

数学培优竞赛新思维

数学培优竞赛一讲一练

(三年级)

主编 朱华伟

编者 王 坤 金春来 张秋萍

清华大学出版社

北 京

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。举报：010-62782989，beiqinquan@tup.tsinghua.edu.cn。

图书在版编目(CIP)数据

数学培优竞赛一讲一练. 三年级/ 朱华伟主编. —北京：清华大学出版社，2021.6

(数学培优竞赛新思维)

ISBN 978-7-302-57084-4

I. ①数… II. ①朱… III. ①小学数学课—教学参考资料 IV. ①G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 251120 号

责任编辑：王 定

封面设计：周晓亮

版式设计：思创景点

责任校对：成凤进

责任印制：丛怀宇

出版发行：清华大学出版社

网 址：http://www.tup.com.cn, http://www.wqbook.com

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社总机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者：大厂回族自治县彩虹印刷有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：185mm×260mm 印 张：6.75 字 数：178 千字

版 次：2021 年 8 月第 1 版 印 次：2021 年 8 月第 1 次印刷

定 价：35.00 元

产品编号：087089-01

前言

从1985年我国第一次派队参加国际数学奥林匹克竞赛（International Mathematical Olympiad, IMO）以来，中国代表队参加了34次IMO，其中，20次团队总分居第一位（有12次六名队员都获得金牌），8次团队总分居第二位，2次团队总分居第三位，团队总分居第四、六、八位各1次，共有200人参赛，共获金牌157块、银牌35块、铜牌6块。早在1994年，中国科学院数学物理学部的王梓坤院士就写道：“（我国中学生在IMO中）连续获得团体冠军，个人金牌数也名列前茅，消息传来，全国振奋。我国数学，现在有能人，后继有强手，国内外华人无不欢欣鼓舞。”这对青少年学好数学无疑是莫大的鼓舞和鞭策，极大地激发了青少年学习数学的热情。

为了给对数学有兴趣的小学生提供一个提高解题能力和培养创新精神的平台，我们以国内外小学数学各种培优竞赛为背景，以《义务教育数学课程标准》的理念和要求为准绳，根据多年培训“华罗庚金杯赛”选手和辅导小学数学资优生参加数学考试的经验、体会和素材，编写了这套“数学培优竞赛新思维”丛书。本丛书包括《数学培优竞赛讲座》（三年级、四年级、五年级、六年级），以及配套的《数学培优竞赛一讲一练》（三年级、四年级、五年级、六年级）。

《数学培优竞赛讲座》每册分培优篇和竞赛篇两大部分。

- 培优篇，与课堂教学同步，从课内到课外逐步引申扩充，由浅入深，由易到难，循序渐进，是课堂教学的自然延伸；在夯实基础的同时，通过新颖、有趣的数学问题，构建通往数学奥林匹克前沿的捷径；在学生力所能及的范围内扩展知识视野，提高思维能力；在巩固深化小学数学教材知识的同时，拓宽小学数学和竞赛数学的知识。

- 竞赛篇，以小学数学各种竞赛中的热点、难点问题为载体，介绍竞赛数学中令人耳目一新的解题方法与技巧，激发学生发现与创新的灵感。这些内容是数学奥林匹克竞赛中生动活泼、富于创新性的内容。这类问题的特点是涉及的数学知识较少而包含的技巧较多，理解和解决这类问题往往不需要很多专门的数学知识，而发现解法却相当困难，没有固定的模式可以套用。它要求学生自己去探索、尝试，通过观察、思考，利用归纳、枚举、类比、排序、估计、构造、递推、反证、奇偶分析、染色、赋值、不变量等方法，发现规律，找到解决问题的门径，这恰是数学奥林匹克竞赛试题所应有的风格。这些内容可帮助学生开发智力、提高水平，去参加高层次的竞赛。

《数学培优竞赛讲座》以专题讲座的形式编写，每讲的主要栏目如下。

（1）数学名言欣赏：以名人名言开宗明义，开启每讲的数学学习之旅。



(2) 知识方法扫描：概括竞赛数学的相关知识、方法与技巧，突出重点、难点和赛点。

(3) 经典例题解析：主要包含“分析”“解”“分析与解”和“评注”，由基础题、提高题、综合题组成。本书中很多例题的解答之后有评注，评注的作用是对某些问题或解答过程中意犹未尽之处进行阐述分析，以起到画龙点睛之效；对可进一步深入研究的问题予以拓展引申，意在引导学生去创造；对一题多解的问题提出相关的解法，发现特技与通法之间的联系。总之，评注的目的在于，一方面揭示问题的背景和来源，另一方面启迪学生发现解决问题的思路及通过合理猜测提出新问题的方法，使学生不仅知其然，更知其所以然，以期达到授之以渔的目的。

(4) 强化训练：含填空题、解答题，为方便自学，在参考答案中给出了每题详细的解答过程。

《数学培优竞赛一讲一练》是《数学培优竞赛讲座》的配套练习册，可以为使用者提供自我检测；书后附有详细解答，可以检验使用者对数学知识的理解水平和掌握程度。“一讲一练”与“讲座”配套使用，才能达到较好的学习效果。

希望通过本丛书的学习，学生能够发现数学的美丽和魅力，体会数学的思想和方法，感受数学的智慧和创新，体验经过不懈的探索而获得成功的兴奋和快乐，进而激发学习数学的兴趣。

本丛书是小学生参加数学竞赛的宝典，是冲刺重点中学、破解数学考试压轴题的利器，是小学数学教师进行数学竞赛辅导、进修的益友。

在本丛书的编写过程中，笔者参考并引用了有关资料中的优秀题目，为求简明，书中未一一注明出处，在此谨向原题编者表示感谢。由于笔者水平有限，书中难免会有疏漏之处，诚挚欢迎读者批评与指正。

朱华伟

2021年5月1日

目 录

第 1 讲	智巧趣题	1
第 2 讲	高斯的故事	4
第 3 讲	从图形排列中找规律	6
第 4 讲	从数字排列中找规律	10
第 5 讲	从数表排列中找规律	13
第 6 讲	加减法的巧算	17
第 7 讲	竖式加减填空格	19
第 8 讲	竖式乘法填空格	23
第 9 讲	加减法数字谜	27
第 10 讲	奇妙的幻方	31
第 11 讲	植树问题	35
第 12 讲	鸡兔同笼问题	37
第 13 讲	盈亏问题	39
第 14 讲	数线段	41
第 15 讲	火柴游戏	44
第 16 讲	巧求周长	47
第 17 讲	有趣的一笔画	51
第 18 讲	图形的分割	55
第 19 讲	图形的切拼	59
第 20 讲	体育比赛中的数学问题	63
答案	答案	67

第1讲 智巧趣题

一、填空题(每题5分,共50分)

1. 一个六边形被切去一个角之后还剩下_____个角.
2. 有两个桶,大桶容量9升,小桶容量4升.如果想从河中打上6升的水,那么至少要从河中取水_____次.
3. 如图1-1所示有六条铁链,每条有四个环.已知打开一个环要用5分钟,封闭一个打开的环要用7分钟.现在要把六条铁链连成一个长铁链,至少要用_____分钟.

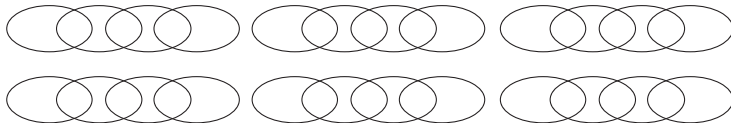


图 1-1

4. 口袋里有99张小纸片,上面分别写着1~99.从袋里任意摸出若干张小纸片,然后算出这些纸片上各数的和,再将这个和数的后两位数写在一张新纸片上放入袋中.经过若干次这样的操作后,袋中还剩下一张纸片,这张纸片上的数是_____.
5. 将一根12米长的绳子折成等长的3折,再对折一次,然后从正中间剪开,则一共能够剪出_____根绳子,最短的是_____米.
6. 现有形状完全相同的硬币18枚,已知其中有一枚假币,假币比真币要轻,现有一台无砝码的天平,则至少要称_____次才能找出这枚假币.
7. 如图1-2(a)所示,10个圆球在桌子上排成了一个三角形,为将它们摆放成如图1-2(b)所示的形状,最少需要移动_____个圆球.

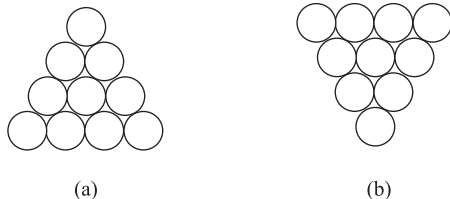


图 1-2

8. 有1989个小朋友面向里围成一个圆圈,其中有一个小朋友手里拿着一块糖,从这个小朋友开始依顺时针方向,后一个小朋友比前一个小朋友多拿一块糖,一直到最后一个小朋友拿1989块糖.现在老师要对每人的糖块数进行调整,凡是拿着单数块糖的小朋友向老师再要一块,变成双数,然后每个小朋友都将自己糖块数的一半交给左邻小朋友,这算作一次调整.如此



调整了若干次后,每个小朋友手里的糖块数就相等了.那么这时每个小朋友手里有_____块糖.

9. 小强、小明、小红和小蓉 4 个小朋友郊游回家时天色已晚,他们来到一条河的东岸,要通过一座小木桥到西岸.但是他们 4 个人只有一个手电筒,由于桥的承载量小,每次只能过 2 人,因此必须先由 2 个人拿着手电筒过桥,并由 1 个人再将手电筒送回,再由 2 个人拿着手电筒过桥,……,直到 4 人都通过小木桥.

已知,小强单独过桥要 1 分钟,小明单独过桥要 1.5 分钟,小红单独过桥要 2 分钟,小蓉单独过桥要 2.5 分钟.那么,4 个人都通过小木桥,最少要_____分钟.

10. 用 8 张完全相同的正方形纸片,叠放在一个边长是它们 2 倍的正方形桌面上(如图 1-3 所示),标有字母 B 的正方形纸片是第_____次放的.

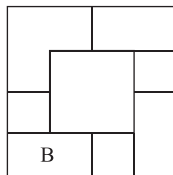


图 1-3

二、解答题(每题 10 分,共 50 分)

11. 今有 101 枚硬币,其中有 100 枚同样的真币和 1 枚假币,假币与真币的重量不同.现需弄清楚假币究竟比真币轻,还是比真币重,但只有一架没有砝码的天平.那么怎样利用这架天平称两次来达到目的?

12. 有 1 个猎人、1 匹狼、1 个男人、1 个女人、1 个男孩和 1 个女孩,他们要过一条河,现在只有一条小船,船上每次只能装 2 个人或者装 1 个人和 1 匹狼.他们当中只有猎人、男人和女人会划船,如果猎人不在场,狼就会咬死其他所有的人,如果女人不在场男人就会伤害女孩,如果男人不在场,女人就会伤害男孩.请设计一个方案,可以让他们全部安全过河.

13. 有两支粗细不均匀且长度不同的香,每支香点燃后能燃烧 1 个小时,怎样用这样的两支香确定一刻钟?

14. 现在由你和机器人进行如下游戏:你先将 200 根火柴分成 6 堆,每堆至少 1 根,然后机器人从中选出 2 堆,并将这 2 堆火柴数之差(大减小)作为你在游戏中的得分.你自然希望通过将火柴恰当地分堆使你的得分尽可能高,而机器人要尽力阻止你,请写出你认为最有利于你的火柴分配方案.

15. 有两个装满 8 毫升水的大水瓶和一个可以装 3 毫升水的小空水瓶,还有四个足够大的空杯子.请设计一种方案,不借助别的工具将这些水平均分到四个杯子中,要求倒入杯中的水不能再往瓶子里倒.

第2讲 高斯的故事

一、填空题(每题5分,共50分)

1. $5, 8, 11, 14, \dots$ 是按规律排列的一串数,其中的第2020项是_____.
2. 在从1开始的自然数列中,第100个不能被5除尽的数是_____.
3. 已知两列数:
 $2, 5, 8, 11, \dots, 2 + (400 - 1) \times 3;$
 $5, 9, 13, 17, \dots, 5 + (400 - 1) \times 4.$
它们都有400项,这两列数中相同的项共有_____对.
4. 等差数列 $4, 13, 22, 31, 40, \dots$ 中1039是其中的第_____项.
5. 7位小同学围成一圈做游戏,要求按顺时针报数,每个同学报的都比前一个同学大,而且大的数量相同,这样报数3圈.已知小明最先报,小亮最后一个报,小明三次报数的总和为63,小亮三次报数的总和为99,小明和小亮第一次报数分别是_____和_____.
6. 已知一个等差数列第13项等于71,第61项等于263,那么这个等差数列的前100项的和是_____.
7. 在1950~2020中要插入14个数组成一个等差数列,被插入的这14个数的和是_____.
8. 一些全是3的倍数的数构成了一个等差数列,已知第16个数是第9个数的2倍少18,第17个数是第8个数的2倍,这个等差数列中最小的数是_____.
9. 把295拆成5个数的和,这5个数的个位数字恰全为9,且将5个数的个位数字擦去后,可组成一个公差为2的等差数列.那么原来5个数中最小的是_____.
10. 小王和小高同时开始工作.小王第一个月得到1000元工资,以后每月增加60元.小高第一个月得到500元工资,以后每月工资增加45元,那么两人工作的前半年所得工资总数相差_____元.

二、解答题(每题10分,共50分)

11. 按规律排列的算式: $1000 - 1, 993 - 4, 986 - 7, 979 - 10, \dots, p - q$;其中 $p - q$ 为最后一项,且 $p - q$ 的值尽量小.那么 p 和 q 分别为多少? 这些算式共有多少项? 所有算式结果的和是多少?

12. 有一个等差数列, 它的第 10 项恰好是第 3 项的 2 倍, 那么这个数列的第 100 项是哪一项的 2 倍?

13. 某书的页码是连续的自然数 $1, 2, 3, \dots, 9, 10, \dots$; 小童把这些页码相加时, 将其中连续 3 个页码错加了两次, 结果得到 2008, 那么这本书共有多少页? 错加的 3 页是哪 3 页?

14. 小红不小心把一本书的某一页撕掉了, 妈妈为了教育她, 让她把这本书余下的页码全部加起来, 经过认真计算, 小红准确算出结果是 761. 小红撕掉的可能是哪一页, 页码分别是多少?

15. 在一次数学竞赛中, 获得一等奖的八名同学的分数恰好成等差数列, 总分为 656, 且第一名的分数超过了 90 分 (满分 100 分), 那么第三名的分数是多少?

第 3 讲 从图形排列中找规律

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 图 3-1 中的 3 个图形都是由 A、B、C、D(线段或圆)中的两个组合而成,记为 $A * B$, $C * D$, $A * D$. 请你画出表示 $B * C$ 的图形.

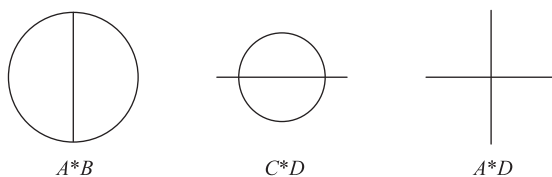


图 3-1

2. 根据图 3-2 的规律补充空格中的图形.

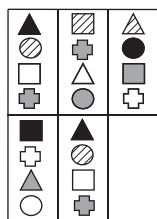


图 3-2

3. 图 3-3 是由 9 个小人排列成的方阵,但有一个没有到位.请你根据图形的规律,在标有问号的位置画出你认为合适的小人.

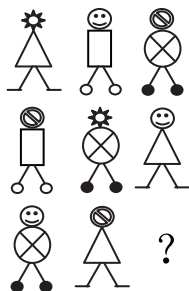


图 3-3

4. 观察图 3-4 左边的两个图形之间的关系, 然后按照同样的规律在右边空格中补充图形.

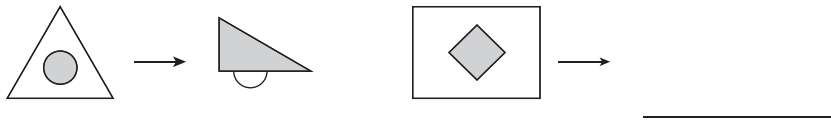


图 3-4

5. 观察图 3-5 中的 A、B、C、D 这 4 个图, 它们之间存在某种规律, 请按照这种规律填出 E 图.

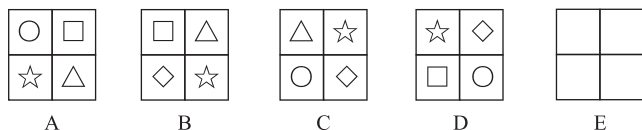


图 3-5

6. 请按照图 3-6 中已有图形的规律画出下一个图形.

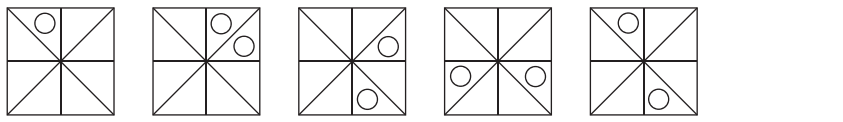


图 3-6

7. 一个正方体的六个面上分别写着 A、B、C、D、E、F 六个字母. 根据图 3-7 摆放的三种情况, 判断 F 对面是_____, B 对面是_____, E 对面是_____.

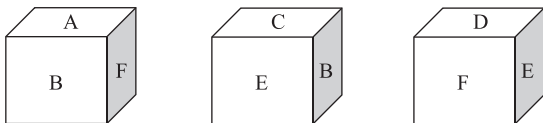


图 3-7

8. 一个正方体的棱长是自然数, 因此可恰好被切成一些棱长为 1 的小正方体. 在切之前, 先将大正方体外面涂满红漆. 在切完后发现, 3 面有红漆的小正方体与每面都没红漆的小正方体个数相同. 那么一共切出_____个小正方体.

9. 如图 3-8 所示, 将立方体的每个角都切下去 (图中仅画了两个角), 则所得到的几何体有_____条棱.

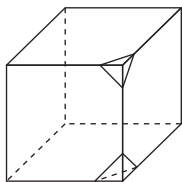


图 3-8



10. 对于一个平面封闭图形,在组成它的边中只要有一条边不是直线段,就称为曲边形,例如圆形、半圆形、扇形等都是曲边形,在图 3-9 中共有 _____ 个不同的曲边形.

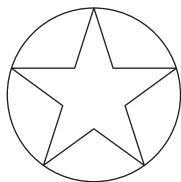
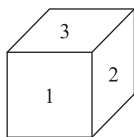


图 3-9

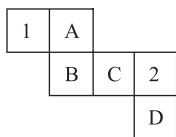
二、解答题(每题 10 分,共 50 分)

11. 在一个平面上画 3 个三角形,最多能够把这张纸分成几部分? 如果是画 1 个三角形和 1 个长方形,最多能够把这张纸分成几部分?

12. 如图 3-10(a)所示,在一个立方体的表面上写着 1~6,并且 1 对着 4,2 对着 5,3 对着 6.现在将立方体的一些棱剪开,使它的表面展开如图 3-10(b)所示,我们只知道 1 和 2 所在的面,那么 6 应该在哪儿一面(写出字母代号)?



(a)



(b)

图 3-10

13. 如图 3-11 所示,在魔方的左上角有个字母 A,我们按照图中①—②—③的顺序旋转完一次叫作旋转一回,那么连续旋转 184 回后,A 在什么位置,请画出来.

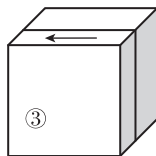
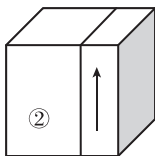
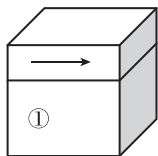
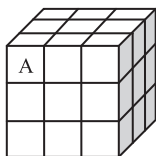


图 3-11

14. 请画出一个由 8 个点以及连接它们的若干条线段组成的图形,使得其中每个点恰引出 4 条线段,且任意两条线段不在内部相交.图 3-12 中给出了一个包含 6 个点的具有上述性质的图形,以供参考.

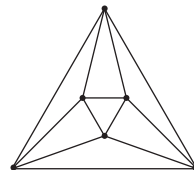
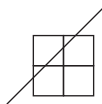
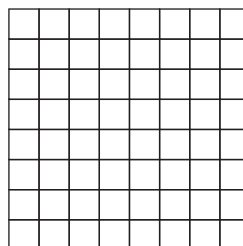


图 3-12

15. 如图 3-13(a)所示,画一条直线最多可以穿过 2×2 方格表中的 3 个方格,那么对于图 3-13(b)中的 8×8 方格表,一条直线最多能穿过它的 _____ 个方格.



(a)



(b)

图 3-13

第4讲 从数字排列中找规律

一、填空题(每题5分,共50分)

1. 下面是两个具有一定规律的数列,请按规律补填出空缺的项:

(1) 1,5,11,19,29,_____,55;

(2) 1,2,6,16,44,_____,328.

2. 0,1,2,3,6,7,14,15,30,_____,_____,_____.

上面这个数列是小明按照一定的规律写下来的,他第一次先写出0,1,第二次写出2,3,第三次写6,7,第四次写14,15,依此类推.那么这列数的最后3项的和应是_____.

3. 找规律填数:

(1) 1,2,4,4,7,8,10,16,13,32,_____,_____;

(2) 1,1,2,2,3,3,4,5,5,8,6,_____,_____.

4. 找规律填数:

(1) 2,3,6,8,8,4,2,_____,_____;

(2) 2,3,5,8,3,1,4,5,9,4,3,_____,_____.

5. 找规律填数:

(1) 3,4,6,9,14,22,_____,56;

(2) 1,3,5,9,17,_____,65.

6. 请按数列的规律填数:

(1) 3,15,35,63,99,_____,195;

(2) 1,4,9,_____,64,169,441.

7. 在河岸边有规律地种着杨树和柳树,从某一端起依次种○△○△△○△△△○△△△△○△……(其中○表示杨树,△表示柳树),已知柳树比杨树多101棵,那么河岸边有杨树和柳树一共_____棵.

8. 1,2,5,12,27,※,121,……

上面是一串按一定规律由左到右排列起来的数,则※代表的数是_____.

9. 把所有只由两个不同数字组成的三位数从小到大排成一行,例如:

100,101,110,112,113,114,……

则第54个偶数是_____.

10. 找规律填数:

7,22,11,34,17,52,(),(),(),20,10,5,16

这 3 个括号里的数的和是_____.

二、解答题(每题 10 分,共 50 分)

11. $1, 2, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 6, \dots$.

上面是一串按某种规律排列的自然数,问:其中第 101 个数至第 110 个数之和是多少?

12. 根据下面数列的规律,计算出 $\triangle$ 和 $\square$ 所代表的两个数的和是多少.

$19, 1, 17, 4, 15, 7, \triangle, 10, 11, \square, 9, 16, 7, 19$

13. 有一列数: $3, 1996, 1993, 3, 1990, \dots$,从第三个数起,每一个数都是它前面两个数中大数减小数的差,那么第 200 个数是多少?



14. 甲、乙两人用同样的速度同时开始读数,甲从 110 开始,向前每隔 2 读一个数(即他读 110,112,114,...),而乙从 953 开始,向后每隔 5 读一个数(即他读 953,948,943,...),则他们同时说出的两个最接近的数之差为多少?

15. 在 1、2 两数之间,第一次写上 3;第二次在 1、3 之间和 3、2 之间分别写上 4、5,得到

1 4 3 5 2

以后每一次都在已写上的两个相邻数之间,再写上这两个相邻数之和.这样的过程共重复了 8 次,那么所有数的和是多少?

第 5 讲 从数表排列中找规律

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 图 5-1 的三个正方形内的数具有相同的规律,请依据这个规律,得出 A 、 B 、 C 依次为_____、_____、_____.

9	1
2	3

20	2
3	4

A	3
B	C

图 5-1

2. 根据图 5-2 中的规律,计算 $A+B=$ _____.

2	3
5	21

3	4
7	40

4	5
A	B

图 5-2

3. 如图 5-3 所示,表格中每行的文字是循环出现的.那么第 2008 列的 3 个文字从上到下依次是_____、_____、_____.

北	京	申	奥	北	京	申	奥	...
祝	申	奥	成	功	祝	申	奥	...
新	北	京	新	奥	运	新	北	...

图 5-3

4. 如图 5-4 所示,自然数按一定的规律排列,那么自然数 2000 应排在_____行第_____个数.

		1		
	2		3	
4		5		6
7		8		9
...		...		...

图 5-4