

第 3 章

三相电路

本章涉及的知识点主要是三相电路的稳态分析方法,重点是对称三相电路的求解以及三相电路功率的测量,对不对称三相电路的常用分析方法也需要了解和掌握。主要解题思路和注意事项总结如下:

(1) 对称三相电路采用“抽单相”的方法进行求解,通常抽取 A 相电路进行分析。抽单相求解三相电路的主要步骤如下:

- ① 将所有电源和负载都变换为 Y 形连接,注意电源在变换前后保持线电压不变;
- ② 将电源和所有负载的中点相连,得到一相等效电路。在此单相等效电路中,所有电压、电流都是 Y 形连接情况下的相电压和相电流(也等于线电流);
- ③ 求解一相等效电路,得到 A 相相电压和相电流;
- ④ 根据对称性,写出 B、C 两相的相电压和相电流;
- ⑤ 根据电压、电流的相线关系,求出原电路中的待求量。

(2) 不对称三相电路不能再用抽单相的方法进行求解,可以用节点法、回路法、叠加定理、戴维南定理等进行求解。

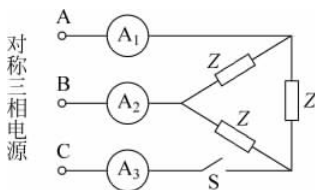
(3) 三相电路的功率测量常用的有三表法和两表法,前者适用于三相四线制电路,后者一般适用于三相三线制电路。两表法测量三相功率时,每一块表的读数均没有实际物理意义,因此有可能会出现读数为负数。

(4) 对于含多次谐波的电压源作用下的三相电路,要注意正序、零序和负序谐波分别作用时要采用不同的分析方法,若是对称三相电路,正序和负序电源作用时仍然可以采用抽单相的方法进行求解,但是零序谐波电压源作用时不能抽单相求解,可以用节点法或叠加定理进行求解。

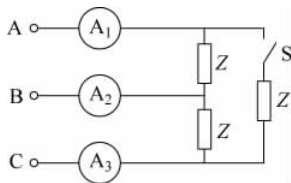
3-1 题图 3-1 所示电路中,当开关 S 闭合时,3 个电流表的读数均为 1A。求开关 S 打开时,电流表 A_1 的读数。

解 当 S 闭合时, 3 个电流表的读数为 $\frac{\sqrt{3}U_{AB}}{|Z|} = 1\text{A}$ 。当 S 打开时, 电流表 A_1 的读数为

$$I_{A_1} = \frac{U_{AB}}{|Z//2Z|} = \frac{U_{AB}}{\frac{2}{3}|Z|} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}U_{AB}}{2|Z|} = 0.866\text{ A}$$



题图 3-1



题图 3-2

3-2 题图 3-2 所示电路为三相电路, 电源为对称三相电源。开关 S 闭合时, 3 个电流表的读数均为 5A, 求开关 S 打开后 3 个电流表的读数。

解 当开关 S 闭合时, 电路为对称三相电路, 3 个电流表中的电流均为线电流, 此时每相负载中的相电流为 $5/\sqrt{3} = 2.89\text{A}$ 。

开关 S 打开后, 一相负载断路, 其余两相负载两端的电压不变, 其中的电流也不变, 所以, 电流表 A_2 的读数仍为 5A。而 A_1 、 A_3 中的电流相当于对称运行时的相电流, 即此时 A_1 、 A_3 的读数为 2.89A。

3-3 三相对称电路如题图 3-3 所示, 测得功率表 W_1 的读数为 2840W, W_2 的读数为 1204W, 电流表 A 的读数为 7.5A, 求负载参数 R 和 L (设电源频率 $f=50\text{Hz}$)。

解 两块功率表的读数是三相电路吸收的总功率, 即电阻消耗的功率。

设 Δ 连接负载中每相负载流过的电流为 I_{ab} , 每相负载的阻抗角为 φ 。

$$I_{ab} = I_A / \sqrt{3} = 7.5 / \sqrt{3} = 4.33\text{ A}$$

$$3RI_{ab}^2 = P_1 + P_2$$

$$R = \frac{P_1 + P_2}{3I_{ab}^2} = \frac{2840 + 1204}{3 \times 4.33^2} = 71.9\ \Omega$$

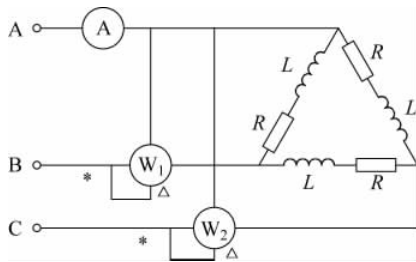
第 1 块功率表的读数

$$P_1 = U_{BA} I_B \cos(30^\circ - \varphi) = 2840\text{ W}$$

第 2 块功率表的读数

$$P_2 = U_{CA} I_C \cos(30^\circ + \varphi) = 1204\text{ W}$$

$$\frac{\cos(30^\circ - \varphi)}{\cos(30^\circ + \varphi)} = \frac{2840}{1204} = 2.359, \varphi = 35^\circ$$

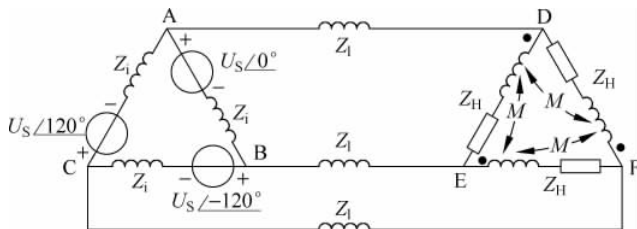


题图 3-3

$$\frac{X_L}{R} = \tan 35^\circ = 0.701, \quad X_L = 0.701 \times 71.9 = 50.4 \, \Omega$$

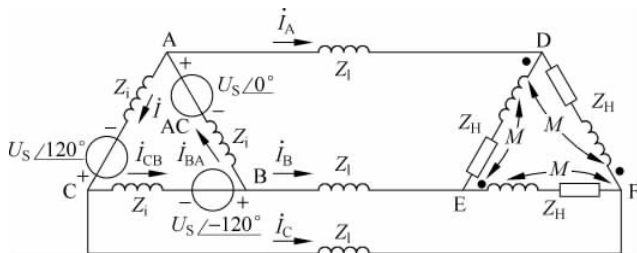
$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{50.4}{314} = 0.161 \, \text{H}$$

3-4 题图 3-4 所示电路为对称三相电路,电源每相有内阻抗 $Z_i = j1.5 \, \Omega$,线路阻抗 $Z_l = j1 \, \Omega$,负载每相自阻抗为 $Z_H = (10 + j5) \, \Omega$,三相负载间有互感,每两相间的互感抗为 $jX_M = j\omega M = j2 \, \Omega$ 。电源电压为 $U_s = 10 \text{V}$ (三相电源对称)。计算各相电源中的电流和各相负载两端的电压(线电压)。



题图 3-4

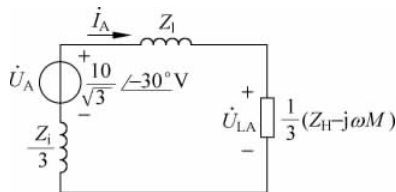
解 各电流的参考方向如题图 3-4(a)所示。



题图 3-4(a)

消去三相负载之间的互感耦合,作出题图 3-4(b)所示的一相计算电路。由一相计算电路可得

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z_l + \frac{Z_i}{3} + \frac{1}{3}(Z_H - j\omega M)} \\ &= \frac{\frac{10}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ}{j1 + \frac{j1.5}{3} + \frac{1}{3}(10 + j5 - j2)} \\ &= \frac{\frac{10}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ}{4.166 \angle 36.87^\circ} = 1.386 \angle -66.87^\circ \, \text{A} \end{aligned}$$



题图 3-4(b)

$$\dot{U}_{\text{LA}} = \frac{1}{3}(Z_{\text{H}} - j\omega M) \dot{I}_{\text{A}} = (3.333 + j1) \times 1.386 / -66.87^\circ = 4.823 / -50.17^\circ \text{ V}$$

三相电源中的相电流为

$$\dot{I}_{\text{BA}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_{\text{A}} / 30^\circ = 0.800 / -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{\text{CB}} = 0.800 / -157^\circ \text{ A}, \dot{I}_{\text{AC}} = 0.800 / 83.1^\circ \text{ A}$$

各相负载两端的电压为

$$\dot{U}_{\text{DE}} = \sqrt{3} \dot{U}_{\text{LA}} / 30^\circ = \sqrt{3} / 30^\circ \times 4.823 / -50.17^\circ = 8.35 / -20.2^\circ \text{ V}$$

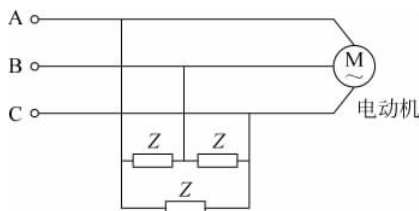
$$\dot{U}_{\text{EF}} = 8.35 / -140^\circ \text{ V}, \dot{U}_{\text{FD}} = 8.35 / 99.8^\circ \text{ V}$$

3-5 题图 3-5 所示电路中, 已知工频对称三相电源线电压 $u_{\text{AB}}(t) = 380\sqrt{2} \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$, 电动机负载三相总功率 $P = 1.7 \text{ kW}$, $\cos\varphi_{\text{D}} = 0.8$, 对称三相负载阻抗 $Z = (50 + j80) \Omega$ 。

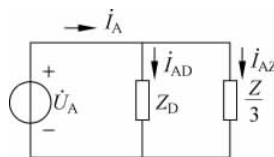
(1) 求三相电源发出的有功功率和无功功率;

(2) 为使电源端功率因数提高到 $\cos\varphi = 0.9$, 在负载处并联一组三相电容(Y形连接), 求所需电容 C 。

解 (1) 令 $\dot{U}_{\text{A}} = 220 / 0^\circ \text{ V}$, 作出如题图 3-5(a) 所示的一相计算电路。



题图 3-5



题图 3-5(a)

由一相计算电路及已知条件, 可得

$$\dot{I}_{\text{AZ}} = \frac{220 / 0^\circ}{(50 + j80) / 3} = 6.98 / -58^\circ \text{ A}$$

$$I_{\text{AD}} = \frac{1700}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.23 \text{ A}, \quad \varphi_{\text{D}} = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_{\text{AD}} = 3.23 / -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{\text{A}} = \dot{I}_{\text{AZ}} + \dot{I}_{\text{AD}}$$

$$= 3.699 - j5.919 + 2.583 - j1.939 = 10.1 / -51.4^\circ \text{ A}$$

三相电源发出的有功功率

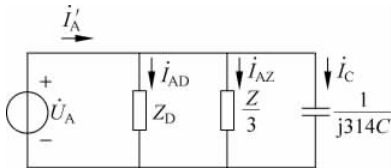
$$P = 3 \times 220 \times 10.1 \times \cos 51.4^\circ = 4.14 \text{ kW}$$

三相电源发出的无功功率

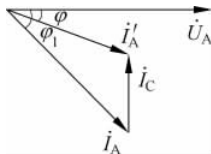
$$Q = 3 \times 220 \times 10.1 \times \sin 51.4^\circ = 5.19 \text{ kvar}$$

电源端的总功率因数 $\cos \varphi_1 = \cos 51.4^\circ = 0.624$ (滞后)。

(2) 补偿后电源端的总功率因数 $\cos \varphi = 0.9$, $\varphi = 25.8^\circ$ 。补偿后的一相计算电路及相量图分别如题图 3-5(b) 和题图 3-5(c) 所示。



题图 3-5(b)



题图 3-5(c)

由相量图可得

$$I_C = I_A \cos \varphi_1 (\tan \varphi_1 - \tan \varphi) = 6.30 \times (\tan 51.4^\circ - \tan 25.8^\circ) = 4.85 \text{ A}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{220}{4.85} = 45.4, \quad C = \frac{1}{45.4 \times 314} = 70.1 \mu\text{F}$$

3-6 线电压为 380V 的三相电源接两组负载。一组为三相电动机,其有功功率为 $P_D = 20\text{kW}$,功率因数 $\cos \varphi = 0.8$; 另一组为三相白炽灯,总功率为 $P_R = 5\text{kW}$ 。此时电路的总功率因数为多少? 若将功率因数提高到 0.94,则应并联一组接成 Y 形的电容器,每相电容值是多少?

解 设 $\dot{U}_A = 220/\underline{0^\circ}\text{V}$,电动机 Y 形连接每相等效阻抗为 Z_D ,白炽灯每相电阻为 R ,则可作出一相计算电路如题图 3-6 所示。

对白炽灯负载,有

$$R = \frac{U_A}{I_{A1}} = \frac{3U_A^2}{P_R} = \frac{3 \times 220^2}{5000} = 29.04 \Omega$$

对三相电动机负载,有

$$|Z_D| = \frac{U_A}{I_{A2}} = \frac{3U_A^2 \cos \varphi}{P_D} = \frac{3 \times 220^2 \times 0.8}{20 \times 10^3} = 5.808 \Omega$$

$$Z_D = 5.808/\underline{36.87^\circ} \Omega$$

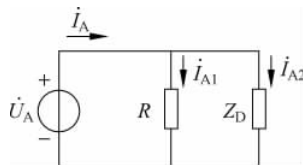
总负载等效阻抗为

$$Z = R // Z_D = \frac{29.04 \times 5.808/\underline{36.87^\circ}}{29.04 + 5.808/\underline{36.87^\circ}} = \frac{168.7/\underline{36.87^\circ}}{33.87/\underline{5.877^\circ}} = 4.981/\underline{30.99^\circ} \Omega$$

所以,电源端总功率因数为

$$\cos \varphi_s = \cos 30.99^\circ = 0.857$$

若将功率因数提高到 $\cos \varphi'_s = 0.94$,则总的无功补偿容量为



题图 3-6

$|Q_C| = P(\tan\varphi_s - \tan\varphi'_s) = 25 \times 10^3 \times (\tan 30.99^\circ - \tan 19.95^\circ) = 5.941 \text{ kvar}$
每相补偿电容值为

$$C = \frac{|Q_C|}{3\omega U_A^2} = \frac{5.941 \times 10^3}{3 \times 314 \times 220^2} = 130 \mu\text{F}$$

另解 两组负载消耗总有功功率为 $P = 20 + 5 = 25 \text{ kW}$, 总无功功率即电动机的无功 $Q = P \tan\varphi = 20 \times \tan 36.87^\circ = 15 \text{ kvar}$ 。所以总功率因数为

$$\cos\varphi_s = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{25}{\sqrt{25^2 + 15^2}} = 0.857$$

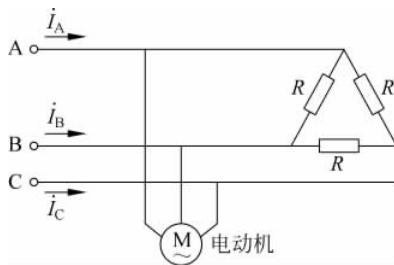
此题还可以先求出总线电流,再由电压、电流关系得到总功率因数。

补偿容量的求法与上述方法相同。

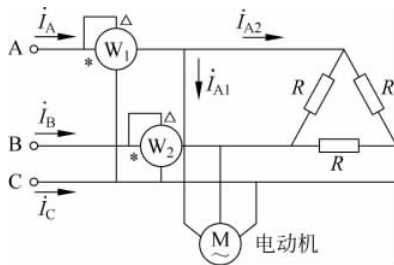
3-7 已知题图 3-7 所示电路中,对称三相电路电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{ V}$, 电动机负载的三相总功率为 $P = 1.7 \text{ kW}$, 功率因数 $\cos\varphi_D = 0.8$ (感性), 电阻 $R = 100 \Omega$ 。

- (1) 求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$;
- (2) 求电路总的功率因数;
- (3) 若用两表法测三相总功率,试画出两功率表的接线图。

解 各电流的参考方向及两表法测三相功率的接线如题图 3-7(a)所示。



题图 3-7



题图 3-7(a)

- (1) 对电动机负载,有

$$I_{A1} = \frac{P}{\sqrt{3}U_1 \cos\varphi_D} = \frac{1700}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.229 \text{ A}, \quad \varphi = 36.87^\circ$$

$$\dot{I}_{A1} = 3.229\angle -66.87^\circ \text{ A}$$

对电阻负载,有

$$\dot{I}_{A2} = \sqrt{3} \frac{\dot{U}_{AB}}{R} \angle -30^\circ = 6.582\angle -30^\circ \text{ A}$$

总电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 3.229\angle -66.87^\circ + 6.582\angle -30^\circ = 9.37\angle -41.9^\circ \text{ A}$$

由对称性,可得

$$\dot{I}_B = 9.37 \angle -162^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 9.37 \angle 78.1^\circ \text{ A}$$

(2) 总功率因数为

$$\cos\varphi = \cos(-30^\circ + 41.9^\circ) = 0.978$$

(3) 两表法测三相总功率的接线图如题图 3-7(a)所示。

作为结果校验,可求出题图 3-7(a)中两表法的读数(原题未要求)

$$P_1 = U_{AC} I_A \cos(\psi_{u_{AC}} - \psi_{i_A}) = 380 \times 9.37 \times \cos(-60^\circ + 41.9^\circ) = 3.38 \text{ kW}$$

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(\psi_{u_{BC}} - \psi_{i_B}) = 380 \times 9.37 \times \cos(-120^\circ + 162^\circ) = 2.65 \text{ kW}$$

三相负载消耗的总有功功率(三相电源发出的总有功功率)为

$$P_S = P_1 + P_2 = 6.03 \text{ kW}$$

校核:三相负载消耗的总平均功率为

$$P_L = 1700 + 3 \times \frac{380^2}{100} = 6.03 \text{ kW}$$

解得 $P_L = P_S$ 。

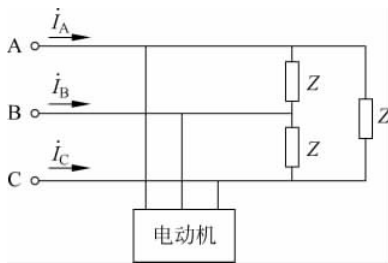
3-8 对称三相电路如题图 3-8 所示,对称三相电源线电压为 380V,对称三相负载阻抗 $Z = (20 + j20)\Omega$,三相电动机功率为 1.7kW,功率因数 $\cos\varphi = 0.82$ 。

(1) 求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$;

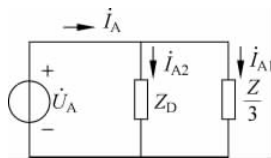
(2) 求三相电源发出的总功率;

(3) 若用两表法测三相总功率,试画出两只功率表的接线图。

解 (1) 电路为对称三相电路,设 $\dot{U}_A = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$,则一相计算电路如题图 3-8(a)所示,其中 Z_D 表示电动机负载每相等效阻抗(Y形连接)。



题图 3-8



题图 3-8(a)

由一相计算电路及已知条件,可得

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A}{Z/3} = \frac{220 \angle 0^\circ}{(20 + j20)/3} = 23.34 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_{A2} = \frac{P}{\sqrt{3} U_1 \cos\varphi} = \frac{1.7 \text{ kW}}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.15 \text{ A}, \quad \varphi = 34.9^\circ$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.15 \angle -34.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 23.34 \angle -45^\circ + 3.15 \angle -34.9^\circ$$

$$= 16.6 - j16.5 + 2.583 - j1.802 = 26.44 \angle -43.8^\circ \text{ A}$$

由对称性,得

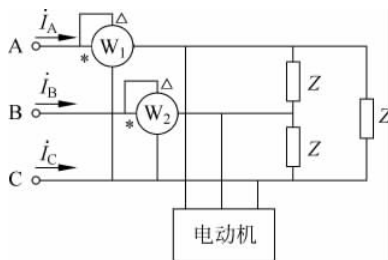
$$\dot{I}_B = 26.44 \angle -163.8^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 26.44 \angle 76.2^\circ \text{ A}$$

(2) 三相电源发出的有功功率为

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3} U_1 I_A \cos 43.8^\circ \\ &= \sqrt{3} \times 380 \times 26.44 \times \cos 43.8^\circ \\ &= 12.6 \text{ kW} \end{aligned}$$

(3) 两表法测三相电源发出总有功功率的接线图

如题图 3-8(b)(共 C 接法)所示。



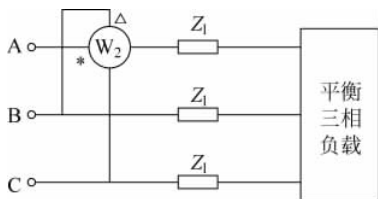
题图 3-8(b)

3-9 对称三相电源通过输电线给三相平衡负载(感性)输电(题图 3-9 所示电路)。输电线阻抗 $Z_1 = (1+j1)\Omega$, 负载端线电压为 380V , 负载功率 $P = 1500\text{W}$, 功率因数 $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

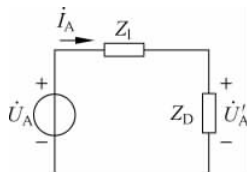
(1) 求电源端线电压;

(2) 求图中功率表读数, 并说明由此功率表读数能否求出电源的无功功率, 为什么?

解 设负载端相电压 $\dot{U}'_A = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$, 可作出一相计算电路如题图 3-9(a) 所示。则



题图 3-9



题图 3-9(a)

$$I_A = \frac{P}{\sqrt{3} U_1 \cos\varphi} = \frac{1500}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 2.849 \text{ A}, \quad \varphi = 36.87^\circ$$

$$\dot{I}_A = 2.849 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_A = \dot{U}'_A + Z_1 \dot{I}_A$$

$$= 220 \angle 0^\circ + (1+j1) \times 2.849 \angle -36.87^\circ \text{ V} = 224 \angle 0.1458^\circ \text{ V}$$

电源端线电压为

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}_A \angle 30^\circ = 388 \angle 30.1^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{BC} = 388 \angle -89.9^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{CA} = 388 \angle 150^\circ \text{ V}$$

功率表的读数为

$$P = U_{BC} I_A \cos(\varphi_{u_{BC}} - \varphi_{i_A}) = 388.0 \times 2.849 \times \cos(-89.86^\circ + 36.87^\circ) = 665 \text{ W}$$

功率表的读数可以表示为

$$\begin{aligned} P &= U_{BC} I_A \cos(\varphi_{u_{BC}} - \varphi_{i_A}) = U_{BC} I_A \cos(\varphi_{u_{AB}} - 120^\circ - \varphi_{i_A}) \\ &= U_{BC} I_A \cos(\varphi_{u_A} + 30^\circ - 120^\circ - \varphi_{i_A}) = U_{BC} I_A \sin(\varphi_{u_A} - \varphi_{i_A}) \\ &= U_{BC} I_A \sin\varphi \end{aligned}$$

可见,由功率表的读数可得三相电源发出的无功功率,即三相电源发出的无功功率为

$$Q = \sqrt{3} U_{BC} I_A \sin\varphi = \sqrt{3} P = \sqrt{3} \times 665.4 = 1.15 \text{ kvar}$$

3-10 三相电路如题图 3-10 所示。对称三相电源电压 $U_1 = 380\text{V}$ 。接有两组三相负载,一组为 Y 形连接的对称三相负载,每相阻抗 $Z_1 = (30 + \text{j}40)\Omega$; 另一组为 Δ 连接的不对称三相负载, $Z_A = 100\Omega$, $Z_B = -\text{j}200\Omega$, $Z_C = \text{j}380\Omega$ 。

(1) 求图中电流表 A_1 和 A_2 的读数;

(2) 计算三相电源发出的平均功率。

解 设 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{V}$ 。则对称三相负载的线电流为

$$\dot{I}_{A1} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + \text{j}40} = 4.4\angle -53.1^\circ = (2.642 - \text{j}3.519) \text{ A}$$

不对称三相负载的相电流分别为

$$\dot{I}_{AB} = \frac{380\angle 30^\circ}{100} = 3.8\angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{380\angle -90^\circ}{-\text{j}200} = 1.9\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{380\angle 150^\circ}{\text{j}380} = 1\angle 60^\circ \text{ A}$$

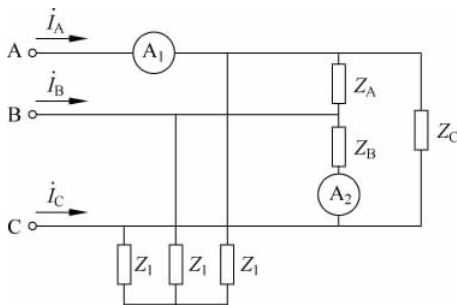
A 相总线电流为

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 2.642 - \text{j}3.519 + 3.291 + \text{j}1.9 - 0.5 - \text{j}0.866 \\ &= 5.433 - \text{j}2.486 = 5.97\angle -24.6^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

所以,电流表 A_1 的读数为 5.97A , A_2 的读数为 1.90A 。

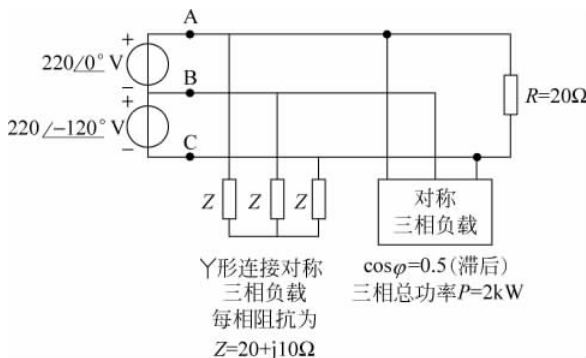
三相电源发出的平均功率即电阻元件消耗的功率为

$$P = I_{A1}^2 \times 3 \times 30 + \frac{U_{AB}^2}{100} = 3.19 \text{ kW}$$



题图 3-10

3-11 由两个单相电源供电的三相电路如题图 3-11 所示,其中有两个对称三相负载和跨接在 A、C 两线间的单相负载 R ,各负载情况均注明在图中。求每一电源所发出的平均功率(有功功率)。



题图 3-11

解 由题图 3-11 中已知条件可知, $\dot{U}_{AB} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$, $\dot{U}_{BC} = 220\angle -120^\circ \text{ V}$, 则

$$\dot{U}_{CA} = -\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{BC} = -220\angle 0^\circ - 220\angle -120^\circ = 220\angle 120^\circ \text{ V}$$

可见,对负载而言,其等效电源是三相对称电源。而单相负载 R 相当于接在理想电压源两端,因此,它的存在不影响两组对称三相负载的求解,即对称负载中的电流仍可按对称方法求出。

等效 Y 形连接三相电源的相电压分别为

$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{220\angle -30^\circ}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

$$\dot{U}_B = \frac{\dot{U}_{BC}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{220\angle -150^\circ}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{U}_{CA}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{220\angle 90^\circ}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

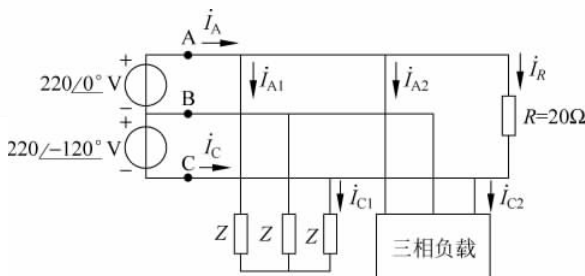
各电流的参考方向如题图 3-11(a)所示。

对第一组对称三相负载 Z ,其线电流为

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{220\angle -30^\circ}{\sqrt{3}(20 + j10)} = 5.680\angle -56.56^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{C1} = \frac{\dot{U}_C}{Z} = \frac{220\angle 90^\circ}{\sqrt{3}(20 + j10)} = 5.680\angle 63.64^\circ \text{ A}$$

对第二组对称三相负载,有



题图 3-11(a)

$$I_{A2} = I_{C2} = \frac{P}{\sqrt{3}U_{AB}\cos\varphi} = \frac{2000}{\sqrt{3} \times 220 \times 0.5} = 10.50 \text{ A}$$

$$\varphi = \arccos 0.5 = 60^\circ$$

所以

$$\dot{I}_{A2} = 10.50 \angle -90^\circ \text{ A}, \dot{I}_{C2} = 10.50 \angle 30^\circ \text{ A}$$

单相负载 R 中的电流为

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{AC}}{R} = \frac{-220 \angle 120^\circ}{20} = 11 \angle -60^\circ \text{ A}$$

总线电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_R = 26.22 \angle -70.78^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} - \dot{I}_R = 20.78 \angle 72.84^\circ \text{ A}$$

电压源发出的功率分别为

$$P_{AB} = U_{AB} I_A \cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A}) = 220 \times 26.22 \times \cos(0^\circ + 70.78^\circ) = 1.90 \text{ kW}$$

$$P_{BC} = -U_{BC} I_C \cos(\varphi_{u_{BC}} - \varphi_{i_C}) = -220 \times 20.78 \times \cos(-120^\circ - 72.84^\circ) = 4.46 \text{ kW}$$

校核: 方框中三相负载消耗的功率为 2kW, Y形连接三相负载 Z 消耗的功率为

$$P_Z = 3 \times 5.680^2 \times 20 = 1.94 \text{ kW}$$

单相负载 R 消耗的功率为

$$P_R = \frac{U_{AC}^2}{R} = \frac{220^2}{20} = 2.42 \text{ kW}$$

负载消耗的总有功功率为

$$P + P_Z + P_R = 6.36 \text{ kW}$$

由此可见, 负载消耗的总有功功率等于电源发出的总有功功率, 即

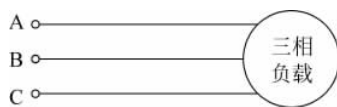
$$P + P_Z + P_R = P_{AB} + P_{BC}$$

3-12 (1) 线电压为 380V 的工频对称三相电源上接一组对称三相负载, 是感性的静止负载(如题图 3-12 所示), 负载功率为 10kW, 功率因数为 0.5(滞后), 为了提高功率因数, 接

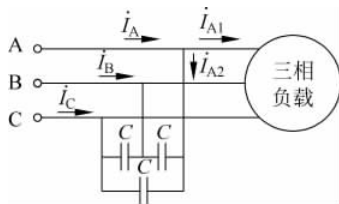
上一组电容。画出电容连线图；要使功率因数提高到 0.9(滞后)，求电容值，计算这时的线电流；画出线电流、负载电流及电容电流的相量图，要求在电路图上注明上述电流的参考方向。

(2) 在接上电容的情况下，如果题图 3-12 中表明“B”处的电源线断了，求这时的线电流。

解 设 Y 形连接电源 A 相相电压 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$ ，补偿电容接线 (Δ 形连接) 及各电流参考方向如题图 3-12(a) 所示。



题图 3-12



题图 3-12(a)

(1) 补偿前的功率因数为 $\cos\varphi = 0.5$ (滞后)，补偿后的功率因数为 $\cos\varphi' = 0.9$ (滞后)，则 $\varphi = 60^\circ, \varphi' = 25.84^\circ$ 。按补偿要求，三相无功补偿容量为

$$|Q_C| = P(\tan\varphi - \tan\varphi') = 10 \times (\tan 60^\circ - \tan 25.84^\circ) = 12.48 \text{ kvar}$$

每相补偿电容值为

$$C = \frac{|Q_C|}{3\omega U_1^2} = \frac{12.48 \times 10^3}{3 \times 314 \times 380^2} = 91.8 \mu\text{F}$$

对称三相负载的线电流为

$$I_{A1} = \frac{P}{\sqrt{3}U_1\cos\varphi} = \frac{10 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.5} = 30.39 \text{ A}$$

电容的线电流为

$$I_{A2} = \frac{|Q_C|}{\sqrt{3}U_1} = \frac{12.48 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380} = 18.96 \text{ A}$$

各电流相量为

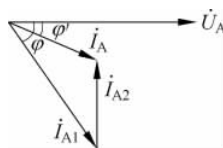
$$\dot{I}_{A1} = 30.39\angle -60^\circ \text{ A}, \dot{I}_{A2} = 18.96\angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 30.39\angle -60^\circ + 18.96\angle 90^\circ = 16.9\angle -25.8^\circ \text{ A}$$

相量图(只作出 A 相)如题图 3-12(b)所示。

(2) 若 B 相电源线断线，相应各电流分别表示为 $\dot{I}'_A, \dot{I}'_B, \dot{I}'_C, \dot{I}'_{A1}, \dot{I}'_{A2}$ 。记每相补偿电容的阻抗为 Z_C ，则断线前电容负载的线电流可表示为

$$\dot{I}_{A2} = \sqrt{3} \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_C} \angle -30^\circ$$



题图 3-12(b)

断线后电容负载 A 相线电流可表示为

$$\dot{i}'_{A2} = \frac{\dot{U}_{AC}}{\frac{2}{3}Z_C} = \frac{3}{2} \frac{\dot{U}_{AB} \angle -60^\circ}{Z_C} = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle -30^\circ \times \frac{\sqrt{3} \dot{U}_{AB}}{Z_C} \angle -30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle -30^\circ \times \dot{i}_{A2}$$

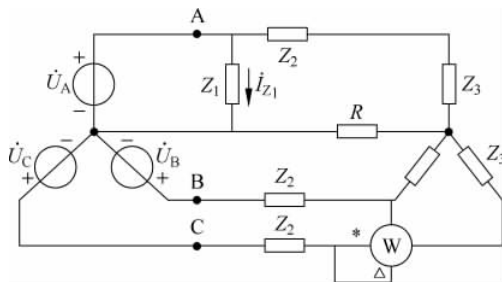
同理可得

$$\dot{i}'_{A1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle -30^\circ \times \dot{i}_{A1}$$

所以, B 相断线后各线电流分别为

$$\begin{aligned} \dot{i}'_A &= \dot{i}'_{A1} + \dot{i}'_{A2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle -30^\circ \times (\dot{i}_{A1} + \dot{i}_{A2}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle -30^\circ \times \dot{i}_A \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \angle -30^\circ \times 16.89 \angle -25.84^\circ = 14.6 \angle -55.8^\circ \text{ A} \\ \dot{i}'_C &= -\dot{i}'_A = -14.6 \angle -55.8^\circ \text{ A}, \dot{i}'_B = 0 \end{aligned}$$

3-13 已知题图 3-13 所示电路中对称三相电源线电压 $\dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$, 阻抗 $Z_1 = (50 + j50) \Omega$, $Z_2 = 20 \Omega$, $Z_3 = (40 + j80) \Omega$, 中线电阻 $R = 3 \Omega$ 。



题图 3-13

(1) 求图示功率表的读数;

(2) 求 A 相电源 u_A 发出的有功功率和无功率。

解 (1) 题图 3-13 所示电路中, 阻抗 Z_1 直接并接在 A 相电源上, 对功率表的读数没有影响。求功率表读数电路如题图 3-13(a) 所示, 其单相计算电路如题图 3-13(b) 所示。

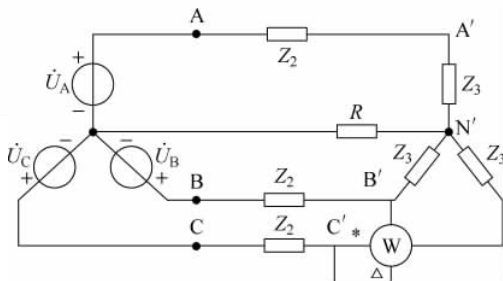
$$\dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{i}_{AN} = \frac{220 \angle -30^\circ}{60 + j80} = 2.2 \angle -83.1^\circ \text{ A}$$

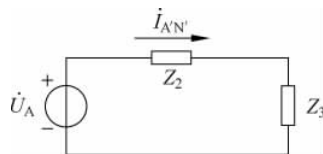
$$\dot{U}_{A'B'} = \sqrt{3} [2.2 \angle -83.1^\circ \times (40 + j80)] \angle 30^\circ = 341.2 \angle 10.3^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{C'B'} = -341.2 \angle 10.3^\circ - 120^\circ = 341.2 \angle 70.3^\circ \text{ V}$$

$$\dot{i}_C = \dot{i}_A \angle 120^\circ = 2.2 \angle 36.9^\circ \text{ A}$$



题图 3-13(a)



题图 3-13(b)

功率表的读数为

$$P = 341.2 \times 2.2 \cos(70.3^\circ - 36.9^\circ) = 626.7 \text{ W}$$

(2) A 相电源发出的有功功率

$$\dot{I}_{Z_1} = \frac{220 \angle -30^\circ}{50 + j50} = 3.111 \angle -75^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{Z_1} + \dot{I}_{AN} = 3.111 \angle -75^\circ + 2.2 \angle -83.1^\circ$$

$$= 0.805 - j3.001 + 0.264 - j2.184$$

$$= 1.069 - j5.185 = 5.294 \angle -78.35^\circ \text{ A}$$

$$P_{A\text{发}} = 220 \times 5.294 \cos(-30^\circ + 78.35^\circ) = 774 \text{ W}$$

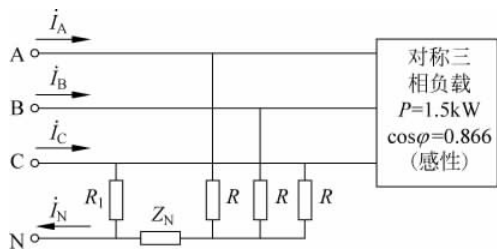
$$Q_{A\text{发}} = 220 \times 5.294 \sin(-30^\circ + 78.35^\circ) = 870 \text{ var}$$

3-14 三相电路如题图 3-14 所示。对称三相电源线电压为 380V, 接有两组对称三相负载, 其中 $R=100\Omega$ 。单相负载电阻 R_1 吸收的功率为 1650W, $Z_N=j5\Omega$ 。

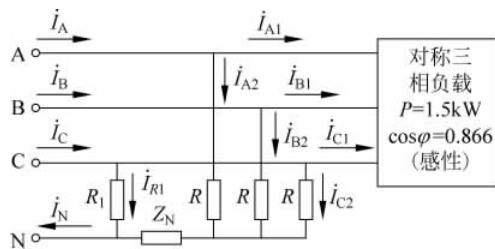
(1) 求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 和中线电流 $\dot{I}_N$;

(2) 求三相电源发出的总有功功率。

解 (1) 各电流参考方向标在题图 3-14(a)所示电路中。



题图 3-14



题图 3-14(a)

设 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{V}$, 则 $\dot{U}_{BN} = 220\angle -120^\circ \text{V}$, $\dot{U}_{CN} = 220\angle 120^\circ \text{V}$ 。

单相负载 R_1 接在 C 相电源两端, 从等效结果看, 它不影响两组三相负载的运行, 即从三相负载端看, 三相电源仍是对称的。

对三相感性负载, 有

$$I_{A1} = \frac{1500}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.866} = 2.63(\text{A}), \quad \varphi = 30^\circ$$

$$\dot{I}_{A1} = 2.63\angle -30^\circ \text{A}, \dot{I}_{B1} = 2.63\angle -150^\circ \text{A}, \dot{I}_{C1} = 2.63\angle 90^\circ \text{A}$$

三相电阻负载, 有

$$\dot{I}_{A2} = \frac{220\angle 0^\circ}{100} = 2.2\angle 0^\circ \text{A}, \quad \dot{I}_{B2} = 2.2\angle -120^\circ \text{A}, \dot{I}_{C2} = 2.2\angle 120^\circ \text{A}$$

单相电阻负载, 有

$$\dot{I}_{R1} = \frac{\dot{U}_{CN}}{R_1} = \frac{1650}{220}\angle 120^\circ = 7.5\angle 120^\circ \text{A}$$

总线电流分别为

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 2.63\angle -30^\circ + 2.2\angle 0^\circ \\ &= 4.478 - \text{j}1.315 = 4.67\angle -16.4^\circ \text{A} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_B = 4.67\angle -136.4^\circ \text{A}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_C &= \dot{I}_{R1} + \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} \\ &= -4.848 + \text{j}11.03 = 12.08\angle 113.7^\circ \text{A} \end{aligned}$$

中线电流为

$$\dot{I}_N = \dot{I}_{R1} = 7.5\angle 120^\circ \text{A}$$

(2) 三相电源发出的总有功功率即负载消耗的总有功功率, 所以

$$P = 1500 + 1650 + 2.2^2 \times 100 \times 3 = 4.60 \text{ kW}$$

此功率也可直接从每相电源发出的有功功率求得, 但不如上述方法简单。

3-15 对称三相电源接上一组接成 $\triangle$ 连接的负载(如题图 3-15 所示), 电源线电压为 380V。今用两表法测此三相负载功率(有功), 试画出两功率表接线图, 并求出两功率表的读数及三相总有功功率。

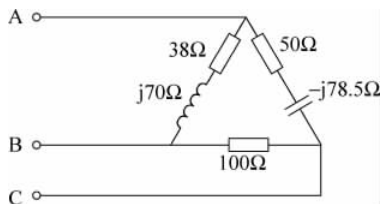
解 测三相负载功率的两功率表接线如题图 3-15(a)所示(共 C 接法), 求解所用的各电流如图中所注。

设 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{V}$, 则负载的相电流分别为

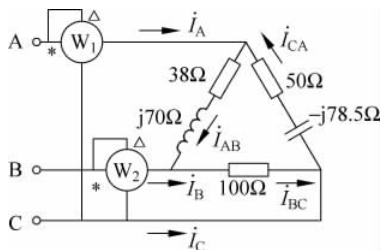
$$\dot{I}_{AB} = \frac{380\angle 0^\circ}{38 + \text{j}70} = 4.771\angle -61.5^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{380 \angle -120^\circ}{100} = 3.8 \angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{380 \angle 120^\circ}{50 - j78.5} = 4.083 \angle -177.5^\circ \text{ A}$$



题图 3-15



题图 3-15(a)

三相线电流分别为

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 2.277 - j4.193 + 4.079 - j0.177 \\ &= 6.356 - j4.370 = 7.713 \angle -34.51^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = -1.900 - j3.291 - 2.277 + j4.193 \\ &= -4.177 + j0.902 = 4.273 \angle 167.8^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = -4.079 + j0.177 + 1.900 + j3.291 \\ &= -2.179 + j3.468 = 4.096 \angle 122.1^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

所以,功率表 W_1 和 W_2 的读数分别为

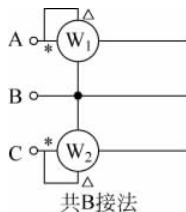
$$P_1 = U_{AC} I_A \cos(\phi_{u_{AC}} - \phi_{i_A}) = 380 \times 7.713 \times \cos(-25.49^\circ) = 2.65 \text{ kW}$$

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(\phi_{u_{BC}} - \phi_{i_B}) = 380 \times 4.273 \times \cos 72.2^\circ = 0.496 \text{ W}$$

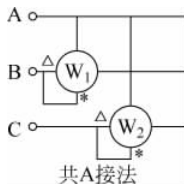
三相负载消耗的总有功功率(三相电源发出的总有功功率)为

$$P = P_1 + P_2 = 3.15 \text{ kW}$$

两表法测三相总功率的另两种接线方法分别如题图 3-15(b)和题图 3-15(c)所示。



题图 3-15(b)



题图 3-15(c)

共 B 接法时两功率表的读数分别为

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos(\psi_{u_{AB}} - \psi_{i_A}) = 380 \times 7.713 \times \cos(0^\circ + 34.51^\circ) = 2.42 \text{ kW}$$

$$P_2 = U_{CB} I_C \cos(\psi_{u_{CB}} - \psi_{i_C}) = 380 \times 4.096 \times \cos(60^\circ - 122.1^\circ) = 0.727 \text{ kW}$$

共 A 接法时两功率表的读数分别为

$$P_1 = U_{BA} I_B \cos(\psi_{u_{BA}} - \psi_{i_B}) = 380 \times 4.273 \times \cos(180^\circ - 167.8^\circ) = 1.59 \text{ kW}$$

$$P_2 = U_{CA} I_C \cos(\psi_{u_{CA}} - \psi_{i_C}) = 380 \times 4.096 \times \cos(120^\circ - 122.1^\circ) = 1.56 \text{ kW}$$

三种功率表的接线方法测得的总功率是相同的。

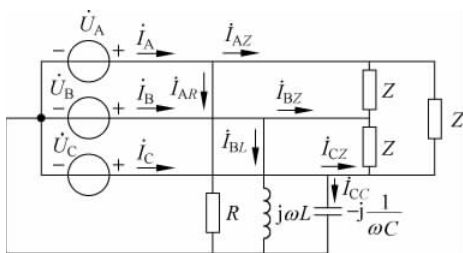
3-16 题图 3-16 所示三相电路中,电源为对称三相电源,其线电压 $U_1 = 380\text{V}$, $Z = (90 + \text{j}120)\Omega$,

$$R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 50\Omega。$$

(1) 求线电流 $\dot{I}_A$;

(2) 求三相电源发出的总有功功率 P 和无功功率 Q ;

(3) 画出测三相电源发出有功功率的功率表的接线图。



题图 3-16

解 设 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$ 。

(1) 对称三相负载,可先作 $\Delta \rightarrow Y$ 变换,三相电流对称,分别为

$$\dot{I}_{AZ} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + \text{j}40} = 4.4\angle -53.13^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BZ} = 4.4\angle -173.1^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CZ} = 4.4\angle 66.87^\circ \text{ A}$$

不对称负载三相电流分别为

$$\dot{I}_{AR} = \frac{220\angle 0^\circ}{50} = 4.4\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BL} = \frac{200\angle -120^\circ}{\text{j}50} = 4.4\angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CC} = \frac{220\angle 120^\circ}{-\text{j}50} = 4.4\angle -150^\circ \text{ A}$$

三相总电流为

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AZ} + \dot{I}_{AR} = 4.4\angle -53.13^\circ + 4.4\angle 0^\circ \\ &= 2.640 - \text{j}3.520 + 4.4 = 7.040 - \text{j}3.520 = 7.871\angle -26.56^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BZ} + \dot{I}_{BL} = 4.4\angle -173.13^\circ + 4.4\angle 150^\circ$$

$$\begin{aligned}
 &= -4.368 - j0.5263 - 3.810 + j2.2 \\
 &= -8.178 + j1.674 = 8.348 \angle 168.4^\circ \text{ A} \\
 \dot{I}_C &= \dot{I}_{CZ} + \dot{I}_{CC} = 4.4 \angle 66.87^\circ + 4.4 \angle -150^\circ \\
 &= 1.728 + j4.046 - 3.810 - j2.2 \\
 &= -2.082 + j1.846 = 2.782 \angle 138.4^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

(2) 解法 1 用复功率计算

$$\bar{S}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A^* = 220 \angle 0^\circ \times 7.871 \angle 26.56^\circ = 1548 + j774.3 \text{ VA}$$

$$\bar{S}_B = \dot{U}_B \dot{I}_B^* = 220 \angle -120^\circ \times 8.348 \angle -168.4^\circ = 579.7 + j1743 \text{ VA}$$

$$\bar{S}_C = \dot{U}_C \dot{I}_C^* = 220 \angle 120^\circ \times 2.782 \angle -138.4^\circ = 579.4 - j193.2 \text{ VA}$$

所以

$$P = 1548 + 579.7 + 579.4 = 2707 \text{ W}$$

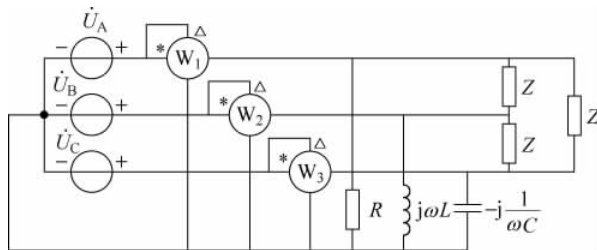
$$Q = 774.3 + 1743 - 193.2 = 2324 \text{ var}$$

解法 2 由负载的功率得

$$P = 4.4^2 \times 30 \times 3 + \frac{220^2}{50} = 1742 + 968 = 2710 \text{ W}$$

$$Q = 4.4^2 \times 40 \times 3 + \frac{220^2}{50} + \frac{220^2}{-50} = 2323 \text{ var}$$

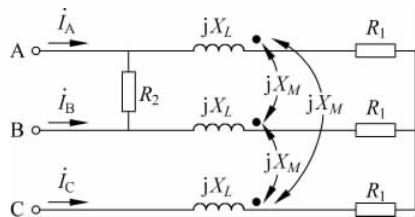
(3) 此题为不对称三相四线制电路, 两表法不适用, 需用三表法, 其接线如题图 3-16(a)所示。



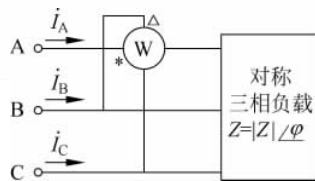
题图 3-16(a)

3-17 (1) 题图 3-17(a)所示三相电路接至对称三相电源, 已知 $\dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$, $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$, $X_L = 50 \Omega$, $X_M = 20 \Omega$ 。求线电流 $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$ 。

(2) 题图 3-17(b)所示电路为对称三相电路, 线电压为 U , 线电流为 I 。给出图示功率表 W 的读数表达式。



题图 3-17(a)



题图 3-17(b)

解 (1) 题图 3-17(a)的去耦等效电路如题图 3-17(c)所示。其中

$$\dot{I}'_A = \frac{220\angle -30^\circ}{20 + j30} = \frac{220\angle -30^\circ}{36.06\angle 56.3^\circ} = 6.10\angle -86.3^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}'_B = 6.10\angle -206.3^\circ \text{ A} = 6.10\angle 153.7^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}'_C = 6.10\angle 33.7^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \frac{380\angle 0^\circ}{50} + 6.10\angle -86.3^\circ = 7.6 + 0.394 - j6.09$$

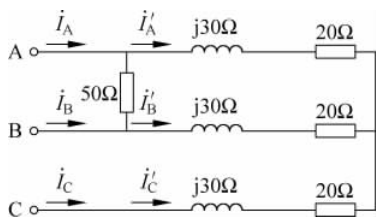
$$= 7.994 - j6.09 = 10.05\angle -37.3^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = 6.10\angle 153.7^\circ - \frac{380\angle 0^\circ}{50} = -5.47 + j2.70 - 7.6$$

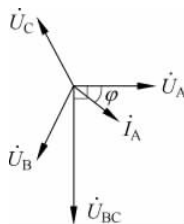
$$= -13.07 + j2.70 = 13.35\angle 168.3^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}'_C = 6.10\angle 33.7^\circ \text{ A}$$

(2) 画出题图 3-17(b)所示电路中各电压、电流相量图如题图 3-17(d)所示。



题图 3-17(c)



题图 3-17(d)

功率表的读数为

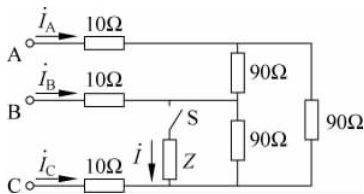
$$P = UI\cos(\varphi - 90^\circ) = UI\sin\varphi$$

3-18 三相电路如题图 3-18 所示,已知对称三相电源线电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{ V}$,阻抗 $Z = (20 + j40)\Omega$ 。

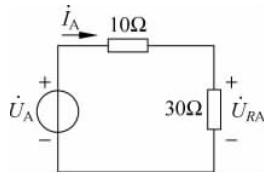
(1) 求开关 S 打开时三相电源的线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$;

(2) 求开关 S 闭合后阻抗 Z 中的电流 $\dot{I}$ 。

解 (1) 开关 S 打开时, 电路三相对称, 将 Δ 连接负载变为 Y 形连接, 得一相计算电路如题图 3-18(a) 所示。则



题图 3-18



题图 3-18(a)

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{10 + 30} = \frac{220 \angle -30^\circ}{40} = 5.5 \angle -30^\circ \text{ A}$$

由对称性, 得

$$\dot{I}_B = 5.5 \angle -150^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 5.5 \angle 90^\circ \text{ A}$$

负载两端的相电压为

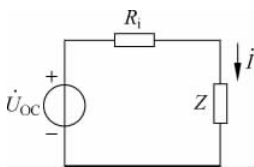
$$\dot{U}_{RA} = 30 \dot{I}_A = 165 \angle -30^\circ \text{ V}$$

负载两端的线电压为

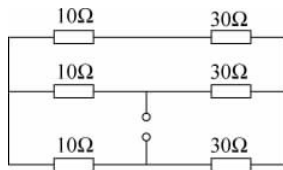
$$\dot{U}_{RAB} = 165\sqrt{3} \angle 0^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{RBC} = 165\sqrt{3} \angle -120^\circ \text{ V}$$

(2) 当开关 S 闭合, 因只需求 Z 支路的电流, 可将电路的其余部分作戴维南等效 (题图 3-18(b) 所示电路)。其中, 开路电压 $\dot{U}_{OC}$ 即 (1) 中求得的线电压 $\dot{U}_{RBC}$; 入端电阻 R_i 可由题图 3-18(c) 所示的等效电路求出 (已将 Δ 形连接负载变为 Y 形连接): 从等效端口看, 此电路满足电桥平衡条件, 原 A 线所在支路既可看作开路, 也可看作短路。入端电阻为

$$R_i = (30 + 30) // (10 + 10) = 10 // 30 + 10 // 30 = 15 \Omega$$



题图 3-18(b)



题图 3-18(c)

所以

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{OC}}{R_i + Z} = \frac{165\sqrt{3} \angle -120^\circ}{15 + 20 + j40} = 5.38 \angle -169^\circ \text{ A}$$

3-19 电路如题图 3-19 所示,对称三相电源电压 $U_1=380\text{V}$,接有两组对称三相负载。第一组为三相电动机,其额定参数为 $U_N=380\text{V}$,输入功率 $P_{1N}=4.5\text{kW}$, $\cos\varphi_N=0.8$;第二组为电阻负载,每相电阻 $R=50\Omega$,线路阻抗 $Z_1=(3+j5)\Omega$ 。

(1) 试求三相总电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 及电压表的读数(有效值);

(2) 若 a、n 之间短路,试求短路电流。

解 设 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ\text{V}$ 。

(1) 此时电路为对称三相电路,对于电动机负载,有

$$I_{A1} = \frac{P_{1N}}{\sqrt{3}U_N\cos\varphi_N} = \frac{4500}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 8.546\text{ A}$$

$$\cos\varphi_N = 0.8, \quad \varphi_N = 36.87^\circ$$

$$\dot{I}_{A1} = 8.546\angle -36.87^\circ\text{ A}$$

对于电阻负载,有

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_A}{Z_1 + R} = \frac{220\angle 0^\circ}{3 + j5 + 50} = 4.133\angle -5.39^\circ\text{ A}$$

总线电流为

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 8.546\angle -36.87^\circ + 4.133\angle -5.39^\circ \\ &= 10.95 - j5.516 = 12.3\angle -26.7^\circ\text{ A}\end{aligned}$$

$$\dot{I}_B = 12.3\angle -147^\circ\text{ A}, \quad \dot{I}_C = 12.3\angle 93.3^\circ\text{ A}$$

负载端相电压为

$$\dot{U}_{an} = R \dot{I}_{A2} = 50 \times 4.133\angle -5.39^\circ = 206.7\angle -5.39^\circ\text{ V}$$

则负载端线电压

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3} \dot{U}_{an}\angle 30^\circ = 358\angle 24.6^\circ\text{ V}$$

所以,电压表的读数为 358V。

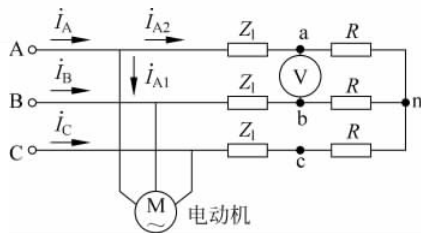
(2) 当 a、n 之间短路,电路变为不对称三相电路。从短路端 a、n 作戴维南等效电路如题图 3-19(a)所示,其中开路电压即短路前 A 相电阻负载 R 两端的电压,即

$$\dot{U}_{an0} = 206.7\angle -5.39^\circ\text{ V}$$

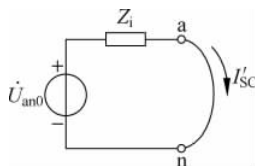
等效入端阻抗为

$$\begin{aligned}Z_i &= [Z_1 + (Z_1 + R) // (Z_1 + R)] // R \\ &= \frac{(29.5 + j7.5) \times 50}{29.5 + j7.5 + 50} = 19.06\angle 8.87^\circ\Omega\end{aligned}$$

则所求的短路电流为



题图 3-19



题图 3-19(a)

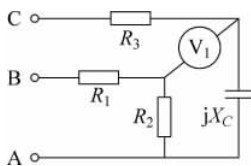
$$\dot{I}_{sc} = \frac{\dot{U}_{an0}}{Z_i} = \frac{206.7 \angle -5.39^\circ}{19.06 \angle 8.87^\circ} = 10.8 \angle -14.3^\circ \text{ A}$$

3-20 题图 3-20(a)、(b) 电路中, A、B、C 为对称三相电源(正序):

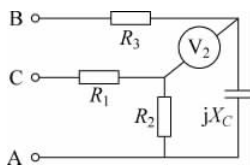
(1) 试说明两个电路中的电压表 V_1 、 V_2 的读数(有效值)哪一个大?

(2) 对题图 3-20(b) 电路, 当 $R_1 = R_2$ 时, 若使电压表的读数为零, 则 $R_3 / |X_C|$ 等于多少?

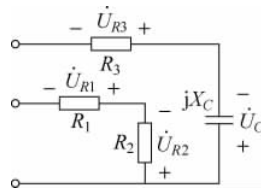
解 (1) 为比较电压表 V_1 和 V_2 读数的大小, 可分别作出两电路的相量图, 各电压的参考方向如题图 3-20(c) 所示。



题图 3-20(a)

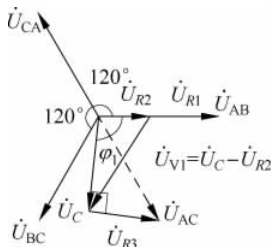


题图 3-20(b)

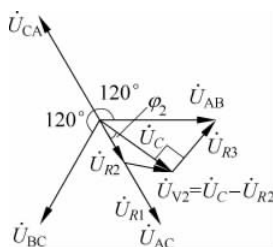


题图 3-20(c)

设 $\dot{U}_{AB} = U_{AB} \angle 0^\circ$ 。则对应题图 3-20(a)、题图 3-20(b) 电路的相量图分别为题图 3-20(d)、题图 3-20(e) 所示。



题图 3-20(d)



题图 3-20(e)

题图 3-20(d) 中 $\varphi_1 > 60^\circ$, 题图 3-20(e) 中 $\varphi_2 < 60^\circ$, 故 V_1 的读数比 V_2 大。

(2) 对题图 3-20(b) 电路, 当 $R_1 = R_2$ 时, 若使电压表 V_2 的读数为零, 则需 $\dot{U}_{R2} = \dot{U}_C$, 即

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} \dot{U}_{AC} = \frac{jX_C}{R_3 + jX_C} \dot{U}_{AB}, \text{ 由此可求得}$$

$$\frac{U_{R3}}{U_C} = \tan 60^\circ, \quad \text{即} \quad \frac{R_3}{|X_C|} = \sqrt{3}$$

3-21 电路如题图 3-21 所示。已知 $R = 5 \Omega$, $R_N = 1 \Omega$, $\omega L = 10 \Omega$, 三相电源分别为

$$u_A = (220\sqrt{2} \sin \omega t + 110\sqrt{2} \sin 3\omega t) \text{ V}$$

$$u_B = (220\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ) + 110\sqrt{2} \sin 3\omega t) \text{ V}$$

$$u_C = (220\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) + 110\sqrt{2} \sin 3\omega t) \text{ V}$$

(1) 求电流 i_A 及 i_A 的有效值;

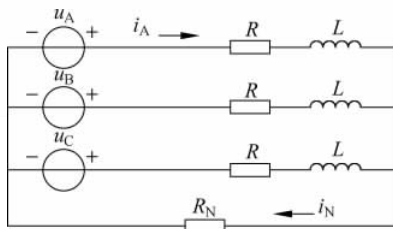
(2) 求电流 i_N 及 i_N 的有效值。

解 以三相电源中点为参考点。基波作用时, 为对称三相电路, 则

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{A1}}{5 + j10} = 19.68 \angle -63.4^\circ \text{ A}$$

三次谐波作用时, 3 个电压源相同, 用节点法求题

图 3-21 电路右侧节点电压



题图 3-21

$$\left(\frac{3}{R + j3\omega L} + \frac{1}{R_N} \right) \dot{U}_{N3} = \frac{\dot{U}_{A3}}{R + j3\omega L} + \frac{\dot{U}_{B3}}{R + j3\omega L} + \frac{\dot{U}_{C3}}{R + j3\omega L}$$

$$\dot{U}_{N3} = 10.63 \angle -75.1^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{A3} = \frac{\dot{U}_{A3} - \dot{U}_{N3}}{R + j3\omega L} = 3.54 \angle -75.1^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{N3} = \frac{\dot{U}_{N3}}{R_N} = 10.63 \angle -75.1^\circ = 3 \times \dot{I}_{A3}$$

$$i_A = i_{A1} + i_{A3} = [19.68\sqrt{2} \sin(\omega t - 63.4^\circ) + 3.54\sqrt{2} \sin(3\omega t - 75.1^\circ)] \text{ A}$$

i_A 的有效值为

$$I_A = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A3}^2} = 20 \text{ A}$$

中线电流的瞬时值为

$$i_N = i_{N3} = 10.63\sqrt{2} \sin(3\omega t - 75.1^\circ) \text{ A}$$

i_N 的有效值为

$$I_N = I_{N3} = 10.63 \text{ A}$$

3-22 题图 3-22 所示电路的三相对称电源的线电压为 $\dot{U}_{AB} = 380 \angle 30^\circ \text{ V}$, 阻抗 $Z = (30 - j40) \Omega$ 。用两表法测量平衡三相感性负载的功率, 功率表的读数分别为 $P_1 = 375 \text{ W}$, $P_2 = 1250 \text{ W}$ 。求:

(1) 平衡三相负载的线电流;

(2) 电源侧的线电流;

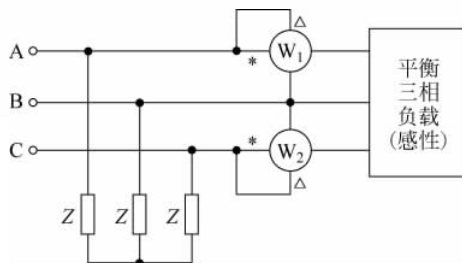
(3) 三相电源发出的有功功率和无功功率。

解 令 $\dot{U}_A = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$, 题图 3-22 的一相等效电路如题图 3-22(a) 所示。

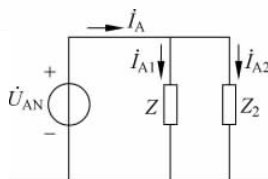
(1) 平衡三相负载吸收的总平均功率和无功功率分别为

$$P_{L2} = P_1 + P_2 = 375 + 1250 = 1625 \text{ W}$$

$$Q_{L2} = \sqrt{3} (P_2 - P_1) = \sqrt{3} (1250 - 375) = 1516 \text{ var}$$



题图 3-22



题图 3-22(a)

功率因数和功率因数角为

$$\cos\varphi_2 = \frac{1625}{\sqrt{1625^2 + 1516^2}} = 0.7312, \quad \varphi = 43.01^\circ$$

线电流有效值为

$$I_{A2} = \frac{1625}{\sqrt{3} \times 380 \times \cos\varphi} = 3.377 \text{ A}$$

所以 $\dot{I}_{A2} = 3.377 \angle -43.01^\circ \text{ A}$, $\dot{I}_{B2} = 3.377 \angle -163.01^\circ \text{ A}$, $\dot{I}_{C2} = 3.377 \angle 76.99^\circ \text{ A}$ 。

(2) 负载 Z 的 A 相电流为

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{220 \angle 0^\circ}{30 - j40} = 4.4 \angle 53.13^\circ \text{ A}$$

电源侧的总线电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 4.4 \angle 53.13^\circ + 3.377 \angle -13.01^\circ = 5.252 \angle 13.39^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = 5.252 \angle -106.6^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 5.252 \angle 133.4^\circ \text{ A}$$

(3) 负载 Z 吸收的复功率为

$$\bar{S}_1 = 3 \dot{U}_A \dot{I}_A^* = 3 \times 220 \angle 0^\circ \times 5.252 \angle -13.39^\circ = (3372 - j802.7) \text{ VA}$$

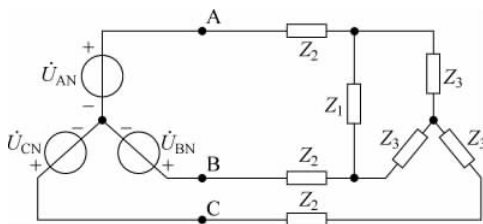
即三相电源发出的平均功率和无功功率分别为 3372W 和 -802.7var。

3-23 已知题图 3-23 所示电路中对称三相电源(正序)相电压 $\dot{U}_{AN} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$, 阻抗 $Z_2 = 20 \Omega$, $Z_3 = (40 + j80) \Omega$ 。

(1) 求 Z_1 为多大时可获得最大功率? 并求此功率;

(2) 画出用两表法测量电路中三相电源功率时功率表的接线图, 并写出求两块功率表读数的表达式。(只写方程无须求解)

解 (1) 求 Z_1 两端的戴维南等效电路。求开路电压, Z_1 开路时, 原电路变为对称三相



题图 3-23

电路,一相等效电路如题图 3-23(a)所示。则

$$\dot{U}_{OC} = \sqrt{3} \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \dot{U}_{AN} / 30^\circ = \frac{\sqrt{3} \times (40 + j80)}{60 + j80} \times 220 / 30^\circ = 340.82 / 40.3^\circ \text{ V}$$

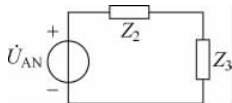
等效阻抗(电桥平衡)为

$$Z_{eq} = 2(Z_2 // Z_3) = (35.2 + j6.4) \Omega$$

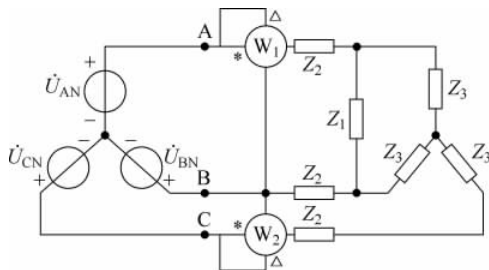
因此,当 $Z_1 = Z_{eq}^* = (35.2 - j6.4) \Omega$ 时可获得最大功率,最大功率为

$$P_{\max} = \frac{U_{OC}^2}{4\text{Re}(Z_{eq})} = 824.99 \text{ W}$$

(2) 功率表接线图(共 B 接法)如题图 3-23(b)所示。



题图 3-23(a)



题图 3-23(b)

功率表 W_1 读数的表达式为

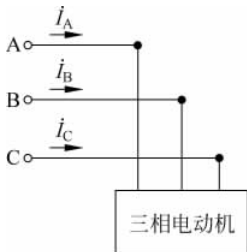
$$P_1 = U_{AB} I_A \cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A})$$

功率表 W_2 读数的表达式为

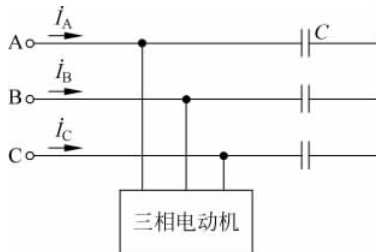
$$P_2 = U_{CB} I_C \cos(\varphi_{u_{CB}} - \varphi_{i_C})$$

3-24 对称三相电路如题图 3-24 所示,已知工频电源线电压为 380V,三相电动机负载吸收的平均功率为 8kW,功率因数为 0.8(感性)。现要求采用并联补偿的方法将电源的功率因数补偿至 0.95(感性),画出补偿电路图,计算所需元件参数,并求此时三相电源发出的有功功率和无功功率。

解 用星形连接的电容并联补偿,电路如题图 3-24(a)所示。



题图 3-24



题图 3-24(a)

方法 1 对称三相电路, 抽单相求解, 如题图 3-24(b) 所示, 令 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{V}$ 。

$$I_Z = \frac{8000}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 15.19 \text{ A}$$

$$\cos\varphi_1 = 0.8(\text{感性}) \Rightarrow \varphi_1 = 36.9^\circ$$

因此, $\dot{I}_Z = 15.19\angle -36.9^\circ \text{A}$ 。

$$\dot{I}_C = j\omega C \dot{U}_{AN} = 220\omega C\angle 90^\circ \text{A} \quad \cos\varphi_2 = 0.95(\text{感性}) \Rightarrow \varphi_2 = 18.19^\circ$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_Z + \dot{I}_C \Rightarrow I_A\angle -18.19^\circ = (15.19\angle -36.9^\circ + 220\omega C\angle 90^\circ) \text{A}$$

可求得 Y 接时, $C = 74.21 \mu\text{F}$, $I_A = 12.79 \text{A}$ 。此时, 三相电源发出的有功功率为

$$P = \sqrt{3} \times 380 \times 12.79 \times 0.95 = 7997.2 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} \times 380 \times 12.79 \times \sin 18.19^\circ = 2927.9 \text{ var}$$

方法 2 三相电源发出的功率为

$$P = P_D = 8000 \text{ W}$$

$$Q = P \tan\varphi_2 = P \tan 18.19^\circ = 2628.7 \text{ var}$$

并联电容发出的无功功率为

$$Q_C = P \tan 36.9^\circ - P \tan 18.19^\circ = 3377.85 \text{ var}$$

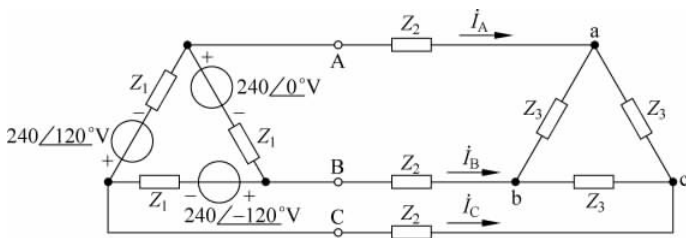
因此, 补偿电容值为

$$C = \frac{Q_C}{3\omega U_{AN}^2} = \frac{3377.85}{3 \times 100\pi \times 220^2} = 74.05 \mu\text{F}$$

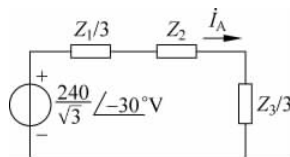
若电容三角形连接, 则电容值为 $C_\Delta = 222.15 \mu\text{F}$

3-25 对称三相电路如题图 3-25 所示, 已知电源内阻抗 $Z_1 = (0.6 + j0.9) \Omega$, 线路阻抗 $Z_2 = (0.8 + j1.7) \Omega$, 负载阻抗 $Z_3 = (33 + j24) \Omega$ 。(1) 求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$; (2) 画出测量三相负载吸收功率的功率表接线图, 并求各功率表的读数。

解 (1) 可将电源和负载均化为 Δ 接, 再作出单相计算电路, 如题图 3-25(a) 所示。



题图 3-25



题图 3-25(a)

$$\dot{I}_A = \frac{\frac{240}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ}{\frac{Z_1}{3} + Z_2 + \frac{Z_3}{3}} = \frac{\frac{240}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ}{0.2 + j0.3 + 0.8 + j1.7 + 11 + j8} = 8.87 \angle -69.8^\circ \text{ A}$$

由对称性,可以写出

$$\dot{I}_B = 8.87 \angle -189.8^\circ \text{ A} = 8.87 \angle 170.2^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 8.87 \angle 50.2^\circ \text{ A}$$

(2) 功率表接线略。

$$\dot{U}_{an} = \frac{Z_3}{3} \times \dot{I}_A = (11 + j8) \times 8.87 \angle -69.8^\circ = 120.6 \angle -33.8^\circ \text{ V}$$

$$\text{则 } \dot{U}_{ab} = 207 \angle -3.8^\circ \text{ V}, \dot{U}_{bc} = 207 \angle -123.8^\circ \text{ V}, \dot{U}_{ca} = 207 \angle 116.2^\circ \text{ V}.$$

$$\text{共 A 接法 } \dot{U}_{ba} = 207 \angle 176.2^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{ca} = 207 \angle 116.2^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_B = 8.87 \angle 170.2^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 8.87 \angle 50.2^\circ \text{ A}$$

$$P_1 = 207 \times 8.87 \cos(176.2^\circ - 170.2^\circ) = 1.826 \text{ kW}$$

$$P_2 = 207 \times 8.87 \cos(116.2^\circ - 50.2^\circ) = 0.747 \text{ kW}$$

$$\text{共 B 接法 } \dot{U}_{ab} = 207 \angle -3.8^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{cb} = 207 \angle 56.2^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_A = 8.87 \angle -69.8^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 8.87 \angle 50.2^\circ \text{ A}$$

$$P_1 = 207 \times 8.87 \cos(-3.8^\circ + 69.8^\circ) = 0.747 \text{ kW}$$

$$P_2 = 207 \times 8.87 \cos(56.2^\circ - 50.2^\circ) = 1.826 \text{ kW}$$

$$\text{共 C 接法 } \dot{U}_{ac} = 209 \angle -63.8^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{bc} = 209 \angle -123.8^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_A = 8.87 \angle -69.8^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_B = 8.87 \angle 170.2^\circ \text{ A}$$

$$P_1 = 207 \times 8.87 \cos(-63.8^\circ + 69.8^\circ) = 1.826 \text{ kW}$$

$$P_2 = 207 \times 8.87 \cos(-123.8^\circ - 170.2^\circ) = 0.747 \text{ kW}$$

校核: $P_1 + P_2 = 3 \times 8.87^2 \times 11 = 2.596 \text{ kW}$ 。

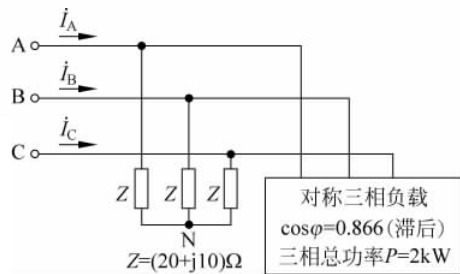
3-26 题图 3-26 所示电路为一对称三相电源供电的三相电路,已知 A 相电源的相电压为 $220 \angle 0^\circ \text{ V}$ 。

(1) 求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$;

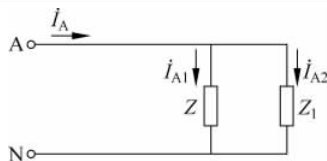
(2) 画出用两表法测量三相电路总有功功率的接线图(要求共 C 接法),并求出两块功率表各自的读数;

(3) 当 A 相负载 Z_L 开路及其对中性点 N 短路时,分别求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 的表示式(不必计算出结果)。

解 (1) 负载 Z_L 开路时,电路为对称三相电路,抽单相计算电路如题图 3-26(a)所示。



题图 3-26



题图 3-26(a)

于是

$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{220 \angle 0^\circ}{20 + j10} = 9.84 \angle -26.57^\circ \text{ A}$$

$$I_{A2} = \frac{P}{3U_{AN} \cos \varphi} = 3.50 \text{ A}, \quad \cos \varphi = 0.866 \Rightarrow \varphi = -30^\circ$$

则

$$\dot{i}_{A2} = 3.50 \angle -30^\circ \text{ A}, \quad \dot{i}_{B2} = 3.50 \angle -150^\circ \text{ A}, \quad \dot{i}_{C2} = 3.50 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\dot{i}_A = \dot{i}_{A1} + \dot{i}_{A2} = 9.84 \angle -26.57^\circ + 3.50 \angle -30^\circ = 13.333 \angle -27.466^\circ \text{ A}$$

根据对称性,有

$$\dot{i}_B = 13.333 \angle -147.466^\circ \text{ A}, \quad \dot{i}_C = 13.333 \angle 92.534^\circ \text{ A}$$

(2) 接线图略。接在 AC 相间的功率表读数为

$$P_1 = U_{AC} I_A \cos(-30^\circ + 27.466^\circ) = 5061.78 \text{ W}$$

接在 BC 相间的功率表读数为

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(-90^\circ + 147.466^\circ) = 2724.79 \text{ W}$$

校验两者和 $7786 \text{ W} \approx 2 \text{ kW} + 5.78 \text{ kW}$ 。

$$3 \times 220 \times 9.84 \times \cos(26.57^\circ) = 5.8 \text{ kW}$$

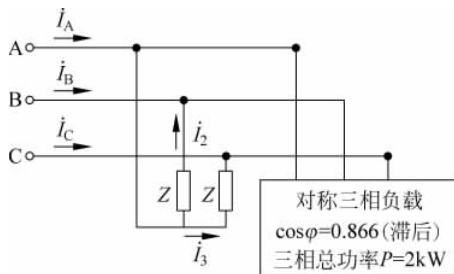
(3) A 相负载 Z 开路时,另外两个负载 Z 就直接跨接在 BC 相之间,其上流过的电流为

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}_{BC}}{2Z}。 \text{ 因此}$$

$$\dot{i}_A = \dot{i}_{A2}, \quad \dot{i}_B = \dot{i}_1 + \dot{i}_{B2}, \quad \dot{i}_C = -\dot{i}_1 + \dot{i}_{C2}$$

A 相负载 Z 对中性点短路时,另外两个负载 Z 就跨接在 AB、AC 相之间,电路如题图 3-26(b) 所示。其上流过的电流为

$$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z}, \quad \dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z}$$



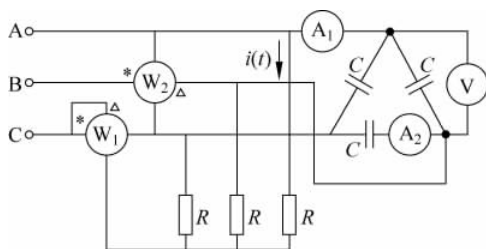
题图 3-26(b)

因此

$$\dot{I}_A = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_{A2}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{B2} - \dot{I}_2, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{C2} - \dot{I}_3$$

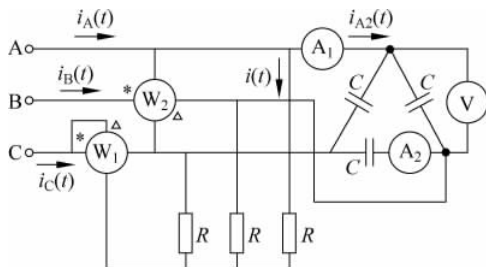
3-27 题图 3-27 所示对称三相电路中, $\frac{1}{\omega C} = 90\Omega$, $R = 40\Omega$ 。设 A 相相电压 $u_A = 120\sqrt{2}\sin 628t\text{V}$ 。

- (1) 求电流 $i(t)$;
 - (2) 各电压表、电流表和功率表的示数。
- (图示电压表、电流表的示数均为有效值)



题图 3-27

解 各电流参考方向如题图 3-27(a)所示。



题图 3-27(a)

(1)

$$i(t) = \frac{u_A}{R} = 3\sqrt{2}\sin 628t\text{A}$$

(2) 用相量法可得

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_A}{-j\frac{1}{3\omega C}} = \frac{120\angle 0^\circ}{-j30} = 4\angle 90^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I} + \dot{I}_{A2} = 3\angle 0^\circ + 4\angle 90^\circ = 5\angle 53.1^\circ\text{A}$$

由对称性可得 $\dot{I}_B = 5 \angle -66.9^\circ \text{A}$, $\dot{I}_C = 5 \angle 173^\circ \text{A}$; $\dot{U}_{CA} = 120\sqrt{3} \angle 150^\circ \text{V}$, $\dot{U}_C = 120 \angle 120^\circ \text{V}$ 。

由此可得电流表 A_1 的读数为 4A, A_2 的读数为 $\frac{4}{\sqrt{3}} \text{A} = 2.31 \text{A}$; 电压表的读数为 $120\sqrt{3} = 208 \text{V}$ 。

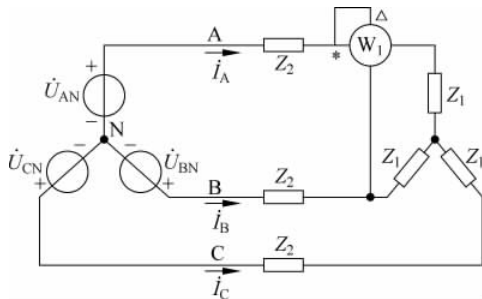
功率表 W_1 的读数为

$$P_1 = U_C I_C \cos(120^\circ - 173^\circ) = 361 \text{W}$$

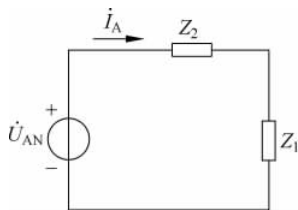
功率表 W_2 的读数为

$$P_2 = U_{CA} I_B \cos(150^\circ + 66.9^\circ) = -831 \text{W}$$

3-28 三相电路如题图 3-28 所示。对称正序三相电源相电压 $\dot{U}_{AN} = 220 \angle 0^\circ \text{V}$, 负载阻抗 $Z_1 = (10 + j40) \Omega$, 线路阻抗 $Z_2 = 20 \Omega$ 。求: (1) 三相电路的线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$; (2) 用两表法测量三相负载的功率, 画出另一块功率表的接线图, 并求两块功率表的读数; (3) 当 A 相负载 Z_1 对负载中点短路时, 求此时三相电源各自发出的有功功率。



题图 3-28



题图 3-28(a)

解 (1) 画出单相计算电路如题图 3-28(a)所示, 则

$$Z = Z_1 + Z_2 = 30 + j40 = 50 \angle 53.13^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_A = \frac{220 \angle 0^\circ}{50 \angle 53.13^\circ} = 4.4 \angle -53.13^\circ \text{A}$$

由对称性, 可以写出

$$\dot{I}_B = 4.4 \angle -173.13^\circ \text{A}, \quad \dot{I}_C = 4.4 \angle 66.87^\circ \text{A}$$

(2) 功率表接线略(共 B 接法, 另一块功率表电流取自 C, 电压取自 CB)。

$$\dot{U}_{A'N'} = Z_1 \times \dot{I}_A = (10 + j40) \times 4.4 \angle -53.13^\circ = 181.42 \angle 22.83^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{A'B'} = \sqrt{3} \dot{U}_{A'N'} \angle 30^\circ = 314.23 \angle 52.83^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{B'C'} = \dot{U}_{A'B'} \angle -120^\circ = 314.23 \angle -67.17^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'B'} = 314.23 \angle 112.83^\circ \text{V}$$

$$W_1 = U_{A'B'} I_A \cos(\varphi_{A'B'} - \varphi_{A'}) = 314.23 \times 4.4 \cos(52.83 + 53.13) = -380.17 \text{ W}$$

$$W_1 = U_{C'B'} I_C \cos(\varphi_{C'B'} - \varphi_C) = 314.23 \times 4.4 \cos(112.83 - 66.87) = 961.14 \text{ W}$$

$$\text{校核 } W_1 + W_2 = 3I^2 R = 3 \times 4.4^2 \times 10 = 580.8 \text{ W}$$

(3) Z_1 对 midpoint 短路, 重新求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$, 计算功率。列节点电压方程

$$\left(\frac{1}{Z_2} + \frac{2}{Z}\right) \dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2} + \frac{\dot{U}_{BN}}{Z} + \frac{\dot{U}_{CN}}{Z}$$

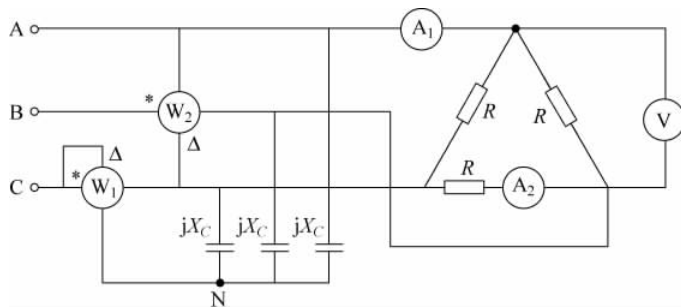
$$\begin{aligned} \dot{U}_{N'N} &= \left[\frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2} + \frac{\dot{U}_{BN}}{Z} + \frac{\dot{U}_{CN}}{Z} \right] / \left[\frac{1}{Z_2} + \frac{2}{Z} \right] \\ &= \left[\frac{220 \angle 0^\circ}{20 \angle 0^\circ} + \frac{220 \angle -120^\circ}{50 \angle 53.13^\circ} + \frac{220 \angle 120^\circ}{50 \angle 53.13^\circ} \right] / \left[\frac{1}{20 \angle 0^\circ} + \frac{2}{50 \angle 53.13^\circ} \right] \\ &= 9.071 \angle 22.834^\circ / 0.0806 \angle -22.385^\circ \\ &= 112.54 \angle 46.22^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_A = \frac{220 \angle 0^\circ - 112.54 \angle 46.22^\circ}{20} = 8.19 \angle -29.76^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{220 \angle -120^\circ - 112.54 \angle 46.22^\circ}{50 \angle 53.13^\circ} = 6.61 \angle -177.78^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{220 \angle 120^\circ - 112.54 \angle 46.22^\circ}{50 \angle 53.13^\circ} = 4.35 \angle 96.69^\circ \text{ A}$$

3-29 题图 3-29 所示对称三相电路中 $X_C = -40 \Omega$, $R = 90 \Omega$, $\dot{U}_{AN} = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$, 求各理想仪表(有效值电压表、电流表和平均功率表)的读数, 以及对称三相电路吸收的总有功功率和总无功功率。



题图 3-29

解 电流表 A_1 的读数为电阻负载 R 的线电流

$$I_{A_1} = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3} 120}{R} = 4 \text{ A}$$

电流表 A_2 的读数为电阻负载 R 的相电流

$$I_{A_2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 120}{R} = 2.31 \text{ A}$$

电压表 V_1 的读数为电源(负载)的线电压

$$U_V = \sqrt{3} \cdot 120 = 207.84 \text{ V}$$

电阻和电容负载的总的线电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AC} + \dot{I}_{A_1} \frac{120 \angle 0^\circ}{j40} \angle 40^\circ = 5 \angle 36.9^\circ \text{ A}$$

功率表 W_1 的读数为

$$P_{W_1} = U_{CN} I_C \cos(\varphi_{u_{CN}} - \varphi_{i_C}) = 120 \times 5 \times \cos(120^\circ - 156.9^\circ) = 480 \text{ W}$$

功率表 W_2 的读数为

$$P_{W_2} = U_{CA} I_B \cos(\varphi_{u_{CA}} - \varphi_{i_B}) = 120 \times \sqrt{3} \times 5 \times \cos(150^\circ - 83.1^\circ) = 623.54 \text{ W}$$

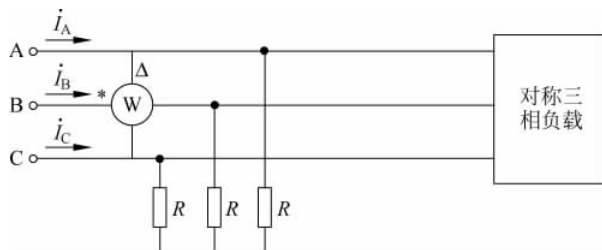
对称三相电路吸收的总有功功率就是电阻吸收的有功功率

$$P_{\text{吸}} = 3 \frac{U_{AB}^2}{R} = 1440 \text{ W}$$

对称三相电路吸收的总无功功率就是电容吸收的无功功率

$$Q_{\text{吸}} = 3 \frac{U_{AN}^2}{X_C} = 1080 \text{ var}$$

3-30 对称三相电路如题图 3-30 所示。已知电源额定线电压 $\dot{U}_{AB} = U_l \angle 30^\circ$, 电阻 R 给定, 对称三相负载吸收的额定有功功率为 P_2 , 功率因数为 $\cos\varphi_2$ (感性)。



题图 3-30

- (1) 用已知参数写出线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 的表达式;
- (2) 写出求图中功率表 W 读数及三相电源发出的有功功率和无功功率的表达式;
- (3) 画出用两表法测量对称三相负载有功功率的接线图;
- (4) 若要采用并联 Δ 接三相电容补偿方式, 将电源侧的功率因数从补偿前的 $\cos\varphi$ 提高到 $\cos\varphi'$, 写出补偿电容容量 Q_C 和补偿电容值 C 的表达式。

解 (1) 线电流分别为

$$\dot{I}_A = \frac{U_l \angle 0^\circ}{\sqrt{3} R} + \frac{P_2}{\sqrt{3} U_l \cos\varphi_2} \angle -\varphi_2$$

$$\dot{I}_B = \frac{U_l \angle -120^\circ}{\sqrt{3}R} + \frac{P_2}{\sqrt{3}U_l \cos \varphi_2} \angle (-120^\circ - \varphi_2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{U_l \angle 120^\circ}{\sqrt{3}R} + \frac{P_2}{\sqrt{3}U_l \cos \varphi_2} \angle (120^\circ - \varphi_2)$$

(2) 功率表 W 读数为

$$P_W = U_{AC} I_B \cos(\varphi_{u_{AC}} - \varphi_{i_B}) = U_l I_B \cos(\varphi_{u_{AC}} - \varphi_{i_B})$$

三相电源发出的有功功率和无功功率分别为

$$P_s = 3 \frac{(U_l / \sqrt{3})^2}{R} + P_2 = \frac{U_l^2}{R} + P_2$$

$$Q_s = \sqrt{3}U_l \cdot \frac{P_2}{\sqrt{3}U_l \cos \varphi_2} \sin \varphi_2 = P_2 \tan \varphi_2$$

(3) 有共 A、共 B、共 C 三种接法(略)。

(4)

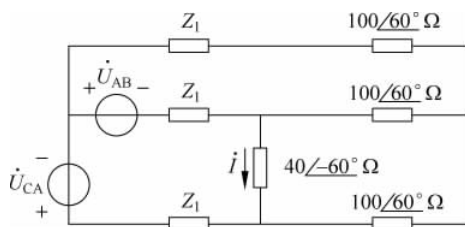
$$|Q_C| = P_s (\tan \varphi - \tan \varphi')$$

$$C = \frac{P_s}{3\omega U_l^2} (\tan \varphi - \tan \varphi'), \quad \omega \text{ 为电源角频率}$$

3-31 电路如题图 3-31 所示。已知 $\dot{U}_{AB} = 100\sqrt{3} \angle 30^\circ \text{V}$, $\dot{U}_{CA} = 100\sqrt{3} \angle 150^\circ \text{V}$ 。

(1) $Z_1 = 0$, 求电流 $\dot{I}$ 和两个电源发出的总平均功率 P ;

(2) $Z_1 = 25 \angle 60^\circ \Omega$, 求电流 $\dot{I}$ 。



题图 3-31

解 (1) 原电路中的电源可等效为对称三相电源

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{BC}}{40 \angle -60^\circ} = \frac{100\sqrt{3} \angle -90^\circ}{40 \angle -60^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \angle -30^\circ$$

取单相, 则

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{100 \angle 60^\circ} = \frac{100 \angle 0^\circ}{100 \angle 60^\circ} = 1 \angle -60^\circ$$

对称三相负载的有功功率

$$P_1 = 3 \times U_{AN} I_A \cos 60^\circ = 150 \text{ W}$$

不对称负载的有功功率

$$P_2 = U_{BC} I \cos(-60^\circ) = 375 \text{ W}$$

因此电源发出的总平均功率为

$$P = P_1 + P_2 = 525 \text{ W}$$

(2) 用戴维南等效电路求解。

求开路时等效阻抗。电桥平衡,从 $40 \angle -60^\circ$ 阻抗两端看入的等效阻抗为

$$Z_{eq} = 2Z_1 // 2Z_2 = 40 \angle 60^\circ \Omega$$

求开路电压。

取单相,则

$$\dot{U}_{oc} = \frac{100 \angle 60^\circ}{Z_1 + 100 \angle 60^\circ} \dot{U}_{BC} = \frac{4}{5} \times 100\sqrt{3} \angle -90^\circ = 80\sqrt{3} \angle -90^\circ \text{ V}$$

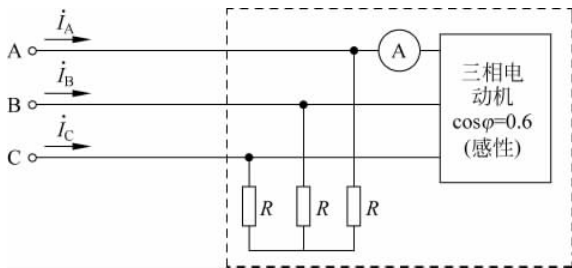
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_{eq} + 40 \angle -60^\circ} = \frac{80\sqrt{3} \angle -90^\circ}{40 \angle 60^\circ + 40 \angle -60^\circ} = 2\sqrt{3} \angle -90^\circ \text{ A}$$

3-32 对称三相电路如题图 3-32 所示。已知对称三相电源线电压 $\dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$, 电源频率 $f=50\text{Hz}$, 电流表 A 的读数为 10A (有效值), $R=10\Omega$, 图中虚线框内为三相总负载。

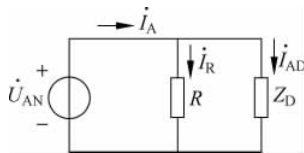
(1) 求线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 及三相电源发出的有功功率和无功功率;

(2) 画出用两表法(共 B 接法)测量三相总负载吸收有功功率的功率表接线图, 并求两块功率表的读数。

解 (1) 抽单相, 一相(A 相)等效电路如题图 3-32(a)所示。



题图 3-32



题图 3-32(a)

由题意知

$$I_{AD} = 10 \text{ A}, \quad \dot{U}_{AN} = 220 \angle -30^\circ$$

因为

$$\cos \varphi = 0.6 (\text{落后})$$

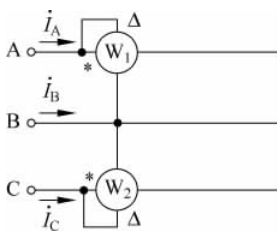
所以

$$\varphi = 53.1^\circ, \quad \dot{I}_{AD} = 10 \angle -83.1^\circ$$

因此

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{R} + \dot{I}_{AD} = 29.12 \angle -45.95^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = 29.12 \angle -165.95^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 29.12 \angle 74.05^\circ \text{ A}$$



题图 3-32(b)

三相电源发出的总有功功率和无功功率分别为

$$P = \sqrt{3} U_{AB} I_A \cos(-30^\circ + 45.95^\circ) = 18428.3 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} U_{AB} I_A \sin(-30^\circ + 45.95^\circ) = 5266.8 \text{ var}$$

(2) 共 B 接法的功率表接线图如题图 3-32(b) 所示。

功率表 1 的读数为

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos(0^\circ + 45.95^\circ) = 7693.76 \text{ W}$$

功率表 2 的读数为

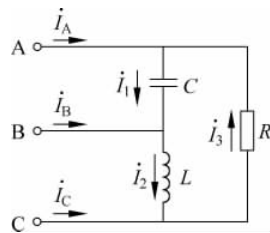
$$P_2 = U_{CB} I_C \cos(60^\circ - 74.05^\circ) = 10734.56 \text{ W}$$

3-33 如题图 3-33 所示, A、B、C 接正序对称三相电源, 设 $\dot{U}_{AB} = U \angle 0^\circ$ 。三相不对称负载满足条件 $\sqrt{3}R = \omega L = \frac{1}{\omega C}$, 其中 ω 为电源角频率。

(1) 证明三相线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 对称;

(2) 在同一幅图中画出包括三相线电压 ($\dot{U}_{AB}$ 、 $\dot{U}_{BC}$ 、 $\dot{U}_{CA}$)、三相相电流 ($\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 、 $\dot{I}_3$) 和三相线电流 ($\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$) 的相量图;

(3) 画出用两表法测量三相负载吸收总有功功率的功率表接线图(共 B 接法), 并求每块功率表的读数(用 U 、 R 表示)。



题图 3-33

解 (1) 由题意知

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{AB}}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle 90^\circ, \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{BC}}{j\omega L} = \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle 150^\circ, \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{CA}}{R} = \frac{U}{R} \angle 120^\circ$$

因此

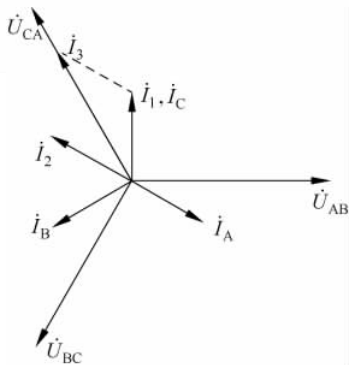
$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 - \dot{I}_3 = \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle 90^\circ - \frac{U}{R} \angle 120^\circ = \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle 150^\circ - \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle 90^\circ = \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle -150^\circ$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = \frac{U}{R} \angle 120^\circ - \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle 150^\circ = \frac{U}{\sqrt{3}R} \angle 90^\circ$$

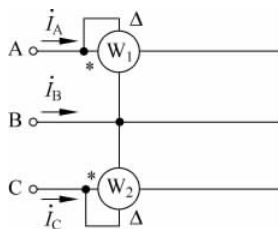
可见, 三相线电流 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 对称。

(2) 相量图如题图 3-33(a)所示。



题图 3-33(a)

(3) 功率表接线如题图 3-33(b)所示。



题图 3-33(b)

功率表 1 的读数为

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos(0^\circ + 30^\circ) = \frac{U^2}{2R} \text{ W}$$

功率表 2 的读数为

$$P_2 = U_{CB} I_C \cos(60^\circ - 90^\circ) = \frac{U^2}{2R} \text{ W}$$

两块功率表读数之和就等于电阻吸收的功率。