到的图像没能完全地反映场景的真实内容,产生了失真等问题。有许多方式可以采集和获得图像,也有很多原因可以导致图像退化[Jähne 1997]。为消除失真,就需要根据原因建立退化模型从而进行对应的图像恢复。

5.1.1 图像退化示例

最常见的图像退化是噪声和模糊。在图像采集过程中产生的退化常被称为**模糊**,它对

目标的频谱宽度有限制作用。在图像记录过程中产生的退化常被称为**噪声**，它可来源于测量误差、记数误差等。模糊，用频率分析的语言来说是高频分量受到抑制或被消除的结果或过程。一般模糊是一个确定的(deterministic)过程，在多数情况下，人们有一个足够准确的数学模型来描述它。另一方面，噪声是一个随机的统计过程，所以噪声对一个特定图像的影响常是不确定的。在很多情况下，人们最多仅对这个过程的统计特性有一定的先验知识[Bertero 1998]。

表 5.1.1 给出一些常见典型图像退化类型及其简要介绍和描述。

表 5.1.1 不同种类图像退化的概况(按拼音顺序排列)

名称/原因	描述/特性
成像模糊	由于镜头的孔径衍射导致原本比较清晰的图案尺寸变大，且边缘变得不清晰
传输误差	在图像传输中出现的单个比特翻转，导致在图像中随机分布的虚假灰度 沿视频线的传输误差也可导致图像由于反射而产生干扰模式
非线性响应	由于传感器的响应不是输入光强的线性函数，从而导致两者不能总成比例。例如摄影胶片的光敏特性是根据胶片上留下的银密度为曝光量的对数函数来表示的，光敏特性除中段基本线性外，两端都是曲线。这样，原本景物上线性变化的亮度在胶片上变得非线性了
固定/运动模式	由于电磁干扰或传感器单元响应的不一致性而导致的有规律的模式。例如，帧缓存的同步电路没有调节好或锁相环错误导致的行抖动，它引起在每行开始处的随机波动从而产生位置误差。图像中固定模式变化的另一个来源是传感器中的暗电流或敏感度的变化
回声	在损坏的或未正确设计的视频线上所产生的反射
镜头像差/色差	对给定光学系统的清晰程度的固有限制，常在图像中边缘处有明显的增加。镜头像差/色差能使成像产生模糊或成像形状扭曲，或出现与原物不同的颜色。这是光学系统的一种固有缺陷，它限制了由摄像机所拍摄得到的图像的分辨锐度(sharpness)。多数像差随着与景物及光学轴的距离的增加而很快增加，并不具有移不变性质，所以不能使用位置独立的点扩散函数(PSF)或光学转移函数(OTF)来描述。不过，像差随图像空间中位置的变化缓慢且连续。所以，只要所导致的模糊限制在像差可认为是常数的区域，则仍可以用线性移不变系统的理论来处理。这里的唯一区别就是 PSF 和 OTF 都是随着位置变化的
失焦	由于光学系统没有调整好或调整错误(mis-adjustment)而导致的各向同性的图像模糊，它也会限制图像的分辨锐度
跳动	由于视频信号的电子不稳定性，导致图像线的起点产生随机或周期的波动，从而产生对应的位置偏差
污迹/图像浮散	CCD 传感器由于曝光时间太短或对明亮物体曝光时间过长而产生的伪像
运动拖尾	由于在曝光时段相机或目标相对发生运动所导致的方向性模糊。目标的图案沿运动方向拖长，并产生叠影。在图像拍摄过程中如果目标运动超过图像平面中一个以上像素的距离就会造成运动模糊。使用望远镜头的系统(视场较窄)对这类图像退化非常敏感
噪声	随机噪声的叠加导致随机性退化。原本只有目标的图像叠加了许多随机的亮点和暗点，使目标和背景都受到影响
振动/抖动	相机系统在曝光时发生周期或随机的运动，从而导致所采集图像的失真。例如，手的抖动或拍摄图像/视频时摄像机机械上的不稳定都是常见原因

5.1.2 图像退化模型

对一些具体的退化过程可以建立一定的模型。下面给出几个示例,参见图 5.1.1,其中每列图的上图指示没有退化时的情况,下图指示有退化时的情况。

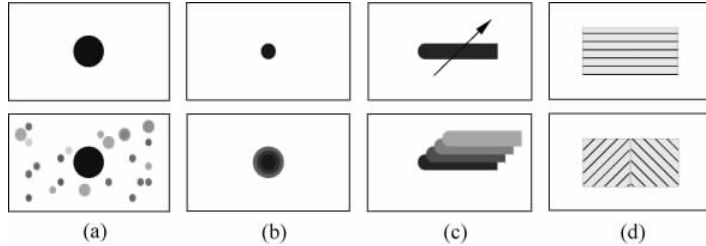


图 5.1.1 几种常见的图像退化示例

(1) 图 5.1.1(a)表示的是在原有(大)目标之外叠加了许多(小)随机噪声,这也可看作一种具有随机性的退化。参见表 5.1.1 中的“噪声”。

(2) 图 5.1.1(b)表示的是一种模糊造成的退化,清晰的小目标成为模糊的大目标。对许多实用的光学成像系统来说,由于孔径衍射产生的退化可用这种模型表示。参见表 5.1.1 中的“成像模糊”。

(3) 图 5.1.1(c)表示的是一种场景中目标(快速)运动造成的重叠退化(如果在拍摄过程中摄像机发生振动也会产生这种退化)。目标的图案沿运动方向拖长,变得有叠影了。参见表 5.1.1 中的“运动拖尾”。

(4) 图 5.1.1(d)表示的是一种由于非线性变换响应而导致的退化。原来亮度光滑或形状规则的图案变得不太规则,从而产生了失真。参见表 5.1.1 中的“非线性响应”。

图 5.1.2 给出一个简单的**通用图像退化模型**。在这个模型中,图像退化过程被模型化为一个作用在输入图像 $f(x,y)$ 上的(线性)系统 H 。它与一个加性噪声 $n(x,y)$ 的联合作用导致产生退化图像 $g(x,y)$ 。以最常见退化因素噪声和模糊为例,实际中图像常常既受噪声也受模糊影响,结果成为有噪声的模糊图像。这种情况就可用图 5.1.2 的

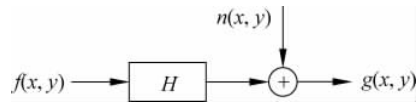


图 5.1.2 简单的通用图像退化模型

模型来表示,其中模糊是由系统 H 产生的。根据这个模型恢复图像就是要在给定 $g(x,y)$ 和代表退化的 H 的基础上得到对 $f(x,y)$ 的某个近似的过程。

图 5.1.2 中的输入和输出具有如下关系:

$$g(x,y) = H[f(x,y)] + n(x,y) \quad (5.1.1)$$

退化系统 H 如果满足如下 4 个性质(这里假设 $n(x,y)=0$),则恢复会相对简单。

(1) 线性: 如果令 k_1 和 k_2 为常数, $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 为 2 幅输入图像,则

$$H[k_1 f_1(x,y) + k_2 f_2(x,y)] = k_1 H[f_1(x,y)] + k_2 H[f_2(x,y)] \quad (5.1.2)$$

(2) 相加性: 如果式(5.1.2)中 $k_1 = k_2 = 1$,则变成

$$H[f_1(x,y) + f_2(x,y)] = H[f_1(x,y)] + H[f_2(x,y)] \quad (5.1.3)$$

上式指出线性系统对两个输入图像之和的响应等于它对两个输入图像响应的和。

(3) 一致性：式(5.1.2)中,如果 $f_2(x,y)=0$,则变成

$$H[k_1 f_1(x,y)] = k_1 H[f_1(x,y)] \quad (5.1.4)$$

上式指出线性系统对常数与任意输入乘积的响应等于常数与该输入响应的乘积。

(4) 位置(空间)不变性：如果对任意的 $f(x,y)$ 以及常数 a 和 b ,有

$$H[f(x-a,y-b)] = g(x-a,y-b) \quad (5.1.5)$$

上式指出线性系统在图像中任意位置的响应只与在该位置的输入值有关而与位置本身无关。

例如在图 5.1.1 中给出的 4 种常见的具体退化情况中,图(a)、(b)、(c)所示的模型可以是线性的,而图(b)、图(c)、图(d)所示的模型是空间不变的。

如果一个线性退化系统还满足上面(2)~(4)的 3 个性质,则式(5.1.1)可以写成

$$g(x,y) = h(x,y) \otimes f(x,y) + n(x,y) \quad (5.1.6)$$

其中 $h(x,y)$ 为退化系统的脉冲响应。借助对应的矩阵表达,式(5.1.6)可写成

$$g = hf + n \quad (5.1.7)$$

根据卷积定理,在频率域中有

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v) \quad (5.1.8)$$

如果考虑非线性退化,有一种模型可用图 5.1.3 来表示,其中的线性部分 H 被单独提了出来,而非线性部分 K 是纯非线性的(例如胶片的 $D\text{-}\log E$ 曲线)。图 5.1.3 中的输入和输出具有如下关系:

$$g(x,y) = K\{H[f(x,y)]\} + n(x,y) = K[b(x,y)] + n(x,y) \quad (5.1.9)$$

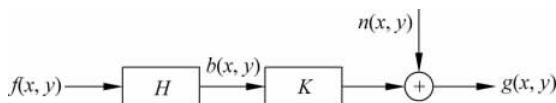


图 5.1.3 一种非线性退化模型

5.2 噪声滤除

噪声是最常见的退化因素之一,也是图像恢复中重点研究的内容。因为噪声主要影响人类的感知,所以噪声的问题常常不能完全看作一个纯科学或纯数学问题[Libbey 1994]。人们一般认为噪声是烦人的。例如,无线电中的静电干扰或道路上的喧闹声能影响人们对话或欣赏音乐,电视上的雪花点或模糊的纸张打印效果降低了人们观看和理解的能力。消除噪声的主要方法是使用滤波器。图像增强中使用滤波器主要考虑噪声的高频特性,但很难区别不同的噪声。图像恢复中使用滤波器要考虑噪声产生的原因,根据不同噪声模型的特点采用具有不同特性的滤波器。

5.2.1 噪声描述

下面先讨论噪声与信号的关系,然后具体介绍几种典型的噪声及其模型,最后举一个综合示例。

1. 噪声与信号

相对于所关心的信号来说,图像中的噪声可定义为图像中不希望有的部分,或图像中不

需要的部分[Bracewell 1995]。对信号来说,噪声是一种外部干扰。但噪声本身实际上也是一种信号,只不过它携带的是噪声源的信息。如果噪声与信号无关,那就无法根据信号的特性来预测噪声的特性。但另一方面,如果噪声是独立的,则可在完全没有所需信号的情况下对噪声进行研究。很多情况下将噪声看成不确定的随机现象,主要采用概率论和统计的方法来处理。需要注意,所需要的信号本身也可能有随机性,例如用于对地测量的热微波或红外辐射就有这种特点。由上面的讨论可知,图像中的噪声并不需要与信号对立,它可以与信号有密切的联系。如果将信号除去,噪声也可能变化。

噪声既可能有一定的随机性,如电视屏幕上的椒盐噪声;也可能比较规则或有规律(systematic),如山谷中的回声仅有一定的延迟。当电视图像由于电冰箱的电机干扰或行驶中摩托车的发动机干扰而产生独立的亮点时,噪声既有随机特性也有规则特性。

在很多情况下,噪声的(随机/规则)特性并不是很重要,重要的是它的强度,或者说人们只关心它的强度。常用的**信噪比**(SNR)就反映了噪声相对于信号的强度比值。信噪比是一个重要的放大器或通信系统的质量指标。典型的信噪比是用能量比(或电压平方比)来定义的

$$\text{SNR} = 10\lg\left(\frac{V_s^2}{V_n^2}\right) \quad (5.2.1)$$

但在一些特殊的应用中,也有一些变型。例如,在电视应用中,信号电压 V_s 用峰-峰值为单位,而噪声电压 V_n 用均方根(RMS)为单位。此时得到的数值比都用均方根为单位得到的数值要高 9.03dB。

在合成图像时采用如下定义的信噪比进行控制[Kitchen 1981]:

$$\text{SNR} = \left(\frac{C_{\text{ob}}}{\sigma}\right)^2 \quad (5.2.2)$$

式中, C_{ob} 为目标与背景间的灰度对比度, σ 为噪声均方差。

2. 几种常见噪声

噪声形成的原因是多种多样的,其性质也千差万别,下面介绍几种常见的噪声,见 [Libbey 1994]、[Siau 2002]。

(1) 热(heat)噪声

热噪声指导电载流子由于热扰动而产生的噪声。这种热导致的噪声在从零频率直到很高的频率范围之间分布一致,一般认为它可以产生对不同波长有相同能量的频谱(或者说在频谱的任何地方,相同频率间隔内的能量相同)。这种噪声也称为**高斯噪声**(其空间幅度符合高斯分布)或**白噪声**(其频率覆盖整个频谱)。

(2) 闪烁(flicker)噪声

闪烁噪声是由电流运动导致的一种噪声。事实上,电子或电荷的流动并不是一个连续的完美过程,它们的随机性会产生一个很难量化和测量的交流成分(随机 AC)。这种噪声一般具有反比于频率($1/f$)的频谱,所以也称 $1/f$ 噪声,一般常在 1000Hz 以下的低频时比较明显。也有人称其为粉色噪声。粉色噪声在对数频率间隔内有相同的能量(例如,在 1~10Hz 和 10~100Hz 之间的粉色噪声能量是相同的)。

(3) 发射(shot)噪声

发射噪声也是电流非均匀流动,或者说电子运动有随机性而产生的结果。例如显像管

中的电流除根据图像信号变化外,还会根据电子的随机运动而变化。这样,在本应该稳定的直流分量里实际上还保留了一个交流分量。发射噪声也常形象地称为“房顶雨(rain on the roof)”噪声。它也是一种高斯分布的噪声,可以用统计和概率的原理来量化。

(4) 有色(colored)噪声

有色噪声指具有非白色频谱的宽带噪声。典型的例子如运动的汽车、计算机风扇、电钻等产生的噪音。另外,白噪声通过信道后也会被“染色”为有色噪声。两种常见的有色噪声——粉色(pink)噪声和褐色(brown)噪声的各一个示例分别见图 5.1.2。相对白噪声来说,有色噪声中低频分量占了较大比重。

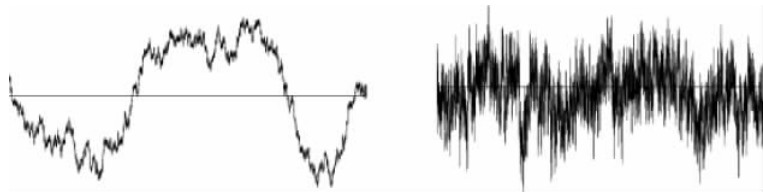


图 5.2.1 粉色和褐色噪声示例

3. 一个成像过程中的多种噪声

噪声不仅种类繁多,而且可能在一个成像过程中出现多种。以利用 CCD 成像的整个过程为例,其中多种噪声不可避免地都有体现:光子噪声、热噪声、片上电子噪声、放大噪声、量化噪声、……。这里光子噪声是指由连续自然光到达一个像素范围中的光子数量值的起伏所带来的噪声,它与光源、光路、成像环境等的特性都有关联。热噪声与 CCD 的工作温度密切相关,随着 CCD 的工作温度增高,更多的电子从 CCD 的硅材料中释放出来,而这些电子与由光子到达像素所激发出来的光电子是无法通过亮度量化器加以区分的,这就是热噪声。片上电子噪声也称为读出噪声,它与 CCD 的读出像素速率成比例,读出速率越高,读出噪声越明显。放大噪声是指由放大器引起的噪声,一般增益越高,产生的噪声越大。量化噪声对应在将模拟信号转换为数字信号时所带来的误差,这是因为不管用多少个量化比特值,都无法穷尽由单个像素中光电子引起的模拟电压值。

5.2.2 噪声概率密度函数

由于噪声的影响,图像像素的灰度会发生变化。噪声本身的灰度可看作随机变量,其分布可用**概率密度函数(PDF)**来刻画。下面介绍三种重要的噪声概率密度函数。

1. 高斯噪声

一个高斯随机变量 z 的 PDF 可表示为

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (5.2.3)$$

式中, z 代表灰度, μ 是 z 的均值, σ 是 z 的标准差。它的一个示例见图 5.2.2。**高斯噪声**的灰度值多集中在均值附近,随着离均值的距离增加而数量减少。

高斯噪声模型在数学上比较好处理,许多分布接近高斯分布的噪声也常用高斯噪声模型近似地处理。

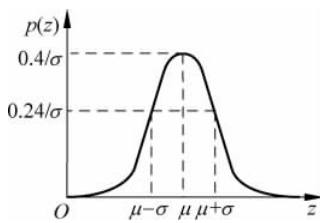


图 5.2.2 一个高斯噪声的概率密度函数

2. 均匀噪声

均匀噪声的 PDF 可表示为

$$p(z) = \begin{cases} 1/(b-a) & a \leq z \leq b \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5.2.4)$$

均匀噪声的均值和方差分别为

$$\mu = (a+b)/2 \quad (5.2.5)$$

$$\sigma^2 = (b-a)^2/12 \quad (5.2.6)$$

它的一个示例见图 5.2.3。均匀噪声灰度值的分布在一定的范围内是均衡的。

均匀噪声密度常作为许多随机数发生器的基础,例如可用它来产生高斯噪声。

3. 脉冲噪声

脉冲噪声也常称椒盐噪声(严格地说,仅指饱和的),其 PDF 可表示为(一个示例见图 5.2.4)

$$p(z) = \begin{cases} P_a & z = a \\ P_b & z = b \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5.2.7)$$

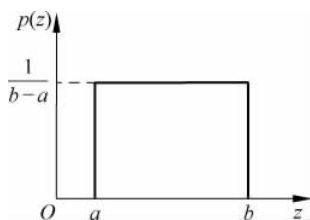


图 5.2.3 一个均匀噪声的概率密度函数

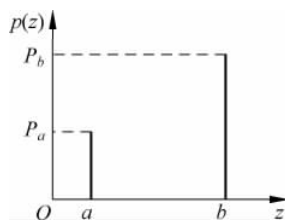


图 5.2.4 一个脉冲噪声的概率密度函数

噪声脉冲可以是正的或负的。因为脉冲的影响常比图像中信号的强度要大(使得有噪声像素的灰度值与无噪声像素的灰度值出现明显不同),脉冲噪声一般量化成图像中的极限灰度(显示为白或黑)。实际中,一般假设 a 和 b 都是“饱和”值,即它们取图像所允许的最大灰度和最小灰度。如果 $b > a$,灰度 b 在图像中显示为白点,而灰度 a 在图像中显示为黑点。如果 P_a 或 P_b 为 0,脉冲噪声称为单极性的(unipolar)。如果 P_a 和 P_b 均不为 0,特别是两者大小很接近时,饱和的脉冲噪声就像椒盐粒随机撒在图像上。因为这个原因,双极性的(bipolar)脉冲噪声也称为椒盐噪声。在图像显示时,负脉冲显示为黑色(椒)而正脉冲显示为白色(盐)。对 8 个比特的图像,有 $a=0$ (黑)和 $b=255$ (白)。错误交换、发射噪声和尖峰噪声等都可用脉冲噪声来表示。

5.2.3 均值类滤波器

均值滤波器实际上代表一大类空域噪声滤波器。3.3.1 小节介绍的邻域平均就是最基本的均值滤波操作。不过均值可以有不同的定义,所以均值滤波器也有不同类型(也可以是非线性滤波器)。

1. 算术均值滤波器

给定一个 $m \times n$ 模板,它所覆盖的图像 $f(x,y)$ 中以 (x,y) 为中心的邻域 $N(x,y)$ 的算

术均值为

$$\bar{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s, t) \in N(x, y)} f(s, t) \quad (5.2.8)$$

当退化图像用 $g(x, y)$ 表示时, 用**算术均值滤波器**得到的恢复图像 $f_e(x, y)$ 为

$$f_e(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t) \quad (5.2.9)$$

需要注意该滤波器(就是 3.3.1 小节介绍的平均滤波器)在消除一些噪声的同时也模糊了图像。

2. 几何均值滤波器

根据几何均值的定义, 用**几何均值滤波器**得到的恢复图像 $f_e(x, y)$ 为

$$f_e(x, y) = \left[\prod_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}} \quad (5.2.10)$$

几何均值滤波器对图像的平滑作用与算术均值滤波器相当, 但相比算术均值滤波器它能在恢复图像中保持更多的细节。

3. 调和均值滤波器

调和均值也称**谐波均值**。根据其定义, 用**调和均值滤波器**(**谐波均值滤波器**)得到的恢复图像 $f_e(x, y)$ 为

$$f_e(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s, t) \in N(x, y)} 1/g(s, t)} \quad (5.2.11)$$

调和均值滤波器对高斯噪声有较好的滤除效果。它对椒盐噪声的两部分作用不对称, 对盐噪声的滤除效果要比对椒噪声好许多(因为椒噪声对求和的贡献远远大于盐噪声对求和的贡献)。

4. 逆调和均值滤波器

计算**逆调和均值**是一种比较通用的均值类滤波方法, 由**逆调和均值滤波器**得到的恢复图像 $f_e(x, y)$ 为

$$f_e(x, y) = \frac{\sum_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t)^{k+1}}{\sum_{(s, t) \in N(x, y)} g(s, t)^k} \quad (5.2.12)$$

式中, k 为滤波器的阶数。逆调和均值滤波器对椒盐类噪声的滤除效果比较好, 但不能同时滤除椒噪声和盐噪声。当 k 为正数时, 滤波器可滤除椒噪声; 当 k 为负数时, 滤波器可滤除盐噪声。另外, 当 k 为 0 时, 逆调和均值滤波器退化为算术均值滤除器; 当 k 为 -1 时, 逆调和均值滤波器退化为调和均值滤除器。

例 5.2.1 均值类滤波器效果示例

参见图 5.2.5。图(a)为一幅叠加了均值为零、方差为 256 的高斯噪声的图像。图(b)~图(e)分别为用算术均值滤波器、几何均值滤波器、调和均值滤波器和逆调和均值滤波器(取 k 为正数)得到的结果。由图可见, 它们都能较好地滤除噪声, 互相之间的效果差距不大。

再来看图 5.2.6。图(a)为一幅叠加了 20% 的脉冲噪声的图像。图(b)~图(e)分别为用算术均值滤波器、几何均值滤波器、调和均值滤波器和逆调和均值滤波器(取 k 为正数)得到的结果。由图可见, 除算术均值滤波器获得了噪声滤除的效果外, 另外三种滤波器反而加



图 5.2.5 几种均值类滤波器滤除高斯噪声的效果

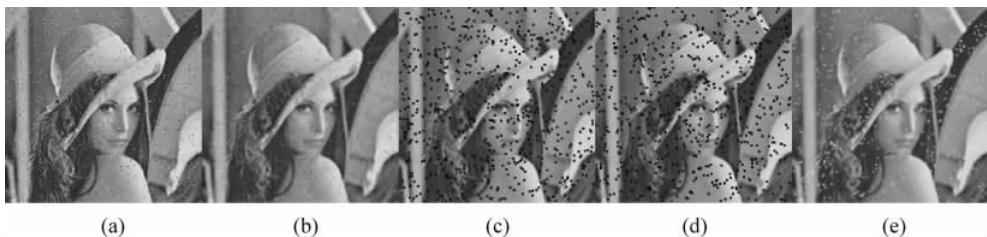


图 5.2.6 几种均值类滤波器滤除脉冲噪声的效果

强了噪声对图像的影响。

对比前面的两组图,可见一般情况下使用均值滤波器滤除高斯噪声的效果比滤除脉冲噪声的效果好,或者说均值滤波更适合消除高斯噪声。□

5. 非线性均值滤波器

计算非线性均值也是一种比较通用的均值类滤波方法。给定 N 个数 $x_i, i=1, 2, \dots, N$, 它们的 1-D(2-D 可类似地定义)非线性均值为[Mitra 2001]

$$g = f(x_1, x_2, \dots, x_N) = h^{-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^N w_i h(x_i)}{\sum_{i=1}^N w_i} \right) \quad (5.2.13)$$

式中, $h(x)$ 一般是非线性单值解析函数; w_i 是权。非线性均值滤波器的性质取决于函数 $h(x)$ 和权 w_i 。如果 $h(x)=x$, 得到算术均值 $\bar{x}$ 。如果 $h(x)=1/x$, 得到调和均值 g_H 。如果 $h(x)=\ln(x)$, 得到几何均值 g_G 。如果权是常数, 非线性均值滤波器就简化为同态滤波器(见 4.5 节)。如果权不是常数, 将得到其他种类的非线性滤波器。

5.2.4 排序类统计滤波器

排序滤波器也代表一大类空域噪声滤波器, 它们全部都是非线性滤波器。

1. 基本排序滤波器

3.4 节介绍的中值滤波器、最大值滤波器、最小值滤波器和中点滤波器都是基本的排序滤波器。

例 5.2.2 基本排序滤波器效果示例

作为对比, 下面给出基本排序类滤波器消除高斯噪声和脉冲噪声的一些效果, 参见图 5.2.7。图(a)为一幅叠加了均值为零、方差为 256 的高斯噪声的图像。图(b)~(e)分别

为用中值滤波器、最大值滤波器、最小值滤波器和中点滤波器得到的结果。



图 5.2.7 基本排序滤波器滤除高斯噪声的效果

再来看图 5.2.8。图(a)为一幅叠加了 20% 的脉冲噪声的图像。图(b)~图(e)分别为用中值滤波器、最大值滤波器、最小值滤波器和中点滤波器得到的结果。



图 5.2.8 基本排序滤波器滤除脉冲噪声的效果

对比前面的两组图,可见一般情况下中值滤波器滤除脉冲噪声的效果比滤除高斯噪声的效果好,而其他几种排序统计滤波器对双极性的脉冲噪声效果并不好。□

2. 剪切均值滤波器

如果利用排序结果把 (x, y) 的邻域 $N(x, y)$ 中的 $d/2$ 个最小的灰度值和 $d/2$ 个最大的灰度值剪切掉,再对剩下的 $mn-d$ 个像素值(用 $g_r(s, t)$ 表示剩下的 $mn-d$ 个像素)求平均就得到剪切均值滤波器。滤波器的输出为

$$f_e(u, v) = \frac{1}{mn-d} \sum_{(s, t) \in N(x, y)} g_r(s, t) \quad (5.2.14)$$

式中, d 的值可在 $0 \sim mn-1$ 之间选取。如果选 $d=0$, 没有剪切只取均值, 剪切均值滤波器简化为算术均值滤波器。如果选 $d=mn-1$, 把比中值大或小的值都剪切掉, 剪切均值滤波器成为中值滤波器。如果选 d 取其他值, 剪切均值滤波器可用于消除有多种噪声(如椒盐和高斯噪声)的情况。

理论分析和实验都表明, 中值滤波器滤除脉冲噪声的效果好但滤除加性高斯噪声的效果差, 而均值滤波器滤除脉冲噪声的效果差但滤除加性高斯噪声的效果好。剪切均值滤波器是对两者的一个综合和妥协。通过选取合适的 d , 既可平滑图像还可消除噪声。

3. 自适应中值滤波器

当图像上叠加的脉冲噪声密度不是很大时(P_a 和 P_b 均小于 0.2), 标准中值滤波器就可取得较好的效果。如果脉冲噪声的密度更大就需要使用具有自适应能力的中值滤波器。自适应中值滤波器在滤除非脉冲噪声时, 还可以比标准中值滤波器更好地保留图像细节。

自适应中值滤波器的自适应体现在滤波器的模板尺寸可根据图像特性进行调节。设

$g_{\min}$ 表示模板区域 W 中像素的最小值, 用 $g_{\max}$ 表示模板区域 W 中像素的最大值, 用 g_{med} 表示模板区域 W 中像素的中值, 用 g_{xy} 表示噪声图像在 (x, y) 处的灰度值, 用 S_w 表示对模板允许的最大尺寸。自适应中值滤波器有两种工作模式, 分别记为 A 模式和 B 模式[Umbaugh 2005]。

A 模式: $A_1 = g_{\text{med}} - g_{\min}, A_2 = g_{\text{med}} - g_{\max}$

如果 $A_1 > 0$ 且 $A_2 < 0$, 转到 B 模式

否则增大模板尺寸(一般每个方向增加两个像素)

如果模板尺寸 $\leq S_w$, 重复 A 模式

否则 $f(x, y) = g_{xy}$

B 模式: $B_1 = g_{xy} - g_{\min}, B_2 = g_{xy} - g_{\max}$

如果 $B_1 > 0$ 且 $B_2 < 0$, $f(x, y) = g_{xy}$

否则 $f(x, y) = g_{\text{med}}$

这里 A 模式的功能是确定标准中值滤波器的输出是否为脉冲噪声。如果该输出等于最大或最小值, 就有可能是脉冲噪声, 就需要增大模板尺寸再试。如果该输出不等于最大或最小值, 就转向 B 模式, 看当前像素是否为脉冲噪声。如果是, 则输出中值; 如果不是, 则输出当前值, 这能保持边缘。

自适应中值滤波器可达到三个目的: 滤除脉冲噪声, 平滑非脉冲噪声, 减少对目标边界过度细化或粗化而产生的失真。从统计的角度讲, 即便 $g_{\min}$ 和 $g_{\max}$ 不是图像中可能的最小和最大灰度值, 它们仍被看作是类似脉冲的噪声成分。

5.2.5 选择性滤波器

均值滤波器能有效地消除高斯噪声和均匀分布噪声, 但对脉冲噪声的消除效果较差。中值滤波器能有效地消除脉冲类噪声, 且不会对图像带来过多的模糊效果, 但对高斯噪声的消除效果不是很好。当图像同时受到不同噪声影响时, 可以采用**选择滤波**的方式, 在受到不同噪声影响的位置选择不同的滤波器, 以发挥不同滤波器的各自特点, 取得较好的综合效果。下面介绍一种方法作为示例。

1. 滤波器框图

用于消除高斯噪声和脉冲噪声的**选择性滤波器**的模块框图和工作流程如图 5.2.9 所示, 其中包括 4 个功能模块, 分别为椒盐噪声检测、**滤波器选择**、滤除椒盐噪声和滤除高斯噪声。对输入的噪声图像, 先用椒盐噪声检测器检测出受椒盐噪声影响的像素, 对这些像素可用中值滤波器一类的滤波器进行噪声滤除, 对其余的像素则可用均值滤波器一类的滤波器进行噪声滤除, 最后将两部分结果组合起来得到对高斯噪声和椒盐噪声都滤除的结果。

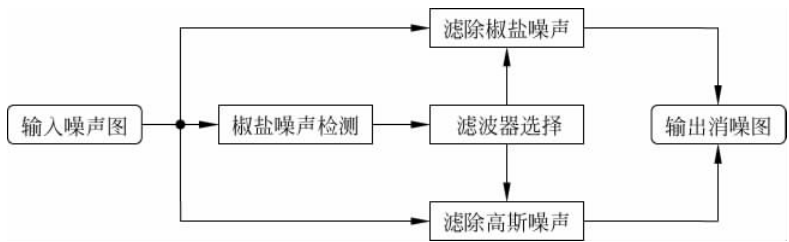


图 5.2.9 选择性滤波器框图

2. 椒盐噪声检测

受椒盐噪声影响的像素的灰度值会取到图像灰度范围的两个极端值。因此,椒盐噪声检测可根据下面两个准则来判断。①灰度范围准则。设图像灰度范围为 $[L_{\min}, L_{\max}]$,则如果一个像素的灰度值在 $[L_{\min}, L_{\min} + T_g]$ 或 $[L_{\max} - T_g, L_{\max}]$ 范围中,则它很有可能是受到了椒盐噪声的影响,其中 T_g 是检测椒盐噪声的灰度阈值。②局部差别准则。考虑一个像素的8-邻域,如果其中有较多的邻域像素与该像素的灰度值有较大的差别,则该像素为受椒盐噪声影响的像素的可能性就比较大。具体可设计两个阈值, T_v 和 T_n , T_v 用来判断邻域像素间灰度值的差别是否足够大, T_n 用来判断灰度差别足够大的像素个数是否足够多。如果对一个待检测像素,其邻域中灰度值与其灰度值的差别大于 T_v 的像素个数又多于 T_n ,则它很有可能是受椒盐噪声影响的像素。

实际中,设位于 (x, y) 处像素的邻域为 $N(x, y)$,属于该邻域的像素为 $f(s, t)$,则可将上面两个准则结合到如下公式($\#[\cdot]$ 代表个数,分母代表邻域像素个数,这样 T_n 代表百分比阈值)中:

$$\frac{\# [|f(x, y) - f(s, t)| > T_v]}{\# [N(x, y)]} > T_n \quad (5.2.15)$$

这里结合使用了两个准则。因为如果仅使用灰度范围准则,有可能会把图像中一些原灰度值在 $[L_{\min} + T_g, L_{\max} - T_g]$ 范围中的正常像素也误判为受脉冲噪声影响的像素;而如果仅使用局部差别准则,则有可能将许多正常的边缘像素都误判为受脉冲噪声影响的像素。同时满足两个准则的像素是受脉冲噪声影响可能性很大的像素。

3. 滤波器选择

当图像同时受到脉冲噪声和高斯噪声影响时,在如上检测出受脉冲噪声影响的像素集合后,可将图像分为两个集合,一个集合仅仅受到高斯噪声影响,另一个集合不仅受到高斯噪声影响还受到脉冲噪声影响。由于受到脉冲噪声影响的像素的灰度取到图像灰度范围的两个极端值,所以在这些像素上高斯噪声的影响可以忽略。要消除脉冲噪声对这些像素的影响,可利用其周围未受到脉冲噪声影响的像素的信息,具体就是根据未受到脉冲噪声影响像素的位置和灰度通过插值来确定受到脉冲噪声影响的像素的新灰度值。而对没有受到脉冲噪声影响的像素,可以用自适应维纳滤波器来消除高斯噪声的影响(参见5.4节)。

图5.2.10给出了运用组合滤波器的一个示例。图(a)是原始图像,图(b)是受到混合噪声影响的图像(其中高斯噪声均值为0,方差为162;脉冲噪声的比例为20%),图(c)是用组合滤波器消除噪声后获得的图像。

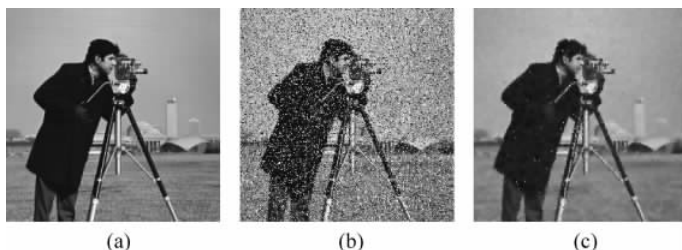


图 5.2.10 选择性滤波示例

实验结果表明在消除各种混合比例的混合噪声时使用选择性滤波器的效果比单独使用其中任何一个滤波器的效果都要好。

5.3 无约束恢复

无约束恢复方法将图像仅看作一个数字矩阵,从数学角度进行恢复处理而不考虑恢复后图像应受到的物理约束。

5.3.1 无约束恢复公式

考虑图 5.1.2 给出的简单的通用图像退化模型,由式(5.1.7)可得

$$\mathbf{n} = \mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f} \quad (5.3.1)$$

在对 $\mathbf{n}$ 没有先验知识的情况下,图像恢复问题可描述为需要寻找一个 $\mathbf{f}$ 的估计 $\mathbf{f}_e$,使得 $\mathbf{h}\mathbf{f}_e$ 在最小均方误差的意义下最接近 $\mathbf{g}$,即要使 $\mathbf{n}$ 的范数(norm)最小:

$$\|\mathbf{n}\|^2 = \mathbf{n}^T \mathbf{n} = \|\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e\|^2 = (\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e)^T (\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e) \quad (5.3.2)$$

根据上式,对恢复问题的求解就成为对 $\mathbf{f}_e$ 求满足下式的最小值:

$$L(\mathbf{f}_e) = \|\mathbf{g} - \mathbf{h}\mathbf{f}_e\|^2 \quad (5.3.3)$$

这里只需要将 L 对 $\mathbf{f}_e$ 求微分并将结果设为 0,再设 $\mathbf{h}^{-1}$ 存在,就可得到一个无约束恢复公式:

$$\mathbf{f}_e = (\mathbf{h}^T \mathbf{h})^{-1} \mathbf{h}^T \mathbf{g} = \mathbf{h}^{-1} (\mathbf{h}^T)^{-1} \mathbf{h}^T \mathbf{g} = \mathbf{h}^{-1} \mathbf{g} \quad (5.3.4)$$

5.3.2 逆滤波

逆滤波也称去模糊,是一种简单、直接的无约束图像恢复方法。

1. 逆滤波的原理

式(5.3.4)表明,用退化系统的矩阵的逆来左乘退化图像就可以得到对原始图像 $\mathbf{f}$ 的估计 $\mathbf{f}_e$ 。下面转到频率域中讨论。先不考虑噪声,根据式(5.1.8),如果用退化函数来除退化图像的傅里叶变换,则可以得到一个对原始图像的傅里叶变换的估计:

$$F_e(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad (5.3.5)$$

如果把 $H(u, v)$ 看作一个滤波函数,则它与 $F(u, v)$ 的乘积是退化图像 $g(x, y)$ 的傅里叶变换。这样用 $H(u, v)$ 去除 $G(u, v)$ 就是一个逆滤波过程。将式(5.3.5)的结果求反变换就得到恢复后的图像:

$$f_e(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[F_e(u, v)] = \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{G(u, v)}{H(u, v)}\right] \quad (5.3.6)$$

由上可见,此时恢复图像的关键是设计恰当的滤波函数。实际中,仅对一些特殊的退化形式,可以解析地获得恢复所用的滤波函数。例如,由于薄透镜聚焦不准而导致的图像模糊可用下面的函数描述:

$$H(u, v) = \frac{J_1(dr)}{dr} \quad (5.3.7)$$

式中, J_1 是一阶贝塞尔函数, $r^2 = u^2 + v^2$, d 是模型平移量(注意该模型是随着位置变化的)。用这个模糊函数作为滤波函数就可以进行恢复。另一个特例是大气扰动导致的退化, 此时不同位置的温度不一致性就会使得穿过空气的光线发生偏移, 这可用下面的函数描述:

$$H(u, v) = \exp(-k \cdot r^{5/3}) \quad (5.3.8)$$

其中, k 是依赖于扰动类型的常数, 幂 $5/3$ 也常用 1 代替。还有一个特例是摄像机与被摄物体之间存在相对匀速直线运动导致的模糊, 将在 14.4.3 小节详细介绍。

实际中, 噪声是不可避免的。考虑噪声后的逆滤波形式为

$$F_e(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad (5.3.9)$$

由式(5.3.9)可看出两个问题。首先因为 $N(u, v)$ 是随机的, 所以即便知道了退化函数 $H(u, v)$, 也并不能总是精确地恢复原始图像。其次, 如果 $H(u, v)$ 在 UV 平面上取 0 或很小的值, $N(u, v)/H(u, v)$ 就会使恢复结果与预期的结果有很大差距(对 $H(u, v)$ 的计算也会遇到问题)。实际中, 一般 $H(u, v)$ 随 u, v 与原点距离的增加而迅速减小, 而噪声 $N(u, v)$ 却变化缓慢。在这种情况下, 恢复只能在与原点较近(接近频域中心)的范围内进行, 此时 $H(u, v)$ 相比 $N(u, v)$ 足够大。换句话说, 一般情况下逆滤波器并不正好是 $1/H(u, v)$, 而是 u 和 v 的某个有限制的函数, 可记为 $M(u, v)$ 。 $M(u, v)$ 常称为**恢复转移函数**, 这样合起来的图像退化和恢复模型可用图 5.3.1 表示。

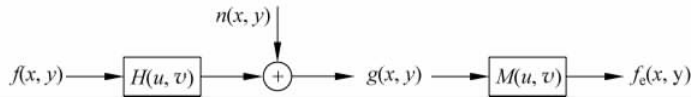


图 5.3.1 图像退化和恢复模型

一种常见的方法是取 $M(u, v)$ 为如下函数:

$$M(u, v) = \begin{cases} 1/H(u, v) & u^2 + v^2 \leq w_0^2 \\ 1 & u^2 + v^2 > w_0^2 \end{cases} \quad (5.3.10)$$

式中, w_0 的选取原则是将 $H(u, v)$ 为 0 的点除去。这种方法的缺点是恢复结果的振铃效应较明显。另一种改进的方法是取 $M(u, v)$ 为

$$M(u, v) = \begin{cases} k & H(u, v) \leq d \\ 1/H(u, v) & \text{其他} \end{cases} \quad (5.3.11)$$

式中, k 和 d 均为小于 1 的常数, 而且 d 选得较小为好。

例 5.3.1 模糊点源以获得转移函数进行图像恢复

一幅图像可看作多个点源图像的集合, 如将点源图像看作单位脉冲函数 ($\mathcal{F}[\delta(x, y)] = 1$) 的近似, 则有 $G(u, v) = H(u, v)F(u, v) \approx H(u, v)$ 。换句话说, 此时退化系统的**转移函数** $H(u, v)$ 可以用退化图像的傅里叶变换来近似。需要注意, 这种情况仅在傅里叶变换里不包含零点时逆滤波才可能进行。

图 5.3.2 给出一个恢复示例。图(a)为一幅用低通滤波器对理想图像进行模糊得到的模拟退化图像, 所用低通滤波器的傅里叶变换见图(b)。根据式(5.3.9)和式(5.3.10)逆滤波得到的恢复结果分别见图(c)和图(d)。两者比较, 图(d)的振铃效应较小。

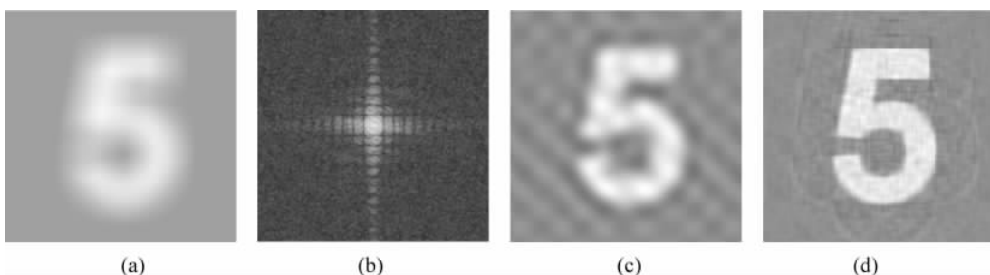


图 5.3.2 逆滤波图像恢复示例

□

2. 逆滤波的快速计算

如果退化源可用一阶算子(滤波器)建模,则不需要进行傅里叶变换就可实现逆滤波[Goshtasby 2005]。一阶算子指可以分解为 1-D 算子的组合的算子。例如,下面的一阶算子 $\mathbf{R}$ 可以分解为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} ac & a & ad \\ c & 1 & d \\ bc & b & bd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ b \end{bmatrix} [c \quad 1 \quad d] = \mathbf{s} \mathbf{t}^T \quad (5.3.12)$$

将一幅图像与滤波器 $\mathbf{R}$ 卷积相当于将图像与滤波器 $\mathbf{s}$ 卷积后再与滤波器 $\mathbf{t}$ 卷积。类似地,对一幅图像用滤波器 $\mathbf{R}$ 进行逆滤波相当于对图像先用滤波器 $\mathbf{t}$ 进行逆滤波再用滤波器 $\mathbf{s}$ 进行逆滤波。下面仅讨论对滤波器 $\mathbf{s}$ 的逆滤波计算,对滤波器 $\mathbf{t}$ 的逆滤波计算可通过对图像的转置用滤波器 $\mathbf{t}$ 的转置进行逆滤波然后再转置所得结果来实现。

假设 $\mathbf{f}$ 是一幅 $M \times N$ 图像,将该图像与滤波器 $\mathbf{r}$ 卷积可写成

$$\mathbf{g}(j) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F}[\mathbf{f}(j)] \cdot \mathcal{F}(\mathbf{r}) \} \quad j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5.3.13)$$

式中, $\mathbf{f}(j)$ 和 $\mathbf{g}(j)$ 分别是滤波前和滤波后图像的第 j 列。点“ $\cdot$ ”代表点对点的乘法, $\mathcal{F}$ 和 $\mathcal{F}^{-1}$ 分别表示傅里叶变换和反变换。现在,给定滤波(模糊)的图像 $\mathbf{g}$ 和滤波器 $\mathbf{s}$,模糊前图像可如下计算

$$\mathbf{f}(j) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{F}[\mathbf{g}(j)]}{\mathcal{F}(\mathbf{s})} \right\} \quad (5.3.14)$$

其中除法也是点对点的。这个操作仅在 $\mathbf{s}$ 的傅里叶变换系数均不为零时才可能进行。

对一阶滤波器,计算逆滤波并不需要使用傅里叶变换。如果图像 $\mathbf{g}$ 是通过将 $M \times N$ 的图像 $\mathbf{f}$ 与滤波器 $\mathbf{s}$ 卷积而得到的,那么

$$g(x, y) = \sum_{i=-1}^1 s(i) f(x, y+i) \quad x = 0, 1, \dots, M-1 \quad y = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5.3.15)$$

式中, $g(x, y)$ 是卷积图像的第 xy 项, $s(-1)=a, s(0)=1, s(1)=b$ 。在式(5.3.15)中,假设对 $x=0, \dots, M-1, f(x, -1)$ 和 $f(x, N)$ 均为 0。式(5.3.15)也可用矩阵形式写成 $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$, 其中

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & b & & & \\ a & 1 & b & & \\ & a & 1 & \ddots & \\ & & a & \ddots & b \\ & & & \ddots & 1 & b \\ & & & & a & 1 \end{bmatrix}_{M \times M} \quad (5.3.16)$$

注意给定滤波器 s 则矩阵 $\mathbf{H}$ 完全可确定。考虑到矩阵 $\mathbf{H}$ 的特殊形式,原始图像 f 可逐行或逐列确定。令 $f(j)$ 和 $g(j)$ 分别是 f 和 g 的第 j 列, $f(j)$ 可通过解下式来得到

$$\mathbf{H}f(j) = g(j) \quad (5.3.17)$$

为解式(5.3.17),将 $\mathbf{H}$ 用 $b\mathbf{D}$ 来代替,这里

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & & & \\ \beta & \alpha & 1 & & \\ & \beta & \alpha & \ddots & \\ & & \beta & \ddots & 1 \\ & & & \ddots & \alpha & 1 \\ & & & & \beta & \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ k_0 & 1 & & & \\ & k_1 & 1 & & \\ & & k_2 & \ddots & \\ & & & \ddots & \alpha \\ & & & & k_{M-2} & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_0 & 1 & & & \\ & l_1 & 1 & & \\ & & l_2 & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ & & & & l_{M-2} & 1 \\ & & & & & l_{M-1} \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

$$= \mathbf{KL}$$

式中, $\alpha=1/b, \beta=a/b, l_0=a, k_{i-1}=p/l_{i-1}$, 且 $l_i=a-k_{i-1}$, 对 $i=1, 2, \dots, M-1$ 。已经证明, 只有在 $a, b < 0.5$ 时, 对矩阵 $\mathbf{D}$ 的 $\mathbf{KL}$ 分解才存在。现将式(5.3.17)重新写成

$$b\mathbf{KL}f(j) = g(j) \quad (5.3.19)$$

令矢量 $\mathbf{E}$ 满足 $\mathbf{KE} = g(j)$ 并代入式(5.3.19)中, 则根据 $b\mathbf{L}f(j) = \mathbf{E}$, 就可算得 $f(j)$ 。逐行计算矩阵 f 中的每个元素只需要 4 次乘法。所以如此计算逆滤波(使用 3×3 的一阶滤波器)所需的乘法在 $O(N^2)$ 量级。相对于用快速傅里叶算法计算一幅 $N \times N$ 图像的逆滤波所需乘法的 $O(N^2 \log_2 N)$ 量级, 对较大的 N , 所节省的计算量还是比较多的。

5.4 有约束恢复

基于有约束恢复模型的图像恢复方法很多, 包括最小均方误差滤波器、最小平方恢复滤波器等等。

5.4.1 有约束恢复公式

与逆滤波这样的无约束恢复方法不同, 有约束恢复的方法还考虑到恢复后的图像应该受到一定的物理约束, 如在空间上比较平滑、其灰度值为正等。

同样从式(5.1.7)出发, 有约束恢复考虑选取 f_e 的一个线性操作符 $\mathbf{Q}$ (变换矩阵), 使得 $\|\mathbf{Q}f_e\|$ 最小。这个问题可用拉格朗日乘数法解决。设 l 为拉格朗日乘数, 要找能最小化下列准则函数的 f_e :

$$L(f_e) = \|\mathbf{Q}f_e\|^2 + l(\|\mathbf{g} - \mathbf{h}f_e\|^2 - \|\mathbf{n}\|^2) \quad (5.4.1)$$

与解式(5.3.3)相似可得有约束恢复公式(令 $s=1/l$)

$$f_e = [\mathbf{h}^T \mathbf{h} + s\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}]^{-1} \mathbf{h}^T \mathbf{g} \quad (5.4.2)$$

5.4.2 维纳滤波器

维纳滤波器是一种最小均方误差滤波器, 它可以直接从式(5.4.2)推出。

在频率域中, 有约束恢复的一般公式可写成如下形式:

$$F_e(u, v) = H_w(u, v)G(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + s[S_n(u, v)/S_f(u, v)]} G(u, v) \quad (5.4.3)$$

式中, $S_f(u, v)$ 和 $S_n(u, v)$ 分别为原始图像和噪声的相关矩阵元素的傅里叶变换。

下面来讨论一下式(5.4.3)的几种情况。

(1) 如果 $s=1$, $H_w(u, v)$ 就是标准的维纳滤波器。

(2) 如果 s 是变量, 就称为参数维纳滤波器。

(3) 当没有噪声时, $S_n(u, v)=0$, 维纳滤波器退化成上节的理想逆滤波器。

因为必须调节 s 以满足式(5.4.2), 所以当 $s=1$ 时利用式(5.4.3)并不能得到满足式(5.4.1)的最优解, 不过它在 $E\{[f(x, y) - f_e(x, y)]^2\}$ 最小化的意义下是最优的。这里把 $f(\cdot)$ 和 $f_e(\cdot)$ 都当作随机变量而得到一个统计准则。当 $S_n(u, v)$ 和 $S_f(u, v)$ 未知时(实际中常如此), 式(5.4.3)可用下式来近似(其中 K 是一个预先设定的常数):

$$F_e(u, v) \approx \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K} G(u, v) \quad (5.4.4)$$

例 5.4.1 逆滤波恢复和维纳滤波恢复的比较

图 5.4.1 给出一个逆滤波恢复和维纳滤波恢复的对比实例。图(a)所示一系列图为先将一幅正常图像与平滑函数 $h(x, y) = \exp[\sqrt{(x^2 + y^2)}/240]$ 相卷积产生模糊(类似于遥感成像中的大气扰动效果), 再叠加零均值, 方差分别为 8、16 和 32 的高斯随机噪声而得到的一组待恢复图像。图(b)所示一系列图是用逆滤波方法进行恢复得到的结果。图(c)所示一系列图是用维纳滤波方法进行恢复得到的结果。由图(b)和(c)可见维纳滤波在图像受噪声影响时效果比逆滤波要好, 而且噪声越强时这种优势越明显。

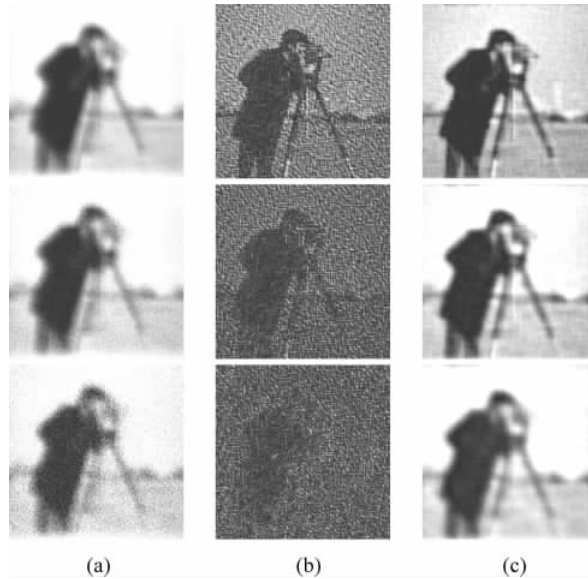


图 5.4.1 逆滤波与维纳滤波的比较

□

顺便指出, 还可将式(5.4.3)给出的维纳滤波器进一步推广, 就得到一种几何均值滤波器:

$$H_w(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} \right]^t \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + s[S_n(u, v)/S_f(u, v)]} \right]^{1-t} \quad (5.4.5)$$

式中, s 和 t 都是正实数。这个几何均值滤波器包括两部分, 指数分别是 t 和 $1-t$ 。如在对式(5.4.3)的讨论中提到的, 式(5.4.5)在 $t=1$ 和 $t=0$ 时分别变成逆滤波器和参数维纳滤波器; 而且如果同时有 $s=1$, 则成为标准维纳滤波器。但这里还可取 $t=1/2$, 此时式(5.4.5)

成为两个具有相同幂的表达的乘积(满足几何均值的定义,该滤波器的名称即源于此)。当 $s=1, t \leq 1/2$ 时,几何均值滤波器更接近逆滤波器;而如果 $t > 1/2$,几何均值滤波器更接近维纳滤波器。

5.4.3 有约束最小平方恢复

维纳滤波的方法是一种统计方法。它用的最优准则基于图像和噪声各自的相关矩阵,所以由此得到的结果只是在平均意义上最优。有约束最小平方恢复方法只需有关噪声均值和方差的知识就可对每个给定图像得到最优结果。

有约束最小平方恢复方法也从式(5.4.2)出发,所以问题还是要确定变换矩阵 Q 。首先注意到式(5.4.2)实际是一个病态方程,所以有时解的振荡会很厉害。一种减小振荡的方法是建立基于平滑测度的最优准则,例如可最小化某些二阶微分的函数。考虑 3.3.2 小节的拉普拉斯算子,它与 $f(x,y)$ 的卷积就给出在 (x,y) 处的二阶微分。记与将拉普拉斯算子扩展到图像尺寸的函数对应的 2-D 傅里叶变换为 $L(u,v)$,则可得到有约束最小平方恢复公式为

$$F_e(u,v) = \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + s |L(u,v)|^2} \right] G(u,v) \quad u,v = 0,1,\dots,M-1 \quad (5.4.6)$$

注意上式与维纳滤波器有些相似,主要区别是这里除了对噪声均值和方差的估计外不需要其他统计参数的知识。

例 5.4.2 维纳滤波与有约束最小平方滤波的比较

图 5.5.2 给出在两种情况下维纳滤波与有约束最小平方滤波的比较示例。图(a)为以散焦半径 $R=3$ 的滤波器对图 1.1.1(b)进行模糊得到的图像,图(b)是用维纳滤波对图(a)恢复的结果,图(c)是用有约束最小平方滤波对图(a)恢复的结果。图(d)是对图(a)又加了方差为 4 的随机噪声的图像,图(e)是用维纳滤波对图(d)恢复的结果,图(f)是用有约束最小平方滤波对图(d)恢复的结果。由图可见,既有模糊又有噪声时有约束最小平方滤波的效果比维纳滤波略好一些,没有噪声仅有模糊时两种方法效果基本一致。

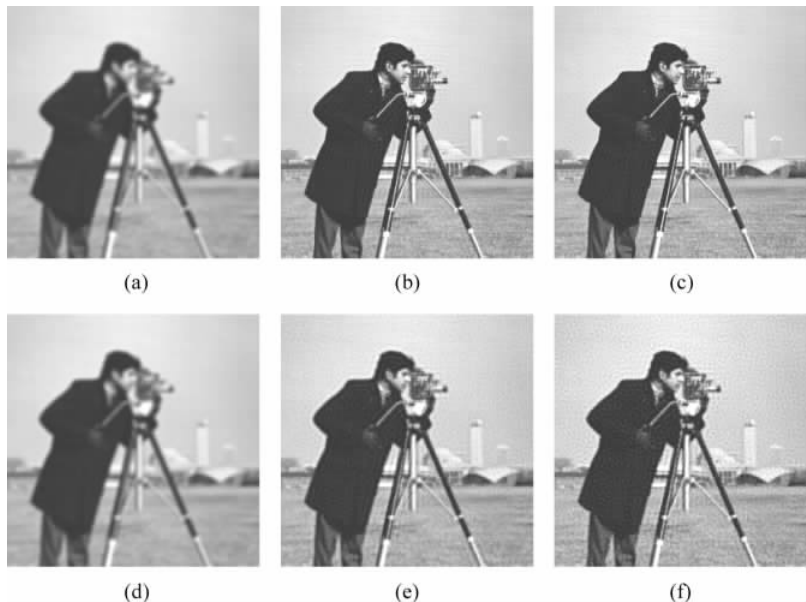


图 5.4.2 维纳滤波与有约束最小平方滤波的比较

□

5.5 交互式恢复

前面讨论的都是自动解析的恢复方法。在实际恢复工作应用中有时也需要人机结合,由人来控制恢复过程以获得一些特殊的效果。下面给出一个简单的交互式恢复例子。

实际中有时图像会被一种 2-D 的正弦干扰模式(也叫相关噪声)覆盖。令 $S(x, y)$ 代表幅度为 A 、频率分量为 (u_0, v_0) 的正弦干扰模式,即

$$S(x, y) = A \sin(u_0 x + v_0 y) \quad (5.5.1)$$

它的傅里叶变换是

$$N(u, v) = \frac{-jA}{2} \left[\delta \left(u - \frac{u_0}{2\pi}, v - \frac{v_0}{2\pi} \right) - \delta \left(u + \frac{u_0}{2\pi}, v + \frac{v_0}{2\pi} \right) \right] \quad (5.5.2)$$

上式只有虚分量,代表一对位于频率平面上坐标分别为 $(u_0/2\pi, v_0/2\pi)$ 和 $(-u_0/2\pi, -v_0/2\pi)$, 强度分别为 $-A/2$ 和 $A/2$ 的脉冲。因为这里退化仅由噪声造成,所以有

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v) \quad (5.5.3)$$

如果显示 $G(u, v)$ 的幅度图,两个噪声脉冲在 A 足够大且其坐标离原点较远时会成为两个亮点。这样可依靠视觉观察在频率域确定出脉冲分量的位置并在该位置利用带阻滤波器(见 4.4 节)消除它们,以去掉正弦干扰模式的影响。

实际中情况往往更为复杂。例如由电-光扫描仪获得的图像常被一种 2-D 的周期结构模式所覆盖,这是由于传感器受到电子电路中小信号放大的干扰。在这种情况下,常有多多个正弦分量存在,如使用上述方法有可能去掉过多的图像信息,所以需要采用下面的方法。首先要提取干扰模式的主要频率。这需要在频率域里对应每个亮点的位置放一个带通滤波器 $H(u, v)$ 。如果能建造一个仅允许通过与干扰模式相关分量的 $H(u, v)$, 那么这种结构模式的傅里叶变换就是

$$P(u, v) = H(u, v)G(u, v) \quad (5.5.4)$$

为建造这样一个 $H(u, v)$ 需要进行许多判断以确定每个亮点是否是干扰亮点。所以这个工作常需要通过观察 $G(u, v)$ 的频谱显示来交互地完成。当一个滤波器确定后,空域相对应的结构模式可由下式得到:

$$p(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \{ H(u, v)G(u, v) \} \quad (5.5.5)$$

如果能完全确定 $p(x, y)$, 那么从 $g(x, y)$ 中减去 $p(x, y)$ 就可得到 $f(x, y)$ 。实际中只能得到这个模式的某种近似。为减少 $p(x, y)$ 的估计中没有顾及分量的影响,可从 $g(x, y)$ 中减去加权的 $p(x, y)$ 以得到 $f(x, y)$ 的近似:

$$f_a(x, y) = g(x, y) - w(x, y)p(x, y) \quad (5.5.6)$$

式中 $w(x, y)$ 称为权函数,通过改变它可以获得在某种意义下最优的结果。一种具体方法是选择 $w(x, y)$ 以使 $f_a(x, y)$ 的方差在每个点 (x, y) 的特定邻域中最小。设点 (x, y) 的邻域为 $(2X+1) \times (2Y+1)$, 则邻域均值和方差分别为

$$\bar{f}_a(x, y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y f_a(x+m, y+n) \quad (5.5.7)$$

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y [f_a(x+m, y+n) - \bar{f}_a(x, y)]^2 \quad (5.5.8)$$

将式(5.5.6)代入式(5.5.8),并设 $w(x,y)$ 在邻域中基本是常数,则式(5.5.8)变为

$$\begin{aligned}\sigma^2(x,y) &= \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y \{ [g(x+m,y+n) - \\ &\quad w(x+m,y+n)p(x+m,y+n)] - [\bar{g}(x,y) - \overline{w(x,y)p(x,y)}] \}^2 \\ &= \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y \{ [g(x+m,y+n) - \\ &\quad w(x,y)p(x+m,y+n)] - [\bar{g}(x,y) - \bar{p}(x,y)] \}^2 \quad (5.5.9)\end{aligned}$$

将式(5.5.9)对 $w(x,y)$ 求导并取 0,得到能最小化 $\sigma^2(x,y)$ 的 $w(x,y)$ 为

$$w(x,y) = \frac{\bar{g}(x,y)\bar{p}(x,y) - \bar{g}(x,y)\bar{p}(x,y)}{\bar{p}^2(x,y) - \bar{p}^2(x,y)} \quad (5.5.10)$$

从式(5.5.10)求出 $w(x,y)$,代入式(5.5.6)就可得到原图的一个近似。

例 5.5.1 用交互式恢复消除正弦干扰模式

图 5.5.1 给出用交互式恢复消除正弦干扰模式的一个实例。图(a)为一幅正常图像受到如式(5.5.1)所定义的正弦干扰模式覆盖后的图像。图(b)是它的傅里叶频谱幅度图,其上有一对较明显的(脉冲)白点(亮线相交处)。可以通过交互的方式如图(c)所示在这两个白点处放置两个带阻滤波器将脉冲滤除掉,然后再取傅里叶反变换,就可得到图(d)所示的恢复结果,这里正弦干扰模式基本被消除了。注意带阻滤波器的半径要比较小,恢复的效果才比较好。图(e)中所用两个带阻滤波器的中心与图(c)的相同,但其半径要大 5 倍,所得到的恢复结果见图(f),可见这时有比较明显的振铃效应。

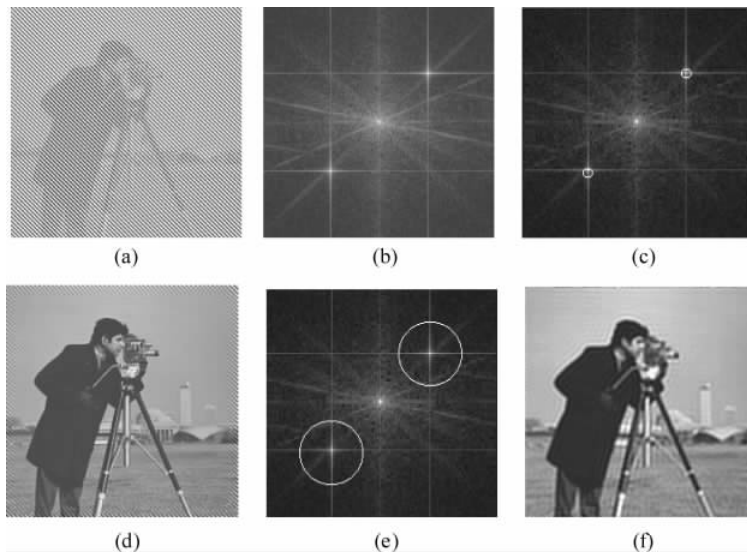


图 5.5.1 交互式恢复示例

□

总结和复习

为更好地学习,下面对各小节给予概括小结并提供一些进一步的参考资料;另外给出一些思考题和练习题以帮助复习(文后对加星号的题目还提供了解答)。

1. 各节小结和文献介绍

5.1 节介绍了一些图像退化的基本模型,有关成像中光学系统和摄影过程退化情况的讨论可见文献[Pratt 2007]。广义的退化还有许多类型,如几何失真(6.2 节)、散焦模糊、运动模糊(14.4 节)等。另外,而根据对物体的多个投影重建图像(第 8 章)中把投影看作一种退化过程,在超分辨率重建中原始图像的分辨率减低也可看作一种退化的表现(15.5 节)。

5.2 节先定性地对噪声进行了讨论,然后对几种典型噪声给予了初步的定量分析。有关瑞利噪声、伽马噪声和指数噪声概率密度函数的介绍见文献[Gonzalez 2008]。更多的有关噪声内容还可见文献[Libbey 1994]。对图像内噪声的估计可见文献[Olsen 1993]。为消除噪声,这里主要介绍了三类空域滤波的方法。有关非线性均值滤波器的进一步介绍可见文献[Mitra 2001]。由于噪声的种类多,产生的原因复杂,有时图像会同时受到不同噪声的影响。因为不同的滤波器常对特定的噪声有较好的滤波效果,常将不同的空域噪声滤波器结合起来以滤除不同的噪声。对混合滤波器模板元素的选取还可参见对均值滤波不同模板的讨论[章 2006b]。有关自适应去噪滤波器组合的一种训练与设计方法可见文献[李 2006]。对自适应均值滤波器的详细讨论可见文献[Gonzalez 2008]。对能检测和消除高密度脉冲噪声的开关均值滤波器的进展和效果可见文献[Duan 2010]和[Duan 2011]。

5.3 节介绍的无约束恢复的模型和典型的无约束恢复技术——逆滤波。虽然对逆滤波的分析在频域中很方便,但对逆滤波的快速计算是在空域进行的。用逆滤波方法还可恢复由匀速直线运动造成的图像模糊,这将在视频图像处理中介绍(14.4 节)。

5.4 节主要介绍了两种有约束恢复的方法:维纳滤波与有约束最小平方滤波。在既有模糊又有噪声的图像退化情况下,有约束最小平方滤波的效果比维纳滤波略好一些。利用深度学习理论恢复模糊图像的一个工作可见[Xu 2017]。

5.5 节介绍的交互式恢复可以看作是图像恢复中的一种特殊方案,它借助人机交互来提高图像恢复的灵活性和效率。从某种角度看,这有些类似于第 4 章中局部增强与其他增强技术间的关系,那里利用图像中局部区域的统计特性(仍借助其他增强技术)来获得更符合局部特点的增强效果,而这里利用交互的手段(仍借助其他恢复技术)来获得更准确的恢复效果。

2. 思考题和练习题

5-1 你还知道哪些图像退化的实例? 试建立相应的模型。

***5-2** 设图 5.1.2 中的模型是线性位置不变的,证明其输出的功率谱可表示为 $|G(u,v)|^2 = |H(u,v)|^2 |F(u,v)|^2 + |N(u,v)|^2$ 。

5-3 借助高斯噪声、均匀噪声和脉冲噪声的概率密度函数来讨论图像受到这三类噪声影响时会有什么变化和特点。

5-4 试分析为什么均值滤波器滤除高斯噪声的效果比滤除脉冲噪声的效果好,而中值滤波器滤除脉冲噪声的效果比滤除高斯噪声的效果好。

5-5 设有一个线性位移不变的图像退化系统,它的脉冲响应可以写成 $h(x-s, y-t) = \exp\{-(x-s)^2 - (y-t)^2\}$ 。如果给系统输入一个位于 $x=a$ 处的无穷长细直线信号,它可用 $f(x,y) = \delta(x-a)$ 模型化,求系统的输出。

5-6 试由式(5.4.2)推导式(5.4.3),写出中间的各个步骤。

5-7 成像时,由于长时间曝光受到大气干扰而产生的图像模糊可以用转移函数

$H(u, v) = \exp[-(u^2 + v^2)/2\sigma^2]$ 表示。设噪声可忽略,给出恢复这类模糊的维纳滤波器的方程。

5-8 设恢复滤波器 $R(u, v)$ 满足 $|F_e(u, v)|^2 = |R(u, v)|^2 |G(u, v)|^2$, 并假设强制恢复图像的功率谱 $|F_e(u, v)|^2$ 等于原始图像的功率谱 $|F(u, v)|^2$ 。

(1) 根据 $|F(u, v)|^2$ 、 $|H(u, v)|^2$ 和 $|N(u, v)|^2$ 求出 $R(u, v)$;

(2) 用(1)中所得的结果,以类似于式(5.4.3)的形式写出 $F_e(u, v)$ 。

5-9 设一台 X 射线成像设备所产生的模糊可模型化为一个卷积过程,卷积函数为 $h(r) = [(r^2 - 2\sigma^2/\sigma^4)\exp[-r^2/2\sigma^2]]$, 其中 $r^2 = x^2 + y^2$ 。为恢复这类图像要设计一个有约束最小平方恢复滤波器,试推导它的转移函数。

5-10 试由式(5.5.9)出发推导式(5.5.10),写出中间各个步骤。

***5-11** 设一幅图像受到水平频率为 200Hz,垂直频率为 100Hz 的正弦模式的干扰。试写出与用来消除这个干扰模式的带阻滤波器互补的、截断频率为 50Hz 的一阶巴特沃斯带通滤波器的表达式。

5-12 在许多具体图像恢复工作中,常需要结合具体应用场合的先验知识调整恢复方法的参数。查阅文献,看有哪些先验知识可以利用。