第一部分

数学

1 无穷集合可以比较吗？①

大家都知道，自然数（即 0，1，2，3，…）有无穷多个，平方数（即 0，1，4，9，…）也有无穷多个。现在我们来考虑这样一个问题：自然数和平方数哪个更多？有读者也许会说："这还用问吗？当然是自然数多啦！"确实，平方数只是自然数的一部分，而整体大于部分，因此自然数应该比平方数更多。但细想一下，事情又不那么简单。因为每个自然数都有一个平方，每个平方数也都是某个自然数的平方，两者可以一一对应。从这个角度讲，它们又谁也不比谁更多，从而应该是一样多的，就好比两堆石头，就算不知道各有多少粒，如果能一粒一粒对应起来，我们就会说它们的数目一样多。

同一个问题，两个相互矛盾的答案，究竟哪一个答案正确呢？

像这种对无穷集合进行比较（即比较元素数目）的问题，曾经让许多科学家感到过困扰。比如著名的意大利科学家伽利略就考虑过我们上面这个问题。他的结论是：那样的比较是无法进行的。

不过，随着数学的发展，数学家们最终还是为无穷集合的比较建立起了系统性的理论，它的基石就是上面提到的一一对应的关系，即：两个无穷集合的元素之间如果存在一一对应，它们的元素数目就被定义为"相等"。按照这个定义，上面两个答案中的后一个，即自然数与平方数一样多，是正确的。

科学人

对无穷集合进行比较的系统理论是德国数学家乔治·康托尔（George Cantor）提出的。康托尔生于 1845 年，是集合论的奠基者。康托尔的理论是如此新颖，连他自己

① 本文是受《十万个为什么》第六版《数学》分册约稿而写的词条，但未被收录。

也曾在给朋友的信件中表示“我无法相信”。与他同时代的许多其他数学家更是对他的理论表示了强烈反对，甚至进行了尖锐攻击。

但时间最终证明了康托尔的伟大。他的集合论成为现代数学的重要组成部分。德国数学大师戴维•希尔伯特（David Hilbert）在一篇文章中表示“没有人能把我们从康托尔为我们开辟的乐园中赶走”。英国哲学家伯特兰•罗素（Bertrand Russell）也称康托尔的理论“也许是这个时代最值得夸耀的成就”。

但有读者也许会问：前一个答案所依据的“整体大于部分”在欧几里得的《几何原本》中被列为公理，不也是很可靠的吗？为什么不能作为对无穷集合进行比较的基石呢？这是因为，两个无穷集合之间通常并不存在一个是另一个的部分那样的关系。比如平方数的集合与素数（即 2，3，5，7，⋯）的集合就谁也不是谁的部分。如果用“整体大于部分”作为基石，就会无法比较。

不过，“整体大于部分”也并没有被抛弃，因为在无穷集合的比较中，还会出现这样的情形，那就是一个无穷集合的元素能与另一个无穷集合的一部分元素一一对应，却不能与它的全体元素一一对应。在这种情形下，数学家们就会依据“整体大于部分”的原则，将后一个无穷集合的元素数目定义为“大于”前一个无穷集合的元素数目（或前一个无穷集合的元素数目“小于”后一个无穷集合的元素数目）。这种情形的一个例子，是自然数集合与实数集合的比较。很明显，自然数集合的元素（即自然数）能与实数集合的一部分元素（即实数中的自然数）一一对应，但它能否与实数集合的全体元素（即实数）一一对应呢？答案是否定的（参阅“微博士”）。因此自然数集合的元素数目“小于”实数集合的元素数目。

微博士

我们在正文中举过一个例子，那就是自然数集合的元素数目“小于”实数集合的元素数目。现在让我们来证明这一点。我们要证明的是自然数不能与 0 和 1 之间的实数一一对应（从而当然也不能与全体实数一一对应）。

我们用反证法：假设存在那样的一一对应，那么 0 和 1 之间的实数就都能以自然数为序号罗列出来。但是，我们总可以构造出一个新实数，它小数点后的每个数字都

在 0 和 9 之间，并且第 n 位数字选成与第 n 个实数的小数点后第 n 位数字不同。显然，这样构造出来的实数与任何一个被罗列出来的实数都不同（因为小数点后至少有一个数字不同）。这与 0 和 1 之间的实数都能以自然数为序号罗列出来相矛盾。这个矛盾表明自然数是不能与 0 和 1 之间的实数一一对应的。

这个证明所用到的构造新实数的方法被称为对角线方法，它在无穷集合的比较中是一种很重要的方法。

现在我们知道了在无穷集合的元素数目之间可以定义“相等”“大于”“小于”这三种比较关系。但这还不等于回答了“无穷集合可以比较吗？”这一问题。因为我们还不知道会不会有某些无穷集合，它们之间这三种关系全都不满足。那样的情形如果出现，就说明有些无穷集合是不能比较的——起码是不能用我们上面定义的这三种关系来比较。

那样的情形会不会出现呢？这是一个很棘手的问题，涉及数学中一个很重要的分支——集合论——的微妙细节。而集合论有几个不同的“版本”，它们对这一问题的答案不尽相同。因此从某种意义上讲，这可以算是一个有争议的问题。不过，对于目前被最多数学家所使用的“版本”来说，这一问题的答案是明确的，即：那样的情形不会出现。换句话说，任何两个无穷集合都是可以比较的。

2012 年 3 月 6 日写于纽约

2 实数都是代数方程的根吗？[①]

读者们大都在学校里学过解方程，其中解得最多的就是所谓代数方程，比如 $3x-1=0$，$x^2+2x-8=0$，等等。这些方程的一个主要特点，就是每一个包含未知数的项都只包含未知数的正整数次幂。除此之外，代数方程还有一个很重要的特点，那就是项的数目是有限的。

现在，我们要回答这样一个问题：实数都是代数方程的根吗？不过，仅凭上面的定义，这个问题是简单得毫无意义的，因为所有实数 r 显然都是代数方程 $x-r=0$ 的根，因此答案是肯定的。为了让问题有一定难度，我们要对上面的定义加一个限制，那就是每一项的系数（包括常数项）都只能是有理数。加上这一限制后的代数方程确切地讲应称为“有理数域上的代数方程”，不过为简洁起见，我们仍将其称为“代数方程”[②]。

现在让我们重新来回答“实数都是代数方程的根吗？”这一问题。首先很明显的是，所有有理数 q 都是代数方程 $x-q=0$ 的根。其次，学过一元二次方程的读者都知道，虽然所有系数都被限制为有理数，代数方程的根却不一定是有理数。比如 $x^2-2=0$ 的两个根，$\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$，就是无理数。因此，代数方程的根既可以是有理数，也可以是无理数，从而至少在表面上具备了表示所有实数的潜力。

但有潜力不等于能做到，关键得要有证明。最早对“实数都是代数方程的根吗？”这一问题作出回答并给予证明的是法国数学家约瑟夫·刘维尔，他不仅证明了某些实数不是任何代数方程的根，而且还具体构造出了那样的实数，从而以

---

① 本文收录于《十万个为什么》第六版《数学》分册（少年儿童出版社，2013 年 8 月出版），发表稿受到编辑的某些删改，标题改为了《实数都是整数系数代数方程的根吗？》。

② 需要提醒读者注意的是，不同文献对“代数方程”的定义不尽相同。在某些文献中，“代数方程”按定义就是“有理数域上的代数方程”。

最雄辩的方式给出了答案——否定的答案。

科学人

法国数学家约瑟夫·刘维尔（Joseph Liouville）是最早证明超越数存在的数学家。他于 1844 年给出了超越数存在的证明，并于 1851 年具体构造出了用十进位小数表示的超越数。刘维尔在数学及数学物理的某些其他领域也颇有成就。

刘维尔所构造的超越数抽象意义大于实用意义。更具实用意义的超越数，最早是由法国数学家查尔斯·埃尔米特（Charles Hermite）证明的。他于 1873 年证明了 e 是超越数。埃尔米特也在其他领域颇有贡献，许多数学及数学物理的术语是以他的名字命名的。

另一位在超越数研究上作出过知名贡献的是德国数学家费迪南·冯·林德曼（Ferdinand von Lindemann）。他于 1882 年证明了 π 是超越数。林德曼在数学上没有太多其他贡献，但他有几位极著名的学生，比如著名数学家戴维·希尔伯特（David Hilbert）和赫尔曼·闵科夫斯基（Hermann Minkowski），著名物理学家阿诺德·索末菲（Arnold Sommerfeld）等。

现在我们知道，有很多重要的实数，比如自然对数的底 e，圆周率 π，等等，都不是代数方程的根。为了便于表述，数学家们把能够用代数方程的根来表示的数称为代数数，把不能用代数方程的根来表示的数称为超越数。实数既包含代数数，也包含超越数。有理数与 $\sqrt{2}$ 是代数数的例子；e 和 π 则是超越数的例子。我们的问题用这一新术语可以重新表述为：实数都是代数数吗？答案则如上所述是否定的。

微博士

刘维尔对超越数存在的证明并不只是构造出少数几个特殊的超越数，而是证明了一大类实数都是超越数。为了纪念他的贡献，那一大类实数被统称为刘维尔数。可以证明，单刘维尔数这一种类型的超越数，就远比代数数多。不过，跟超越数的全体相比，刘维尔数依然只是凤毛麟角。

刘维尔数最初是用连分数来表示的。第一个用十进位小数表示的刘维尔数（也是

第一个用十进位小数表示的超越数）是 0.110001000⋯（小数点后面的数字规律是这样的：小数点后第 $n!$——n 的阶乘——位的数字为 1，其余的数字全都为零）。这个数通常被称为刘维尔常数，但有时候也被称为刘维尔数，虽然它只是无穷多个刘维尔数中的一个。

不过，答案虽然揭晓了，找到或证明一个具体的超越数却往往不是容易的事情。比如对 e 和 π（尤其是 π）是超越数的证明就费了数学家们不小的气力。而像 e+π 和 e−π 那样的简单组合是否是超越数，则直到今天也还是谜。

接下来我们还可以问一个问题，那就是代数数多还是超越数多？从构造和证明超越数如此困难来看，也许很多读者会猜测是代数数多。事实却恰恰相反。1874 年，德国数学家康托尔证明了超越数远比代数数多（这里所涉及的是无穷集合元素数目的比较，具体可参阅前文《无穷集合可以比较吗？》）。事实上，他证明了实数几乎全都是超越数！

超越数的存在不仅仅具有抽象的分类意义，而且可以解决一些具体的数学问题。比如，几何中的“尺规作图”方法所能做出的线段的长度——相对于给定的单位长度——可被证明为只能是代数数[①]。因此 π 是超越数这一看似只具有抽象分类意义的结果，直接证明了困扰数学家们多年的“尺规作图三大难题”之一的“化圆为方”是不可能办到的。

最后，我们要补充提到的是，代数方程的根既可能是实数，也可能是复数。相应地，代数数和超越数这两个概念也适用于复数，并且与实数域中的情形类似，复数也并不都是代数数（事实上，复数也几乎都是超越数）。

2012 年 3 月 19 日写于纽约

① 但反过来则不然，并不是所有长度由代数数表示的线段都能用“尺规作图”的方法做出。

3 最少要多少次转动才能让魔方复原？①

魔方是一种深受大众喜爱的益智玩具。自 20 世纪 80 年代初开始，这一玩具风靡了全球。

科学人

魔方是匈牙利布达佩斯应用艺术学院的建筑学教授艾尔诺·鲁比克（Ernö Rubik）发明的，也被称为鲁比克方块（Rubik's cube）。鲁比克最初想发明的并不是益智玩具，而是一个能演示空间转动，帮助学生直观理解空间几何的教学工具。经过一段时间的考虑，他决定制作一个由小方块组成、各个面能随意转动的 3×3×3 结构的立方体。

但如何才能让立方体的各个面既能随意转动，又不会因此而散架呢？这一问题让鲁比克陷入了苦思。1974 年一个夏日的午后，他在多瑙河畔乘凉，当他的眼光无意间落到河畔的鹅卵石上时，忽然灵感闪现，他想到了解决困难的办法，那就是用类似于鹅卵石那样的圆形表面来处理立方体内部的结构。由此他完成了魔方的设计。

魔方为什么会有这么大的魅力呢？那是因为它具有几乎无穷无尽的颜色组合。标准的魔方是一个 3×3×3 结构的立方体，每个面最初都有一种确定的颜色。但经过许多次随意的转动之后，那些颜色将被打乱。这时如果你想将它复原（即将每个面都恢复到最初时的颜色），可就不那么容易了。因为魔方的颜色组合的总数是一个天文数字：约 43 252 003 274 489 856 000。如果我们把所有这些颜色组合都做成魔方，并让它们排成一行，能排多远呢？能从北京排到上海吗？不止。能从中国排到美国吗？不止。能从地球排到月球吗？不止。能从太阳排到海王星吗？不止。能从太阳系排到比邻星吗？也不止！事实上，它的长度足有 250 光年！

---

① 本文收录于《十万个为什么》第六版《数学》分册（少年儿童出版社，2013 年 8 月出版），发表稿受到编辑的某些删改，标题改为了《为什么 20 次转动能确保任意初始状态的魔方复原？》。

魔方的颜色组合如此众多，使得魔方的复原成了一件需要技巧的事情。如果不掌握技巧地随意尝试，一个人哪怕从宇宙大爆炸之初就开始玩魔方，也几乎没有可能将一个魔方复原。但是，纯熟的玩家却往往能在令人惊叹的短时间内就将魔方复原，这表明只要掌握技巧，使魔方复原所需的转动次数并不太多。

微博士

自 1981 年起，魔方爱好者们开始举办世界性的魔方大赛。在这种大赛中，不断有玩家刷新最短复原时间的世界纪录。截至 2011 年底，最短单次复原时间的世界纪录为 5.66 秒；最短多次复原平均时间的世界纪录则为 7.64 秒。

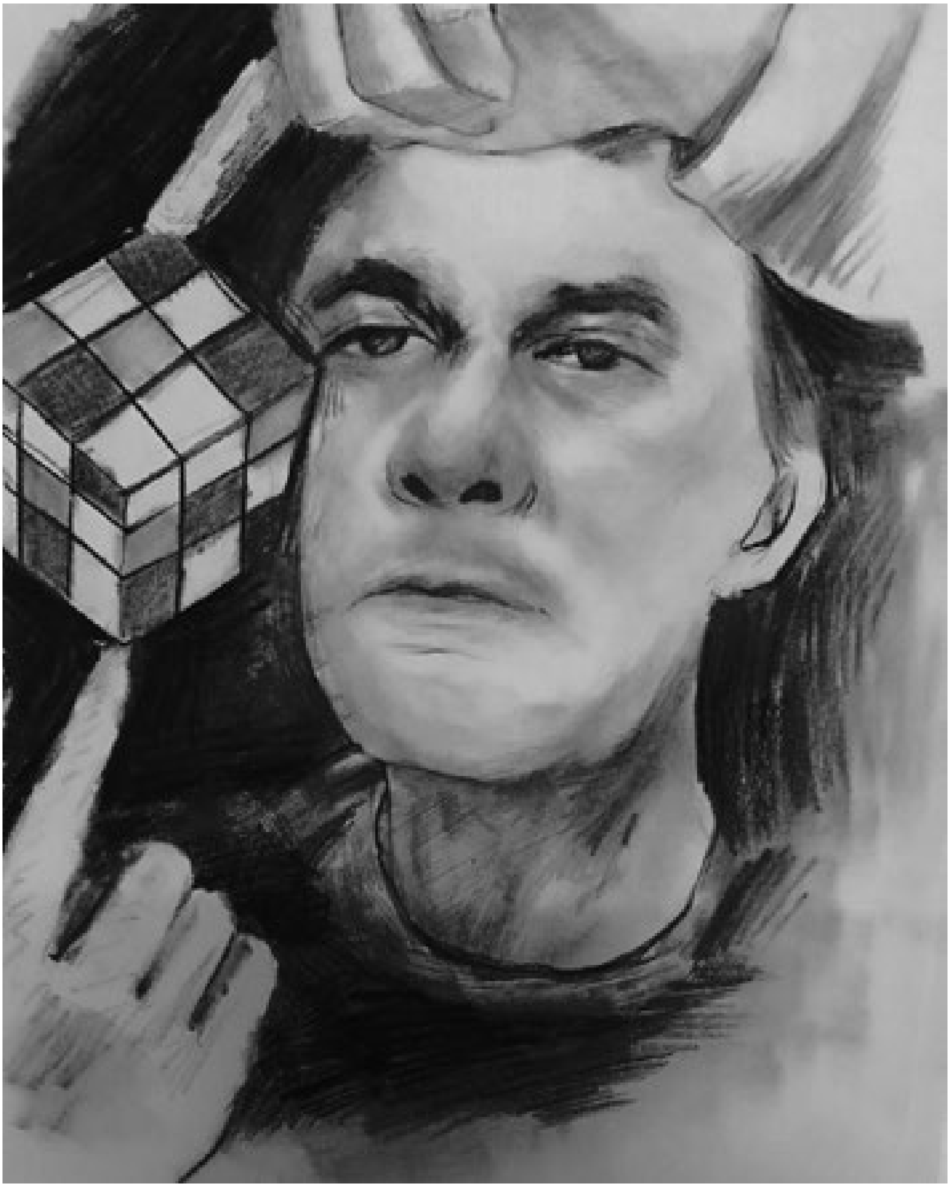
不过，玩家们复原魔方所用的转动次数并不是理论上最少的次数（即并不是“上帝之数”），因为他们采用的是便于人脑掌握的方法，追求的则是最短的复原时间。多几次转动虽然要多花一点时间，但比起寻找理论上最少的转动次数来仍要快速得多——事实上，后者往往根本就不是人脑所能胜任的。

那么，最少要多少次转动才能让魔方复原呢？或者更确切地说，最少要多少次转动才能确保任意颜色组合的魔方都被复原呢？这个问题不仅让魔方爱好者们感到好奇，还引起了一些数学家的兴趣，因为它是一个颇有难度的数学问题。数学家们甚至给这个最少的转动次数取了一个很气派的别名，叫作“上帝之数”。

自 20 世纪 90 年代起，数学家们就开始寻找这个神秘的“上帝之数”。

寻找“上帝之数”的一个最直接的思路是大家都能想到的，那就是对所有颜色组合逐一计算出最少的转动次数，它们中最大的那个显然就是能确保任意颜色组合都被复原的最少转动次数，即“上帝之数”。可惜的是，那样的计算是世界上最强大的计算机也无法胜任的，因为魔方的颜色组合实在太多了。

怎么办呢？数学家们只好诉诸他们的老本行——数学。1992 年，一位名叫赫伯特·科先巴（Herbert Kociemba）的德国数学家提出了一种分两步走的新思路。那就是先将任意颜色组合转变为被他用数学手段选出的特殊颜色组合中的一个，然后再复原。这样做的好处是每一步的计算量都比直接计算“上帝之数”小得多。运用这一新思路，2007 年，“上帝之数”被证明了不可能大于 26。也就是说，只



需 26 次转动就能确保任意颜色组合的魔方都被复原。

但这个数字却还不是“上帝之数”，因为科先巴的新思路有一个明显的局限，那就是必须先经过他所选出的特殊颜色组合中的一个。但事实上，某些转动次数最少的复原方法是不经过那些特殊颜色组合的。因此，科先巴的新思路虽然降低了计算量，找到的复原方法却不一定是转动次数最少的。

为了突破这个局限，数学家们采取了一个折中手段，那就是适当地增加特殊颜色组合的数目，因为这个数目越大，转动次数最少的复原方法经过那些特殊颜色组合的可能性也就越大。当然，这么做无疑会增大计算量。不过，计算机技术的快速发展很快就抵消了计算量的增大。2008 年，计算机高手汤姆・罗基奇（Tom Rokicki）用这种折中手段把对“上帝之数”的估计值压缩到了 22。也就是说，只需 22 次转动就能确保任意颜色组合的魔方都被复原。

那么，22 这个数字是否就是“上帝之数”呢？答案仍是否定的。这一点的一个明显征兆，就是人们从未发现任何一种颜色组合需要超过 20 次转动才能复原。这使人们猜测“上帝之数”应该是 20（它不可能小于 20，因为有很多颜色组合已被证明需要 20 次转动才能复原）。2010 年 7 月，这一猜测终于被科先巴本人及几位合作者所证明。

因此，现在我们可以用数学特有的确定性来回答“最少要多少次转动才能让魔方复原？”了，答案就是：20 次。

2012 年 2 月 12 日写于纽约

4 为什么说黎曼猜想是最重要的数学猜想？[①]

1900年的一个夏日，两百多位最杰出的数学家在法国巴黎召开了一次国际数学家大会。会上，著名德国数学家希尔伯特作了一次题为“数学问题”的重要演讲。在演讲中，他列出了一系列在他看来最重要的数学难题。那些难题吸引了众多数学家的兴趣，并对数学的发展产生了深远影响。

一百年后的2000年，美国克雷数学研究所的数学家们也在法国巴黎召开了一次数学会议。会上，与会者们也列出了一些在他们看来最重要的数学难题。他们的声望虽无法与希尔伯特相比，但他们做了一件希尔伯特做不到的事情：为每个难题设立了一百万美元的巨额奖金。

这两次遥相呼应的数学会议除了都在法国巴黎召开外，还有一个令人瞩目的共同之处，那就是在所列出的难题之中，有一个——并且只有一个——是共同的。

这个难题就是黎曼猜想，它被很多数学家视为是最重要的数学猜想。

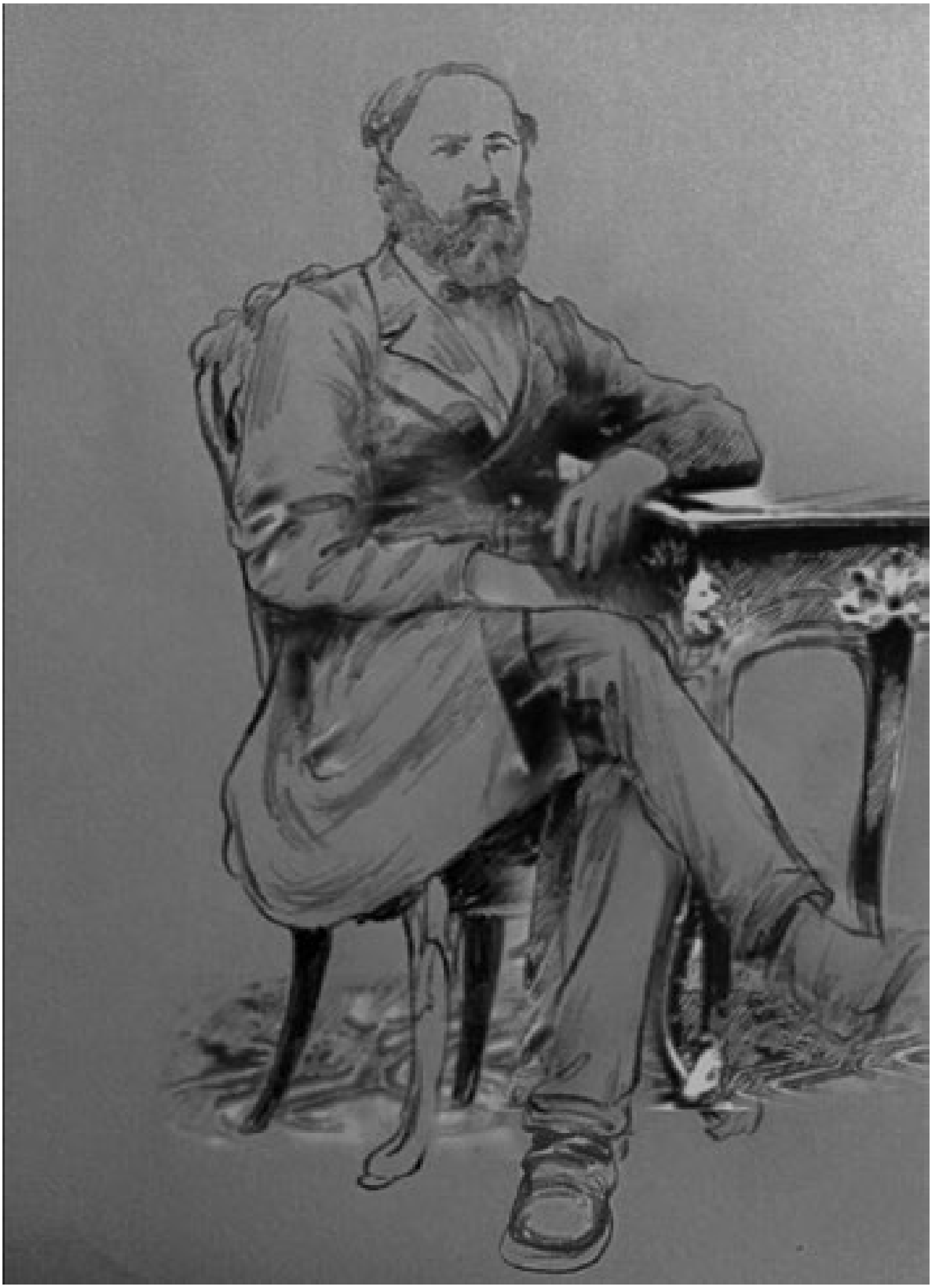
科学人

黎曼猜想是一位名叫伯恩哈德·黎曼（Bernhard Riemann）的数学家提出的。黎曼是一位英年早逝的德国数学家，出生于1826年，去世于1866年，享年还不到40岁。黎曼的一生虽然短暂，却对数学的很多领域都做出了巨大贡献，影响之广甚至波及了物理。比如以他名字命名的“黎曼几何”不仅是重要的数学分支，而且成为阿尔伯特·爱因斯坦（Albert Einstein）创立广义相对论不可或缺的数学工具。

1859年，32岁的黎曼被选为柏林科学院的通信院士。作为对这一崇高荣誉的回报，他向柏林科学院提交了一篇题为《论小于给定数值的素数个数》的论文。那篇只有短短8页的论文就是黎曼猜想的“诞生地”。

---

① 本文收录于《十万个为什么》第六版《数学》分册（少年儿童出版社，2013年8月出版），发表稿受到编辑的某些删改，标题改为了《为什么黎曼猜想如此重要？》。



为什么说黎曼猜想是最重要的数学猜想呢？是因为它非常艰深吗？不是。当然，黎曼猜想确实是非常艰深的，它自问世以来，已经有一个半世纪以上的历史。在这期间，许多知名数学家付出了艰辛的努力，试图解决它，却迄今没有人能够如愿。但是，如果仅仅用艰深来衡量的话，那么其他一些著名数学猜想也并不逊色。比如费马猜想是经过三个半世纪以上的努力才被证明的；哥德巴赫猜想则比黎曼猜想早了一个多世纪就问世了，却跟黎曼猜想一样迄今屹立不倒。这些纪录无疑也都代表着艰深，而且是黎曼猜想也未必打得破的。

那么，黎曼猜想被称为最重要的数学猜想，究竟是什么原因呢？首要的原因是它跟其他数学命题之间有着千丝万缕的联系。据统计，在今天的数学文献中已经有一千条以上的数学命题是以黎曼猜想（或其推广形式）的成立为前提的。这表明黎曼猜想及其推广形式一旦被证明，对数学的影响将是十分巨大的，所有那一千多条数学命题就全都可以荣升为定理；反之，如果黎曼猜想被推翻，则那一千多条数学命题中也不可避免地会有一部分成为陪葬。一个数学猜想与为数如此众多的数学命题有着密切关联，这在数学中可以说是绝无仅有的。

其次，黎曼猜想与数论中的素数分布问题有着密切关系。而数论是数学中一个极重要的传统分支，被德国数学家高斯称为是“数学的皇后”。素数分布问题则又是数论中极重要的传统课题，一向吸引着众多的数学家。这种深植于传统的“高贵血统”也在一定程度上增加了黎曼猜想在数学家们心中的地位和重要性。

再者，一个数学猜想的重要性还有一个衡量标准，那就是在研究该猜想的过程中能否产生出一些对数学的其他方面有贡献的结果。用这个标准来衡量，黎曼猜想也是极其重要的。事实上，数学家们在研究黎曼猜想的过程中所取得的早期成果之一，就直接导致了有关素数分布的一个重要命题——素数定理——的证明。而素数定理在被证明之前，本身也是一个有着一百多年历史的重要猜想。

最后，并且最出人意料的，是黎曼猜想的重要性甚至超出了纯数学的范围，而“侵入”到了物理学的领地上。20 世纪 70 年代初，人们发现与黎曼猜想有关的某些研究，居然跟某些非常复杂的物理现象有着显著关联。这种关联的原因直到今天也还是一个谜。但它的存在本身，无疑就进一步增加了黎曼猜想的重要性。

有这许多原因，黎曼猜想被称为最重要的数学猜想是当之无愧的。

微博士

黎曼猜想的内容无法用完全初等的数学来描述。粗略地说，它是针对一个被称为黎曼 ζ 函数的复变量函数（变量与函数值都可以在复数域中取值的函数）的猜想。黎曼 ζ 函数跟许多其他函数一样，在某些点上的取值为零，那些点被称为黎曼 ζ 函数的零点。在那些零点中，有一部分特别重要的被称为黎曼 ζ 函数的非平凡零点。黎曼猜想所猜测的是那些非平凡零点全都分布在一条被称为“临界线”的特殊直线上。

黎曼猜想直到今天仍然悬而未决（既没有被证明，也没有被推翻）。不过，数学家们已经从分析和数值计算这两个不同方面入手，对它进行了深入研究。截至本文写作之时，在分析方面所取得的最强结果是证明了至少有 41.28% 的非平凡零点位于临界线上；而数值计算方面所取得的最强结果则是验证了前十万亿个非平凡零点全都位于临界线上。

2012 年 3 月 13 日写于纽约

5 为什么巴西的蝴蝶有可能引发得克萨斯的飓风？①

很多科学爱好者也许都会对20世纪六七十年代兴起，直到今天依然比较热门的一个被称为“混沌”的学科有些印象。1987年，美国作家詹姆斯·格莱克（James Gleick）写了一本荣获普利策奖的热门图书，叫作《混沌：开创新科学》（*Chaos*: *Making a New Science*）。这本风靡一时的科普图书的第一章的标题叫作“蝴蝶效应”。这一名称后来被电影导演看中，成了2004年一部票房不错的科幻电影的片名。

科学人

“蝴蝶效应”乃至混沌理论之所以成为热门，在很大程度上得益于美国气象学家爱德华·洛伦兹（Edward Lorenz）的一项研究。洛伦兹出生于1917年，是混沌理论的先驱者之一。“二战”期间，洛伦兹曾为美国空军提供气象预测服务。这一工作使他对气象学产生了持久的兴趣，并在战后继续从事气象学研究。气象学也因此成为混沌理论的“诞生地”之一，“蝴蝶效应”这一来自气象学的通俗比喻也应运而生。

早在洛伦兹之前，混沌理论的许多基本特点就已经被一些科学家注意到了，一些重要结论也已经得到了确立。但也许是缺乏通俗例子的缘故，那些研究没有引起足够的关注。直到1959年，洛伦兹在气象学研究中，发现了后来被称为“蝴蝶效应”的通俗例子之后，混沌理论才开始引起较多的关注。从这个意义上讲，洛伦兹可以说是重新发现了混沌理论的某些特点。

这个被图书作者和电影导演共同采用的“蝴蝶效应”究竟是什么呢？我们来简单介绍一下。所谓“蝴蝶效应”，是对混沌理论中一个重要特征的通俗表述，

① 本文收录于《十万个为什么》第六版《数学》分册（少年儿童出版社，2013年8月出版），发表稿受到编辑的某些删改，标题改为了《为什么巴西的蝴蝶拍动翅膀有可能引发得克萨斯的飓风？》。

即认为一只巴西的蝴蝶拍动翅膀，就有可能在美国的得克萨斯州引发一场龙卷风。这个名称一般被认为是混沌理论的早期研究者、美国气象学家洛伦兹提出的。但那其实是一个误会。洛伦兹本人无论在论文还是研究报告中，都没有率先使用过这一术语。他倒是曾经用海鸥来作过比喻。蝴蝶的登场乃是 1972 年他参加一次会议时所发生的小意外。那一次，他没有及时提供自己报告的标题，会议主持者就替他拟了一个，叫作《巴西的蝴蝶拍动翅膀会引发得克萨斯的飓风吗？》。小小的蝴蝶从此成为混沌理论的“形象代言”。

微博士

洛伦兹发现“蝴蝶效应”的经过颇有戏剧性。他当时研究的是一个非线性的气象模型，动用的是用今天的标准衡量起来极为简陋的计算机。他的计算旷日持久。但平静的日子在某一天被打破了。那一天，洛伦兹决定对某部分计算进行更仔细的分析，于是他从原先输出的计算结果中选出一行数据，作为初始条件输入程序，让计算机从那一行数据开始重新运行。但一个小时之后，他吃惊地发现新的计算与原先的计算大相径庭。这是怎么回事呢？相同的初始条件怎么会产生不同的结果呢？经过仔细分析，他终于明白了原因，那就是他的输出数据只保留了小数点后三位数字，比计算过程中的数据来得粗糙。因此，当他用一行输出数据作为初始数据时，与原先计算中对应于这一行的更精确的数据相比，有了细微的偏差。正是这细微的偏差，出人意料地演变出了大相径庭的结果，这就是如今被称为“蝴蝶效应”的现象。

但是，世界上真的会有一只蝴蝶拍动翅膀，就有可能在万里之外引发龙卷风的事情吗？按照混沌理论，答案是肯定的。事实上，这只不过是对一个很久以来就被人们注意到的，细微因素有时会产生巨大影响这一现象的富有戏剧性的表述而已。俗话中的“差之毫厘，谬之千里”“牵一发动全身”等，都在一定程度上体现了这种现象，只不过以往没有人把它上升到理论高度，也没有人为它构筑理论模型而已。这种情况自 19 世纪末以来其实就已经有了变化，陆续有科学家注意到了在一些被称为非线性体系的复杂体系中，会出现体系状态随时间的演化极端敏感地依赖于初始条件的现象，即初始条件哪怕有极细微（就像蝴蝶拍动翅膀造成的大气扰动那样细微）的变化，在经过一段时间之后，也有可能会演变成

极巨大（就像龙卷风所造成的天气变化那样巨大）的差异。这种现象正是“蝴蝶效应”。

“蝴蝶效应”虽然在日常生活中就有许多体现，但它对一些科学家来说，却是一件出乎意料的事情。因为长期以来，科学一直享有着能对自然现象作出精密预言的崇高声誉。以天文学为例，天文学家们能够对日食和月食的发生时间，对几十亿千米之外的行星运动，等等，作出很精密的预言。这些预言都离不开初始条件，即体系在某个时刻的状态。而对初始条件的观测总是有误差的。因此，科学的高度精密给很多科学家一个印象，那就是只要初始条件的误差很小，预言就可以很精确。而蝴蝶效应的发现在很大程度上颠覆了这个印象。在有蝴蝶效应的体系中，像天文学家们习以为常的那种精密预言将变得不再可能。混沌理论中的“混沌”两字就在一定程度上体现了人们对这种无法做出精密预言的新局面的困惑。

不过，混沌理论并非只是一团“混沌”。它在最近几十年里能够引起大量的关注，是因为它在颠覆某些传统印象的同时，引进了一系列重要的概念，以及分析复杂现象的新手段，并且它还带给人们一个很重要的启示，那就是表面上看起来并不复杂的很多规律，有可能蕴含着高度复杂的内涵。这一点对于我们理解周围这个本质上是复杂体系的自然界是很有帮助的。

2012 年 3 月 21 日写于纽约

第二部分

物理

6 泡利的错误[①]

6.1 引言

又到“六一”附近了，本站的资深网友也许大都知道，在这个日子附近，我曾两度撰写过有关奥地利物理学家沃尔夫冈・泡利（Wolfgang Pauli）的文章[②]。如今，我又想起了泡利，就再写一篇有关他的文章吧。

奥地利物理学家泡利

其实早在三年前撰写玻尔的错误时，我就萌生过一个念头，那就是继《爱因斯坦的错误》（译作）和《玻尔的错误》之后[③]，若还有哪位现代物理学家的错

① 本文曾发表于《现代物理知识》2015 年第 1 期（中国科学院高能物理研究所）。

② “本站”指我的个人主页 http://www.changhai.org/，那两篇文章为《泡利效应趣谈》和《让泡利敬重的三个半物理学家》，皆收录于拙作《小楼与大师：科学殿堂的人和事》（清华大学出版社，2014 年 6 月出版）。

③ 《爱因斯坦的错误》（译作）收录于我的个人主页 http://www.changhai.org/;《玻尔的错误》收录于拙作《小楼与大师：科学殿堂的人和事》（清华大学出版社，2014 年 6 月出版）。

误值得一写的话，就得说是泡利了。这也正是本文的主题——泡利的错误——之缘起。

在《玻尔的错误》中我曾写道：

> 玻尔的错误虽然远不如爱因斯坦的错误那样出名，甚至可以说是冷僻话题，但他在犯错时却是比爱因斯坦更具“那个时代的精神与背景”的领袖科学家，他的错误也因此要比爱因斯坦的错误更能让人洞察“那个时代的精神与背景”。

现在要写泡利的错误，自然就想到了一个有趣的问题：如果说爱因斯坦的错误最出名，玻尔的错误最有代表性，那么泡利的错误有什么特点呢，或者说“最”在哪里呢？我认为是最有戏剧性。

这戏剧性来自泡利本人的一个鲜明特点，那便是我在《让泡利敬重的三个半物理学家》一文中介绍过的，泡利是一位以批评尖刻和不留情面著称的物理学家。而且泡利的批评尖刻和不留情面绝不是“信口开河”型的，而是以缜密思维和敏锐目光为后盾的，唯其如此，他的批评有着很重的分量，受到同行们的普遍重视，或者用玻尔的话说：“每个人都急切地想要知道泡利对新发现和新思想的总是表达得强烈而有幽默感的反应。”玻尔不仅这么说了，而且还“身体力行”地为他所说的“每个人”做了最好的注脚。在玻尔给泡利的信中，常常出现诸如“我当然也很迫切地想听到您对论文内容的意见”（1924 年 2 月 16 日信），“请给予严厉的批评”（1926 年 2 月 20 日信），“我将很乐意听取您有关所有这些的看法，无论您觉得适宜用多么温和或多么严厉的语气来表达”（1929 年 7 月 1 日信）那样的话。这种批评尖刻和不留情面的鲜明特点，可作后盾的缜密思维和敏锐目光，以及所受同行们的普遍重视，都使得泡利的错误具有了别人的错误难以企及的戏剧性。

与玻尔的情形相似，关于泡利究竟犯过多少错误，似乎也没有人罗列过，不过也可以肯定，他犯错的数量与类型都远不如爱因斯坦那样“丰富多彩”。原因呢，也跟玻尔的相似，即“与其说是他在避免犯错方面比爱因斯坦更高明，不如说是因为他的研究领域远不如爱因斯坦的宽广，从而犯错的土壤远不如爱因斯坦的肥

沃”(《玻尔的错误》)——当然，这都是跟爱因斯坦相比才有的结果，若改为是跟一位普通的物理学家相比，则无论玻尔还是泡利的研究领域都是极为宽广的。

那么，在泡利所犯的错误之中，有哪些最值得介绍呢？我觉得有两个：一个关于电子自旋（electron spin），一个关于宇称守恒（parity conservation）。

6.2 泡利的第一次错误：电子自旋

电子自旋概念的诞生有一段虽不冗长却不无曲折的历史，而这曲折在很大程度上受到了泡利的影响。在很多早期教科书或现代教科书的早期版本中，电子自旋概念都被叙述成是 1925 年底由荷兰物理学家乔治·乌仑贝克（George Uhlenbeck）和塞缪尔·古兹米特（Samuel Goudsmit）首先提出的[①]。这一叙述以单纯的发表时间及以发表时间为依据的优先权而论，是正确的，但从历史的角度讲，却不无可以补正的地方。事实上，在比乌仑贝克和古兹米特早了大半年的 1925 年 1 月，德国物理学家拉尔夫·克罗尼格（Ralph Kronig）就提出了电子自旋的假设[②]，而且他的工作比乌仑贝克和古兹米特的更周详，比如对后者最初没有分析，甚至不知道该如何分析的碱金属原子双线光谱（doublet spectra of alkali atoms）进行了分析[③]。

克罗尼格是美国哥伦比亚大学的博士研究生，当时正在位于图宾根（Tübingen）的德国物理学家阿尔佛雷德·朗德（Alfred Landé）的实验室访问。克罗尼格提出电子自旋的假设之后不久，泡利恰巧也到朗德的实验室访问。于是

---

① 比如曾谨言的《量子力学》（上册）（科学出版社，1981 年第一版）、吴大猷的《量子力学》（甲部）（科学出版社，1984 年第一版）、杨福家的《原子物理学》（高等教育出版社，1990 年第二版、2000 年第三版）、列弗·兰道（Lev Landau）和栗弗席兹（E. M. Lifshitz）的 *Quantum Mechanics*（Reed Educational and Professional Publishing Ltd., 1977, 第三版）等，皆作了那样的叙述。

② 更全面地讲，早在 1921 年，美国物理学家亚瑟•康普顿（Arthur Compton）就提出过旋转电子的假设。但康普顿的侧重点与后来的研究完全不同，也未与实验紧密挂钩，一般不被视为是电子自旋概念的先导。

③ 碱金属原子双线光谱是能够较直接体现电子自旋效应的三类早期实验（现象）之一，另两类实验（现象）为反常塞曼效应（anomalous Zeeman effect）和斯特恩 - 盖拉赫实验（Stern-Gerlach experiment）。

他就见到了这位比自己想象中年轻得多的著名物理学家（克罗尼格后来回忆说，他当时想象的泡利是比自己大得多并且留胡子的）。可是，听克罗尼格叙述了自己的想法后，泡利却当头泼了他一盆冷水：“这确实很聪明，但当然是跟现实毫无关系的。”这冷水大大打击了克罗尼格对自己假设的信心，使他没有及时发表自己的想法。约一年之后，当他见到乌仑贝克和古兹米特有关电子自旋的论文引起反响时[①]，不禁惊悔交集，在 1926 年 3 月 6 日给荷兰物理学家亨德里克·克拉默斯（Hendrik Kramers）的信中这样写道：

> 我特别意外而又最感滑稽地从 2 月 20 日的《自然》上注意到，带磁矩的电子在理论物理学家们中间突然又得宠了。但是乌仑贝克和古兹米特为什么不叙述为说服怀疑者而必须给出的新论据呢？……我有些后悔因否定意见而没在当时发表任何东西……今后我将多相信自己的判断而少相信别人的。

这里提到的“带磁矩的电子”就是指有自旋的电子，因为有自旋的电子必定有磁矩（在“自旋”一词足够流行之前，有自旋的电子常被称为“带磁矩的电子”“磁性电子”“旋转电子”等）。克罗尼格之所以表示“特别意外而又最感滑稽”，并提到“为说服怀疑者而必须做出的新论据”，是因为——如前所述——他在电子自旋方面的工作比乌仑贝克和古兹米特的更周详，却遭遇了泡利的冷水。不仅如此，他在几个月后曾访问过哥本哈根，在那里跟克拉默斯本人及沃纳·海森堡（Werner Heisenberg）也谈及过电子自旋假设，却也没得到积极反响。而短时间之

① 这指的是乌仑贝克和古兹米特有关电子自旋的第二篇论文，发表于 1926 年 2 月 20 日。这篇论文由于末尾附有玻尔的评论，因此反响较大。此外，这篇论文的内容较广，且首次引进了“自旋”（spin）一词。乌仑贝克和古兹米特有关电子自旋的第一篇论文发表于 3 个月前的 1925 年 11 月 20 日，且发表过程本身也不无曲折和戏剧性：在他们论文发表之前的 10 月 16 日，他们的导师保罗·艾伦菲斯特（Paul Ehrenfest）在给荷兰物理学家洛伦兹的信中提及了他们的工作，后者作为经典电子论的代表人物，很快就对电子作为经典带电球的转动方式进行了计算，结果发现为了给出乌仑贝克和古兹米特所假设的自旋大小，电子表面的转动线速度必须比光速还大得多。乌仑贝克和古兹米特得知这一结果后大为吃惊，决定不发表这一工作，但艾伦菲斯特已将他们的论文寄出，并安慰说：“你们都还足够年轻，干点蠢事没关系”。

后，乌仑贝克和古兹米特有关电子自旋的并不比他当年更深入、也并无新论据的论文却引起了反响。

克拉默斯是玻尔在哥本哈根的合作者，因此玻尔也很快知悉了此事，他写信给克罗尼格表达了惊愕和遗憾，并希望他告知自己想法的详细演变，以便在注定会被写入史册的电子自旋概念的历史之中得到记载。收到玻尔的信时克罗尼格已将自己的工作整理成文，寄给了《自然》（该论文于1926年4月发表）。在给玻尔的回信中他写道：

> ……在有关电子自旋上公开提到我自己，我相信还是不做这样的事情为好，因为那只会使情势复杂化，而且也很难使乌仑贝克和古兹米特太高兴。如果不是为了嘲弄一下那些夸夸其谈型的、对自己见解的正确性总是深信不疑的物理学家，我是根本不会提及此事的。但归根到底，这种虚荣心的满足也许是他们力量的源泉，或使他们对物理的兴趣持续燃烧的燃料，因此人们也许不该为此而怪罪他们。

这段话虽未点名，但显然是在批评泡利，语气则是苦涩中带着克制。也许正是由于克罗尼格亲自表达的这种克制，使得电子自旋概念历史发展中的这段曲折在后来较长的时间里，主要只在一些物理学家之间私下流传，而未在诸如玻尔的科摩（Como）演讲（1927年）、泡利的诺贝尔演讲（1946年）等公开演讲中被提及，也未被多数教科书及专著所记载。

泡利对电子自旋的反对并不仅限于针对克罗尼格，乌仑贝克和古兹米特的论文也受到了他“一视同仁”的反对。乌仑贝克和古兹米特的论文发表之后不久的1925年12月11日有一场物理学家们的盛大“派对”，主题是庆祝荷兰物理学家亨德里克·洛伦兹（Hendrik Lorentz）获博士学位50周年，地点在洛伦兹的学术故乡莱顿（Leiden），参加者包括爱因斯坦和玻尔。其中玻尔在前往莱顿途中于12月9日经过泡利的“老巢”汉堡（Hamburg），泡利和德国物理学家奥托·斯特恩（Otto Stern）一同到车站与玻尔进行了短暂的会面。据玻尔回忆，在会面时泡利和斯特恩“都热切地警告我不要接受自旋假设”。由于玻尔当时确实对自旋

假设尚存怀疑，原因是对“自旋 - 轨道耦合”（spin-orbit coupling）的机制尚有疑问，这——用玻尔的话说——使得泡利和斯特恩“松了口气”。

不过那口气没松太久，因为玻尔的怀疑一到莱顿就被打消了——在莱顿他见到了爱因斯坦，爱因斯坦一见面就问玻尔关于旋转电子他相信什么，玻尔就提到了自己有关“自旋 - 轨道耦合”机制的疑问。爱因斯坦回答说那是相对论的一个直接推论。这一回答——用玻尔自己的话说——使他“茅塞顿开”，“从此再不曾怀疑我们终于熬到了苦难的尽头”。这里，玻尔提到的“苦难”是指一些已困扰了物理学家们一段时间，不用自旋假设就很难解释的诸如反常塞曼效应、碱金属原子双线光谱那样的问题，而“自旋 - 轨道耦合”是解释碱金属原子双线光谱问题的关键[①]。从莱顿返回之后，在给好友保罗·艾伦菲斯特（Paul Ehrenfest）的信中，玻尔表示自己已确信电子自旋是“原子结构理论中一个极其伟大的进展”。

就这样，不顾泡利和斯特恩的“热切警告”，玻尔“皈依”了电子自旋假设，并开始利用自己非同小可的影响力推介这一假设。在参加完“派对”的返回途中，他先后见到了海森堡和泡利，试图说服两人接受自旋假设。结果是海森堡未能抵挡住玻尔的雄辩，他在给泡利的信中表示自己“受到了玻尔乐观态度的很大影响”，“以至于为磁性电子而高兴了”。泡利则不同，虽不知怎的一度给玻尔留下了良好的自我感觉，以至于使后者在 12 月 22 日给艾伦菲斯特的信中表示“我相信我起码已成功地使海森堡和泡利意识到了他们此前的反对不是决定性的”，实际上却始终没有停止过“顽抗”，而且不仅自己“顽抗”，还一度影响到了已站到玻尔一边的海森堡，使之又部分地站到了泡利一边。

泡利和海森堡虽都才二十几岁，却都早已是成熟而有声誉的物理学家了，尤其海森堡，当时已是矩阵力学的创始人。他们继续对自旋假设持反对看法并不是意气之举，而是有细节性的理由的，那理由就是基于电子自旋对碱金属原子双线光谱问题所作的计算尚存在一个“因子 2”（factor of 2）的问题，即计算结果比观

① 在这点上克罗尼格足可自豪，因为这个连玻尔都需要经由爱因斯坦的“点拨”才“茅塞顿开”的耦合机制，克罗尼格独立地理解了。当然，所有这些人的理解都还缺少一个小小的细节——一个“因子 2”（factor of 2）的问题，这我们很快将要提到。

测值大了一倍。这个为泡利和海森堡的“顽抗”提供了最后堡垒的问题一度难倒了所有人，最终却被一位英国小伙子卢埃林·托马斯（Llewellyn Thomas）所发现的如今被称为“托马斯进动”（Thomas precession）的相对论效应所解决。托马斯进动的存在，尤其是它居然消除了“因子 2”那样显著的差异，而不像普通相对论效应那样只给出 v/c 一类的小量，大大出乎了当时所有相对论专家的意料。

托马斯的这项工作是在哥本哈根完成的，玻尔自然“近水楼台先得月”，在第一时间就知晓了。正为难以说服泡利和海森堡而头疼的他非常高兴，于 1926 年 2 月 20 日给两人各写了一封信，介绍托马斯的这项他称之为“对博学的相对论理论家及负有重责的科学家们来说是一个惊讶”的工作。其中在给海森堡的信中，他几乎是以宣告胜利的口吻满意而幽默地表示“我们甚至不曾在泡利对我的惯常鲁莽所持的严父般的批评面前惊慌失措”①。

不过，口吻虽像是宣告胜利，玻尔的信其实并未起到即刻的说服作用。海森堡和泡利收信后都提出了“上诉”，其中态度不太坚定的海森堡的“上诉”口吻也不那么坚定，只表示了自己尚不能理解托马斯的论证，“我想您对于不能很快理解这个的读者的糊涂是应该给予适当的照顾的”。泡利则不仅先后写了两封回信对托马斯的论证进行驳斥，并且建议玻尔阻止托马斯论文的发表或令其作出显著修改。稍后，古兹米特访问了泡利，他也试图说服泡利接受托马斯的论证，并且带来了托马斯的论文。泡利依然不为所动，在给克拉默斯的信中强力反驳。泡利的反对理由之一是不相信像托马斯所考虑的那种运动学因素能解决问题，在他看来，假如电子果真有自旋，就必须得有一个关于电子结构的理论来描述它，这个理论必须能解释诸如电子质量之类的性质。但是，玻尔 3 月 9 日的一封强调问题的症结在于运动学的信终于成功地完成了说服的使命。三天后，即 3 月 12 日，泡利在回信中表示：“现在我别无选择，只能无条件地投降了”，“我现在深感抱歉，

---

① 我特别爱读那个年代物理学家们的信件，那字里行间流露出的幽默和真诚是他们个人魅力和融洽关系的写照，也是量子力学发展史之所以充满魅力的一个虽非最重要，但起码是增色不少的因素。爱因斯坦在 1920 年 8 月与玻尔的一次会面之后，曾在给洛伦兹的一封信中写道：“杰出的物理学家大都也是优秀的人，这对物理学是个好兆头。”

因为我的愚蠢给您添了那么多麻烦”。在信的最后，泡利重复了自己的歉意：“再次请求宽恕（也请托马斯先生宽恕）。”

泡利的“投降书”标志着电子自旋概念得到公认的最后“障碍”被“攻克”，也结束了泡利的第一次错误。关于这次错误，托马斯曾在 1926 年 3 月 15 日给古兹米特的信中作过几句戏剧性——甚至不无戏谑性——的评论：“您和乌仑贝克的运气很好，你们有关电子自旋的论文在被泡利知晓之前就已发表并得到了讨论”“一年多前，克罗尼格曾想到过旋转电子并发展了他的想法，泡利是他向之出示论文的第一个人……也是最后一个人”“所有这些都说明上帝的万无一失并未延伸到自称是其在地球上的代理的人身上”[①]。

不过，虽然泡利这次错误的过程及最终的“无条件地投降”和“请求宽恕”都有一定的戏剧性——尤其是与他批评尖刻和不留情面的名声相映成趣的戏剧性，但真正的戏剧性却是在幕后。事实上，在电子自旋概念的问世过程中，貌似扮演了“反面角色”的泡利在很大程度上其实是最重要的幕后推手[②]。不仅如此，关于泡利这次错误本身，我们也很有些可以替他辩解的地方。这些——以及泡利跟克罗尼格彼此关系的后续发展等——我们将作为泡利第一次错误的幕后花絮，在下一节中进行介绍。

6.3 第一次错误的幕后花絮

读者们想必还记得，上一节的叙述是从 1925 年 1 月克罗尼格提出电子自旋假设开始的。在本节中，为了介绍幕后花絮，我们将把时间范围稍稍延展一点，

---

① 这最后一句显然是影射泡利的外号：“上帝的鞭子”（God’s whip）。不过这一外号是艾伦菲斯特取的，起码就起源而言并非泡利的“自称”。

② 除泡利外，电子自旋概念问世过程中还有两位重要的幕后推手，那就是玻尔和爱因斯坦。这其中玻尔的作用是明显的：离开莱顿之后，他如“先知”般执着地传播着电子自旋的“福音”（“先知”和“福音”都是玻尔在给艾伦菲斯特的信中亲自使用的词），并为最终说服泡利立下了汗马功劳（当然“前台”工作人员托马斯的贡献也是极其重要的）。而爱因斯坦的直接参与虽然只是“一句话”，却同样很重要，因为正是这一句话把原本也心存怀疑的玻尔变成了“先知”。

从跟克罗尼格、乌仑贝克、古兹米特有关的事件往前推一小段时间。在那段时间里，一个很显著的事实是：比那几位“小年轻”（其实乌仑贝克跟泡利同龄，另两位也只略小）都更早，泡利就已对后来成为电子自旋概念之例证的若干实验难题展开了研究。

这种研究的一个典型例子，是从 1922 年秋天到 1923 年秋天那段时间里，泡利对反常塞曼效应（anomalous Zeeman effect）所做的思考。1946 年，泡利在《科学》（*Science*）杂志撰文回忆当时的情形时，写过一段被广为引述的话：

> 一位同事看见我在哥本哈根美丽的街道上漫无目的地闲逛，便友好地对我说：“你看起来很不开心啊。”我则恶狠狠地回答说：“当一个人思考反常塞曼效应时，他看上去怎么会开心呢？”

不过，尽管“看起来很不开心”，泡利的思考还是有成果的。比如当时虽不成功但比较流行的一种设想，是用原子内层电子组成的所谓“核心”（core）的性质来解释那些实验难题，泡利则认为外层电子的性质才是问题的关键所在。这种将注意力由群体性的内层电子转向个体性的外层电子的做法，是往解决问题的正确方向迈出的重要一步。

更重要的一步则是 1924 年底，泡利在对包括那些实验难题在内的大量实验现象及理论模型进行分析的基础之上，提出了著名的泡利不相容原理（Pauli exclusion principle）。

放在大背景下看，虽然泡利是我非常喜欢，并且是迄今唯一写过多篇文章加以介绍的物理学家，但平心而论，与同时代的其他量子力学先驱——尤其是与他几乎同龄的海森堡和保罗 · 狄拉克（Paul Dirac）——的贡献相比，“泡利不相容原理”这一泡利的“招牌贡献”是比较逊色的，简直就是一个经验定则[①]。这一点

① 当然，这是就其由来而言的（因为归纳成分较大）。从有效性上讲，泡利不相容原理则具有很基础的地位，绝非通常只具近似意义的经验定则可比。另外值得一提的是，泡利在与泡利不相容原理相关的方向上还做过一件很漂亮的后续工作——于 1940 年证明了著名的“自旋 - 统计定理”（spin–statistics theorem）。

泡利本人估计也是清楚的——据印度裔美国科学史学家杰格迪什·梅拉（Jagdish Mehra）回忆，泡利在去世前不久曾跟他说过这样的话：

> 年轻时我以为自己是当时最好的形式主义者，是一个革命者。当伟大的问题到来时，我将是解决并书写它们的人。伟大的问题来了又去了，别人解决并书写了它们。我显然是一个古典主义者，而不是革命者。

不过，放在大背景下看虽比较逊色，对于电子自旋概念的诞生来说，泡利不相容原理的影响却是非常重要的。

用最简单的话说，泡利不相容原理有两层内涵：一是给出了描述原子中电子状态的一组共计 4 个量子数；二是指出了不能有两个电子的量子数取值完全相同。两层内涵之中，“不相容”性体现在第二层，对电子自旋概念的诞生有重要影响的则是第一层，即对原子中电子状态的描述。克罗尼格曾经回忆说，他 1925 年 1 月从美国来到朗德的实验室访问时，朗德给他看了泡利写给自己的一封信，那封信包含了泡利不相容原理的一种“深具泡利特色”（so characteristic of its author）的非常清晰的表述。在表述中，泡利赋予电子的 4 个量子数之中，有一个的取值为轨道角动量的分量加上或减去 1/2。这样一个量子数与电子自旋概念可以说是只有一步之遥了，因为能与轨道角动量的分量相加减，同时又属于电子本身的物理量还能是什么呢？最自然的诠释无疑就是自旋角动量。而加上或减去的数值为 1/2 则无论从数值本身还是从只有两个数值这一特点上讲，都意味着自旋角动量的大小为 1/2[①]。泡利提出了这样一个量子数，却居然没有亲自提出电子自旋概念，甚至在有人提出之后还一度反对，这是为什么呢？我们将在稍后进行评述。但泡利这封信对克罗尼格的影响是巨大的，用克罗尼格自己的话说，他一看到泡利这封信，就“立刻想到”那 1/2“可以被视为电子的内禀角动量”。因此，克罗尼格

① 因为当时人们已经知道，一个大小为 J 的角动量的取值为 J, $J-1$，⋯，$-J$，总计 $2J+1$ 个数值。

虽然是因泡利的冷水而与率先发表电子自旋概念的机会失之交臂[①]，但这一机会的出现本身却也得益于泡利，可谓“成也萧何，败也萧何”。

不仅如此，乌仑贝克和古兹米特之提出电子自旋概念，同样也是受到了泡利不相容原理的影响。在提出电子自旋概念 30 年后的 1955 年，昔日的“小年轻”乌仑贝克获得了莱顿大学的以洛伦兹名字命名的资深教职，在为接受这一职位而发表的演讲中，他回顾了提出电子自旋概念的经过，其中明确提到“古兹米特和我是通过研读泡利的一篇表述了著名的不相容原理的论文而萌生这一想法的”。[②]

因此，说泡利是电子自旋概念问世过程中最重要的幕后推手是毫不过分的（虽然在主观上，他不仅不支持，一度还反对所“推”出的概念）。事实上，1934 年，泡利甚至因这方面的贡献而与古兹米特一同被法国物理学家莱昂・布里渊（Léon Brillouin）提名为诺贝尔物理学奖的候选人——可惜并未因之而真正获奖（泡利真正获奖是 1945 年因泡利不相容原理）。

现在让我们回到刚才的问题上来：一位如此重要的幕后推手，提出了与电子自旋概念如此接近的量子数，却为何没有亲自提出电子自旋概念，甚至在有人提出之后还一度反对？原因主要有两个。其中首要的原因在于泡利是当时接受量子观念最彻底的年轻物理学家（甚至可以说没有“之一”），很激烈地排斥有关微观世界的经典模型（从这个意义上讲，他对梅拉所说的年轻时以为自己是“革命者”其实是很贴切的评价）。在那几年发表的论文中，他甚至尽力避免带有经典模型色彩的诸如“轨道角动量”“总角动量”等当时已被包括他导师阿诺德・索末菲

---

① 严格地说，把克罗尼格“与率先发表电子自旋概念的机会失之交臂”完全归因于“泡利的冷水”也并不合适，因为如我们在上一节中提到的，克罗尼格在被泡利泼了冷水之后不久访问过哥本哈根，在那里跟克拉默斯与海森堡也谈及过电子自旋假设，却也没得到积极反响，那对他显然也是有影响的。不仅如此，由于克罗尼格的研究比较深入，他甚至遭遇了乌仑贝克和古兹米特不曾涉及的“因子 2”的问题，这个当时还无人能解的问题也进一步动摇了他对电子自旋假设的信心。

② 关于乌仑贝克和古兹米特提出电子自旋概念的过程，还有一个小细节值得一提，那就是泡利在诺贝尔演讲中表示他 1924 年提出的原子核的自旋概念也曾对乌仑贝克和古兹米特提出电子自旋概念有过启示，但古兹米特对这一点予以了否认，表示他和乌仑贝克当时并未注意到泡利的那一工作。

（Arnold Sommerfeld）在内的很多物理学家所采用的术语，而宁愿改用“量子数 k”“量子数 j_p”那样的抽象名称，即便在不得不使用前者时——比如在为了与索末菲的术语相一致时——也常在其后添上“量子数”一词，以突出非经典的特性。那个使克罗尼格“立刻想到”“可以被视为电子的内禀角动量”的 1/2，则被他完全抽象地称为“描述电子的一种‘双值性’（two-valuedness）”。在这样的“革命习惯”下，泡利之反对电子自旋概念就变得顺理成章了——正如他在 1946 年所做的诺贝尔演讲中回忆的，初次接触到有关电子自旋的想法时，他就“因其经典力学特性而强烈地怀疑这一想法的正确性”。如今回过头来看，可以替泡利辩解的是，他对电子自旋概念的反对虽被公认为是错误，但他的怀疑角度其实算不上错，因为电子自旋概念虽已被普遍接受，其不具有经典模型这一特点也同样已被普遍接受①。假如泡利对待电子自旋概念像他偶尔对待其他带经典模型色彩的术语那样，只在其后添上“量子数”一词，以突出非经典的特性，则历史或许会少掉一些波折。

泡利反对电子自旋概念的另一个原因，是他早在 1924 年就亲自研究过粒子自旋的经典模型，他的计算表明核子自旋是可能的，但电子自旋由于是相对论性的（即转动线速度与光速相比并非小量），其角动量不是运动常数，而跟随时可变的电子的相对论运动质量密切相关，从而与电子自旋假设所要求的自旋角动量的分立取值相矛盾。他的这个怀疑角度也是很值得赞许的，因为它不仅比洛伦兹的计算（参阅第 26 页注①）更早，而且也显示出泡利是一个既注重观念又不完全拘泥于观念的物理学家——他在观念上激烈地排斥经典模型，却并未因此而摒弃针对经典模型的脚踏实地的计算，他的“一言之贬”的背后是有缜密的思考背

① 这不仅是因为电子自旋的经典模型如洛伦兹的计算（参阅第 26 页注①）所示，要求电子表面的转动线速度大于光速；或如泡利的计算（参阅后文）所示，与电子自旋角动量的分立取值相矛盾，而且还有更一般的理由。事实上，哪怕不构筑任何具体模型，只是泛泛地将电子视为经典粒子，将电子自旋角动量视为经典角动量，就足以遇到麻烦——因为那样的经典粒子理应能用带质量、电荷和角动量三个参数的广义相对论的克尔（Kerr）解来描述，但那样的描述会导致线度为电子的康普顿波长（Compton wavelength）——约 10^{-12} 米——的奇环（ring singularity），与实验观测明显矛盾。

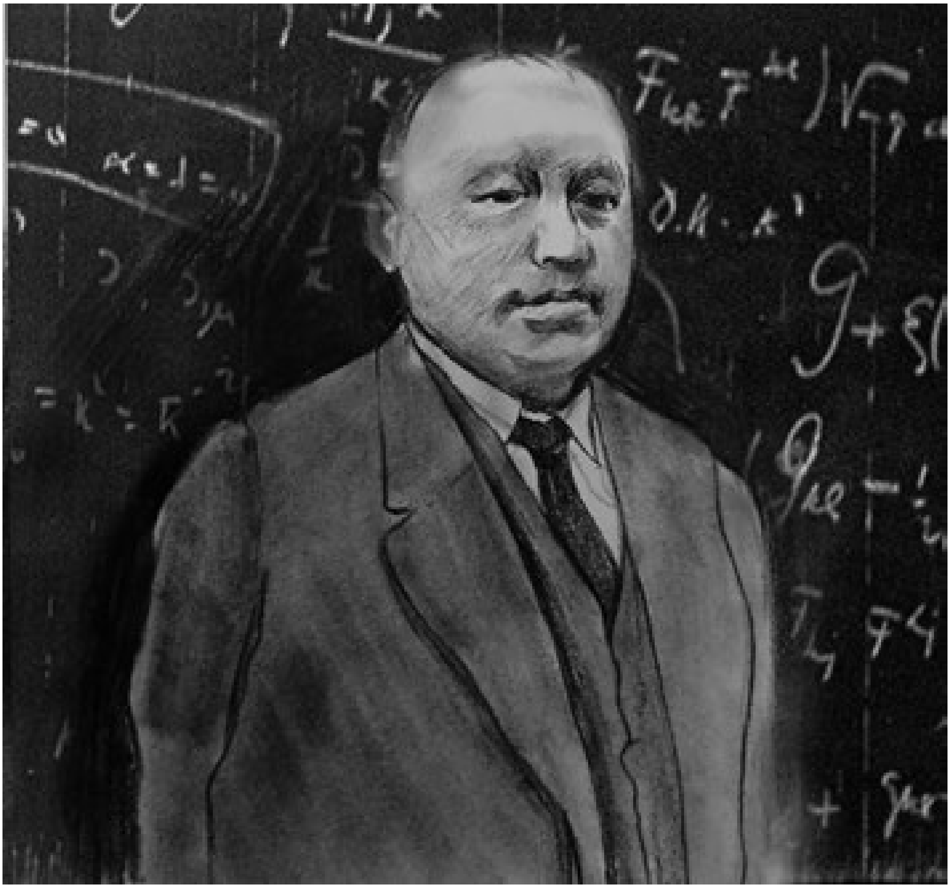
景的[①]。可惜的是，电子自旋确实是不存在经典模型的，从而脚踏实地的计算反而为泡利反对电子自旋概念提供了进一步的理由。在这点上，他跟乌仑贝克和古兹米特因洛伦兹的计算而决定不发表文章（参阅第 26 页注①）是类似的——所不同的，乌仑贝克和古兹米特由艾伦菲斯特替他们做了主，泡利则不仅做了自己的主，还影响了克罗尼格。

评述完泡利反对电子自旋概念的原因，顺便也谈一点电子自旋概念的后续发展——因为那跟泡利也有着密切关系。泡利虽一度反对电子自旋概念，但在“投降”之后却率先给出了电子自旋的数学描述。这方面与他竞争的有海森堡、德国数学家帕斯卡·约尔当（Pascual Jordan）、英国物理学家查尔斯·高尔顿·达尔文（Charles Galton Darwin）等人。那些竞争者都试图用矢量来描述电子自旋，结果未能如愿。泡利 1927 年采用的泡利矩阵（Pauli matrices）及二分量波函数的描述表示则取得了成功[②]。电子自旋的数学表述最终使自旋获得了一个抽象意义，即成为旋转群的一个表示，这对泡利来说是不无宽慰的。多年之后，他在为玻尔 70 岁生日撰写的文章中特别提到，“在经过了一小段心灵上的和人为的混乱之后”，人们达成了以抽象取代具体图像的共识，特别是“有关旋转的图像被三维空间旋转群的表示这一数学特性所取代”。

作为花絮的尾声，我们来谈谈泡利与克罗尼格彼此关系的后续发展。从上一节引述的克罗尼格给玻尔的信件来看，克罗尼格在为自己的不够自信感到后悔的

① 除这两个原因之外，荷兰数学家兼科学史学家范•德•瓦尔登（van der Waerden）还提到了另一个原因，那就是泡利注意到了电子磁矩在不同情形下似乎有不同的大小，比如在碱金属原子双线光谱问题中似乎只有平常的一半大。这个实际上等同于“因子 2”问题（因该问题在表观上可通过将电子磁矩减小一半来解决）的观察，被泡利视为电子不具有确定磁矩的证据，从而再次印证了他对经典模型的怀疑，也为他反对电子自旋概念提供了又一理由。不过泡利与海森堡的通信显示，泡利是在 1925 年 11 月才知道碱金属原子双线光谱的计算结果比观测值大了一倍的问题（即“因子 2”问题）的，因此上述理由起码在泡利给克罗尼格泼冷水时应该是还不存在的。

② 一些物理学家和科学史学家——比如克罗尼格、范•德•瓦尔登、索末菲等——认为泡利所给出的电子自旋的数学描述对狄拉克提出狄拉克方程（Dirac equation）有过启示。不过，狄拉克本人明确否认了这种联系。狄拉克表示他当时根本没考虑自旋，自旋自动出现在他的方程式中是使他大吃一惊的结果。从狄拉克方程的推演过程来看，我倾向于认同狄拉克的说法。



同时，对泡利是颇有些不满的，以至于要“嘲弄一下那些夸夸其谈型的、对自己见解的正确性总是深信不疑的物理学家”，甚至说出了“这种虚荣心的满足也许是他们力量的源泉，或使他们对物理的兴趣持续燃烧的燃料”那样的重话。不过，一时的情绪并未使克罗尼格与泡利的关系从此恶化，相反，他们后来的人生轨迹有着持久而真诚的交汇。

1928 年 4 月，28 岁的泡利成为苏黎世联邦理工学院（ETH Zurich）的理论物理教授，24 岁的克罗尼格则于稍后应邀成为他的第一任助教。后来，克罗尼格前往荷兰格罗宁根大学（University of Groningen）任职，泡利则替他写了推荐信。1935 年，克罗尼格在荷兰乌特勒支大学（Utrecht University）遭遇了不愉快的经历——因不是荷兰人而在求职时败给了乌仑贝克，他写信向泡利诉苦，泡利立即回信进行了安慰，除表示克罗尼格是比乌仑贝克更优秀的物理学家外，还写道：“使我高兴的是，尽管在图宾根就你提出的自旋问题做出过胡乱评论，你仍然认为我配收到来信。”这实际上是就“历史问题”向克罗尼格正式道了歉。

1958 年，物理学家们开始替即将到来的泡利的 60 岁生日筹划庆祝文集。克罗尼格为文集撰写了篇幅达 30 多页的长文。在文章中，他回忆了与泡利交往的点点滴滴，其中包括在苏黎世担任泡利助教期间跟泡利及瑞士物理学家保罗·谢尔（Paul Scherrer）一同出去游泳、远足，穿着浴衣吃午饭，监视着不让泡利吃太多冰激凌等趣事①。在文章的末尾，他写道：“我时常追忆在苏黎世的岁月，不仅作为最有教益的时光，而且也是我一生中最振奋的时期。”

1958 年 12 月 15 日，泡利在苏黎世去世，筹划中的庆祝文集后来成为纪念文集，玻尔为文集撰写了序言，海森堡、列弗·朗道（Lev Landau）、吴健雄（C. S. Wu）等十几位泡利的生前友朋撰写了文章，克罗尼格的长文紧挨着玻尔的序言被

① 热爱自然规律的人往往也热爱并懂得享受自然和人生，这在量子物理学家们那些比比皆是的迷人而多姿的生活趣事中体现得很充分。我有时候会想，“科学家”在很多现代人心中越来越变成了呆板、乏味、不修边幅、心不在焉的代名词，究竟是世风日下、竞争日盛、科学产业化、学者工人化所致呢，还是被影视片中某些样板化得如同滑稽人物似的科学家形象所误导？或许兼而有之吧。

编排在正文的第一篇。克罗尼格为长文添加了一小段伤感的后记：

> 上文的最后一段写于 12 月 14 日，泡利去世前的那个晚上。泡利的去世对他的所有朋友都是一个巨大的震惊。在他们的记忆里，以及在物理学史上，他将永远占据一个独一无二的位置。

这段后记为他和泡利 30 多年的友谊画下了真诚的句号。

6.4 泡利的第二次错误：宇称守恒

现在我们来谈谈泡利的第二次错误——有关宇称守恒的错误[①]。

1956 年 6 月，泡利收到了来自李政道（T. D. Lee）和杨振宁（C. N. Yang）的一篇题为《宇称在弱相互作用中守恒吗？》（*Is Parity Conserved in Weak Interactions?*）的文章。这篇文章就是稍后发表于《物理评论》（*The Physical Review*）杂志，并为两位作者赢得 1957 年诺贝尔物理学奖的著名论文《弱相互作用中的宇称守恒质疑》（*Question of Parity Conservation in Weak Interactions*）的预印本。李政道和杨振宁在这篇文章中提出宇称守恒在强相互作用与电磁相互作用中均存在很强的证据，在弱相互作用中却只是一个未被实验证实的“外推假设”（extrapolated hypothesis）。不仅如此，他们还提出当时困扰物理学界的所谓“θ–τ 之谜”（θ–τ puzzle），即因宇称不同而被视为不同粒子的 θ 和 τ 具有完全相同的质量与寿命这一奇怪现象，有可能正是宇称不守恒的证据，因为 θ 和 τ 有可能实际上是同一粒子。并且他们还提出了一些检验弱相互作用中宇称是否守恒的实验。

但泡利对宇称守恒却深信不疑，对于检验弱相互作用中宇称是否守恒的实验，他在 1957 年 1 月 17 给奥地利裔美国物理学家维克托·韦斯科夫（Victor

① 宇称守恒，或者说宇称对称性，是指物理定律在坐标反演（$\boldsymbol{r} \to -\boldsymbol{r}$）下不变。在三维空间中，通过旋转对称性，坐标反演可以约化为镜面反射，从而宇称守恒常被通俗地表述为：从镜子里看世界，物理定律依然成立。

Weisskopf）的信中表示（着重是原信就有的）：

> 我**不**相信**上帝是一个弱左撇子**，我准备押很高的赌注，赌那些实验将会显示……对称的角分布……

这里所谓“对称的角分布”指的是宇称守恒的结果——也就是说泡利期待的是宇称守恒的结果。

富有戏剧性的是，比泡利的信早了两天，即 1957 年 1 月 15 日，《物理评论》杂志就已收到了吴健雄等人的论文《贝塔衰变中宇称守恒的实验检验》（*Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay*），为宇称不守恒提供了实验证明；比泡利的信早了一天，即 1957 年 1 月 16 日，消息灵通的《纽约时报》（*The New York Times*）就已用“物理学中的基本概念在实验中被推翻”（*Basic Concept in Physics Is Reported Upset in Tests*）为标题，在头版报道了被其称为“中国革命”（Chinese Revolution）的吴健雄等人的实验。

区区一两天的消息滞后，让泡利不幸留下了“白纸黑字”的错误。

但泡利的消息也并非完全不灵通，在发出那封倒霉信件之后几乎立刻，他就也得知了吴健雄实验的结果；到了第四天，即 1957 年 1 月 21 日，各路“坏”消息就一齐汇总到了他那里：首先是上午，收到了李政道和杨振宁等人的两篇新论文，外加瑞士物理学家费利克斯·维拉斯（Felix Villars）转来的《纽约时报》的报道（即那篇 1 月 16 日的报道）；其次是下午，收到了包括吴健雄实验在内的三组实验的论文。这些结果使泡利感到“很懊恼”，唯一值得庆幸的是他没有真的陷入赌局，从而没有因“很高的赌注”遭受钱财损失——他在给韦斯科夫的另一封信中表示，“我能承受一些名誉的损失，但损失不起钱财”[①]。稍后，在给玻尔的信中，泡利的懊恼心情平复了下来，以幽默的笔调为宇称守恒写了几句讣文：

① 对此，韦斯科夫在自传中不无自豪地表示是自己心中的“善”占了上风，才没有在回复泡利 1 月 17 日的信件时答应跟泡利赌 1000 美元！

> 我们本着一种伤心的职责，宣告我们多年来亲爱的女性朋友——宇称——在经历了实验手术的短暂痛苦后，于 1957 年 1 月 19 日平静地去世了。

讣文的落款是当时已知的三个参与弱相互作用的粒子：“e，μ，ν”（即电子、μ 子、中微子）[①]。

1957 年 8 月 5 日，泡利在给瑞士精神科医生兼心理学家卡尔·荣格（Carl Jung）的信中为自己的此次错误作了小结：“现在已经确定上帝仍然是——用我喜欢的表述来说——弱左撇子”“在今年 1 月之前，我对这种可能性从未有过丝毫考虑”。

如果深挖“历史旧账”的话，那么泡利对宇称守恒的深信不疑还使他在二十多年前的另一个场合下犯过错误。1929 年，著名德国数学家赫尔曼·外尔（Hermann Weyl）从数学上提出了一个二分量的量子力学方程式，描述无质量的自旋 1/2 粒子。这个方程式的一个显著特点就是不具有宇称对称性。1933 年，泡利在被称为量子力学“新约”（New Testament）的名著《量子力学的普遍原理》（*General Principles of Quantum Mechanics*）中，以不具有宇称对称性为由，将这一方程式判定为不具有现实意义。在宇称守恒受到李政道和杨振宁的质疑之后，几乎与实验证实同时，李政道和杨振宁、苏联物理学家朗道、巴基斯坦物理学家阿卜杜勒·萨拉姆（Abdus Salam）等人都重新引入了不具有宇称对称性的二分量方程式，用以描述此前不久才被发现，与宇称不守恒有着密切关系的中微子（neutrino）[②]。而泡利则在 1958 年再版自己的“新约”时针对这些进展添加了注释，成为“新约”中量子力学部分为数极少的修订之一。

---

① 细心的读者也许注意到了，泡利把宇称“去世”的日期搞错了几天，不知这是否意味着心情尚未完全平复。

② 当然，外尔的二分量方程式是针对无质量粒子的，在中微子有质量的情形下并不完全适用，不过这跟泡利的反对理由是两码事。另外值得一提的是，萨拉姆有关中微子方程式的文章在发表前曾给泡利看过，泡利通过维拉斯转达的评价是：“请向我的朋友萨拉姆问好，并告诉他思考点更好的东西。”

6.5 第二次错误的幕后花絮

以上就是泡利第二次错误的大致情形。值得一提的是，泡利的两次错误都未诉诸论文，这跟爱因斯坦和玻尔的错误相比，无疑是情节轻微的表现。此外，与他在第一次错误中实际起到了“幕后推手”作用，且颇有可辩解之处相类似，泡利的第二次错误不仅情节轻微——甚至没有像第一次错误那样对别人产生过负面影响（即便是“历史旧账”里的二分量方程式，虽被他“错划为”不具有现实意义，但在中微子被发现之前原本也不具有“现实意义”），而且同样也起到了某种“幕后推手”作用，并且也同样有一些可辩解之处。这可以算是泡利第二次错误的幕后花絮。

我们在《玻尔的错误》一文中曾经提到，1929 年，在试图解决 β 衰变中的能量问题时，玻尔再次提出了能量不守恒的提议，并遭到了泡利的反对①。但是，比单纯的反对更有建设性的是，泡利于 1930 年提出了解决这一问题的正确思路：中微子假设——虽然“中微子”这一名称是意大利物理学家恩里科·费米（Enrico Fermi）而不是泡利所取的②。

泡利不仅提出了中微子假设，而且积极呼吁实验物理学家去搜索它。1930 年 12 月 4 日，他给在德国图宾根参加放射性研究会议的与会者们发去了一封措辞幽默的公开信。这封公开信以“亲爱的放射性女士和先生们”为称呼，以表达因参加一个舞会而无法与会的“歉意”为结束，内容则是推介他的中微子假设。泡利在信中表示自己“迄今还不敢发表有关这一想法的任何东西”，但由 β 衰变中的

① 顺便介绍一下泡利的反对理由，主要有两条：一条是电荷守恒，能量动量有什么理由不守恒？另一条是 β 衰变在表观上总是损失能量，若能量果真不守恒，有什么理由总是损失能量，而从不增加能量？

② 泡利给中微子所取的名字是“中子”（neutron），这个名字不久之后被我们如今称为“中子”的粒子所“占有”。另外值得一提的是，泡利所假设的中微子在具体参数上跟真实的中微子存在很大差异，比如其质量被假定为与电子相当，磁矩的上限被大大高估，穿透能力则被大大低估。但这些都是可以理解的，在那样早期的阶段，定性远比定量重要，而中微子所具有的质量轻、穿透性高、磁矩小等性质在定性上基本都被涵盖了。

能量问题所导致的“局势的严重性”使他觉得“不尝试就不会有收获”，“必须认真讨论挽救局势的所有办法”，他因此呼吁对中微子假设进行“检验和裁决”。

由于相互作用的极其微弱，中微子直到 1956 年才由美国物理学家克莱德·柯温（Clyde Cowan）和弗雷德里克·莱因斯（Frederick Reines）等人在实验上找到[①]。这个由泡利提出并呼吁搜索的意在解决 β 衰变中的能量问题的中微子不仅是弱相互作用的核心参与者之一，而且其状态及相互作用都直接破坏宇称对称性[②]，从而堪称是宇称不守恒的“罪魁祸首”——虽然在吴健雄等人的实验中，中微子并不是被直接探测的粒子。从这个意义上讲，泡利对于宇称不守恒而言，是起到了某种“幕后推手”作用的，最低限度说，也是有着藕断丝连的正面影响的，这使他的第二次错误也如第一次错误那样，具有了独特的戏剧性。泡利自己对这种戏剧性也有过一个简短描述：在吴健雄实验成功后不久，泡利在给这位被他赞许为“无论作为实验物理学家还是聪慧而美丽的年轻中国女士”都给他留下深刻印象的物理学家的祝贺信中写道：“中微子这个粒子——对其而言我并非局外人——还在为难我”[③]。

---

① 不过早在 1953 年，中微子存在的早期证据就传到了泡利所在的苏黎世。泡利兴奋地携几位同事登上了苏黎世附近的玉特利山（Üetliberg），并喝了不少红酒。据一位同事回忆，在下山途中，泡利说了一句令他终生铭记的话：“记住，所有好事都垂青于有耐心的人。”不过，中微子的发现直到 1995 年才获颁诺贝尔物理学奖，已风烛残年但侥幸健在的莱因斯算是“有耐心”地等到了，柯温却很遗憾地在 21 年前就去世了。

② 在粒子物理标准模型中，中微子原本只存在左手（left-handed）态，从而直接并且最大化地破坏了宇称对称性——被称为“宇称的最大破坏”（maximal violation of parity）。中微子被发现有质量之后，情势复杂化了，目前尚无扩展标准模型的唯一方案，宇称的破坏有可能不再是最大化的，但中微子的状态及相互作用依然是直接破坏宇称对称性的。

③ 泡利与吴健雄相识于 1941 年泡利访问加州大学伯克利分校（University of California at Berkeley）期间，对吴健雄的前述赞许来自泡利 1957 年 8 月 5 日给荣格的信。作为比较，另两位有幸（或不幸？）与泡利交往过的华人物理学家——周培源和胡宁——从他那儿得到的评价就乏善可陈了：周培源 1929 年在泡利处工作过，泡利在接受普林斯顿高等研究院的询问（因周于 1936 年申请到该院工作）时表示：“我对他的科学才能没有太好的印象”；胡宁 1944 年在泡利处工作过，泡利在给朋友的信里表示：“胡只在数值计算上有用，我很想把他赶走，但不太知道能赶他去哪里。”

泡利为什么对宇称守恒深信不疑呢？他后来在给吴健雄的信中解释说，那是因为宇称在强相互作用下是守恒的，而他不认为守恒定律会跟相互作用的强度有关，因此不相信宇称在弱相互作用下会不守恒。不过，这一理由虽适用于他 1957 年的观点，却似乎不足以解释他的“历史旧账”，即在 1933 年出版的量子力学“新约”中以宇称不守恒为由将外尔的二分量中微子方程式视为不具有现实意义。因为那时强相互作用的概念才刚刚因中子的发现（1932 年）而诞生，参与强相互作用的重要粒子——介子——尚未被发现，而介子的宇称更是迟至 1954 年才得到确立，那时的宇称守恒哪怕在强相互作用下恐怕也算不上已被确立，而只是有关对称性的普遍信念的一部分，或是被美国物理学家史蒂文·温伯格（Steven Weinberg）列为爱因斯坦的错误之一的以美学为动机的简单性的一种体现。也许，对那种普遍信念的追求才是泡利此次错误的真正——或最早——的根源。

关于泡利的第二次错误，也有一些可替他辩解的地方，因为无论是有关对称性的普遍信念，还是具体到对宇称守恒的深信不疑，在当时都绝非泡利的独家观点，而在很大程度上可以算是主流看法。虽然李政道和杨振宁的敏锐质疑极是高明，但在质疑得到证实之前，那种主流看法本身其实谈不上错误，因为科学寻求的是对自然现象逻辑上最简单的描述，而对称性正是一种强有力的简化描述的手段。在被证实失效之前，对那样的手段予以信任、坚持，乃至外推是很正常的，也是多数物理学家的共同做法。比如美国实验物理学家诺曼·F. 拉姆齐（Norman F. Ramsey, Jr.）曾就是否该将宇称不守恒的可能性诉诸实验征询理查德·费曼（Richard Feynman）的看法，费曼表示他愿以 50∶1 的比例赌那样的实验不会发现任何东西。这跟泡利的“很高的赌注”有着同样的“豪爽”。可惜拉姆齐虽表示这赌约对他已足够有利，却并未真正付诸实践，从而费曼也跟泡利一样在钱财上毫发无损。又比如瑞士物理学家费利克斯·布洛赫（Felix Bloch）曾与斯坦福大学物理系的同事打赌，如果宇称不守恒，他愿吃掉自己的帽子——后来不得不狡辩说幸亏自己没有帽子[①]！这些物理学家都不是无名之辈：布洛赫是 1952 年的诺

① 这件逸闻是李政道在给美国科罗拉多大学的科学史学家阿伦·富兰克林（Allan Franklin）的信件中讲述的。

贝尔物理学奖得主，费曼是 1965 年的诺贝尔物理学奖得主，拉姆齐是 1989 年的诺贝尔物理学奖得主。

最后还有一点值得提到，那就是：泡利从 1952 年就开始研究场论中的离散对称性，是对基本粒子理论中的对称性进行研究的先驱者和顶尖人物之一。1954 年，他与德国物理学家格哈特·吕德斯（Gerhart Lüders）在能量有下界、洛伦兹不变性（Lorentz invariance）等场论的最一般性质的基础之上证明了所谓的 CPT 对称性——由电荷共轭（charge conjugation）、宇称及时间反演（time reversal）组成的联合对称性必须成立。这个被称为吕德斯 - 泡利定理（Lüders–Pauli theorem）或 CPT 定理（CPT theorem）的著名结果在当时似乎是多此一举的，因为其所涉及的电荷共轭、宇称及时间反演对称性被认为分别都是成立的。但随着宇称不守恒的发现，很多同类（即离散）的对称性——如电荷共轭对称性、时间反演对称性、电荷共轭及宇称（charge conjugation and parity，CP）联合对称性等——相继“沦陷”，唯有 CPT 对称性如激流中的磐石一般屹立不倒，使 CPT 定理的重要性得到了极大的凸显，成为量子场论——尤其是公理化量子场论——中最基本的定理之一。

6.6 结语

有关泡利的错误就介绍到这里了。泡利那广为人知的尖刻和不留情面或许会给人一个刚愎自用、不易相处的印象，其实，在真正熟悉泡利的人眼里，与泡利共事不仅是一种殊荣，也是一种愉快——就如克罗尼格所回忆的：

> 泡利不愿容忍粗疏的思考，却随时准备着给予别人应得的荣誉，并且随时准备着承认自己的错误——只要有人能提出有效的反驳。他也很乐意以参加周日远足的方式让你平衡他在苏黎世湖（Zürichsee）上游泳的优势，因为远足对他要比对小块头的人来得困难。

这就是泡利——智慧、坦诚、幽默，甚至带点体贴的泡利。

最后要说明的是，我们介绍泡利的错误，绝不是——哪怕借着“六一”的气氛——拿泡利寻开心，而是与介绍爱因斯坦的错误和玻尔的错误有着相同的用意，即试图说明无论声誉多么崇高、功力多么深厚、思维多么敏锐的科学家都难免会犯错。犯错无损于他们的伟大，也无损于科学的伟大。事实上，科学一直是犯着错误，不断纠正着错误才走到今天的，永远正确绝不是科学的特征——相反，假如有什么东西标榜自己永远正确，那倒是最鲜明不过的指标，表明它绝不是科学。

参考文献

[1] ATMANSPACHER H, PRIMAS H. Recasting Reality: Wolfgang Pauli’s Philosophical Ideas and Contemporary Science[M]. Berlin: Springer, 2009.

[2] BOHR N. Collected Works (vol 5)[M]. Amsterdam: North-Holland Physics Publishing, 1984.

[3] BOHR N. Collected Works (vol 9)[M]. Amsterdam: North-Holland Physics Publishing, 1986.

[4] ENZ C P. No Time to be Brief: A Scientific Biography of Wolfgang Pauli[M]. Oxford: Oxford University Press, 2002.

[5] FIERZ M, WEISSKOPF V F (eds). Theoretical Physics in the Twentieth Century[M]. New York: Interscience Publishers Inc., 1960.

[6] FEYNMAN R P. Surely You’re Joking, Mr. Feynman![M]. New York: W. W. Norton & Company, 1997.

[7] FRANKLIN A. The Neglect of Experiment[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.

[8] FRASER G. Cosmic Anger: Abdus Salam - The First Muslim Nobel Scientist[M]. Oxford: Oxford University Press, 2008.

[9] LINDORFF D. Pauli and Jung: The Meeting of Two Great Minds[M]. Wheaton: Quest Books, 2004.

[10] MEHRA J, RECHENBERG H. The Historical Development of Quantum Theory (vol. 1 part 2)[M]. Berlin: Springer, 1982.

[11] Mehra J, RECHENBERG H. The Historical Development of Quantum Theory (vol. 3)[M]. Berlin: Springer, 1982.

[12] Mehra J, RECHENBERG H. The Historical Development of Quantum Theory (vol. 6 part 1)[M]. Berlin: Springer, 2000.

[13] MILLER A I. Deciphering the Cosmic Number: The Strange Friendship of Wolfgang Pauli and Carl Jung[M]. New York: W. W. Norton & Company, Inc., 2009.

[14] PAIS A. Einstein Lived Here[M]. Oxford: Oxford University Press, 1994.

[15] PAULI W. General Principles of Quantum Mechanics[M]. Berlin: Springer, 1980.

[16] TOMONAGA S. The Story of Spin[M]. Chicago: University of Chicago Press, 1997.

[17] WEISSKOPF V. The Joy of Insight: Passions of a Physicist[M]. New York: BasicBooks, 1991.

[18] YANG C N. Selected Papers with Commentary (1945–1980)[M]. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1983.

[19] 季承，柳怀祖，滕丽 . 宇称不守恒发现之争论解谜 [M]. 香港：天地图书有限公司，2004.

2014 年 7 月 16 日写于纽约

7 辐射单位简介

2011 年 3 月 11 日发生在日本仙台港以东海域的 9.0 级地震及海啸（2011 Tohoku earthquake and tsunami）引发的日本福岛第一核电站（Fukushima I Nuclear Power Plant）事故引起了各路媒体的广泛报道。在那些报道中，常常出现诸如“……的泄漏量为……居里”“……的空气浓度达到……贝可 / 立方米”“辐射量高达……希沃特”之类的文字。对普通读者来说，这些文字的含义可能是令人困惑的，因为它们所涉及的“居里”“贝可”“希沃特”（简称“希”，也有媒体译为“西弗”）等都是一般人平时很少有机会接触的辐射单位。

这些辐射单位究竟是什么含义呢？本文来做一个简单介绍。

电离辐射的标准警示符号

在介绍之前，让我们先对本文所谈论的辐射做一个界定。若无特殊说明，本文所谈论的辐射全都是指由核裂变（nuclear fission）反应产生的电离辐射（ionizing radiation）——能对物质产生电离作用的辐射。核电站事故所涉及的辐射及核医

疗设备所使用的辐射大都属于这一类型。

现在进入正题。有关辐射的单位大体可分为两类，一类与辐射源有关，另一类与吸收体有关。

我们先介绍前者。对辐射源来说，表征其特性的核心指标是作为辐射产生机制的核裂变反应的快慢程度，具体地说，是单位时间所发生的核裂变反应平均次数。物理学家们将这一指标称为放射性活度（radioactivity），它的单位叫作贝可勒尔（Becquerel，符号为 Bq），简称贝可，其定义为每秒钟一次核裂变①。贝可是国际单位制中的导出单位（derived unit）。

很明显，对于给定类型的辐射源来说，放射性活度的高低与辐射源的质量有着直接关系，辐射源的质量越大，平均每秒钟发生的核裂变反应次数就越多，放射性活度也就越高（有兴趣的读者可以想一想，需要知道什么样的额外信息，才能在放射性活度与质量之间建立定量关系）。由于核裂变反应是微观过程，单枪匹马而论对宏观世界的影响是微乎其微的，因此贝可是一个很小的单位，实际应用时常常要用千贝可（kBq）和兆贝可（MBq）来辅助。

除贝可外，描述放射性活度还有一个常用单位叫作居里（Curie，符号为 Ci）②，它是贝可的 370 亿倍（3.7×10^{10} 倍）。换句话说，一个放射性活度为 1 居里的辐射源平均每秒钟发生 370 亿次核裂变反应。有读者可能会问："370 亿"这一古怪数字是哪里来的？答案是：来自于一克镭（Radium）同位素 ^{226}Ra 每秒钟的大致衰变次数。与贝可相反，居里是一个很大的单位，实际应用时常常要用毫居里（mCi）和微居里（μCi）来辅助。居里不是国际单位制中的单位，但应用的广泛程度不在贝可之下。不同的国家对贝可和居里这两个单位有不同的喜好，比如在澳大利亚，贝可用得较多；在美国，居里用得较多；而在欧洲，两个用得差不多多。另外需要提醒的是，由于放射性活度仅仅给出了单位时间所发生的核裂变反应平均次数，而不同放射源的核裂变方式及核裂变所发射的粒子是不同的，因此谈论放射性活度时需要指明放射源——比如指明放射性同位素的名称。

---

① 该单位的命名是纪念法国物理学家亨利·贝可勒尔（Henri Becquerel, 1852—1908）。

② 该单位的命名是纪念居里夫妇（Pierre Curie 和 Marie Curie）。

由于放射性活度与辐射源的质量有关，又比质量更能准确反映辐射源的基本特征——辐射能力——的强弱，因此当人们谈论核事故中辐射源的泄漏时，常常会用放射性活度的单位，即贝可和居里，来描述泄漏数量。比如美国能源与环境研究所（Institute for Energy and Environmental Research）2011 年 3 月 25 日发布的一份报告宣称，截至 3 月 22 日，福岛第一核电站的碘（Iodine）同位素 ^{131}I 的泄漏数量约为 2 400 000 居里（以放射性活度而论相当于 2.4 吨镭同位素 ^{226}Ra，不过由于 ^{131}I 的半衰期很短，相应的质量要小得多，对环境的危害则主要是短期的）。

当泄漏出的辐射源沾染到别处时，人们除了关心泄漏总量外，还常常要了解受沾染地区单位面积土地、单位体积空气或单位质量土壤中的辐射源数量，描述那些数量的单位是贝可（或居里）每平方米、每立方米或每千克等，我们在新闻中也能见到它们的身影。比如苏联切尔诺贝利（Chernobyl）核电站事故在芬兰和瑞典造成的铯（Caesium）同位素 ^{137}Cs 的沾染约为 40 千贝可每平方米。

以上就是与辐射源有关的主要单位。接下来介绍一下与吸收体有关的单位。知道一个辐射源的放射性活度，只是知道了它的辐射能力，却不等于知道它所发射的辐射对吸收体的影响，因为后者明显与辐射源的类别、吸收体距离辐射源的远近、吸收体的类别等诸多因素有关。那么，怎样才能描述辐射对吸收体的影响呢？一种常用的手段，是利用电离辐射能对物质产生电离作用这一基本特性，通过测量它在标准状态下单位质量干燥空气中产生出的电离电荷的数量，来衡量它对吸收体的影响。这种手段产生出了一个叫作伦琴（Roentgen，符号为 R）的单位①，它被定义为在标准状态下 1 千克干燥空气中产生 0.000 258 库（2.58×10^{-4} 库）的电离电荷。读者想必要问："0.000 258"这一古怪数字是哪里来的？答案是：来自单位换算。因为伦琴这一单位最初是在所谓的厘米 · 克 · 秒（cgs）单位制中定义的。在那个单位制下，它的定义是在标准状态下 1 立方厘米干燥空气中产生 1 静电单位的电离电荷。有兴趣的读者可以对单位作一下换算，证实一下"0.000 258"这一古怪数字的由来。

① 该单位的命名是纪念德国物理学家威廉 • 伦琴（Wilhelm Röntgen, 1845—1923）。

伦琴这个单位的使用范围比较狭窄，主要是针对像 X 射线和 γ 射线那样的电磁辐射。不过由于大气中的电离电荷比较容易测量，因此它一直是一个常用单位。除伦琴外，描述辐射对吸收体影响的另一个常用单位叫作戈瑞（Gray，符号为 Gy）①。如果说伦琴是以电荷为指标来描述辐射对吸收体的影响，那么戈瑞则是以能量为指标来描述辐射对吸收体的影响。在辐射研究中，人们把单位质量吸收体所吸收的辐射能量称为吸收剂量（absorbed dose），戈瑞是吸收剂量的单位，其定义是每千克吸收体吸收 1 焦的能量。很明显，伦琴与戈瑞这两个单位之间是存在关系的（因为电离需要耗费能量），不过这种关系与吸收体的类型有关（有兴趣的读者可以想一想，需要知道什么样的额外信息，才能在伦琴与戈瑞之间建立定量关系）。戈瑞是国际单位制中的导出单位，与戈瑞有关的还有一个常用单位叫作拉德（rad），它是“辐射吸收剂量”（radiation absorbed dose）的英文缩写，是戈瑞在厘米·克·秒单位制中的对应，大小为戈瑞的百分之一（10^{-2}）。

伦琴、戈瑞及拉德都是描述辐射对吸收体影响的常用单位，但对于我们最关心的辐射对人体的危害来说，它们都不是最好的单位，因为辐射对人体的危害并不单纯取决于电离电荷或吸收能量的数量，而与辐射的类型有关，这种类型差异可以用一系列所谓的“辐射权重因子”（radiation weighting factor）来修正。考虑了这一修正后的吸收剂量被称为剂量当量（dose equivalent），它的单位则被称为希沃特（sievert，符号为 Sv）②，简称希。希沃特是国际单位制中的导出单位，其定义为

以希沃特为单位的剂量当量 = 以戈瑞为单位的吸收剂量 × 辐射权重因子

为了使该定义能够应用，有必要列出一些主要辐射的辐射权重因子（表 7-1）：

① 该单位的命名是纪念英国物理学家路易斯·戈瑞（Louis Gray, 1905—1965）。

② 该单位的命名是纪念瑞典医学物理学家罗尔夫·希沃特（Rolf Sievert, 1896—1966）。

表 7-1 主要辐射类型的辐射权重因子

辐射类型	辐射权重因子
X 射线、γ 射线、β 射线	1
能量小于 10keV 的中子	5
能量为 10~100keV 的中子	10
能量为 100~2000keV 的中子	20
能量为 2~20MeV 的中子	10
能量大于 20MeV 的中子	5
α 粒子及重核	20

注：keV：千电子伏；MeV：兆电子伏

由上述表格不难看出，中子辐射的辐射权重因子要比 X 射线、γ 射线、β 射线高得多，这意味着对于同等的吸收剂量，中子辐射对人体的危害要比 X 射线、γ 射线、β 射线大得多。中子弹（neutron bomb）之所以是一种可怕的武器，一个很重要的原因就在于此。

希沃特不仅是剂量当量的单位，而且还是描述辐射对人体危害性的另一个重要指标——有效剂量（effective dose）——的单位。什么是有效剂量呢？它是将人体内各组织或器官所吸收的剂量当量转化为均匀覆盖全身的等价剂量，然后加以汇总的结果。有效剂量这一概念之所以有用，是因为在很多情况下，人体内各组织或器官所受辐射的剂量当量是不均匀的，有的器官多，有的器官少。有效剂量通过将这种不均匀性均匀化，使我们能用一个单一指标来描述辐射对人体的总体危害，从而有很大的便利性。那么，人体内各组织或器官所吸收的剂量当量如何才能转化为均匀覆盖全身的等价剂量呢？答案是利用一系列所谓的“组织权重因子”（tissue weighting factor），它们与相应组织或器官所受辐射的剂量当量的乘积，就是均匀覆盖全身的等价剂量。而汇总无非就是做加法——对各组织或器官所对应的等价剂量进行求和，因此：

$$\text{有效剂量} = \sum(\text{剂量当量} \times \text{组织权重因子})$$

为了使该定义能够应用，有必要列出一些主要组织或器官的组织权重因子（表 7-2）（有兴趣的读者请想一想，组织权重因子为什么都小于 1？）。

表 7-2　人体主要组织或器官的组织权重因子

组织或器官名称	组织权重因子
性腺	0.20
肺、结肠、胃等	0.12
膀胱、胸、肝、脑、肾、肌肉等	0.05
皮肤、骨骼表面等	0.01

希沃特是一个很大的单位，实际应用时常常要用毫希（mSv）或微希（μSv）来辅助。比如一次胸部透视所受辐射的有效剂量约为几十微希；一次脑部 CT 所受辐射的有效剂量约为几毫希；一个人在正常自然环境中每年所受辐射的有效剂量也约为几毫希。人体短时间所受辐射的有效剂量在 100 毫希以上时，就会开始有不容忽视的风险，剂量越大，风险越高，剂量若大到要直接动用希沃特这个单位（比如达到几希），那么就算不死也基本只剩半条命了。除希沃特外，描述剂量当量或有效剂量还有一个常用单位叫作雷姆（rem），它是“人体伦琴当量”（Roentgen equivalent in man）的英文缩写，是希沃特在厘米·克·秒单位制中的对应，大小为希沃特的百分之一（10^{-2}）。

有效剂量由于是平均到全身后的剂量当量，在使用时不必指定具体的器官或组织。但无论有效剂量还是剂量当量，它们作为吸收剂量，其数值都和人体与辐射源的相对位置密切相关，因此在用于描述辐射源的危害性时，通常要指明吸收体的位置才有清晰含义。此外，在像核事故那样辐射持续存在的环境里，人体所受辐射的有效剂量或剂量当量与暴露于辐射中的时间成正比，因此在谈论时必须给出时间长短。笼统地谈论一个不带时间限制的有效剂量或剂量当量，比如“福岛核电站内最新核辐射量达到 400 毫希”，是没有意义的。

以上就是对主要辐射单位的简单介绍，希望有助于大家阅读和辨析新闻。在本文的最后，给有兴趣的读者留一道简单的习题：若一个人的胸部受到能量 20 千

电子伏、吸收剂量2毫戈的中子辐射照射，胃部受到吸收剂量3毫戈的X射线照射，请问此人所受辐射的有效剂量是多少毫希？

2011年3月30日写于纽约