数学培优竞赛新思维

数学培优竞赛一讲一练

（五年级）

主编　朱华伟
编者　金春来　钟　森　胡基伟

清华大学出版社
北　京

图书在版编目(CIP)数据

数学培优竞赛一讲一练. 五年级 / 朱华伟主编. —北京 ：清华大学出版社，2021.6
（数学培优竞赛新思维）
ISBN 978-7-302-56313-6

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①朱… Ⅲ. ①小学数学课－教学参考资料 Ⅳ. ①G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 156670 号

责任编辑：王　定
封面设计：周晓亮
版式设计：思创景点
责任校对：成凤进
责任印制：朱雨萌

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　邮　　编：100084
社 总 机：010-62770175　　邮　　购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：小森印刷霸州有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　印　　张：9.5　　字　　数：254 千字
版　　次：2021 年 8 月第 1 版　　印　　次：2021 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：39.80 元

产品编号：087091-01

前　言

从 1985 年我国第一次派队参加国际数学奥林匹克竞赛（International Mathematical Olympiad，IMO）以来，中国代表队参加了 34 次 IMO，其中，20 次团队总分居第一位（有 12 次六名队员都获得金牌），8 次团队总分居第二位，2 次团队总分居第三位，团队总分居第四、六、八位各 1 次，共有 200 人参赛，共获金牌 157 块、银牌 35 块、铜牌 6 块. 早在 1994 年，中国科学院数学物理学部的王梓坤院士就写道：“（我国中学生在 IMO 中）连续获得团体冠军，个人金牌数也名列前茅，消息传来，全国振奋. 我国数学，现在有能人，后继有强手，国内外华人无不欢欣鼓舞.”这对青少年学好数学无疑是莫大的鼓舞和鞭策，极大地激发了青少年学习数学的热情.

为了给对数学有兴趣的小学生提供一个提高解题能力和培养创新精神的平台，我们以国内外小学数学各种培优竞赛为背景，以《义务教育数学课程标准》的理念和要求为准绳，根据多年培训“华罗庚金杯赛”选手和辅导小学数学资优生参加数学考试的经验、体会和素材，编写了这套“数学培优竞赛新思维”丛书. 本丛书包括《数学培优竞赛讲座》（三年级、四年级、五年级、六年级），以及配套的《数学培优竞赛一讲一练》（三年级、四年级、五年级、六年级）.

《数学培优竞赛讲座》每册分培优篇和竞赛篇两大部分.

● 培优篇，与课堂教学同步，从课内到课外逐步引申扩充，由浅入深，由易到难，循序渐进，是课堂教学的自然延伸；在夯实基础的同时，通过新颖、有趣的数学问题，构建通往数学奥林匹克前沿的捷径；在学生力所能及的范围内扩展知识视野，提高思维能力；在巩固深化小学数学教材知识的同时，拓宽小学数学和竞赛数学的知识.

● 竞赛篇，以小学数学各种竞赛中的热点、难点问题为载体，介绍竞赛数学中令人耳目一新的解题方法与技巧，激发学生发现与创新的灵感. 这些内容是数学奥林匹克竞赛中生动活泼、富于创新性的内容. 这类问题的特点是涉及的数学知识较少而包含的技巧较多，理解和解决这类问题往往不需要很多专门的数学知识，而发现解法却相当困难，没有固定的模式可以套用. 它要求学生自己去探索、尝试，通过观察、思考，利用归纳、枚举、类比、排序、估计、构造、递推、反证、奇偶分析、染色、赋值、不变量等方法，发现规律，找到解决问题的门径，这恰是数学奥林匹克竞赛试题所应有的风格. 这些内容可帮助学生开发智力、提高水平，去参加高层次的竞赛.

《数学培优竞赛讲座》以专题讲座的形式编写，每讲的主要栏目如下.

（1）数学名言欣赏：以名人名言开宗明义，开启每讲的数学学习之旅.

（2）知识方法扫描：概括竞赛数学的相关知识、方法与技巧，突出重点、难点和赛点.

（3）经典例题解析：主要包含“分析”“解”“分析与解”和“评注”，由基础题、提高题、综合题组成. 本书中很多例题的解答之后有评注，评注的作用是对某些问题或解答过程中意犹未尽之处进行阐述分析，以起到画龙点睛之效；对可进一步深入研究的问题予以拓展引申，意在引导学生去创造；对一题多解的问题提出相关的解法，发现特技与通法之间的联系. 总之，评注的目的在于，一方面揭示问题的背景和来源，另一方面启迪学生发现解决问题的思路及通过合理猜测提出新问题的方法，使学生不仅知其然，更知其所以然，以期达到授之以渔的目的.

（4）强化训练：含填空题、解答题，为方便自学，在参考答案中给出了每题详细的解答过程.

《数学培优竞赛一讲一练》是《数学培优竞赛讲座》的配套练习册，可以为使用者提供自我检测；书后附有详细解答，可以检验使用者对数学知识的理解水平和掌握程度.“一讲一练”与“讲座”配套使用，才能达到较好的学习效果.

希望通过本丛书的学习，学生能够发现数学的美丽和魅力，体会数学的思想和方法，感受数学的智慧和创新，体验经过不懈的探索而获得成功的兴奋和快乐，进而激发学习数学的兴趣.

本丛书是小学生参加数学竞赛的宝典，是冲刺重点中学、破解数学考试压轴题的利器，是小学数学教师进行数学竞赛辅导、进修的益友.

在本丛书的编写过程中，笔者参考并引用了有关资料中的优秀题目，为求简明，书中未一一注明出处，在此谨向原题编者表示感谢. 由于笔者水平有限，书中难免会有疏漏之处，诚挚欢迎读者批评与指正.

朱华伟

2021 年 5 月 1 日

目 录

第 1 讲　小数的巧算

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 计算:$45.9\div[(82.4-36.5)\times(3.5\div7)]=$________.

2. 计算:$\underbrace{33\cdots3}_{100个}.\underbrace{66\cdots6}_{100个}\div\underbrace{99\cdots9}_{50个}.\underbrace{99\cdots9}_{50个}=$________.

3. 计算:规定 $6*2=6+66=72$;$2*3=2+22+222=246$;$1*4=1+11+111+1111=1234$,则 $7*5=$________.

4. 计算:$2020.3-2019.2+2018.3-2017.2+\cdots+4.3-3.2+2.3-1.2=$________.

5. 计算:$0.258\times447+0.258\times678-0.258\times125=$________.

6. 计算:$12\div0.75\div0.8\times(8\times0.125-0.75)=$________.

7. 计算:$0.1\div(0.2\div0.3)\div(0.3\div0.4)\div(0.4\div0.5)\div\cdots\div(0.8\div0.9)=$________.

8. 计算:$(14.76\times0.78+1.02\times14.76-0.8\times14.76)\div7.38=$________.

9. 计算:$2.019\times201.7+20.18\times20.16-201.8\times2.017-20.19\times20.16=$________.

10. 已知$n^2=123456.54321\times(0.1+0.2+0.3+0.4+0.5+0.4+0.3+0.2+0.1)$,计算$n=$________.

二、解答题(每题 10 分,共 50 分)

11. 计算:$(0.1+0.2+0.3+0.4+0.5)\times(0.2+0.3+0.4+0.5+0.6)-(0.1+0.2+0.3+0.4+0.5+0.6)\times(0.2+0.3+0.4+0.5)$.

12. 计算:$(8.9^2+6.7^2+4.5^2+2.3^2)-(7.7^2+5.5^2+3.3^2+1.1^2)$.

13. 小强在计算 24 乘以一个形如$\overline{0.4\dot{m}}$的数时,误看成$\overline{0.4m}$,得到的结果比正确答案小 0.16,那么 m 的值是多少?

14. 计算:$(0.75+0.45+0.15)\div(0.45\times0.25\times0.05)$.

15. 计算:$0.\dot{6}+0.\dot{1}\dot{8}+1.4\dot{3}\dot{9}$(计算结果用循环小数表示).

第 2 讲　周期性问题

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 2020 年 2 月 12 日是星期三,30 年之前的 1990 年 2 月 12 日是星期________.

2. $7\times17\times27\times37\times47\times57\times67\times77\times87\times97\times107\times117\times\cdots\times2017\times2027$ 的结果的末尾数字是________.

3. 在正整数数列 1,2,3,4,……中,第 123 个不能被 7 整除的数是________.

4. 实验室里有一个计数器,一圈一共 24 个格,按照顺时针顺序标了 0～23 这 24 个数.每经过 8 分钟,指针就会顺时针方向跳一次;每跳一次,就要跳过 7 格.今天晚上 11 点的时候,指针正好从 3 跳到 10,那么明天早上 9 点 23 分的时候,指针指着的数是________.

5. 已知 2012^n+2017^n(n 是大于 2019 的整数)的个位数字是 3.则 n 的最小值为________.

6. 小丸子有一盒彩球,按 3 个黄球、2 个红球、4 个粉球、2 个蓝球的顺序排列,发现这一排球的尽头是一个粉球.已知这一排球不超过 300 个,这盒球最多有________个.

7. 下表中定义了关于“※”的运算,如 3※4＝2,则 $\underbrace{(1※2)※(1※2)※\cdots\cdots※(1※2)}_{2019\text{个}(1※2)}$ ＝________.

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

8. 循环小数 $0.\dot{9}7251\dot{6}$ 与 $0.\dot{2}87654\dot{6}$ 在小数点后第________位时，都第 11 次同时出现数字 6.

9. 如图 2-1 所示，边长为 1 的等边三角形 ABC 从图示的位置开始在数轴上顺时针无滑动地向右滚动.当三角形的一个顶点落在 $x=2013$ 处时，三角形停止滚动.落在 $x=2013$ 处的点是三角形 ABC 的________点.

图 2-1

10. 有一串数列，第一个数是 8，以后每个数的规律为：如果前一个数是奇数，就将它减去 1 以后再乘以 3；如果前一个数是偶数，就将它除以 2 以后再加上 2，那么这串数列的第 2020 个数是________.

二、解答题(每题 10 分，共 50 分)

11. 一只小虫爬行 A 厘米后右转弯 $120°$，再爬行 A 厘米后右转弯 $120°$，……，如此爬行 101 次后，所在位置距离出发点 101 厘米.则 A 的值是多少？

12. 有一串数：1，3，8，22，60，164，448，…其中第一个数是 1，第二个数是 3，从第三个数起，每个数恰好是前两个数之和的 2 倍.那么在这串数中，第 2020 个数除以 9 的余数是多少？

13. 自然数 1，2，3，4，5…按顺序排列，划去 2 的倍数和 3 的倍数，但是其中 7 的倍数一律保留，剩下的第 2019 个数是多少？

14. 有一根长 2020 厘米的木棍，从左至右每 5 厘米画一条红线，每 7 厘米画一条蓝线，沿所有的线剪开，长度为 1 厘米的木棍有多少段？

15. $7+77+777+\cdots+\underbrace{77\cdots7}_{1000个}$的各位数字之和是多少？

第 3 讲　奇数与偶数

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 四个连续奇数的乘积是 229425,那么这 4 个奇数的和是________.

2. 将 100 分拆成 10 个质数之和,其中最大的质数尽可能大,则这个最大质数是________.

3. 有两组数,甲组:1,3,5,7,9,…,23;乙组:2,4,6,8,10,…,24.从甲组中任意选一个数与乙组中任意一个数相加,能得到________个不同的和.

4. 用相同的立方体摆成如图 3-1 所示的形式,如果共摆了 2019 层,立方体的总数是________(填“奇数”或“偶数”).

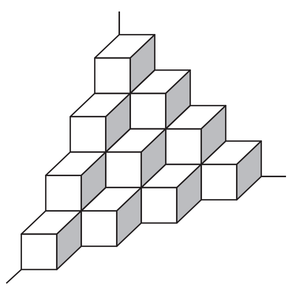

图 3-1

5. 小强、小明、小华三名选手参加长跑比赛.起跑后小强处在第一名的位置,在整个比赛的过程中,小强与小明、小华的位置次序共交换 2019 次,比赛结果小强是第________名.

6. 甲同学一手握有写着 23 的纸片,另一只手握有写着 32 的纸片.乙同学请甲回答如下一个问题:“请将左手中的数乘以 3,右手中的数乘以 2,再将这两个积相加,这个和是奇数还是偶数?”当甲说出和为奇数时,乙马上就猜出写有 23 的纸片握在甲的________手中.

7. 有一个袋子里装着红、黄、蓝三种颜色的球，现在小峰每次从口袋中取出3个球，如果发现三个球中有两个球的颜色相同，就将第三个球放还回口袋，如果三个球的颜色各不相同，就往口袋中放一个黄球.已知原来有红球64个、黄球37个、蓝球43个，取到不能再取的时候，口袋里还有蓝球，那么蓝球有________个.

8. 使等式 $x^y+1=z$ 成立且小于100的质数 x、y、z 的值依次是________、________、________.

9. 是否存在自然数 a 和 b，使得 $a\times b\times(a+b)=20182019$？________.

10. 设 $P(n)$ 及 $S(n)$ 分别表示正整数 n 的每一位数字之乘积及和.如 $P(23)=6$，$S(23)=5$.假定 N 为两位数，且使得 $N=P(N)+S(N)$，则 N 的个位数字为________（填“奇数”或“偶数”）.

二、解答题（每题10分，共50分）

11. 能否在下式的“□”内填入加号或减号，使等式成立，若能，请填入；若不能，请说明理由.

$$1\square2\square3\square4\square5\square6\square7\square8\square9=10.$$

12. 甲、乙两个聪明人将9～15这7个自然数分别写在7张卡片上，他们将卡片背面朝上，任意混合之后，甲取走三张，乙取走两张，剩下的两张卡片，他们谁也没有看，就放到口袋里去了.甲认真研究了自己手中的三张之后，对乙说：“我知道你的两张卡片上的数的和是偶数.”试问：甲手中的三张卡片都写了哪些数？

13. 在十个容器中分别装有 1 千克到 10 千克的水，每次操作可由盛水多的甲容器向盛水少的乙容器注水，注水量恰好等于乙容器原有的水量，问：能否在若干次操作后，使得 5 个容器都装有 3 千克水，而其余容器分别装有 6、7、8、9、10 千克的水？如果能，请说明操作程序；如不能，请说明理由.

14. 圆桌旁坐着 $2k$ 个人，其中有 k 个物理学家和 k 个化学家，并且其中有些人总说真话，有些人则总说假话.今知物理学家中说假话的人同化学家中说假话的人一样多.又当问及：“你的右邻是什么人”时，大家全部回答：“是化学家.”证明：k 为偶数.

15. 任意给出一个 2019 位数，将组成这个 2019 位数的 2019 个数码的顺序任意改变，得到一个新的 2019 位数.那么，这两个 2019 位数的和能不能等于$\underbrace{99\cdots9}_{2019个}$？若存在，给出一个例子；若不存在，给出理由.

第4讲 枚举法

一、填空题(每题5分,共50分)

1. 现有五元人民币3张,十元人民币7张,一百元人民币4张,用这些人民币可以组成________种不同的币值.

2. 分子小于6,分母小于16的最简真分数共有________个.

3. 在一个平面上画出1个圆、1个三角形、1条直线,最多可以把平面分成________个部分.

4. 有一类自然数,从第三个数字开始,每个数字都恰好是它前面两个数字之和,直至不能再写为止,如257、1459等,这类数共有________个.

5. 如图4-1所示,在正方形区域中再放置一个色块,使之与原来的三个色块形成轴对称图形,共有________种方法.

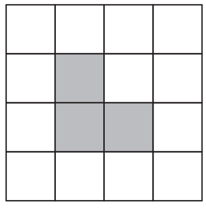

图 4-1

6. 把一个正方体的六个表面涂色,有红、蓝两种颜色可选,共________种涂色方式(旋转以后相同的算同一种).

7. NBA总决赛在洛杉矶湖人队和波士顿凯尔特人队之间进行,比赛采用7局4胜制,比赛分为主场和客场,第1、2、6、7场均在洛杉矶进行,第3～5场在波士顿进行.最终湖人队在自

己的主场获得总冠军,那么比赛中的胜负结果有________种可能.

8. 用 0、1、2、3 这四个数字组成没有重复数字的四位数,若要求 1 不在百位,2 不在十位,3 不在个位,共有________种不同情况.

9. 如图 4-2 所示,在一个 5×5 的方格中,有 25 个数,现在从左下角方格开始选取数字,只能往上或者往右,到右上角方格结束.这样共选取了 9 个数字,共有________种方法使得到的 9 个数的和为 38.

5	4	6	3	8
6	2	7	4	4
4	3	6	5	3
5	4	5	6	4
3	5	4	7	5

图 4-2

10. 小华把数字 2～9 分成 4 对,使得每对数的和为质数.一共有________种不同的分法.

二、解答题(每题 10 分,共 50 分)

11. 从 1～8 中选取若干个数,使得它们的和是 6 的倍数,那么共有多少种不同的选取方法?

12. 某次武林大会有九个级别的高手参加,按级别从高到低分别是刺客、火枪手、骑士、剑客、武士、弓箭手、法师、猎人、屠夫.为公平起见,分组比赛的规则是:两人或三人分为一组,若两人一组,则这两人级别必须相同;若三人一组,则这三人级别相同,或者是连续的三个级别各一名.现有 13 个人,其中有三名刺客、三名屠夫,其他七类高手各一名.若此时再有一人加入,所有这些人共分为五组比赛,那么新加入的这个人的级别可以有多少种选择?

13. 一个五位数，其数码只能是 2 或 5，且没有两个 5 是相邻的. 问：这样的五位数共有多少个？

14. 某玩具城有一楼梯，大约有几十级，但肯定不到一百级. 四位小朋友阿克赛、巴顿、克林、杜邦一起玩游戏. 游戏开始后，若同一级台阶被踩四下，则台阶呈红色；踩三下，则呈黄色；踩两下，则呈绿色；踩一下，则呈蓝色. 若四人下楼梯时，阿克赛一步下 2 级台阶，巴顿一步下 3 级台阶，克林一步下 4 级台阶，而杜邦的本事最大，竟然一步能下 5 级台阶. 他们走下来发现，呈红色的台阶仅在最高处和最低处. 现在楼梯上呈蓝色的台阶有多少级？

15. 三位数 A 满足：它的所有质因数之和是 26. 这样的三位数 A 有多少个？

第 5 讲　乘法原理

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 用 1、3、5、7、9 可以组成________个为 5 的倍数的三位数.

2. 五个座位排成一排,小红、小黄、小蓝、小绿、小紫每人选一个座位坐下,其中每个座位只能坐一个人,且小红不坐在中间的位置.这五个人有________种坐法.

3. 所有三位数中,与 456 相加产生进位的数有________个.

4. 如图 5-1 所示,将一张纸作如下操作:(1)用横线将纸划为相等的两块,(2)用竖线将下边的区块划为相等的两块,(3)用横线将最右下方的区块分为相等的两块,(4)用竖线将最右下方的区块划为相等的两块……,如此进行 8 步操作,如果用四种颜色对这一图形进行染色,要求相邻区块颜色不同,应该有________种不同的染色方法.

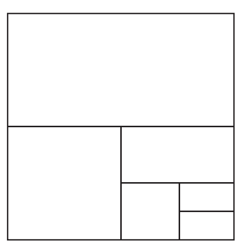

图 5-1

5. 按图 5-2 所示连线,连成“数学希望之星”的方法共有________种.

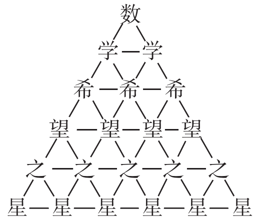

图 5-2

6. 某电子表在 6 时 20 分 25 秒时，显示 06∶20∶25，那么从 5 时到 6 时这 1 个小时里，此表显示的 5 个数字都不相同的情况有________种.

7. 将 5 个不同的球，分别放入 3 个不同的盒子里，有________种不同的方法.

8. 用 1、2、3、4 这四个数字组成五位数，若要求所组成的五位数的个位与万位都是 1，且相邻的两个数字互不相同，共有________种不同情况.

9. 四对夫妇围一圆桌吃饭，要求每对夫妇两人都要相邻，那么一共有________安排座位的方法（如果某种排法可以通过旋转得到另一种排法，那么这两种排法算作同一种）.

10. 如图 5-3 所示，有 16 个方格，要把 A、B、C、D 四个不同的棋子放在方格里，并使每行每列只能出现一个棋子. 共有________种不同的放法.

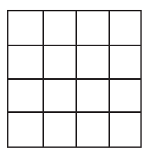

图 5-3

二、解答题（每题 10 分，共 50 分）

11. 在 5000～9999 这 5000 个四位数中，数字之和为 5 的倍数的，有多少个？

12. 如果数组 A、B、C 满足以下条件:①A、B 有且仅有一个公共元素,B、C 有且仅有一个公共元素,A、C 有且仅有一个公共元素;②A、B、C 没有公共元素.

则称有序三元数组(A,B,C)为最小相交.

现在在 1、2、3、4、5、6、7 这 7 个数中选取若干个数(可重复出现)组成数组 A、B、C.求最小相交的有序三元数组(A,B,C)的个数是多少?

13. 从五枚面值为 1 元的邮票和四枚面值为 1.60 元的邮票中任取一枚或若干枚,可组成不同的邮资多少种?

14. 三位数共 900 个(100~999),在卡片上打印这些三位数,每张卡片上打印一个三位数.但是有些卡片上打印的数倒过来看仍为三位数,如 198 倒过来看是 861;有的卡片则不然,如 531 倒过来看没有意义.因此,有些卡片可以一卡二用,便可以少打一些卡片.问:最多可以少打多少张卡片?

15. 从 1~9 这九个数字中选出八个,组成两个没有重复数字的四位数,使两个四位数之和为 9999.满足条件的两个四位数共有多少组?

第 6 讲　加法原理

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 把 7 支完全相同的铅笔分给甲、乙、丙 3 个人,每人至少 1 支,问有________种方法.

2. 数字和为 24 的三位数有________个.

3. 有 2 克、5 克、20 克的砝码各 1 个,只用这些砝码和一架已经调节平衡了的天平,能称出______ 种不同的重量.

4. 用 1、3、5、7、9 这五个数字组成五位数,若要求所组成的五位数的个位与万位都是 9,且相邻的两个数字互不相同,共有________种不同情况.

5. 从 1 到 100 这 100 个数码中取 2 个,使它们的和是 3 的倍数,则不同取法有________种.

6. 在数列 7,70,71,72,…,79,700,701…中,排在第 2020 位的是________.

7. 现有 6 个白色正方体小方块和 2 个同样大小的黑色正方体小方块,用这 8 个正方体小方块拼成一个大的正方体,一共可以拼成________个不同的大正方体.(旋转或者翻转以后相同的算同一种)

8. 如图 6-1 所示，有 A、B、C、D 四个区域，现用 5 种颜色给各区域染色，要求相邻区域的颜色不同，每个区域染一色.有________种染色方法.

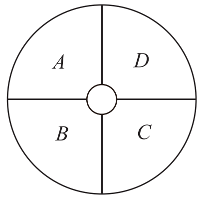

图 6-1

9. 佳佳在黑板上写了一个五位的数字串，她擦掉其中连续的两个数字，并将它们的差写在那个位置，这时黑板上的数字串为 5、0、3、6，她开始在黑板上写的数字串有________种可能.

10. 把 1、2、3、4、5、6 这六个数随机排成一列组成一个数列，要求该数列恰好先增后减，这样的数列有________个.

二、解答题(每题 10 分，共 50 分)

11. 将 12 表示成 2、3 或者 4 的和(不是所有数字必须使用)，有多少种方法？

12. 将 1、2、3、4、5 这五个数字填入如图 6-2 所示的五个方格中，使得阴影方格中填入的数大于相邻方格中的数，共有多少种方法？

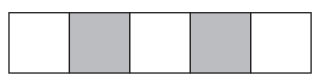

图 6-2

13. 将数字 1～5 分别填入如图 6-3 所示的各个圆圈中，使得每条线段两个端点处所填的数，上面的比下面的大.问：符合上述要求的不同填数方法一共有多少种？

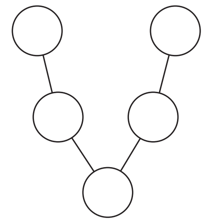

图 6-3

14. 平面内有 12 个点，其中 6 点共线，此外再无三点共线，可确定多少个三角形？

15. 有蓝色旗 3 面，黄色旗 2 面，红色旗 1 面.这些旗的形状、大小都相同.现在把这些旗挂在一个旗杆上做成各种信号，已知旗杆上最多可由上而下同时挂 3 面旗帜，如果按挂旗的面数及从上到下颜色的顺序区分信号，那么利用这些旗能表示多少种不同信号？

第 7 讲　容斥原理

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1. 70 名学生面向老师站成一横排.老师先让学生们从左到右按照 1,2,3,4,…,69,70 的顺序依次报数,再让报数是 5 的倍数的学生向后转,接着又让报数是 7 的倍数的学生向后转.那么,现在面向老师的学生还有________名.

2. 某班语文、数学、外语三门考试成绩统计结果如下:

课程	语文	数学	外语	语、数	数、外	语、外	至少一门
得满分人数/人	9	11	8	5	3	4	18

那么,语文、数学、外语三门考试都得满分的人数是________人.

3. 在 1～1000000 这一百万个自然数中,能被 13 整除而不能被 17 整除的数________于能被 17 整除而不能被 13 整除的数.(填“多”“少”或“等”)

4. 五年级一班共有 55 个学生,在暑假期间都参加了特长培训班,35 人参加书法班,28 人参加美术班,31 人参加舞蹈班,其中以上三种特长培训班都参加的有 6 人,则有________人只参加了一种特长培训班.

5. 在 1～1000 这 1000 个自然数中,与 10 互质但与 12 不互质的有________个.

6. 如图 7-1 所示,每个圆纸片的面积都是 30.圆纸片 A 与 B、B 与 C、C 与 A 的重叠部分面积分别为 6、8、5.三个圆纸片覆盖的总面积为 73.恰好只被一张纸片盖住的面积为________.

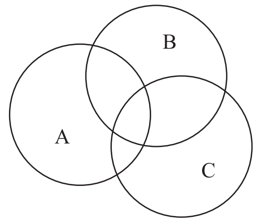

图 7-1

7. 有 100 人参加运动会的三个比赛项目，每人至少参加一项，其中未参加跳远的有 50 人，未参加跳高的有 60 人，未参加赛跑的有 70 人.那么至少有________人参加了不止一个项目的比赛.

8. 学校针对六(1)班和六(2)班 100 名同学就语文、数学、英语三科科任教师的教学情况进行调查.结果显示，有 68 人喜欢语文教师讲课，有 48 人喜欢数学教师讲课，有 56 人喜欢英语教师讲课.喜欢语文和数学教师(但不喜欢英语教师)讲课的有 8 人，喜欢数学和英语教师(但不喜欢语文教师)讲课的有 6 人，三位教师的讲课都喜欢的有 12 人，而且每人至少喜欢一位教师讲课，则有________同学只喜欢语文教师讲课.

9. 有 100 位旅客，其中有 10 人既不懂英语又不懂俄语，有 75 人懂英语，有 83 人懂俄语.那么这 100 位旅客中既懂英语又懂俄语的有________人.

10. 如图 7-2 所示，有三个面积都是 S 的圆放在桌上，桌面被圆覆盖的面积是 $2S+2$，并且重合的两块是等面积的，直线 a 过两个圆心 A、B，如果直线 a 下方被圆覆盖的面积是 9，S 的值是________.

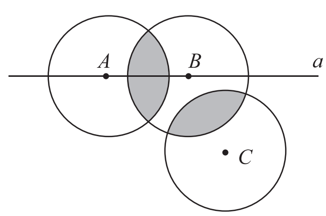

图 7-2

二、解答题(每题 10 分,共 50 分)

11. 一根 1001 厘米长的木棒,从同一端开始,第一次每隔 3 厘米画一个刻度,第二次每隔 5 厘米画一个刻度,第三次每隔 7 厘米画一个刻度,如果按刻度把木棒截断,那么可以截出多少段?

12. 图 7-3 中共有多少个正方形?

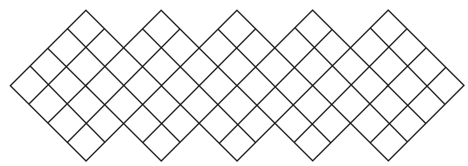

图 7-3

13. 如图 7-4 所示,已知$\triangle ABC$为等边三角形,面积为 400,D、E、F 分别为三边的中点.已知甲、乙、丙面积和为 143,求阴影五边形的面积.(丙是$\triangle HBC$)

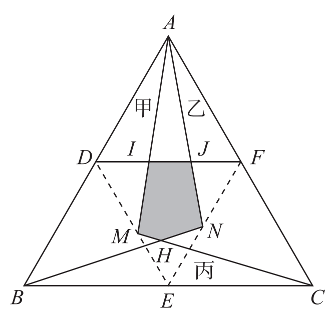

图 7-4

14. 某班有棋类特长生 10 名，其中有 6 名国际象棋特长生，7 名围棋特长生.现要从中选出两名选手分别参加国际象棋和围棋的比赛，试问有多少种选派方式？

15. 一次数学竞赛中共有 A、B、C 三题，至少答对一题的有 25 人.在所有没有答对 A 的学生中，答对 B 的人数是答对 C 的人数的两倍；只答对 A 的人数比既答对 A 又至少答对其他一题的人数多 1.又已知在所有恰好只答对一题的人中，有一半没有答对 A.问：有多少个学生只答对 B？

第8讲　递推法与逐点累计法

一、填空题(每题5分,共50分)

1. 一个正方形的内部有100个点,以正方形的4个顶点和内部的100个点为顶点,将它剪成一些三角形,则一共可以剪成________个三角形.

2. 小正方形的边长是1厘米.依次作出如图8-1所示的图形,图中第一个图形的周长是10厘米.第10个图形是由________个正方形组成的,它的周长是________厘米.

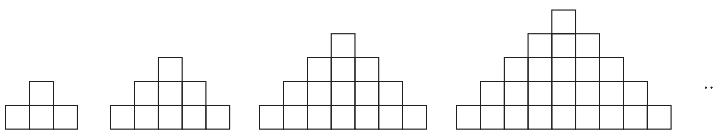

图8-1

3. 一楼梯共10级,规定每步只能跨上2级或3级,要登上第10级,共有________种不同走法.

4. 如图8-2所示,一只蜜蜂从A处出发,回到家里B处,每次只能从一个蜂房爬向右侧邻近的蜂房而不准逆行,共________种回家的方法.

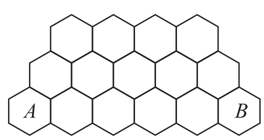

图8-2

5. 某城市的街道非常整齐(如图8-3所示),从西南角A处走到东北角B处,要求走最近的路,并且不能通过十字路口C(正在修路),共有________种不同的走法.

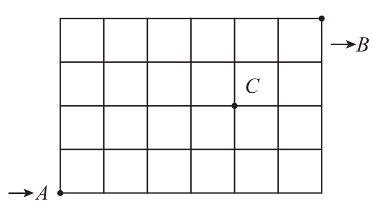

图8-3

6. 100 条直线最多可以把平面分为________个部分.

7. 用 R、G、B 三种颜色对如图 8-4 所示的 2×5 的表格进行染色,要求有公共边的两个格子必须染成不同的颜色.那么,一共有________种不同的染色方法.

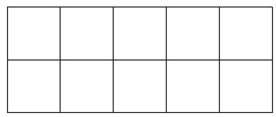

图 8-4

8. 20 个石子,一个人分若干次取,每次可以取 1 个、2 个或 3 个,但是取完之后不能留下质数个,有________方法取完.(石子之间不作区分,即只考虑石子个数.)

9. 如图 8-5 所示,一个正六边形的六个区域 A、B、C、D、E、F,现给这 6 个区域着色,要求同一区域染同一种颜色,相邻的两个区域不得使用同一种颜色,现有四种不同的颜色可供选择,则有________种不同的着色方法.

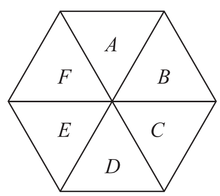

图 8-5

10. 如图 8-6 所示是一个街道图,从 A 出发到 B,至少经过一个☆的最短路线有________条.

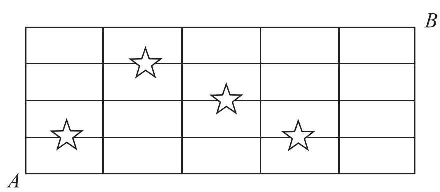

图 8-6