



## 辐射机理

本章将对波源的有关内容进行讨论。波源即产生电磁波的源,用电磁学的术语来说,波起源于时变电荷和电流。然而,为了能形成有效的辐射,该电荷和电流必须按特殊的方式分布。天线就是被设计成以某种规定的方式分布,并形成有效辐射的能量转换设备。因此,天线被称为产生电磁波辐射的波源,该源辐射的场强、场强的空间分布,以及辐射功率的大小和能量转换的效率等都是需要关心的问题。天线辐射问题是一个具有复杂边界的电磁场边值问题,严格求解相当困难。因为即使假设天线的结构很简单,若要由给定的激励精确求出该天线上的电荷和电流分布也仍然是一个极其复杂的问题,实际上只能采用近似方法求解。实际天线按结构形式的不同可分为线天线和面天线两大类。线天线可看作由无限多个载有交变电流(或磁流)的基本小线元组成,这些基本线元通常被称为电偶极子(电基本振子、电流元);同样,面天线也可看作由无限多个载有交变电流和磁流的基本小面元组成,该小面元又称为惠更斯元。所以,如果掌握了上述两种基本元的辐射,则可按电磁场的叠加原理,根据天线上各个元的方向、振幅、相位的空间分布,得出各类天线的辐射特性。



## 3.1 电偶极子

电偶极子也称为赫兹偶极子,是长度非常短的电流元素  $Idl$ 。长度  $dl$  与波长相比足够小,以至于可以认为其上各点的电流是等幅同相的。由于电偶极子是一小段孤立的电流元素,随电流的流动在其两端必将出现等值异性的电荷,一端为  $+q$ ,另一端则为  $-q$ ,如同随时间而变化的两个“电极”,故得名为“电偶极子”,其方向是由  $-q$  指向  $+q$ 。

虽然事实上并不存在如图 3-1 所示的电偶极子,但是可以把实际的天线看作无数的这种电偶极子的连接。如果求出了电偶极子所产生的电场、磁场,同时又知道天线上的电流分布规律,就可以根据场的叠加原理,利用积分求和的方法,求出实际天线所产生的总场。

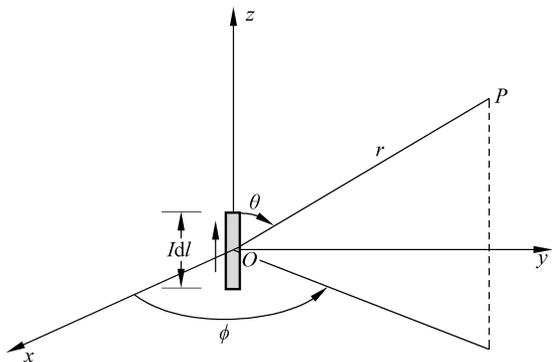


图 3-1 电偶极子

### 3.1.1 电偶极子的电磁场

下面将从磁场和电场两方面讨论电偶极子的相关性质。

#### 1. 电偶极子的磁场

$$H_{\phi} = \frac{Idl}{4\pi r} \left( jk + \frac{1}{r} \right) \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} = \frac{Idlk^2}{4\pi} \left[ \frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} \right] \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-1)$$

其中,  $k$  为相位常数。电偶极子的磁场强度仅有  $H_{\phi}$  这一个分量。

#### 2. 电偶极子的电场

利用麦克斯韦方程  $\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega\varepsilon \mathbf{E}$  以及式(3-1), 则可求出电偶极子的电场强度如下。

$$\begin{aligned} E_r &= -j \frac{Idl}{2\pi\omega\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^2} \left( jk + \frac{1}{r} \right) \cos\theta e^{j(\omega t - kr)} \\ &= \frac{Idlk^3}{2\pi\omega\varepsilon} \left[ \frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right] \cos\theta e^{j(\omega t - kr)} \end{aligned} \quad (3-2)$$

$$\begin{aligned} E_{\theta} &= -j \frac{Idl}{4\pi\omega\varepsilon} \cdot \frac{1}{r} \left( -k^2 + \frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \\ &= \frac{Idlk^3}{4\pi\omega\varepsilon} \left[ \frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right] \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \end{aligned} \quad (3-3)$$

$$E_{\phi} = 0 \quad (3-4)$$

其中,  $\varepsilon$  为真空介电常数。电偶极子所产生的全部电磁场如式(3-1)~式(3-4)所示。

### 3.1.2 电偶极子的近区场及远区场

由式(3-1)~式(3-4)表示的电偶极子的电磁场是如此复杂, 以至于不容易弄清这些场的特点及相互之间的关系。如果把电偶极子的场划分为近区场和远区场, 那么场的特点及

相互关系就会一目了然,而且对于辐射耦合,近区场与远区场的概念是十分重要的。下面分别讨论。

### 1. 电偶极子的近区场

所谓近区场,是指  $kr \ll 1$ ,即从源点到场点的距离  $r \ll \frac{\lambda}{2\pi}$ ,  $\lambda$  为自由空间电磁波的波长。由于  $kr \ll 1$ ,则式(3-1)~式(3-4)各场量中幅度较大的只有以下3部分。

$$H_{\phi} \approx \frac{Idl}{4\pi r^2} \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-5)$$

$$E_r \approx -j \frac{Idl}{2\pi\omega\epsilon} \cdot \frac{1}{r^3} \cos\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-6)$$

$$E_{\theta} \approx -j \frac{Idl}{4\pi\omega\epsilon} \cdot \frac{1}{r^3} \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-7)$$

近区场的显著特点是电场强度与磁场强度有  $90^\circ$  的时间相位差,即  $E_r$ 、 $E_{\theta}$ 、 $H_{\phi}$  相差一个因子  $j$ ,这意味着由  $E_r H_{\phi}$  以及由  $E_{\theta} H_{\phi}$  所形成的功率密度的平均值等于零,只做虚功,属于感应场。换言之,感应场只存在能量的交换而无能量的传播。所以,习惯上又称近区场为感应场。

### 2. 电偶极子的远区场

所谓远区场,是指  $kr \gg 1$ ,即由源点到场点的距离  $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$ 。由于  $kr \gg 1$ ,式(3-1)~式(3-4)各场量中幅度较大的有以下两部分。

$$H_{\phi} \approx j \frac{Idl}{2\lambda r} \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-8)$$

$$E_{\theta} \approx j \frac{Idl}{2\lambda r} \left(\frac{k}{\omega\epsilon}\right) \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-9)$$

远区场明显的特点是电场强度  $E_{\theta}$  与磁场强度  $H_{\phi}$  的时间相位相同。因此,它们形成了有功功率密度,形成了向外(往正  $r$  方向)传播的能量。所以,习惯上把远区场又称为辐射场。

强调指出:不论是在近区场还是远区场,都存在感应场及辐射场。在近区场,感应场占优势;在远区场,辐射场占优势。远区场的电场强度与磁场强度之比等于波阻抗,若是自由空间的波,则波阻抗  $\eta_0 = 120\pi\Omega$ 。

## 3.1.3 电偶极子参量

以下将介绍电偶极子的4个重要参量:①功率密度平均值;②辐射功率;③辐射电阻;④方向性因子和方向性图。

### 1. 电偶极子的功率密度平均值

为了计算电偶极子的辐射功率,首先要求出电偶极子功率密度平均值  $S_{av}$ 。通过面积分即可求出辐射功率。为了弄清电偶极子复杂的电磁场所构成能量的全部情况及特点,先

不区分近区场和远区场,而是用全部的电场和磁场,如下所示。

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{av}} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[(\mathbf{e}_r E_r + \mathbf{e}_\theta E_\theta) \times \mathbf{e}_\phi H_\phi^*] \\ &= -\mathbf{e}_\theta \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_r H_\phi^*) + \mathbf{e}_r \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_\theta H_\phi^*) \\ &= -\mathbf{e}_\theta S_{\text{av}(\theta)} + \mathbf{e}_r S_{\text{av}(r)} \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中,  $\mathbf{e}_r$ 、 $\mathbf{e}_\theta$ 、 $\mathbf{e}_\phi$  为球面坐标系的方向矢量。

求出  $S_{\text{av}(\theta)}$  ( $\theta$  方向的  $\mathbf{S}_{\text{av}}$ ), 由式(3-1)和式(3-2)可知

$$S_{\text{av}(\theta)} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_r H_\phi^*) = \frac{I^2 dl^2}{16\pi^2 \omega \epsilon r^3} \sin\theta \cos\theta \operatorname{Re}\left(jk^2 + \frac{k}{r} - \frac{k}{r} + j\frac{1}{r^2}\right) = 0 \quad (3-11)$$

式(3-11)表明,由  $E_r$  与  $H_\phi$  所形成的沿  $\theta$  方向的坡印亭矢量的平均值等于零,即沿  $\theta$  方向只剩下虚功。

求在介质中( $\epsilon_r, \epsilon_0, \mu_0$ )的  $S_{\text{av}(r)}$  ( $r$  方向的  $\mathbf{S}_{\text{av}}$ ), 由式(3-1)和式(3-3)可知

$$\begin{aligned} S_{\text{av}(r)} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_\theta H_\phi^*) = \frac{I^2 dl^2}{32\pi^2 \omega \epsilon r^2} \sin^2\theta \operatorname{Re}\left(k^3 - j\frac{k^2}{r} - \frac{k}{r^2} + j\frac{k^2}{r} + \frac{k}{r^2} - \frac{j}{r^3}\right) \\ &= \frac{I^2 dl^2}{32\pi^2 \omega \epsilon r^2} \sin^2\theta \cdot (k^3) \\ &= \frac{15\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \left(\frac{I dl}{\lambda r}\right)^2 \sin^2\theta \end{aligned} \quad (3-12)$$

由式(3-12)可知,  $S_{\text{av}}$  与 6 个部分(即  $k^3 - j\frac{k^2}{r} - \frac{k}{r^2} + j\frac{k^2}{r} + \frac{k}{r^2} - \frac{j}{r^3}$ ) 相关联,但取其实部后,唯有  $k^3$  这一项存在,其余的 5 项全无贡献。而与  $k^3$  项对应的  $S_{\text{av}(r)}$  恰恰是由如式(3-9)和式(3-8)所示的远区场  $E_\theta$  和  $H_\phi$  所产生的。可以得出,电偶极子的能量是依靠远区场向外传播的。

对于自由空间的电磁波,由远区场  $E_\theta$ 、 $H_\phi$  所求出的  $r$  方向的坡印亭矢量的平均值  $\mathbf{S}_{\text{av}}$  为

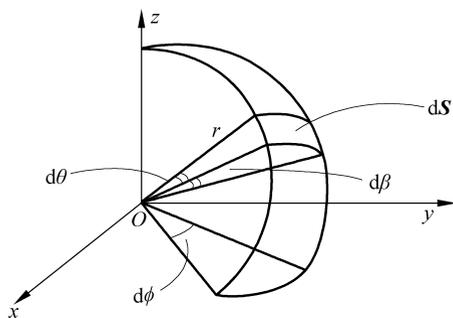
$$\mathbf{S}_{\text{av}} = \mathbf{e}_r \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_\theta H_\phi^*) = \mathbf{e}_r 15\pi \left(\frac{I dl}{\lambda r}\right)^2 \sin^2\theta \quad (3-13)$$

## 2. 电偶极子的辐射功率

计算电偶极子的辐射功率  $P$ , 以电偶极子为中心作一个球面, 然后对  $\mathbf{S}_{\text{av}}$  进行球面积分, 即

$$P = \int_S \mathbf{S}_{\text{av}} \cdot d\mathbf{S} \quad (3-14)$$

其中,  $d\mathbf{S}$  为球面的面积元素, 如图 3-2 所示。

图 3-2 球面积元素  $dS$ 

$$\begin{aligned}
 P &= 15\pi \frac{I^2 dl^2}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\phi d\theta = 30\pi^2 \frac{I^2 dl^2}{\lambda^2} \left[ \frac{-\cos\theta}{3} (\sin^2 \theta + 2) \right]_0^\pi \\
 &= 40\pi^2 I^2 \left( \frac{dl}{\lambda} \right)^2 \quad (3-15)
 \end{aligned}$$

式(3-15)就是电偶极子在空气介质中辐射功率的表示式。

### 3. 电偶极子的辐射电阻

改写式(3-15),得

$$P = I^2 \times 40\pi^2 \left( \frac{dl}{\lambda} \right)^2 = I_e^2 \times 80\pi^2 \left( \frac{dl}{\lambda} \right)^2 \quad (3-16)$$

其中,  $I_e$  为电流的有效值。而功率又可以表示为  $I_e^2$  乘以电阻,即

$$P = I_e^2 R_r \quad (3-17)$$

比较式(3-15)、式(3-16)可得空气介质中的电偶极子的辐射电阻  $R_r$  为

$$R_r = 80\pi^2 \left( \frac{dl}{\lambda} \right)^2 \quad (3-18)$$

可以看出,随着长度  $dl$  增大或波长  $\lambda$  减小(即频率升高),辐射电阻  $R_r$  会增大,辐射能力也会增强。

### 4. 电偶极子的方向性因子和方向性图

方向性图用来描绘电磁场在球坐标中随角度  $\theta$ 、 $\phi$  的变化而变化的规律。从辐射场的式(3-8)和式(3-9)可见,  $E_\theta$ 、 $H_\phi$  与角度  $\phi$  无关,而与  $\theta$  呈正弦关系,把场与  $\theta$ 、 $\phi$  的函数关系称为方向性因子  $F(\theta, \phi)$ ,有

$$F(\theta, \phi) = \sin\theta \quad (3-19)$$

把电偶极子的方向性因子  $F(\theta, \phi)$  在球坐标中绘成的图形称为电偶极子的方向性图,如图 3-3 所示。图 3-3(a)为电偶极子的辐射场随  $\theta$  变化的平面图。沿电偶极子的轴线方向( $z$  轴,  $\theta=0^\circ$ )辐射场为零,而在电偶极子垂直的方向(即  $\theta=90^\circ$ )上辐射场最强。图 3-3(b)则表示辐射场与  $\phi$  无关。

通常含天线轴的面(如  $yOz$  面)称为子午面,通过天线中心且垂直于天线轴的面(如  $xOy$  面)称为赤道面。实际的辐射场是空间分布的,它的方向性图应该是立体的。因为辐射

场的强弱与  $\phi$  无关, 所以将图 3-3(a) 的平面图围绕电偶极子的轴线旋转, 就得到如图 3-3(c) 所示的电偶极子的立体方向性图。

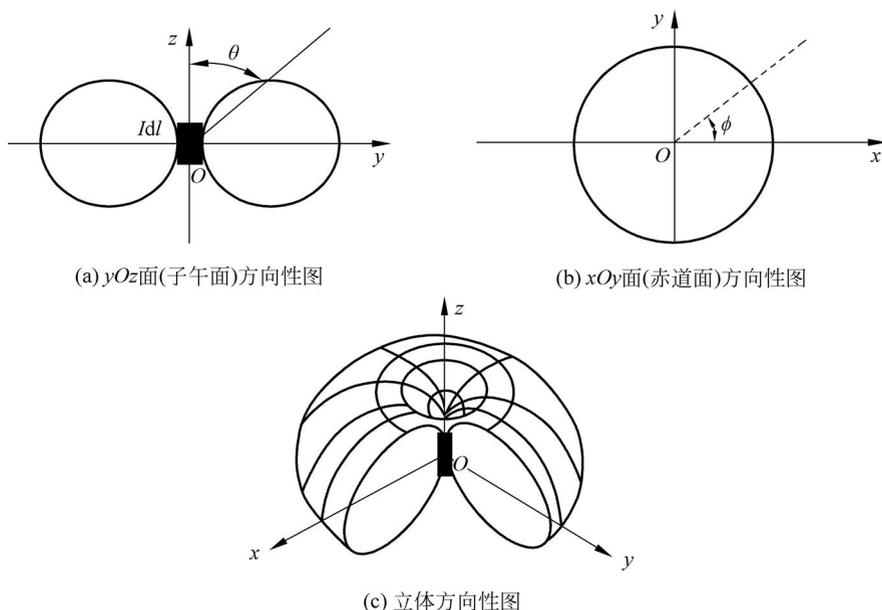


图 3-3 电偶极子的方向性图

**例 3-1** 一个比波长甚短的短天线, 中心馈电, 该天线的中心为电流的最大值, 向两端线性减小, 到端点为零, 如图 3-4 所示。若另一个相同尺寸的天线, 其上电流均匀分布, 且均匀电流值等于图 3-4 中电流的最大值  $I_0$ 。试证明两天线中前者的辐射功率  $P'$ 、辐射电阻  $R'_r$  仅为后者的  $1/4$ 。

**解** 取短天线上某一小段  $dz' \ll \lambda$ , 其上的电流为  $I(z')$ , 它相当于一个电偶极子。则根据电偶极子在空间产生的场的表达式, 可得  $I(z')dz'$  所产生的远区场为

$$dE_{\theta} = j\eta_0 \frac{I(z')dz'}{2\lambda R} \sin\theta e^{-jkR} \quad (3-20)$$

则短天线在空间产生的总电场为

$$E_{\theta} = j\eta_0 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{I(z')dz'}{2\lambda R} \sin\theta e^{-jkR} \quad (3-21)$$

由于在远区,  $r \gg z'$  且此短天线的长度远小于波长, 则可以近似认为  $R \approx r$ , 即忽略短天线上各点到空间场点的行程差对场的幅度和相位的影响。则式(3-21)变为

$$E_{\theta} = \frac{j\eta_0}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I(z') dz'$$

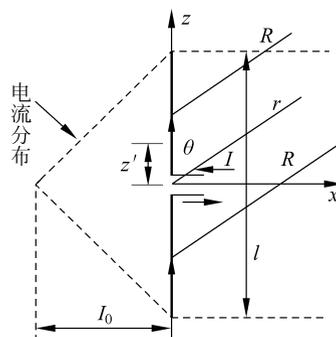


图 3-4 短天线示意图

$$= \frac{j\eta_0 l}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \frac{1}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I(z') dz' = \frac{j\eta_0 l}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \bar{I} \quad (3-22)$$

$\bar{I} = \frac{1}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I(z') dz'$  即为短天线上电流的平均值。

根据图 3-4 可知,短天线上电流的平均值仅为最大值的  $1/2$ ,即为  $\frac{I_0}{2}$ ,因此,  $E_\theta$  及  $H_\phi$  的幅度比电流为  $I_0$  均匀分布的偶极子减少  $1/2$ ,于是功率密度减小到  $1/4$ ,则该短天线的辐射功率仅为后者(电流  $I_0$  均匀分布)的  $1/4$ 。因而,在输入端口电流相等的情况下,前者的辐射电阻  $R'_r$  也会降低到后者  $R_r$  的  $1/4$ 。这是由于二者的电流分布不同所造成的。可知  $R'_r$  为

$$R'_r = \frac{1}{4} R_r = 20\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (3-23)$$

**例 3-2** 一个比波长甚短的铅垂天线置于地面上,天线高度为  $l/2$ ,电流在端点为零,线性增加,到靠近地面时最大(为  $I_0$ ),如图 3-5 所示。试判断该铅垂天线的辐射功率及辐射电阻  $R'_r$  与例 3-1 中辐射电阻  $R_r$  的关系。

**解** 将原铅垂天线对地面镜像后,其电流分布与图 3-4 一样。但其辐射功率比例 3-1 又要小  $1/2$ (因为本例仅在地面以上的半球面有辐射功率)。因此,其辐射电阻  $R''_r$  比例 3-1 的  $R_r$  也要小  $1/2$ ,即辐射电阻为

$$R''_r = \frac{1}{2} R'_r = \frac{1}{8} R_r = 10\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$$

**例 3-3** 若已知电基本振子辐射电场强度大小  $E_\theta = \frac{Il}{2\lambda r} = \eta_0 \sin\theta$ ,天线辐射功率可按穿过以源为球心处于远区的封闭球面的功率密度的总和计算,即  $P_\Sigma = \int_s S(\gamma, \theta, \varphi) ds$ ,  $ds = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$  为面积元。试计算该电基本振子的辐射功率和辐射电阻。

$$\text{解 } P_\Sigma = \frac{1}{240\pi} \oint_s E_\theta^2 ds = \frac{1}{240\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{Il\eta_0 \sin\theta}{2\lambda r}\right)^2 r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = 40\pi^2 \left(\frac{Il}{\lambda}\right)^2$$

辐射电阻为

$$R_\Sigma = \frac{2P_\Sigma}{I^2} = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$$

## 3.2 磁偶极子

如图 3-6 所示,半径为  $a$  的小圆环,若小圆环的周长远小于波长,环上电流的幅度及相位处处相同,通常称这种小电流环为磁偶极子。

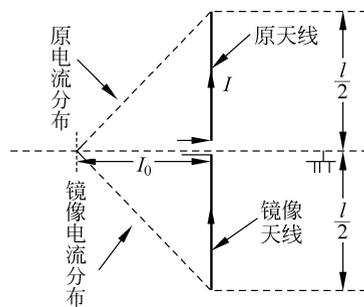


图 3-5 铅垂天线及其镜像

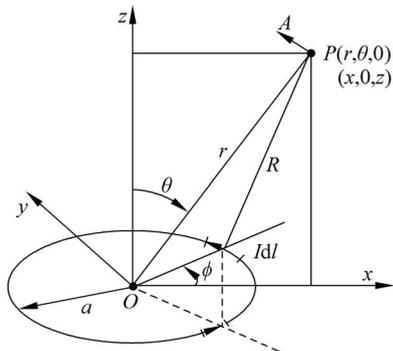


图 3-6 磁偶极子

### 3.2.1 磁偶极子的电磁场

交流磁偶极子远区的电场、磁场为

$$E_{\phi} = -\frac{\eta m k^2}{4\pi r} \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-24)$$

$$H_{\theta} = -\frac{m k^2}{4\pi r} \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-25)$$

其中,  $m = I\pi a^2$ 。 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{S}$  的方向如图 3-7 所示。磁偶极子的电场、磁场与电偶极子的电场、磁场(这里指的是  $r \gg \lambda$  的远区场)十分相似,不同的是  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  互换了空间位置。另外,电偶极子场的正负号和磁偶极子也不同,这种差别保证了坡印亭矢量都是指向正  $r$  方向的。

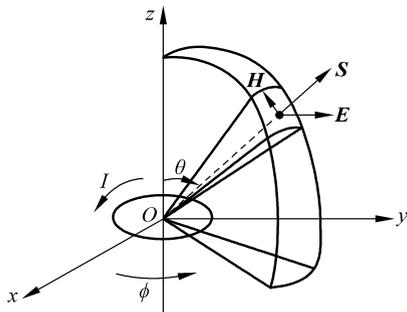


图 3-7 磁偶极子的电场、磁场及坡印亭矢量的方向示意图

### 3.2.2 磁偶极子的辐射功率及辐射电阻

磁偶极子的坡印亭矢量的平均值  $\mathbf{S}_{av}$  为

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = -\frac{1}{2} \text{Re}(E_{\phi} H_{\theta}^*) \mathbf{e}_r \quad (3-26)$$

把式(3-24)、式(3-25)的  $H_{\theta}$ 、 $E_{\phi}$  代入式(3-26),并考虑是在空气介质中,则得

$$\mathbf{S}_{\text{av}} = \mathbf{e}_r \frac{\eta m^2 k^4}{32\pi^2 r^2} \sin^2 \theta = \mathbf{e}_r \cdot 1.1937 \frac{m^2 k^4}{r^2} \sin^2 \theta \quad (3-27)$$

磁偶极子的辐射功率则为

$$P = \int_S \mathbf{S}_{\text{av}} \cdot d\mathbf{S} = 1.1937 m^2 k^4 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{r^2} (r^2 \sin \theta d\theta d\phi) = 10 m^2 k^4 \quad (3-28)$$

或

$$P = 10 (\pi a^2 I)^2 k^4 \quad (3-29)$$

磁偶极子的辐射电阻  $R_r$  可由式(3-30)和式(3-31)求出。

因为

$$P = \frac{1}{2} I^2 R_r = I_e^2 R_r = 20 (\pi a^2)^2 k^4 I_e^2 \quad (3-30)$$

所以

$$R_r = 20 (\pi^2 a^4) \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 = 320 \pi^6 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \quad (3-31)$$

式(3-31)中  $R_r$  即为空气介质中磁偶极子的辐射电阻。

由式(3-31)可见,磁偶极子的辐射电阻是与波长的4次方成反比,而电偶极子的辐射电阻则与波长的平方成反比。比较可知,磁偶极子辐射电阻对频率的灵敏程度比电偶极子要明显高得多。

**例 3-4** 把长度为 0.2m 的导线做成直线状天线及环状天线,试求频率为 30MHz 时这两种天线的辐射电阻。

**解** 30MHz 所对应的波长为 10m,而导线长度仅为 0.2m,因此可近似地认为导线上的电流是均匀分布的。这样,就可以把直线状天线视为电偶极子,把环状天线视为磁偶极子。于是,可以求出电偶极子的辐射电阻为

$$R_{r(e)} = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{0.2}{10}\right)^2 \approx 0.316\Omega$$

同样可以求出磁偶极子的辐射电阻为

$$R_{r(m)} = 320\pi^6 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 = 320\pi^6 \left(\frac{0.2}{2\pi} \times \frac{1}{10}\right)^4 \approx 0.316 \times 10^{-4} \Omega$$

可见,  $R_{r(e)}$  和  $R_{r(m)}$  都很小,它们是电磁功率的弱辐射器。电偶极子与磁偶极子的辐射电阻之比为

$$\frac{R_{r(e)}}{R_{r(m)}} = \frac{80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2}{320\pi^6 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4} = 4 \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2$$

由于偶极子的尺寸远远小于波长,即  $\left(\frac{\lambda}{l}\right)^2$  甚大,即电偶极子的辐射电阻要比磁偶极子大得多。在本例中  $R_{r(e)}/R_{r(m)} = 10^4$ ,若导线长度仍为 0.2m,但频率由 30MHz 变为

3MHz, 则  $R_{r(e)}/R_{r(m)}$  的值就由  $10^4$  变为  $10^6$ 。可见, 在相同电流幅度的条件下, 电偶极子的辐射功率比磁偶极子大得多, 而且频率越低, 波长越长, 这种差异就越大。

**例 3-5** 设小电流环的电流为  $I$ , 环面积为  $S$ 。求小电流环天线的辐射功率和辐射电阻表达式。若将 1m 长导线绕成小圆环, 波源频率为 1MHz, 求其辐射电阻值。

**解** 电小环的辐射场幅度为

$$E_{\varphi} = \frac{\pi IS}{\lambda^2 r} \eta \sin\theta$$

首先求辐射功率

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{240\pi} \oint_S E_{\varphi}^2 dS = \frac{1}{240\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{\pi IS \eta \sin\theta}{\lambda^2 r} \right)^2 r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = 160\pi^4 \left( \frac{IS}{\lambda^2} \right)^2$$

辐射电阻为

$$R_{\Sigma} = \frac{2P_{\Sigma}}{I^2} = 320\pi^4 \frac{S^2}{\lambda^4}$$

环周长为 1m 时, 其面积为  $S = \frac{1}{4\pi} \text{m}^2$ ; 波源频率为 1MHz 时, 波长为  $\lambda = 300\text{m}$ 。所以, 辐射电阻为  $P_{\Sigma} = 2.4 \times 10^{-8} \Omega$ 。

### 3.3 对称振子天线

由于电偶极子的电长度 ( $dl/\lambda$ ) 非常小 (以保证其上的电流均匀分布, 等幅度, 同相位), 因此其辐射能力很弱, 方向性也不强。为了提高辐射能力, 改善方向性等参量, 需要将电偶极子加长使其成为有实用价值的对称振子天线。

#### 3.3.1 对称振子天线的电流分布

对称振子可以想象成由终端开路的双线传输线变形而成, 也就是把彼此平行的开路末端向外张开而得到, 如图 3-8(a) 所示。

求对称振子上电流分布的严格解是比较困难的, 因为具有一定粗细 (半径为  $a$ )、一定长度 ( $l$ ) 的对称振子, 它的边界形状与球坐标系的坐标变量吻合得并不好 (除非振子的半径趋于 0)。再加上振子并非理想导体 (有损耗), 使严格求解变得十分困难。

在工程应用上通常进行近似处理: 视对称振子与均匀传输线上 (终端开路时) 的电流分布规律相同, 即正弦驻波分布, 如图 3-8(b) 和图 3-8(c) 所示, 显然这是一个近似描述, 因为对称振子不是均匀传输线, 而且实际振子不是理想导体, 有损耗。但有实际意义的情况是, 在工程应用上振子导体半径  $a$  比波长小得多 (即  $a/\lambda$  很小), 以及振子的金属电导率  $\sigma$  也非常高 (如紫铜的  $\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{S/m}$ ), 如此一来, 使用上述对电流分布的近似处理, 在工程上仍可得到足够的精度。

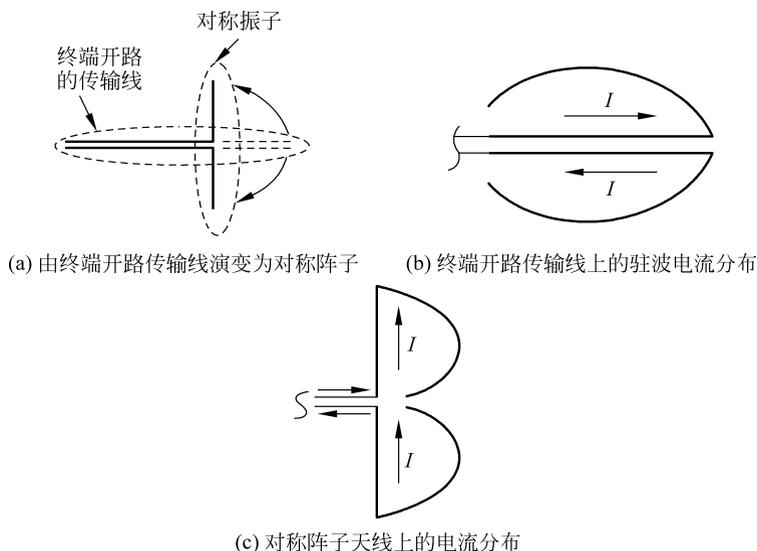
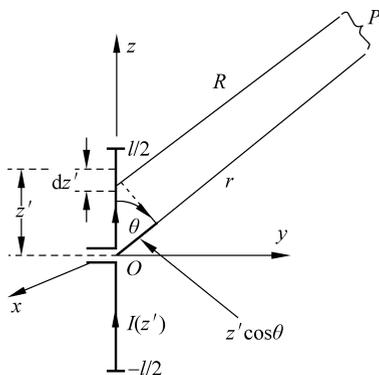


图 3-8 对称阵子天线及其电流分布

### 3.3.2 对称振子天线的远区场

中心馈电、总长度为  $l$  的对称振子如图 3-9 所示。


 图 3-9 中心馈电、总长度为  $l$  的对称振子

给定其电流表达式为

$$I(z') = I_0 \sin \left[ k \left( \frac{l}{2} - |z'| \right) \right] \quad (3-32)$$

并由此电流分布求出对称振子在空间产生的远区电场  $E_\theta$ 。

$$E_\theta = \frac{j60I_0}{r} e^{-jkr} \left[ \frac{\cos \left( k \frac{l}{2} \cos \theta \right) - \cos \left( k \frac{l}{2} \right)}{\sin \theta} \right] \quad (3-33)$$

远区磁场则为

$$H_{\phi} = \frac{E_{\theta}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \quad (3-34)$$

其中,  $\mu_0$  为真空磁导率;  $\epsilon_0$  为真空介电常数。

### 3.3.3 对称振子天线的方向性因子及方向图

由表示远区电场的式(3-33)可知,当半径  $r$  不变时,电磁场仅随  $\theta$  角变化,而不随  $\phi$  角变化,其方向性因子  $F(\theta)$  为

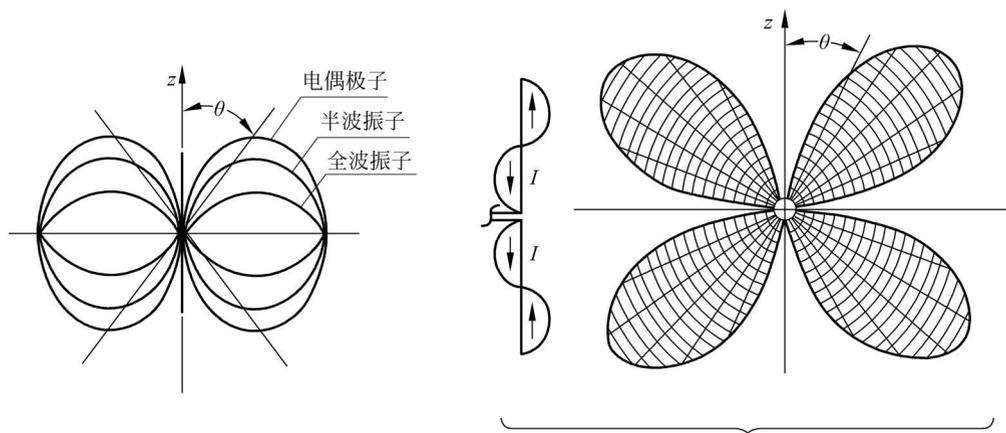
$$F(\theta) = \frac{\cos\left(k \frac{l}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(k \frac{l}{2}\right)}{\sin\theta} \quad (3-35)$$

对于半波振子天线(总长度  $l = \lambda/2$ ),其方向性因子为

$$F(\theta) = \frac{\cos(90^\circ \cdot \cos\theta)}{\sin\theta} \quad (3-36)$$

利用式(3-35)可得如图 3-10 所示的  $l/\lambda$  为不同值时的对称振子天线的方向图。由图 3-10(a) 可以看到,在对称振子总长度  $l \ll \lambda$  的条件下,随着  $l/\lambda$  的增大,方向性逐渐增强,只有主瓣(辐射强度最大的波瓣)而无副瓣(辐射强度弱的波瓣)。而且主瓣的方向总是与对称振子的轴线相垂直。

当总长度  $l > \lambda$  时,对称振子上不仅有  $+z$  方向的电流,还有反向电流出现。这样,将有更多的具有不同相位及幅度的波在空间相互干涉,导致在方向图中不仅有主瓣,而且还有副瓣出现。如果  $l/\lambda$  继续增大,还会出现主副瓣相互转换的现象。而当  $l = 2\lambda$  时,对称振子的上、下臂的电流分布对称,而单臂(上臂或下臂)上的电流分布也对称,且电流有正有负,因此出现了没有主副瓣之分的 4 个等大的波瓣,如图 3-10(b) 所示。



(a) 电偶极子、半波振子、全波振子的方向图

(b)  $l=2\lambda$  的对称振子天线的方向图

图 3-10 对称振子天线的方向图

### 3.3.4 对称振子天线的辐射功率及辐射电阻

#### 1. 对称振子的功率密度平均值

由对称振子的辐射场表示式可得

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{av}} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \frac{1}{2} \mathbf{e}_r \frac{1}{2} \operatorname{Re} E_\theta H_\phi^* \\ &= \mathbf{e}_r \frac{30 I_e^2}{\pi r^2} \frac{\left[ \cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\frac{kl}{2} \right]^2}{\sin^2\theta} \end{aligned} \quad (3-37)$$

#### 2. 对称振子的辐射功率

对  $\mathbf{S}_{\text{av}}$  在以对称振子为中心的球面上进行面积分, 得到辐射功率为

$$\begin{aligned} P &= \oint_S \mathbf{S}_{\text{av}} \cdot d\mathbf{S} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} S_{\text{av}} (r^2 \sin\theta d\theta d\phi) \\ &= 60 I_e^2 \int_0^\pi \frac{\left[ \cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\frac{kl}{2} \right]^2}{\sin\theta} d\theta \end{aligned} \quad (3-38)$$

#### 3. 对称振子的辐射电阻

辐射功率  $P$  与辐射电阻  $R_r$  的关系为

$$P = \frac{1}{2} I_0^2 R_r = I_e^2 R_r \quad (3-39)$$

其中,  $I_e$  为电流有效值;  $I_0$  为电流振幅值。由式(3-38)和式(3-39)可得任意长度的对称振子的辐射电阻为

$$R_r = 60 \int_0^\pi \frac{\left[ \cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\frac{kl}{2} \right]^2}{\sin\theta} d\theta \quad (3-40)$$

**例 3-6** 某天线辐射功率为  $P_r = 20\text{W}$ , 发射机提供功率为  $P_t = 25\text{W}$ , 在其最大辐射方向距离(天线)  $r = r_1 = 100\text{m}$  处(远区)的功率密度为  $S_{\text{max}} = 15\text{mW}/\text{m}^2$ , 试求:

- (1) 该天线的方向性系数;
- (2) 辐射效率及天线增益;
- (3) 沿最大辐射方向距离(天线)  $r = r_2 = 50\text{m}$  处(远区)的功率密度, 它比  $100\text{m}$  处的功率密度大多少分贝? 场强大多少分贝?

**解** (1) 若为无方向性天线, 以辐射功率  $P_r = 20\text{W}$  发射, 在  $r = r_1 = 100\text{m}$  处, 功率密度为

$$S_0 = \frac{P_r}{4\pi r^2}$$

故该天线的方向性系数为

$$D = \frac{S_{\text{max}}}{S_0} \approx 94.2$$

(2) 辐射效率为

$$\eta = \frac{P_r}{P_t} = 0.8$$

天线增益为

$$G = \eta D = 75.36$$

(3) 若  $r = r_2 = 50\text{m}$ , 与  $r = r_1 = 100\text{m}$  比较, 功率密度为原来的 4 倍, 即增加  $10\lg 4 = 6\text{dB}$ ; 场强为原来的 2 倍, 即增加  $20\lg 2 = 6\text{dB}$ 。

## 本章小结

本章重点介绍了电偶极子和磁偶极子的基本原理。在着重了解电偶极子的电场与磁场, 以及近场区与远场区的概念之后, 要掌握电(磁)偶极子的基本特征参量, 如电(磁)偶极子的功率密度平均值、辐射功率、辐射电阻、方向性因子和方向图。在此基础上, 本章介绍了简单的对称振子天线, 如果掌握了上述基本元的辐射, 则可按电磁场的叠加原理, 考虑天线上各个元的方向、振幅、相位的空间分布, 从而得出各类天线的辐射特性。

## 习题 3

1. 长度为  $1\text{cm}$  的偶极子, 其电流为  $I = 10 \angle 30^\circ \text{A}$ 。如果电流频率为  $100\text{MHz}$ , 试确定距离偶极子  $10\text{cm}$  处的电场和磁场。

2. 自由空间中的电基本振子, 辐射功率  $P_r = 100\text{W}$ , 设射线与振子轴之间的夹角为  $\theta$ , 场点到电基本振子的距离为  $r$ , 求远区  $r = 20\text{km}$  处,  $\theta = 0^\circ, 45^\circ$  和  $90^\circ$  方向的电场强度的模值。

3. 已知某天线输入功率为  $10\text{W}$ , 方向系数  $D = 3$ , 辐射效率  $\eta = 0.5$ , 试求:

(1) 天线增益  $G$ , 用分贝表示;

(2)  $r = 10\text{km}$  处的电场大小;

(3) 若要使  $r = 20\text{km}$  处的电场和  $10\text{km}$  处的电场相同, 其他参量不变的情况下, 方向系数应增加到多少?

4. 甲、乙两个天线的方向系数相同, 甲的增益系数是乙的 4 倍, 它们都以最大辐射方向对准远区的  $M$  点, 试求:

(1) 当两个天线辐射功率相同时, 它们在  $M$  点产生的场强比(以分贝表示);

(2) 当两个天线输入功率相同时, 它们在  $M$  点产生的场强比(以分贝表示)。