第 3 章 电路分析方法之二——电路方程法

CHAPTER 3

3.1 学习要点

3.1.1 典型支路的特性方程、2b 法

1. 典型支路及其特性方程

如果不考虑受控电源，电路中的一条典型支路如图 3-1 所示。其特性方程(支路方程)为

$$u_k = R_k i_k + u_{sk} - R_k i_{sk}$$

或

$$i_k = G_k u_k + i_{sk} - G_k u_{sk}$$

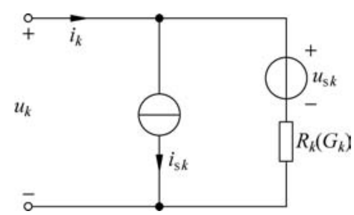

图 3-1 电路中的一条典型支路

2. 2b 法

以电路中 b 条支路的电流、电压共 2b 个电量为变量列写方程组求解电路的方法称为 2b 法。

2b 法主要用于计算机辅助电路分析。由于所需列写的方程数目较多，计算工作量较大，在人工计算电路时较少使用。

3.1.2 支路分析法

以电路中的支路电流或支路电压为变量列出电路中独立节点的 KCL 方程和独立回路的 KVL 方程而求解电路的方法称为支路分析法(包括支路电流法和支路电压法)。由于支路电压法在实际中用得较少，下述的支路分析法均指支路电流法。支路分析法也简称为支路法。

1. 视察法列写支路法方程的规则和步骤

(1) 为各支路电流指定参考方向，为各独立回路指定绕行方向。

(2) 列写 $n-1$ 个独立节点的 KCL 方程。

(3) 列写各独立回路的 KVL 方程：这一方程的形式为 $\sum R_k i_k = \sum u_{sk}$，即方程的左边为回路中各电阻电压的代数和，当电流 i_k 与回路的绕行方向一致时，该项电压前取正号，否则取负号。方程的右边为回路中所有电压源电压的代数和，当电压源电压的方向与回路的绕行方向一致时，该项电压前为负号，否则为正号。

2. 电路中含受控源时支路法方程的列写

先将受控源视为独立电源列写方程，再将受控源的控制量用支路电流表示后代入方程

整理便可。

3. 电路中含无伴电流源支路时支路法方程的列写

可用两种方法进行处理。

(1) 虚设电压变量法,即假设无伴电流源支路的端电压为新的变量后再列写独立回路的 KVL 方程。

(2) 选"合适独立回路"法,即令无伴电流源支路只和一个回路相关联,从而该独立回路的 KVL 方程无须列写,这样就减少了方程的数目。

3.1.3 节点分析法

以节点电位(电压)为变量列写电路方程(组)求解电路的方法称为节点分析法,简称为节点法。所列写的节点法方程实质是独立节点的 KCL 方程。

1. 视察法列写节点法方程的规则和步骤

(1) 选定参考节点后给各独立节点编号。

(2) 对各独立节点列写方程。第 i 个节点的方程的一般形式为 $g_{ii}\varphi_i - \sum\limits_{k\neq i}G_{ik}\varphi_k = \sum i_{sk}$。方程左边的 g_{ii} 称为节点 i 的自电导,其为连接至节点 i 上所有电阻支路的电导之和,g_{ii} 前恒取正号。g_{ik} 称为节点 i 与节点 k 间的互电导,其为节点 i 与节点 k 之间所有电阻支路的电导之和,g_{ik} 前恒取负号。方程的右边为连接至节点 i 上的所有电流源电流的代数和,当电流源电流的参考方向指向节点 i 时,该电流源电流前取正号,否则取负号。

2. 电路中含受控源时节点法方程的列写

先将受控源视为独立电源列写方程,再将受控源的控制量用节点电位表示后代入所列写的节点法方程中进行整理即可。

3. 电路中含无伴电压源支路时节点法方程的列写

可用三种方法进行处理。

(1) 无伴电压源端点接地法。将无伴电压源的一个端点选为参考点,则其另一个端点(节点)的电位便为已知,于是该节点的方程无须列写,从而可减少所需列写的方程的数目。

(2) 做封闭面法。围绕连接无伴电压源支路的两个节点作封闭面后列写该封闭面的 KCL 方程。这一方法也能减少方程的数目。

(3) 虚设电流变量法。增设无伴电压源支路的电流为新的变量后再对各独立节点建立方程,同时还需增加用节点电位表示的无伴电压源电压的方程。

3.1.4 回路分析法

以独立回路电流为变量建立电路方程求解电路的方法称为回路分析法,简称回路法。所列写的回路法方程实质是各独立回路的 KVL 方程。

1. 视察法建立回路法方程的规则和步骤

(1) 给各支路电流指定参考方向。

(2) 选取一组独立回路。

(3) 对各独立回路列写方程。第 i 个回路方程的一般形式为 $R_{ii}I_{li} \pm \sum\limits_{k\neq i}R_{ik}I_{lk} =$

$\sum U_{sk}$。其中 R_{ii} 称为第 i 个回路的自电阻，为回路 i 中所有电阻支路的电阻之和，R_{ii} 前恒取正号。R_{ik} 称为回路 i 和回路 k 之间的互电阻，为 i、k 两回路间所有公共电阻支路的电阻之和。当 i、k 两回路的绕行方向关于公共电阻支路为一致时，R_{ik} 前取正号，否则取负号。$\sum U_{sk}$ 为回路 i 中所有电压源电压的代数和。当电压源电压的参考方向与回路的绕行方向一致时，该电压源电压取负号，否则取正号。

2. 电路中含受控源时回路法方程的列写

先将受控源视为独立电源列写方程，再将受控源的控制量用回路电流表示后代入所写的回路法方程中加以整理即可。

3. 电路中含无伴电流源支路时回路法方程的列写

可用两种方法处理。

(1) 选"合适的独立回路"法。选独立回路时，使无伴电流源支路只属于一个独立回路，于是此独立回路的电流为已知电流源的电流，这一回路的方程无须列写，从而也减少了方程的数目。

(2) 虚设电压变量法。增设无伴电流源支路的端电压为新的变量再对各独立回路建立方程。同时还需增加用回路电流表示的无伴电流源电流的方程。

3.1.5　网孔分析法

以网孔电流为变量建立电路方程求解电路的方法称为网孔分析法，也简称为网孔法。所列写的网孔法方程实质是各网孔的 KVL 方程。网孔法可视为回路法的特例。网孔法只适用于平面电路。

1. 视察法建立网孔法方程的规则和步骤

(1) 给电路中的各网孔编号，指定各网孔的绕行方向为顺时针方向。

(2) 对各网孔列写方程。第 i 个网孔方程的一般形式为 $R_{ii}I_{mi}-\sum\limits_{k\neq i}R_{ik}I_{mk}=\sum U_{sk}$。其中 R_{ii} 称为第 i 个网孔的自电阻，为网孔 i 中所有电阻支路的电阻之和，R_{ii} 前恒取正号。R_{ik} 称为网孔 i 和网孔 k 之间的互电阻，为 i、k 两网孔间的所有公共电阻支路的电阻之和，R_{ik} 前恒取负号。$\sum U_{sk}$ 为网孔 i 中所有电压源电压的代数和。当电压源电压的参考方向与网孔的绕行方向一致时，该电压源的电压取负号，否则取正号。

2. 电路中含受控源时网孔法方程的列写

先将受控源视为独立电源建立方程，再将受控源的控制量用网孔电流表示后代入所列写的网孔法方程中进行整理即可。

3. 电路中含无伴电流源支路时网孔法方程的列写

可用两种方法处理。

(1) 电流源单相关法。使无伴电流源支路只和一个网孔关联，这样该网孔的电流为已知电流源的电流，于是这一网孔的方程无须列写，从而也减少了所需列写的方程的数目。

(2) 虚设电压变量法。增设无伴电流源支路的端电压为新的变量后再对各网孔建立方程。同时还需增加用网孔电流表示的无伴电流源电流的方程。

3.2 练习题题解

3-1 电路如图 3-2 所示。

(1) 试列写两种形式的支路方程；

(2) 试建立该电路的 $2b$ 法方程式。

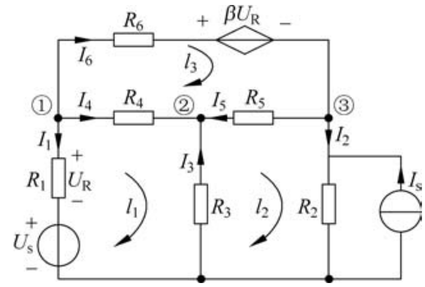

图 3-2 练习题 3-1 图

解 (1) 该电路用支路电流表示支路电压的方程为

$$\begin{cases} U_1 = R_1 I_1 + U_s \\ U_2 = R_2(I_2 + I_s) = R_2 I_2 + R_2 I_s \\ U_3 = R_3 I_3 \\ U_4 = R_4 I_4 \\ U_5 = R_5 I_5 \\ U_6 = R_6 I_6 + \beta U_R = R_6 I_6 + \beta R_1 I_1 \end{cases}$$

该电路用支路电压表示支路电流的方程为

$$\begin{cases} I_1 = G_1 U_1 - G_1 U_s \\ I_2 = G_2 U_2 - I_s \\ I_3 = G_3 U_3 \\ I_4 = G_4 U_4 \\ I_5 = G_5 U_5 \\ I_6 = -\beta G_6 U_1 + G_6 U_6 + \beta G_6 U_s \quad [\text{因 } U_6 = \beta I_6 + \beta U_R = R_6 I_6 + \beta(U_1 - U_s)] \end{cases}$$

式中 $G_k = 1/R_k$。

(2) 为写该电路的 $2b$ 法方程，选节点①、②、③为独立节点，回路 l_1、l_2、l_3 为独立回路，则所写 $2b$ 法方程为

$$\begin{cases} I_1 + I_4 + I_6 = 0 \\ -I_3 - I_4 - I_5 = 0 \\ I_2 + I_5 - I_6 = 0 \\ -U_1 - U_3 + U_4 = 0 \\ U_2 + U_3 - U_5 = 0 \\ -U_4 + U_5 + U_6 = 0 \\ U_1 = R_1 I_1 + U_s \\ U_2 = R_2 I_2 + R_2 I_s \\ U_3 = R_3 I_3 \\ U_4 = R_4 I_4 \\ U_5 = R_5 I_5 \\ U_6 = R_6 I_6 + \beta R_1 I_1 \end{cases}$$

3-2 列写图 3-3 所示电路的支路电流法方程。

解 该电路含有一无伴电流源支路，宜采用“选合适回路法”。“选合适回路法”的实质

是使无伴电流源支路只与一个回路相关联，而不使其成为两个或多个回路的公共支路。按此思路选出三个回路如图中所示，其中无伴电流源支路只与回路 l_1 相关联，于是只需对 l_2 和 l_3 回路写出 KVL 方程。该电路的支路法方程为

$$\begin{cases}-I_1+I_s+I_4=0\\ I_2-I_4+I_5=0\\ R_1I_1+R_4I_4+R_5I_5=U_{s1}\\ R_2I_2-R_5I_5=-U_{s2}\end{cases}$$

3-3　试建立图 3-4 所示电路的节点电位法方程。

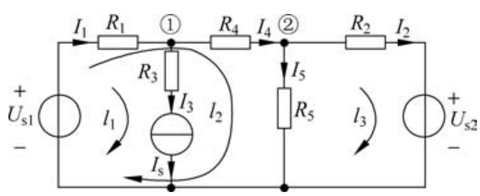

图 3-3　练习题 3-2 图

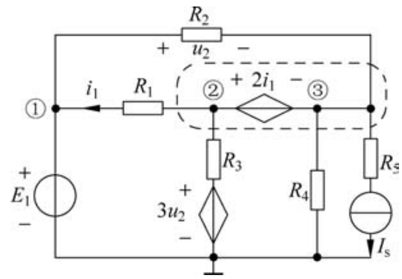

图 3-4　练习题 3-3 图

解　给各节点编号及选参考节点如图 3-4 中所示。因电路中有两个无伴电压源支路，采用“作封闭面法”建立方程。作封闭面如图中虚线所示，对该封闭面建立 KCL 方程为

$$\frac{1}{R_1}(\varphi_2-\varphi_1)+\frac{1}{R_3}(\varphi_2-3u_2)+\frac{1}{R_4}\varphi_3+\frac{1}{R_2}(\varphi_3-\varphi_1)+I_s=0$$

将 $\varphi_1=E_1$ 及 $u_2=\varphi_1-\varphi_2=E_1-\varphi_2$ 代入上式并进行整理，可得

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{4}{R_3}\right)\varphi_2+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}\right)\varphi_3=\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{3}{R_3}\right)E_1-I_s \tag{1}$$

又有

$$\varphi_2-\varphi_3=2i_1$$

将 $i_1=\frac{1}{R_1}(\varphi_2-\varphi_1)=\frac{1}{R_1}(\varphi_2-E_1)$ 代入上式后得

$$\left(1-\frac{2}{R_1}\right)\varphi_2-\varphi_3=-\frac{2}{R_1}E_1 \tag{2}$$

式(1)和式(2)的联立便是该电路的节点电位法方程。

3-4　用回路法求图 3-5 所示电路中独立电流源的功率。

解　选合适回路如图 3-5 所示。只需列写回路 l_1 的方程，该方程为

$$(1+2+1+1)i_{l_1}-(1+1)i_{l_2}+(1+2)i_{l_3}=6$$

又有

$$i_{l_2}=6\text{A},\quad U_1=1\times(i_{l_2}-i_{l_1})=6-i_{l_1}$$

$$i_{l_3}=3U_1=3(6-i_{l_1})=18-3i_{l_1}$$

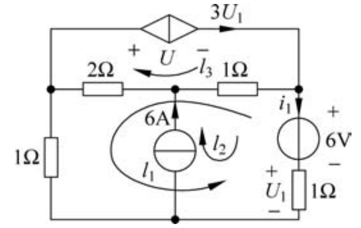

图 3-5　练习题 3-4 图

将上述各式整理后得到

$$4i_{l_1}-36=0$$

得

$$i_{l_1}=9\text{A},\quad i_{l_3}=18-3i_{l_1}=-9\text{A}$$

由电路可得

$$i_1=i_{l_2}-i_{l_1}=6-9=-3\text{A}$$

$$U=2(-i_{l_1}-i_{l_3})+1\times(-i_{l_1}+i_{l_2}-i_{l_3})=6\text{V}$$

$$U_1=6-i_{l_1}=6-9=-3\text{V}$$

则所求为

$$P_{6\text{V}}=6i_1=6\times(-3)=-18\text{W}$$

$$P_{3U_1}=3U_1U=3\times(-3)\times 6=-54\text{W}$$

3-5 试列写图 3-6 所示电路的网孔法方程。

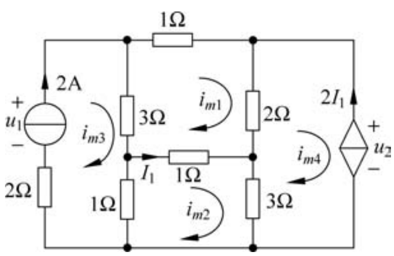

图 3-6 练习题 3-5 图

解 选定各网孔电流的方向为顺时针方向并给各网孔编号如图 3-6 所示。由于网孔电流 i_{m3} 和 i_{m4} 就是相应电流源的电流,因此只需对 m_1 和 m_2 网孔建立方程。可得

$$\begin{cases} m_1:(1+2+3)i_{m1}-i_{m2}-3i_{m3}-2i_{m4}=0 \\ m_2:-i_{m1}+(1+1+3)i_{m2}-i_{m3}-3i_{m4}=0 \end{cases}$$

将 $i_{m3}=2\text{A}$,$i_{m4}=-2I_1$,$I_1=-i_{m1}+i_{m2}$ 代入上述方程,整理后得到

$$\begin{cases} i_{m1}+i_{m2}=2 \\ -7i_{m1}+11i_{m2}=2 \end{cases}$$

3.3 习题题解

3-1 用支路电流法求图 3-7 所示电路中的各支路电流及各电压源的功率。

解 给出各支路电流的参考方向如图 3-7 中所示。列写出支路法方程为

$$\begin{cases} I_1+I_2+I_3=0 \\ -I_3+I_4+I_5=0 \\ -I_1+2I_2=8 \\ -2I_2+2I_3+I_4=2-1 \\ -I_4+I_5=1 \end{cases}$$

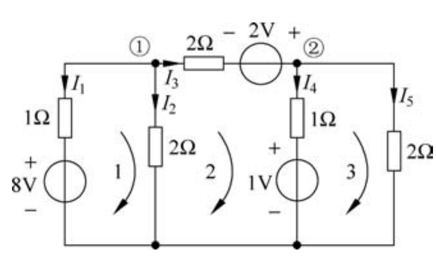

图 3-7 题 3-1 图

解之,得

$$I_1=-4\text{A},\quad I_2=2\text{A},\quad I_3=2\text{A},\quad I_4=1\text{A},\quad I_5=1\text{A}$$

各电压源的功率为

$$P_{8\text{V}}=8I_1=8\times(-4)=-32\text{W},\quad P_{2\text{V}}=-2I_3=-2\times 2=-4\text{W}$$

$$P_{1V}=1\times I_4=1\times 1=1W$$

3-2　用支路电流法求图 3-8 所示电路中独立电压源和受控电流源的功率。

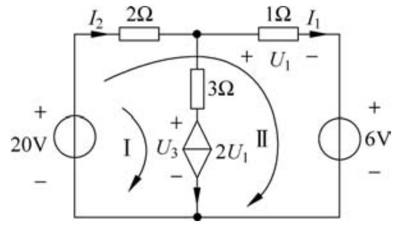

图 3-8　题 3-2 图

解　因电路中含有一个无伴电流源，因此选图 3-8 中所示的两个回路后建立方程。给出各支路电流的参考方向如图 3-8 中所示。列出支路法方程为

$$\begin{cases}I_1-I_2+2U_1=0\\2I_2+I_1=20-6\end{cases}$$

将 $U_1=I_1$ 代入方程后，解得

$$I_1=2A,\quad I_2=6A$$

$$U_3=-3\times 2U_1+U_1+6=-5U_1+6=-5\times 2+6=-4V$$

则所求为

$$P_{20V}=-20I_2=-20\times 6=-120W\quad P_{6V}=6I_1=6\times 2=12W$$

$$P_{2U_1}=2U_1U_3=2\times 2\times(-4)=-16W$$

3-3　用支路电流法求图 3-9 所示电路中各支路电流。

解　电路中有一个 3A 的无伴电流源，在选取图 3-9 中所示的三个独立回路后，写 KVL 方程时只需列写 l_1 和 l_2 两个回路的方程。所写出的支路法方程为

$$\begin{cases}-i_1+i_4=3\\i_1-i_3+i_5=0\\i_2-i_4-i_5=0\\2i_4-2i_5=-6\\i_3+2i_5=-8-12\end{cases}$$

解上述方程组，可求得

$$i_1=-9.5A,\quad i_2=-10A,\quad i_3=-13A,\quad i_4=-6.5A,\quad i_5=-3.5A$$

3-4　用节点分析法求图 3-10 所示电路中各独立电源的功率。

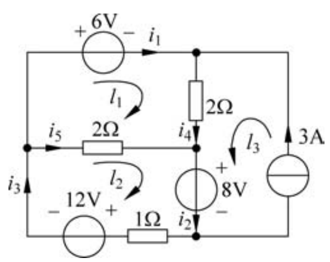

图 3-9　题 3-3 图

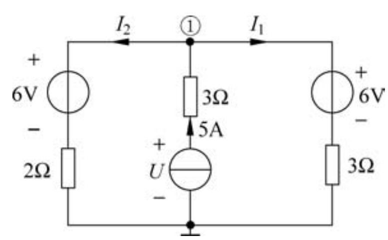

图 3-10　题 3-4 图

解　选参考节点及给出各支路电流的参考方向如图 3-10 中所示，建立电路的节点法方程为

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\varphi_1=5+\frac{6}{2}+\frac{6}{3}$$

求得

$$\varphi_1=12V$$

$$I_1=\frac{\varphi_1-6}{3}=2\text{A},\quad I_2=\frac{\varphi_1-6}{2}=3\text{A},\quad U=\varphi_1+3\times5=27\text{V}$$

则所求为

$$P_{6\text{V}①}=6I_2=6\times3=18\text{W},\quad P_{6\text{V}②}=6I_1=6\times2=12\text{W}$$
$$P_{5\text{A}}=-5U=-5\times27=-135\text{W}$$

3-5 电路如图 3-11 所示,用节点分析法求各支路电流。

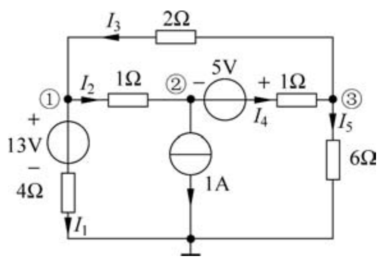

图 3-11 题 3-5 图

解 选参考节点及给出各支路电流参考方向如图 3-11 中所示。建立电路的节点法方程为

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{4}+1+\frac{1}{2}\right)\varphi_1-\varphi_2-\frac{1}{2}\varphi_3=\frac{13}{4}\\-\varphi_1+(1+1)\varphi_2-\varphi_3=-1-5\\-\frac{1}{2}\varphi_1-\varphi_2+\left(\frac{1}{2}+1+\frac{1}{6}\right)\varphi_3=5\end{cases}$$

解之,得

$$\varphi_1=5\text{V},\quad \varphi_2=2.5\text{V},\quad \varphi_3=6\text{V}$$

进而又求得

$$I_1=\frac{\varphi_1-13}{4}=-2\text{A},\quad I_2=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{1}=2.5\text{A},\quad I_3=\frac{\varphi_3-\varphi_1}{2}=0.5\text{A}$$
$$I_4=\frac{\varphi_2-\varphi_3+5}{1}=1.5\text{A},\quad I_5=\frac{\varphi_3}{6}=1\text{A}$$

3-6 用节点法求图 3-12 所示电路中的电流 I。

解 给各节点编号及选参考节点如图 3-12 中所示。建立电路的节点法方程为

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\right)\varphi_1-\frac{1}{10}\varphi_2=\frac{1}{20}-2I\\-\frac{1}{10}\varphi_1+\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)\varphi_2=\frac{7}{10}+2I\end{cases}$$

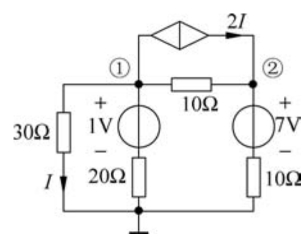

图 3-12 题 3-6 图

将 $I=\frac{\varphi_1}{30}$ 代入方程,整理后得到

$$\begin{cases}15\varphi_1-6\varphi_2=3\\-5\varphi_1+6\varphi_2=21\end{cases}$$

解之,得

$$\varphi_1=2.4\text{V},\quad \varphi_2=5.5\text{V}$$

则所求为

$$I=\frac{\varphi_1}{30}=\frac{2.4}{30}=0.08\text{A}$$

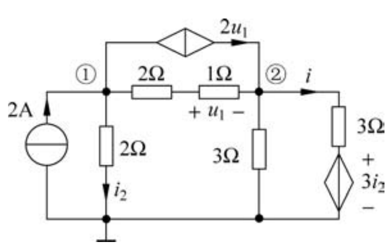

图 3-13 题 3-7 图

3-7 电路如图 3-13 所示,用节点分析法求两个受控源的功率。

解　给各节点编号及选参考节点如图 3-13 中所示。建立电路的节点法方程为

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\varphi_1-\frac{1}{3}\varphi_2=2-2u_1\\-\frac{1}{3}\varphi_1+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)\varphi_2=2u_1+i_2\end{cases}$$

将 $u_1=\frac{1}{3}(\varphi_1-\varphi_2)$ 及 $i_2=\frac{\varphi_1}{2}$ 代入方程整理后得到

$$\begin{cases}3\varphi_1-2\varphi_2=4\\-9\varphi_1+10\varphi_2=0\end{cases}$$

解之,得

$$\varphi_1=\frac{10}{3}\text{V},\quad \varphi_2=3\text{V}$$

又求得

$$u_1=\frac{1}{3}(\varphi_1-\varphi_2)=\frac{1}{3}\left(\frac{10}{3}-3\right)=\frac{1}{9}\text{V}$$

$$i_2=\frac{\varphi_1}{2}=\frac{5}{3}\text{A},\quad i=\frac{1}{3}(\varphi_2-3i_2)=\frac{1}{3}(3-5)=-\frac{2}{3}\text{A}$$

则所求为

$$P_{2u_1}=2u_1(\varphi_1-\varphi_2)=2\times\frac{1}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}\text{W},\quad P_{3i_2}=3i_2i=3\times\frac{5}{3}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{10}{3}\text{W}$$

3-8　某网络的节点法方程为

$$\begin{bmatrix}1.6 & -0.5 & -1\\-0.5 & 1.6 & -0.1\\-1 & -0.1 & 3.1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_1\\\varphi_2\\\varphi_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\-1\end{bmatrix}$$

试绘出电路图。

解　该节点法方程中的节点电导矩阵为一对称矩阵,因此对应的电路中不含有受控电源。根据电路方程作出与之对应的一种电路如图 3-14 所示。

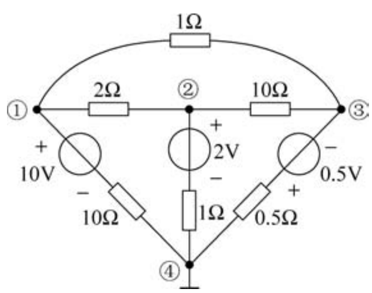

图 3-14　题 3-8 图

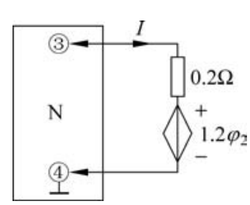

图 3-15　题 3-9 图

3-9　在图 3-15 所示电路中,网络 N 是具有 4 个节点的含受控源的线性时不变网络,其节点方程如下:

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & -4 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

现在节点③与节点④之间接入一含受控源的支路，如图 3-15 所示，试求 0.2Ω 电阻及 $1.2\varphi_2$ 受控源的功率。

解 此受控源支路是接在节点③和参考节点之间，因此只需对原方程组中的对应于节点③的方程进行修改调整。该方程调整为

$$-\varphi_1-2\varphi_2+\left(3+\frac{1}{0.2}\right)\varphi_3=1+\frac{1.2\varphi_2}{0.2}$$

即

$$-\varphi_1-8\varphi_2+8\varphi_3=1$$

于是接入受控源支路后的电路节点法方程为

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & -4 \\ -1 & -8 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解之，得

$$\varphi_1=31\text{V},\quad \varphi_2=39\text{V},\quad \varphi_3=43\text{V}$$

由此可求得

$$I=\frac{\varphi_3-1.2\varphi_2}{0.2}=19\text{A}$$

$$P_{0.2\Omega}=I^2\times 0.2=72.2\text{W}$$

$$P_{1.2\varphi_2}=1.2\varphi_2 I=889.2\text{W}$$

3-10 求图 3-16 所示电路中受控电源的功率。

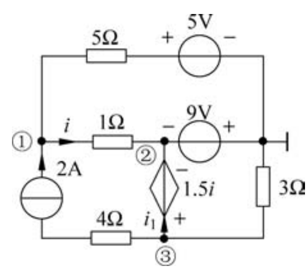

图 3-16 题 3-10 图

解 给各节点编号并选参考节点如图 3-16 所示。建立节点①的方程为

$$\left(\frac{1}{5}+1\right)\varphi_1-\varphi_2=\frac{5}{5}+2$$

将 $\varphi_2=-9\text{V}$ 代入上式，解出

$$\varphi_1=-5\text{V}$$

由电路又有

$$\varphi_3=1.5i+\varphi_2=1.5i-9$$

但 $i=\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{1}=4\text{A}$，于是

$$\varphi_3=1.5i-9=6-9=-3\text{V}$$

又求得

$$i_1=-2-\frac{\varphi_3}{3}=-1\text{A}$$

则受控源的功率为

$$P_{1.5i}=1.5ii_1=1.5\times 4\times(-1)=-6\text{W}$$

3-11　用回路法求图 3-17 所示电路中的电压 U 和电流 I。

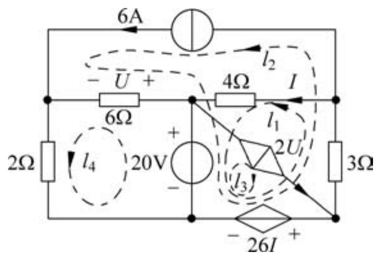

图 3-17　题 3-11 图

解　该电路有四个独立回路，且有两个无伴电流源，因此选如图 3-17 所示的一组独立回路，其中两个无伴电流源分别只与回路 l_2 和 l_3 相关联，于是有

$$i_{l_2}=6\mathrm{A},\quad i_{l_3}=2U=2\times 6i_{l_4}=12i_{l_4}$$

列出回路 l_1 的方程为

$$(3+4)i_{l_1}+3i_{l_2}=26I-20=26i_{l_1}-20$$

解之，得

$$I=i_{l_1}=2\mathrm{A}$$

又对 l_4 回路列写方程，可得

$$(2+6)i_{l_4}-6i_{l_2}=20$$

将 $i_{l_2}=6\mathrm{A}$ 代入上式，求出

$$i_{l_4}=7\mathrm{A}$$

于是求出

$$U=6(i_{l_4}-i_{l_2})=6(7-6)=6\mathrm{V}$$

3-12　用回路法求如图 3-18(a)所示电路中各电压源支路的电流 i_1、i_2、i_3 和 i_4。

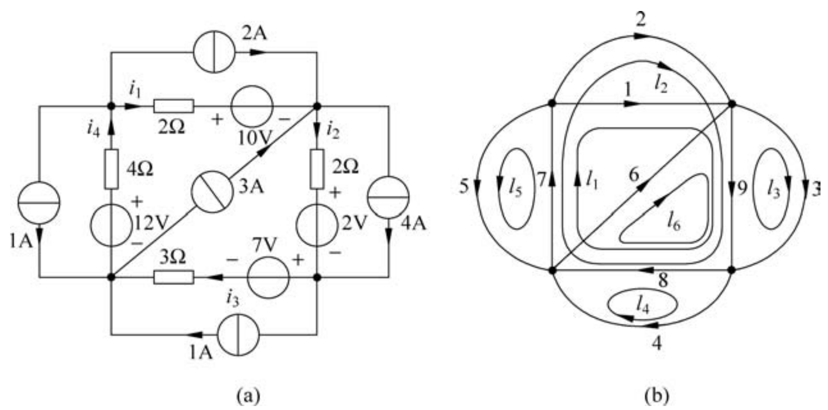

图 3-18　题 3-12 图

解　此电路中有五个无伴电流源支路，共有六个独立回路。为便于分析，将电路中的每一条支路均用一根线段代替，可得图 3-18(b)所示的“图”。令每个无伴电流源只与一个独立回路关联，选择出一组独立回路如图 3-18(b)中所示。只需列写回路 l_1 的方程，可得

$$(2+4+2+3)i_{l_1}+(2+3+4)i_{l_2}-2i_{l_3}-3i_{l_4}+4i_{l_5}+(2+3)i_{l_6}=-2-7+12-10$$

将 $i_{l_2}=2\mathrm{A}$，$i_{l_3}=4\mathrm{A}$，$i_{l_4}=1\mathrm{A}$，$i_{l_5}=1\mathrm{A}$，$i_{l_6}=3\mathrm{A}$ 代入该方程，解得

$$i_{l_1}=-3\mathrm{A}$$

于是所求各支路电流为

$$i_1=i_{l_1}=-3\mathrm{A},\quad i_2=i_{l_1}+i_{l_2}-i_{l_3}+i_{l_6}=-2\mathrm{A}$$

$$i_3=i_{l_1}+i_{l_2}-i_{l_4}+i_{l_6}=1\mathrm{A},\quad i_4=i_{l_1}+i_{l_2}+i_{l_5}=0$$

3-13 电路如图 3-19(a)所示,试用回路法求受控电压源的功率。

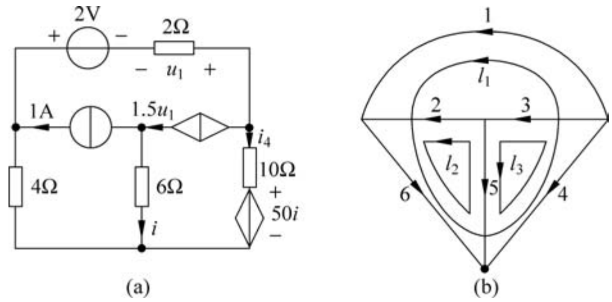

图 3-19 题 3-13 图

解 令电路中的每一无伴电流源只与一个回路相关联,则选出一组回路如图 3-19(b)所示。只需列写回路 l_1 的方程,可得

$$(10+4+2)i_{l_1}+4i_{l_2}+10i_{l_3}=2+50i$$

又有

$$i_{l_3}=1.5u_1=1.5\times 2i_{l_1}=3i_{l_1}$$

$$i=i_{l_3}-i_{l_2}=i_{l_3}-1=3i_{l_1}-1$$

将上述两式代入所写的方程后解得

$$i_{l_1}=0.5\text{A}$$

又求出

$$i_4=-i_{l_1}-i_{l_3}=-4i_{l1}=-2\text{A},\quad i=3i_{l_1}-1=0.5\text{A}$$

则受控电压源功率为

$$P_{50i}=50ii_4=50\times 0.5\times(-2)=-50\text{W}$$

3-14 用网孔法求图 3-20 所示电路中各支路电流。

解 给出各支路电流及网孔电流的参考方向如图 3-20 所示。建立网孔法方程为

$$\begin{cases}(2+8)i_{m1}-8i_{m2}=-3\\-8i_{m1}+(8+4)i_{m2}=5+3\end{cases}$$

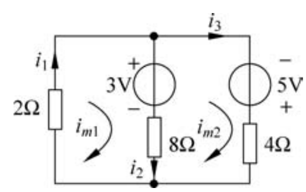

图 3-20 题 3-14 图

解之,得

$$i_{m1}=0.5\text{A},\quad i_{m2}=1\text{A}$$

则各支路电流为

$$i_1=i_{m1}=0.5\text{A},\quad i_2=i_{m1}-i_{m2}=0.5-1=-0.5\text{A},\quad i_3=i_{m2}=1\text{A}$$

3-15 电路如图 3-21(a)所示,用网孔法求各电源的功率。

解 因电路中含有一无伴电流源支路,为使其只与一个网孔相关联,可将电路改画为如图 3-21(b)所示,给出各网孔电流及相关电量的参考方向如图 3-21(b)中所示。建立网孔法方程为

$$\begin{cases}(4+3)i_{m1}-4i_{m3}=10\\(2+6)i_{m2}-2i_{m3}=-10\end{cases}$$

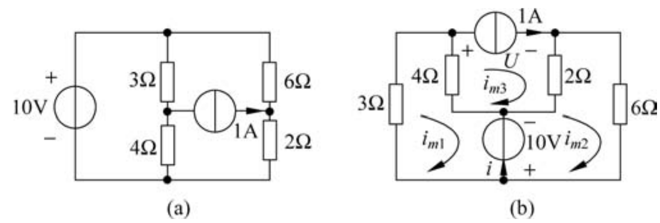

图 3-21　题 3-15 图

将 $i_{m3}=1\text{A}$ 代入上述方程，解出

$$i_{m1}=2\text{A},\quad i_{m2}=-1\text{A}$$

又求得

$$i=i_{m2}-i_{m1}=-1-2=-3\text{A}$$

$$U=4(i_{m1}-i_{m3})+2(i_{m2}-i_{m3})=4\times1+2\times(-2)=0$$

则两电源的功率为

$$P_{10\text{V}}=10i=-30\text{W},\quad P_{1\text{A}}=1\times U=0$$

3-16　用网孔法求图 3-22 所示电路中的 U 和 I。

解　给出各网孔电流的参考方向如图 3-22 所示。列写电路的网孔法方程为

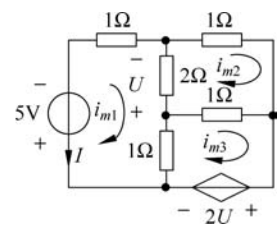

图 3-22　题 3-16 图

$$\begin{cases}4i_{m1}-2i_{m2}-i_{m3}=-5\\-2i_{m1}+4i_{m2}-i_{m3}=0\\-i_{m1}-i_{m2}+2i_{m3}=-2U\end{cases}$$

将 $U=2(i_{m2}-i_{m1})$ 代入网孔法方程后，解出各网孔电流为

$$i_{m1}=-\frac{55}{12}\text{A},\quad i_{m2}=-\frac{15}{4}\text{A},\quad i_{m3}=\frac{35}{6}\text{A}$$

由此可求得

$$I=-i_{m1}=\frac{55}{12}\text{A},\quad U=2(i_{m2}-i_{m1})=\frac{5}{3}\text{V}$$

3-17　已知某电路的网孔法方程为

$$\begin{bmatrix}1.7&-0.5&-0.2\\1.5&2&-8\\-2.2&-1&3.4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{m1}\\i_{m2}\\i_{m3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\0\\0\end{bmatrix}$$

试构造与之对应的电路。

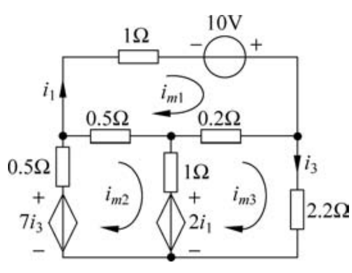

图 3-23　题 3-17 图

解　所给网孔法方程中的网孔电阻矩阵为非对称矩阵，则对应的电路中应含有受控电源。为作出电路，需将方程左边的系数矩阵整理变换为对称矩阵，则所得方程为

$$\begin{bmatrix}1.7&-0.5&-0.2\\-0.5&2&-1\\-0.2&-1&3.4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{m1}\\i_{m2}\\i_{m3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\-2i_{m1}+7i_{m3}\\2i_{m1}\end{bmatrix}$$

与此方程对应的电路形式之一如图 3-23 所示。

3-18 求图 3-24(a)所示电路中的电流 i。

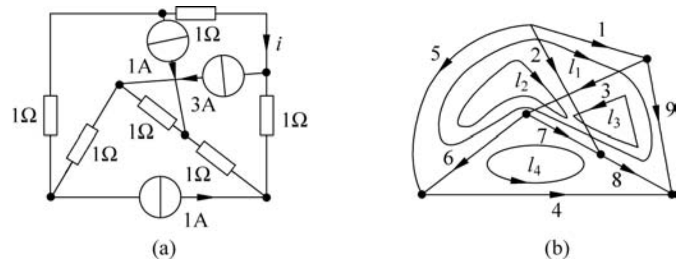

图 3-24　题 3-18 图

解　这是一个非平面电路,用回路法求解。令三个无伴电流源支路分别只与一个回路关联,作出一组独立回路如图 3-24(b)所示。只需建立回路 l_1 对应的方程,可得

$$6i_{l_1}+3i_{l_2}-3i_{l_3}+3i_{l_4}=0$$

将 $i_{l_2}=1\text{A}, i_{l_3}=3\text{A}, i_{l_4}=1\text{A}$ 代入上式,解得

$$i_{l_1}=0.5\text{A}$$

则所求为

$$i=i_{l_1}=0.5\text{A}$$

3-19　求图 3-25 所示电路中 2V 电压源及 2A 电流源的功率。

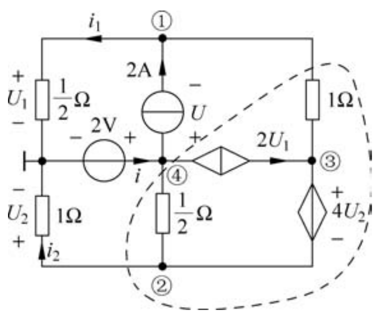

图 3-25　题 3-19 图

解　用节点法求解。电路中有两个无伴电压源,有四个独立节点,因此只需列写两个方程。选参考节点如图 3-25 中所示,且包围无伴受控电压源作一封闭面如图 3-25 中虚线所示。列写节点①和封闭面的方程如下:

节点 ①　$\left(1+\dfrac{1}{1/2}\right)\varphi_1-\varphi_3=2$

封闭面　$(\varphi_3-\varphi_1)-2U_1+2(\varphi_2-\varphi_4)+\varphi_2=0$

又有

$$\varphi_3-\varphi_2=4U_2=4\varphi_2$$
$$U_1=\varphi_1,\quad \varphi_4=2\text{V}$$

对上述方程联立求解,求得

$$\varphi_1=4\text{V},\quad \varphi_2=2\text{V},\quad \varphi_3=10\text{V}$$

$$U=2-\varphi_1=-2\text{V},\quad i=i_1+i_2=\frac{\varphi_1}{1/2}+\frac{\varphi_2}{1}=10\text{A}$$

则所求为

$$P_{2\text{A}}=2U=2\times(-2)=-4\text{W}$$
$$P_{2\text{V}}=-2i=-2\times10=-20\text{W}$$

3-20　电路如图 3-26 所示,求电流 I_1。

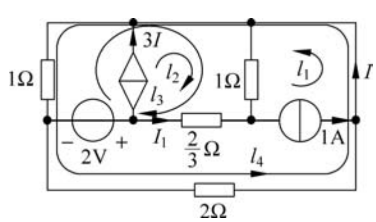

图 3-26　题 3-20 图

解　用回路法求解。选取回路如图 3-26 中所示,只需列写对应于回路 l_3 和 l_4 的方程。所建立的方程为

$$\begin{cases}\left(1+1+\dfrac{2}{3}\right)i_{l_3}+i_{l_1}+\left(1+\dfrac{2}{3}\right)i_{l_2}-i_{l_4}=-2\\(2+1)i_{l_4}-i_{l_3}=0\end{cases}$$

将受控源的控制量 I 用回路电流表示，有

$$I=1+i_{l_4}$$

又将 $i_{l_1}=1\text{A}$，$i_{l_2}=3I=3+3i_{l_4}$ 代入所列写的方程中，可解得

$$i_{l_3}=-2\text{A},\quad i_{l_4}=-\frac{2}{3}\text{A}$$

则所求为

$$I_1=-i_{l_2}-i_{l_3}=-3I-i_{l_3}=-3(1+i_{l_4})-i_{l_3}=-3\times\frac{1}{3}+2=1\text{A}$$