

## 多变量过程控制系统

### 学习目标

- (1) 掌握多变量系统的基本特点；
- (2) 掌握耦合、解耦等基本概念；
- (3) 掌握耦合控制系统中的常用解耦方法。



### 5.1 概述

前面讲述的控制方法都是针对单输入单输出(SISO)系统。而且过程控制中大多采用常规控制器。这种控制方法原理简单、设计容易、调试方便,在工业过程控制中应用很广泛,并获得了很大的成功。

然而,随着工业的发展,生产规模不断扩大,系统复杂程度不断增加,并且它们多数是多输入多输出(MIMO)系统,输入输出之间彼此关联。由于系统的结构复杂,难以得到精确的数学模型,而且被控过程往往表现出一定程度的非线性特性。因此,将系统分割为若干个SISO系统进行控制时,往往会忽略系统内部的关联、模型的不确定性及部分非线性。虽然可以利用反馈控制克服这一缺点,但对于某些系统,这些多变量系统特性表现得很强烈,只采用SISO系统控制方法不易获得较好的效果。所以,研究MIMO系统的控制方法并把它们应用于工业过程控制,对提高生产效益和安全可靠运行十分重要。

#### 5.1.1 系统的耦合与解耦

在MIMO系统中,当被控量只受本系统控制变量的影响,而与其他系统控制变量无关,并且控制变量只是影响本系统的被控量,而对其他系统的被控量无影响,那么该系统即为无耦合系统。反之,当系统间存在相互影响时,则称这些系统间存在耦合,这些系统被称为耦合系统。

大多数研究和设计系统的方法都需要一个能够较好地描述系统特性的数学表达式,即系统的数学模型。即便在完全凭借经验设计和调整控制系统的场合,一个适用的数学模型也会有助于系统设计和现场调试。因此,分析、设计系统的第一步往往是先求取系统的数学模型。多变量系统虽有多个输入和多个输出,但就某一对特定的输入输出而言,仍然相当一

个单输入单输出系统。所以 MIMO 系统的模型必然有和 SISO 系统的相似之处,但由于变量的增多,也为了应用方便和表示简便,必须用一些比较特殊的方法。几十年来,单变量控制理论的成功运用,表明采用传递函数来表达和分析控制系统是极为方便和有效的,因而在多变量系统中采用传递函数矩阵作为对其描述与分析的工具。用来描述多变量系统的传递函数矩阵主要有 4 类:  $W_o(s)$  为被控对象传递函数矩阵;  $W_c(s)$  为控制器传递函数矩阵;  $D(s)$  为解耦网络传递函数矩阵;  $F(s)$  为反馈环节传递函数矩阵。

对于一个具有强耦合的多变量系统,通过一定的解耦方法,可以把系统间的耦合关系大大削弱,甚至完全消除,使其成为一些无耦合关系的单变量系统。按照多变量系统中耦合关系消除的程度,可以将解耦控制方法分为全解耦、部分解耦和一定程度解耦 3 种。其中,全解耦是指完全消除控制系统各个通道间的耦合关系;部分解耦是指完全消除某几个特定通道间的耦合关系;一定程度解耦是指把通道间的耦合关系削弱到某一允许的程度。

目前,工业上普遍采用的解耦方法有:

(1) 选择变量配对法:通过适当选择操纵量和被控量之间的配对关系,可以削弱各通道间的耦合关系,甚至不需再进行解耦。

(2) 对角矩阵法:通过解耦,实现被控量和操纵量间一对一的控制关系。

(3) 单位矩阵法:对角矩阵法的特例,它可使等效被控对象的特性得到改善,但解耦网络模型可能难于实现。

(4) 前馈补偿法:是基于不变性原理的一种解耦方法,解耦网络模型简单,易于计算,是工业过程中普遍使用的解耦方法。

(5) 逆奈奎斯特阵列法:这是一种现代频域法,计算及绘图比较复杂。

解耦控制实质就是设计一个解耦网络,利用解耦网络来部分或全部地消除系统间的耦合关系。在过程控制系统中,解耦网络接入控制系统中的方式大致有以下 4 种:

(1) 解耦网络接在调节器之前(见图 5-1)。此时,模型  $D(s)$  与控制器  $W_c(s)$  和被控对象  $W_o(s)$  均有关,模型结构比较复杂。

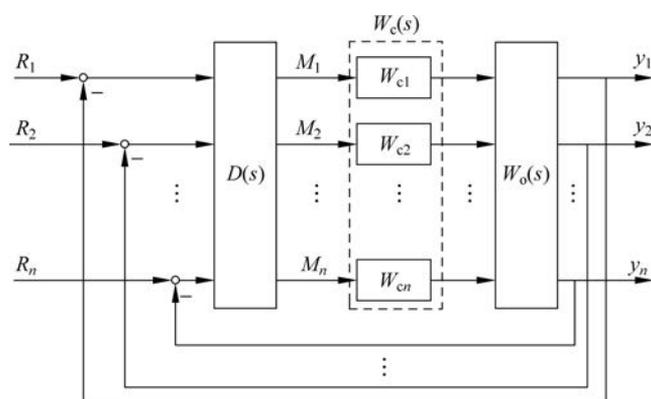


图 5-1 解耦网络接在调节器之前

(2) 解耦网络与调节器结合在一起(见图 5-2)。此时,可以减小主通道调节器的负担,因此这是一种比较常见的解耦结构。

(3) 解耦网络接在调节器和被控对象之间(见图 5-3)。此时,解耦网络模型  $D(s)$  只与

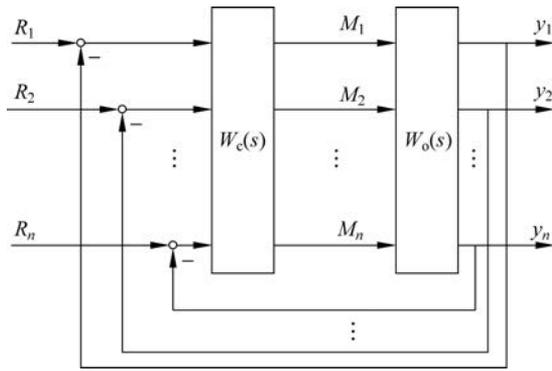


图 5-2 解耦网络与调节器结合在一起

被控对象的特性  $W_o(s)$  有关, 而不受调节器特性的影响, 因此当调节器特性在工程整定时, 不需要对解耦特性进行调整。所以, 这是工程上比较常用的解耦网络结构。

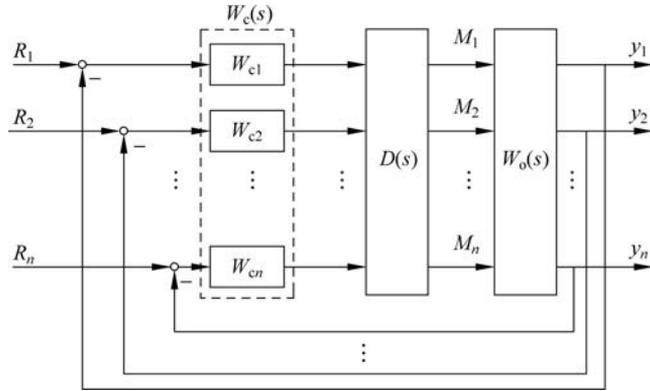


图 5-3 解耦网络接在调节器和被控对象之间

(4) 解耦网络接在反馈通道上(见图 5-4)。此时, 不但可以实现耦合系统输出变量对输入变量的解耦, 而且还能实现输出变量对扰动的解耦。另外, 这种接入方式还可以提高系统的抗干扰性能。

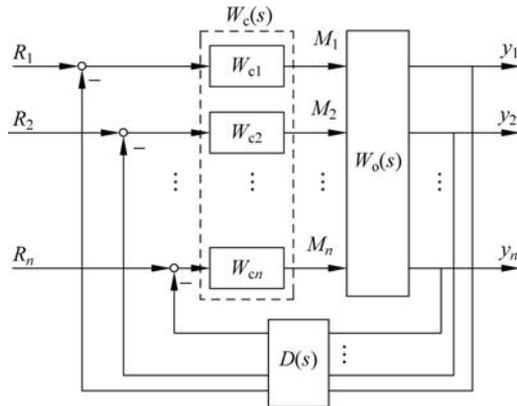


图 5-4 解耦网络接在反馈回路中

### 5.1.2 多变量系统中普遍存在的耦合现象

在多变量过程控制系统中,耦合是普遍存在的现象。当系统间的耦合程度不高,可以忽略各变量间的相互影响时,就可以把这样的多变量系统看成多个单变量系统进行设计和分析。但在许多生产过程中,这种耦合关系往往比较紧密,一个操纵量的变化往往引起多个被控量的改变。在这种情况下,就不能简单地将其看成多个单变量系统的组合了,否则不但得不到满意的控制效果,甚至得不到稳定的控制过程。下面,通过两个工业过程实例来说明多变量过程中的耦合现象。

#### 1. 脱氧器液位压力控制系统

脱氧器是火力发电厂火力发电过程中一个比较重要的工艺设备。在凝结水和补充水组成的锅炉给水中,往往由于溶解了部分气体,而腐蚀或损伤有关的热力设备,影响其可靠性和寿命。因此,为确保热力发电厂运行的安全性、可靠性和经济性,必须除去锅炉给水中溶解的有害气体。脱氧器就是利用物理或化学方法除去锅炉给水中有害气体的工艺设备。为了保证脱氧器的脱氧效果以及设备的安全运行,必须对脱氧头压力以及脱氧器水位进行控制。脱氧器工艺流程示意图如图 5-5 所示。

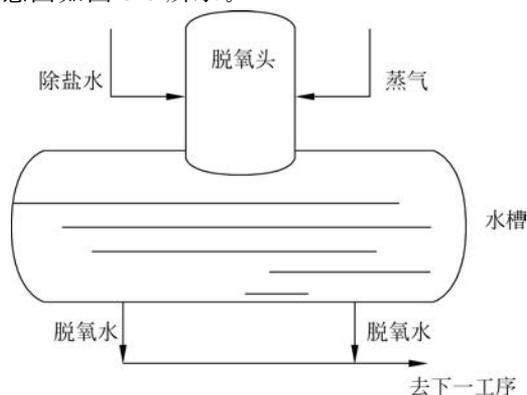


图 5-5 脱氧器工艺流程示意图

在脱氧过程中,为了保证脱氧器的脱氧效果,应通过调节蒸气流量使得除盐水处于饱和状态,同时为了防止水槽内水被抽干或液体溢出水槽,又应通过调节除盐水的进水流量使得储槽内的水位在工艺允许的工作范围内。显然这是一个具有两个被控量和两个操纵量的多变量系统。通过实验证明,在调节蒸气流量时,不但脱氧头压力发生变化,而且脱氧器水位也发生变化;在调节除盐水进水流量时,在引起脱氧器水位发生变化的同时,脱氧头压力也受到了影响。可见,这是一个具有耦合关系的多变量系统。该系统被控过程的数学模型可以描述为

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1(s) \\ Q_2(s) \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

其中, $Y_1(s)$ 、 $Y_2(s)$ 分别为脱氧头压力和脱氧器水位, $Q_1(s)$ 、 $Q_2(s)$ 分别为蒸气流量和除盐水流量。在式(5-1)中,由于 $W_{12}(s)$ 和 $W_{21}(s)$ 的存在,使得脱氧头压力控制通道和脱氧器

水位控制通道间存在着耦合关系。

## 2. 精馏塔产品成分控制系统

精馏塔是利用混合物内各种成分的挥发度不同而对塔内的成品或半成品进行分离和精制的工艺设备。为了保证精馏塔塔顶和塔底的产品浓度,通常要对塔顶和塔底的温度进行自动控制。通常,塔顶的温度控制是通过调节回流量来实现的,塔底的温度控制由调节蒸气流量来实现,如图 5-6 所示。可见,在精馏塔温度控制系统中,有两个被控量和两个操纵量。实践证明,在调节塔顶回流量时,不仅会使塔顶温度发生改变,而且塔底温度也会发生变化;同样,在调节塔底蒸气流量时,塔顶的温度也会受到影响。可见,精馏塔的精馏过程是一个具有耦合关系的系统。

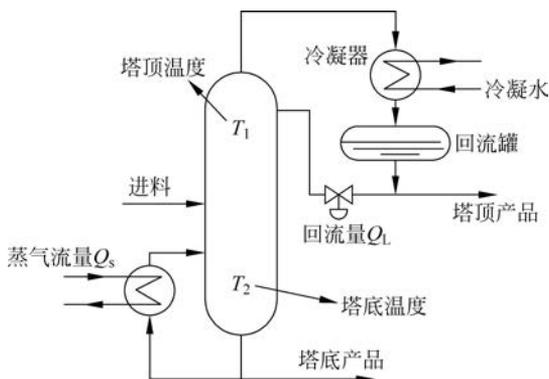


图 5-6 精馏塔工艺流程示意图

如图 5-6 所示的精馏塔塔顶和塔底温度控制系统被控过程的数学模型可以表示为

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_L(s) \\ Q_s(s) \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

从上述两个工业过程实例可以看出,变量间的耦合关系是控制系统中普遍存在的现象。当控制系统中的耦合关系比较强时,就必须利用一定的解耦方法来消除或大大削弱这种关系,然后再利用单变量控制系统的设计方法进行相应控制系统的实现。

## 5.2 相对增益

当多变量控制系统中的耦合关系较弱时,可以忽略这种耦合关系,而把多变量系统看成多个单变量系统对其进行控制系统的分析与设计。然而,当被控系统耦合关系较强时,就必须采用解耦方法来消除或削弱这种关系,然后再对其进行自动控制。

通常,用相对增益作为衡量一个多变量系统中被控量与其相对应的操纵量间相互影响大小的尺度。假设一个多变量控制系统含有  $n$  个控制通道,第  $i$  个 ( $1 \leq i \leq n$ ) 控制通道的被控量及第  $j$  个操纵量分别为  $y_i$ 、 $m_j$ ,则第  $i$  个控制通道的被控量和第  $j$  个操纵量间的相对增益定义为

$$\lambda_{ij} = \frac{\left. \frac{\partial y_i}{\partial m_j} \right|_{m_k = c (1 \leq k \leq n, k \neq j)}}{\left. \frac{\partial y_i}{\partial m_j} \right|_{y_k = c (1 \leq k \leq n, k \neq j)}} \quad (5-3)$$

其中,分子表示在其他所有回路均开环的情况下,即所有其他通道的操纵量  $m_j$  ( $1 \leq j \leq n, j \neq i$ ) 均不影响第  $i$  个控制通道的被控量  $y_i$  时,该通道的开环增益;分母表示其他回路闭环,即其他回路的操纵量在调整,而其对应的被控量保持稳定时,第  $i$  个控制通道的被控量在所有操纵量的影响下和第  $j$  个操纵量间的相对增益。

当相对增益  $\lambda_{ij} = 1$  时,表示由被控量  $y_i$  和操纵量  $m_j$  相对应所组成的控制回路与其他回路之间没有耦合关系,这个回路就可以认为是独立的单变量系统;如果被控量  $y_i$  不受操纵量  $m_j$  的任何影响,那么  $\lambda_{ij} = 0$ 。

根据相对增益的定义,可以求出每一控制量和每一操纵量间的相对增益。整个多变量系统各个控制通道间的耦合强度可用相对增益阵来表示为

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{matrix} & m_1 & m_2 & \cdots & m_n \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \cdots & \lambda_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5-4)$$

相对增益阵  $\mathbf{\Lambda}$  中的  $\lambda_{ij}$  值越接近于 1,表示第  $i$  个被控量和第  $j$  个操纵量间的耦合强度越大。可以证明,多变量系统的相对增益阵中,每行及每列上相对增益的和均为 1。利用这个结论,可以大大减少相对增益的计算个数。

对于一个  $3 \times 3$  的耦合系统,只需计算或测试 4 个不相关(其中任意 3 个值不在相对增益阵中的同一行或同一列上)的相对增益值,其他的相对增益即可由这 4 个相对增益计算得到。例如,已经计算得到相对增益  $\lambda_{11}$ 、 $\lambda_{12}$ 、 $\lambda_{22}$  和  $\lambda_{33}$ ,那么利用这 4 个相对增益值即可得到如下的相对增益阵

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & 1 - \lambda_{11} - \lambda_{12} \\ 1 - \lambda_{11} - \lambda_{12} - \lambda_{22} + \lambda_{33} & \lambda_{22} & \lambda_{11} + \lambda_{12} - \lambda_{33} \\ \lambda_{12} + \lambda_{22} - \lambda_{33} & 1 - \lambda_{12} - \lambda_{22} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

可见,对于一个  $n \times n$  的耦合系统,只需计算得到  $(n-1)^2$  个不相关的(任意  $n$  个相对增益值不在相对增益阵中的同一行或同一列)相对增益值,即可通过这  $(n-1)^2$  个相对增益值获得该耦合系统的相对增益阵。

在相对增益阵中,如果某一对变量的相对增益值接近于 1,那么表明其他控制通道对本通道的影响很小,这样可以将这两个变量配对组成独立的单回路控制系统,而不需要进行特别的解耦控制;当某对变量间的相对增益值接近于 0 时,则表明该控制通道中的操纵量对被控变量的控制作用很弱,这样这两个变量不能够组成变量配对;当相对增益阵中的某个值小于 0 时,则表明这两个变量所组成的控制系统是不稳定的,此时系统将不可控;当相对增益阵中的所有数值相接近时,则表明系统间的耦合最为严重,此时必须采用解耦控制。

图 5-7 为一个混合搅拌系统,两种物质 A、B 输送到搅拌罐中进行搅拌后输出,并送到下一工序。该系统要求对输出物流量  $q$  及物质 A 在输出物中的百分比含量  $x$  进行控制。可以看出,这是一个两输入两输出系统,在这个系统中,操纵量为输入到搅拌罐中的物质 A 和 B 的流量  $q_A$ 、 $q_B$ ,被控量为输出物流量  $q$  及物质 A 在输出物中的百分比含量  $x$ 。很明显,这个多变量系统是一个耦合系统,因为无论  $q_A$ 、 $q_B$  哪个发生变化,输出物流量  $q$  及成分  $x$  都要发生变化,该耦合系统的方框图如图 5-8 所示,即利用  $q_A$  来控制输出物的总流量  $q$ ,用  $q_B$  来控制成分  $x$ 。下面将利用这个多变量过程分析如何利用相对增益阵来确定变量配对关系,又怎样去求取相对增益阵。

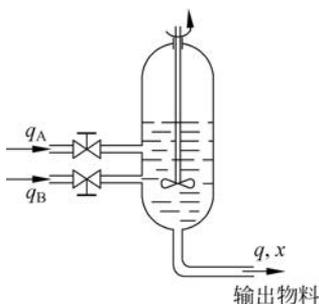


图 5-7 混合搅拌系统

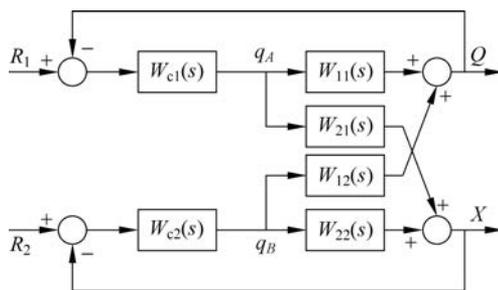


图 5-8 混合搅拌控制系统方框图

通常,可以利用实验法及数理法来求取相对增益阵。其中,实验法适用于被控过程的数学机理比较复杂且难于求解的情况;相反,当被控过程的机理比较简单又易于求解时,就可以利用数理法来求取相对增益阵。当然,在求取相对增益阵时,利用前面提到的结论“多变量系统的相对增益阵中,每行及每列上相对增益的和均为 1”会大大减少实验步骤或计算量。

### 1. 实验法

当被控过程的数学机理比较复杂而且又难于求解时,可以利用实验法来求取多变量过程的相对增益阵。

以图 5-7 所示的  $2 \times 2$  耦合系统为例,利用前面提到的关于相对增益阵的结论可知,只需求取一个相对增益值,就可获得该系统的相对增益阵  $\Lambda$ 。若求取相对增益值  $\lambda_{11}$ ,首先在两个控制回路均开环的情况下,用手动方式使操纵量  $q_A$  改变  $\Delta q_A$ ,然后记录被控量输出物流量  $q$  的变化  $\Delta q$ ,由此得到相对增益值  $\lambda_{11}$  的分子  $\alpha_{11}$

$$\alpha_{11} = \left. \frac{\partial q}{\partial q_A} \right|_{q_B=c} = \frac{\Delta q}{\Delta q_A} \quad (5-6)$$

然后将操纵量  $q_B$  和成分  $x$  组成的控制回路闭合,使得被控量  $x$  在操纵量  $q_B$  的作用下保持不变。此时再用手动方式使操纵量  $q_A$  改变  $\Delta q_A$ ,同时记录被控量  $q$  的变化  $\Delta q'$ ,由此得到相对增益值  $\lambda_{11}$  的分母  $\alpha'_{11}$

$$\alpha'_{11} = \left. \frac{\partial q}{\partial q_A} \right|_{x=c} = \frac{\Delta q'}{\Delta q_A} \quad (5-7)$$

利用式(5-6)和式(5-7)可得相对增益值  $\lambda_{11}$  为

$$\lambda_{11} = \frac{\left. \frac{\partial q}{\partial q_A} \right|_{q_B=c}}{\left. \frac{\partial q}{\partial q_A} \right|_{x=c}} = \frac{\Delta q}{\Delta q'} \quad (5-8)$$

相对增益阵中的其他值可由  $\lambda_{11}$  得到。

## 2. 数理法

上述实验法求取相对增益阵,对正在运行的系统存在一定的影响。当对被控过程的机理比较清楚时,为避免对系统造成影响可利用数理法来求取相对增益阵。

仍以图 5-7 所示的系统为例。通过对该过程的了解可以得到

$$\begin{cases} q = q_A + q_B & (a) \\ x = \frac{q_A}{q} & (b) \end{cases} \quad (5-9)$$

利用式(5-9)中的(a)式可以得到相对增益值  $\lambda_{11}$  的分子  $\alpha_{11}$

$$\alpha_{11} = \left. \frac{\partial q}{\partial q_A} \right|_{q_B=c} = 1 \quad (5-10)$$

由式(5-9)中的(b)式可以得到

$$q = \frac{q_A}{x} \quad (5-11)$$

利用上式可以得到相对增益值  $\lambda_{11}$  的分母  $\alpha'_{11}$

$$\alpha'_{11} = \left. \frac{\partial q}{\partial q_A} \right|_{x=c} = \frac{1}{x} \quad (5-12)$$

进而可以得到相对增益值  $\lambda_{11}$

$$\lambda_{11} = \frac{\alpha_{11}}{\alpha'_{11}} = x \quad (5-13)$$

因此,该耦合系统的相对增益阵为

$$\Lambda = \begin{matrix} & \begin{matrix} q_A & q_B \end{matrix} \\ \begin{matrix} q \\ x \end{matrix} & \begin{bmatrix} x & 1-x \\ 1-x & x \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5-14)$$

前面通过图 5-7 所示的耦合系统分别解释了如何利用实验法和机理法来求取耦合系统的相对增益阵,下面再通过式(5-14)分析如何利用相对增益阵来确定变量配对关系。在式(5-14)中,若  $x > 50\%$ ,即物质 A 在输出物中的百分含量超过 50%,那么分别将操纵量  $q_A$  和被控量  $q$  及将操纵量  $q_B$  和被控量  $x$  组成变量配对是合适的。然而,当被控系统要求物质 A 在输出物中的百分含量小于 50%时,则应该分别将操纵量  $q_A$  和被控量  $x$  及操纵量  $q_B$  和被控量  $q$  组成变量配对。

例如,当被控系统要求物质 A 在输出物中的百分含量为 30%,即  $x = 0.3$  时,那么相对增益阵为

$$\Lambda = \begin{matrix} & \begin{matrix} q_A & q_B \end{matrix} \\ \begin{matrix} q \\ x \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

可见操纵量  $q_B$  对被控量  $q$  的控制作用较强,因此应将  $q_B$  和  $q$  组成变量配对。同理,将  $q_A$  和  $x$  进行变量配对。

从上面的叙述可以看出,利用相对增益阵,可以衡量多变量系统中耦合程度的大小,同时还可以根据相对增益值的大小来正确组成变量配对关系。



## 5.3 解耦设计方法

在多变量系统中,经过合理的变量配对后,如果系统间的耦合关系仍比较严重时,就必须采用解耦控制方法来消除或削弱系统中的相互影响,使之成为无耦合或耦合强度可以忽略的被控过程。

### 5.3.1 对角矩阵解耦法

对角矩阵解耦法,实质是通过解耦使得控制器所控制的等效被控对象模型  $W'_o(s)$ ,变成对角矩阵  $W_\Delta(s)$ 。

图 5-9 是  $2 \times 2$  解耦控制系统方框图。

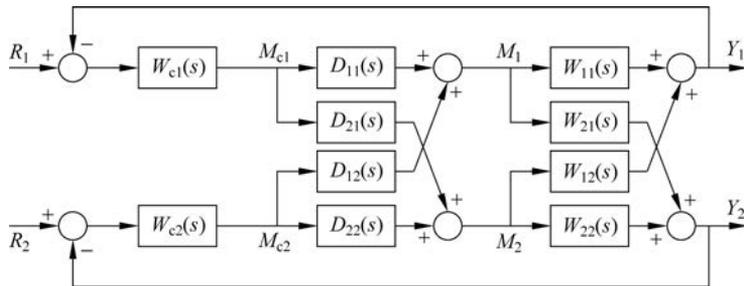


图 5-9  $2 \times 2$  解耦控制系统方框图

从图 5-9 可以看出

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{c1} \\ M_{c2} \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

可见,控制器所控制的等效对象传递函数矩阵  $W'_o(s)$  为

$$W'_o(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (5-16)$$

设对角矩阵为

$$W_\Delta(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

对角矩阵解耦就是使下式成立,即

$$\begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (5-18)$$

即

$$\mathbf{W}_o(s)\mathbf{D}(s) = \mathbf{W}_\Lambda(s) \quad (5-19)$$

由式(5-19)有

$$\mathbf{D}(s) = \mathbf{W}_o^{-1}(s)\mathbf{W}_\Lambda(s) \quad (5-20)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{W_{11}(s)W_{22}(s) - W_{12}(s)W_{21}(s)} \begin{bmatrix} W_{22}(s) & -W_{12}(s) \\ -W_{21}(s) & W_{11}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{W_{11}(s)W_{22}(s) - W_{12}(s)W_{21}(s)} \begin{bmatrix} W_{22}(s)W_{11}(s) & -W_{12}(s)W_{22}(s) \\ -W_{21}(s)W_{11}(s) & W_{11}(s)W_{22}(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-21)$$

由式(5-15)和式(5-18)有

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{c1} \\ M_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{c1} \\ M_{c2} \end{bmatrix} \quad (5-22)$$

可见

$$\begin{cases} Y_1(s) = W_{11}(s)M_{c1} \\ Y_2(s) = W_{22}(s)M_{c2} \end{cases} \quad (5-23)$$

从式(5-23)可以看出,经对角矩阵解耦后,控制作用  $M_{c1}$  对被控量  $Y_2(s)$  的影响以及控制作用  $M_{c2}$  对被控量  $Y_1(s)$  的影响已经被完全消除,图 5-9 所示的耦合控制系统就等效为如图 5-10 所示。

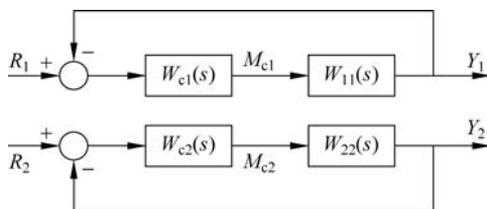


图 5-10  $2 \times 2$  耦合系统对角矩阵解耦后的等效系统方框图

### 5.3.2 单位矩阵解耦法

单位矩阵解耦法是对角矩阵解耦法的一个特例,即取

$$\mathbf{W}_\Lambda(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

在对角矩阵解耦法中,目标矩阵  $\mathbf{W}_\Lambda(s)$  中主对角线上保留了原耦合对象传递函数矩阵中主对角线上的元素。从图 5-10 也可以看出,经对角矩阵解耦后,相对独立的控制通道中,等效对象特性保留了原耦合系统中主控制通道的特性。而单位矩阵法解耦,不但消除了原系统

中的耦合关系,同时还改善了等效对象的特性。但由此带来的缺点是:解耦网络模型会难于实现。

仍以  $2 \times 2$  耦合系统为例,单位矩阵解耦法就是使下式成立,即

$$\begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-25)$$

由式(5-25)可得解耦网络模型为

$$\begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{W_{11}(s)W_{22}(s) - W_{12}(s)W_{21}(s)} \begin{bmatrix} W_{22}(s) & -W_{12}(s) \\ -W_{21}(s) & W_{11}(s) \end{bmatrix} \quad (5-26)$$

同对角矩阵解耦法一样可以证明,在经过单位矩阵解耦后,控制作用  $M_{c1}$  对被控量  $Y_2(s)$  的影响以及控制作用  $M_{c2}$  对被控量  $Y_1(s)$  的影响已经被完全消除。解耦后的等效系统如图 5-11 所示。

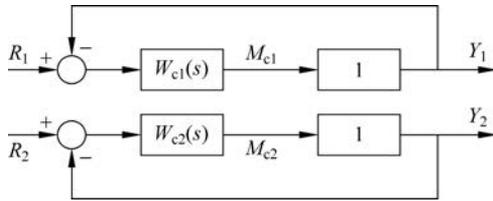


图 5-11  $2 \times 2$  耦合系统经单位矩阵解耦后的等效系统方框图

### 5.3.3 前馈补偿解耦法

前馈控制方法是一种按照扰动的大小产生控制作用,并且将扰动克服在被控量变化之前的有效控制方法。在多变量系统中,经过合理的变量配对后,来自其他通道的影响对本通道来说都相当于扰动,因此可以利用前馈控制方法的思想来削弱或消除耦合作用。图 5-12 是前馈补偿解耦法的控制系统方框图。

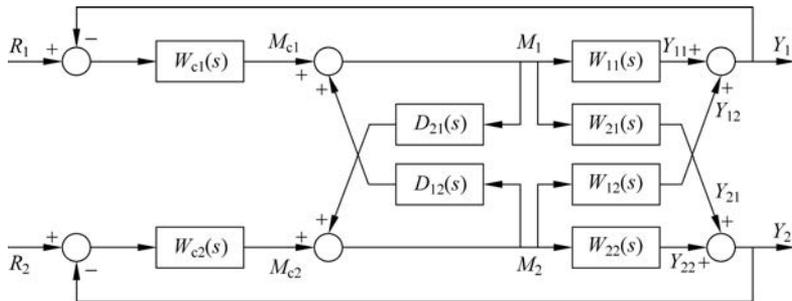


图 5-12  $2 \times 2$  耦合系统前馈补偿解耦控制系统方框图

图 5-12 中,解耦网络模型  $D_{21}(s)$  和  $D_{12}(s)$  就相当于前馈控制方法中的前馈控制器,它的作用就是直接根据扰动的大小,产生前馈补偿作用,从而消除系统间的耦合关系,即

$$Y_{11} + Y_{12} = 0 (M_2 \neq 0), \quad Y_{21} + Y_{22} = 0 (M_1 \neq 0) \quad (5-27)$$

因此有下式成立

$$\begin{cases} M_2 D_{12} W_{11} + M_2 W_{12} = 0 \\ M_1 D_{21} W_{22} + M_2 W_{21} = 0 \end{cases} \quad (5-28)$$

从而得到解耦网络模型为

$$\begin{cases} D_{12}(s) = -W_{12}(s)/W_{11}(s) \\ D_{21}(s) = -W_{21}(s)/W_{22}(s) \end{cases} \quad (5-29)$$

显然,经前馈补偿解耦后所得到的等效系统如图 5-10 所示。很明显,前馈补偿解耦法和对角矩阵解耦法的解耦效果相同,但前者的解耦网络结构比较简单,对于  $2 \times 2$  耦合控制系统,对角矩阵解耦网络中包含 4 个解耦支路模型,而前馈补偿解耦法只需 2 个,并且解耦模型的阶次低,因而易于实现。前馈补偿解耦法是目前工业上应用最普遍的一种解耦方法。

### 5.3.4 具有纯滞后耦合对象的解耦方法

在过程控制系统中,对象具有纯滞后是普遍存在的现象。对于图 5-13 所示的具有纯滞后的前馈解耦系统,利用式(5-29)可得解耦网络模型为

$$\begin{cases} D_{12}(s) = -\frac{W_{12}(s)e^{-\tau_{12}s}}{W_{11}(s)e^{-\tau_{11}s}} = -\frac{W_{12}(s)}{W_{11}(s)}e^{-(\tau_{12}-\tau_{11})s} \\ D_{21}(s) = -\frac{W_{21}(s)e^{-\tau_{21}s}}{W_{22}(s)e^{-\tau_{22}s}} = -\frac{W_{21}(s)}{W_{22}(s)}e^{-(\tau_{21}-\tau_{22})s} \end{cases} \quad (5-30)$$

从式(5-30)可以看出,当  $\tau_{12} < \tau_{11}$  或  $\tau_{21} < \tau_{22}$  时,解耦网络模型  $D_{12}(s)$  或  $D_{21}(s)$  是无法实现的。那么,如何对具有纯滞后的耦合对象进行解耦呢?

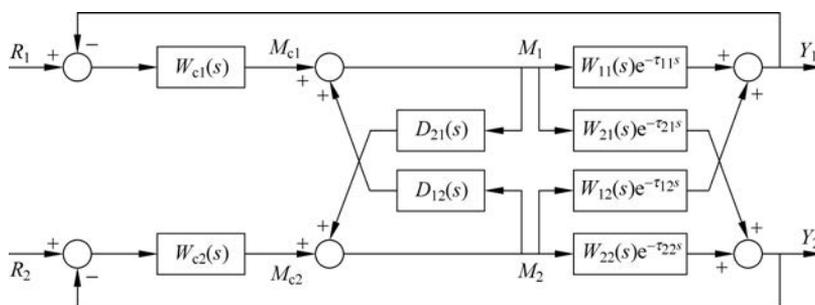


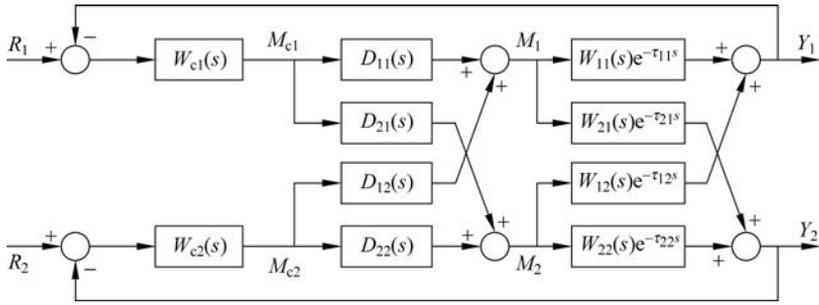
图 5-13 具有纯滞后的  $2 \times 2$  耦合系统前馈补偿解耦控制系统图

如图 5-14 所示为  $2 \times 2$  耦合系统的对角矩阵解耦网络控制系统图。根据图 5-14 可知,只要满足

$$D_{11}(s)W_{21}(s)e^{-\tau_{21}s} + D_{21}(s)W_{22}(s)e^{-\tau_{22}s} = 0 \quad (M_{c1} \neq 0) \quad (5-31)$$

$$D_{22}(s)W_{12}(s)e^{-\tau_{12}s} + D_{12}(s)W_{11}(s)e^{-\tau_{11}s} = 0 \quad (M_{c2} \neq 0) \quad (5-32)$$

并且所得的解耦网络模型可以物理实现,那么就能实现图中所示的  $2 \times 2$  具有纯滞后耦合系

图 5-14 具有纯滞后的  $2 \times 2$  耦合系统对角矩阵解耦控制系统图

统的解耦。很明显,由以上两个方程所确定的解耦网络模型的解是非唯一的。在此,给出满足上述方程的四组解如式(5-33)~式(5-36)所示。

$$D_{11}(s) = D_{22}(s) = 1, \quad D_{21}(s) = -\frac{W_{21}(s)}{W_{22}(s)} e^{-(\tau_{21}-\tau_{22})s}, \quad D_{12}(s) = -\frac{W_{12}(s)}{W_{11}(s)} e^{-(\tau_{12}-\tau_{11})s} \quad (5-33)$$

$$D_{11}(s) = D_{12}(s) = 1, \quad D_{21}(s) = -\frac{W_{21}(s)}{W_{22}(s)} e^{-(\tau_{21}-\tau_{22})s}, \quad D_{22}(s) = -\frac{W_{11}(s)}{W_{12}(s)} e^{-(\tau_{11}-\tau_{12})s} \quad (5-34)$$

$$D_{21}(s) = D_{12}(s) = 1, \quad D_{11}(s) = -\frac{W_{22}(s)}{W_{21}(s)} e^{-(\tau_{22}-\tau_{21})s}, \quad D_{22}(s) = -\frac{W_{11}(s)}{W_{12}(s)} e^{-(\tau_{11}-\tau_{12})s} \quad (5-35)$$

$$D_{21}(s) = D_{22}(s) = 1, \quad D_{11}(s) = -\frac{W_{22}(s)}{W_{21}(s)} e^{-(\tau_{22}-\tau_{21})s}, \quad D_{12}(s) = -\frac{W_{12}(s)}{W_{11}(s)} e^{-(\tau_{12}-\tau_{11})s} \quad (5-36)$$

可见,利用对角矩阵法总可以找到满足式(5-31)及式(5-32)的解而达到解耦的目的。例如,当  $\tau_{11} > \tau_{12}$ , 且  $\tau_{21} > \tau_{22}$  时,可以取式(5-34)所示的解耦网络模型;当  $\tau_{11} < \tau_{12}$ , 且  $\tau_{21} > \tau_{22}$  时,可以取式(5-33)所示的解耦网络模型;当  $\tau_{11} > \tau_{12}$ , 且  $\tau_{21} < \tau_{22}$  时,可以取式(5-35)所示的解耦网络模型;当  $\tau_{11} < \tau_{12}$ , 且  $\tau_{21} < \tau_{22}$  时,可以取式(5-36)所示的解耦网络模型。

### 5.3.5 具有大滞后耦合对象的解耦方法

在上一节中已经讨论过如何对时间滞后耦合系统进行解耦。但解耦后的系统中往往含有纯滞后环节。当过程的纯滞后时间  $\tau$  与其对应的动态时间常数  $T$  的比值大于等于 0.3 时,就认为是具有较大滞后的工艺过程了。在这种情况下,若仍采用单回路 PID 控制,很难获得良好的控制效果。

本节通过一个实例,来讲述如何利用 Smith 预估器来消除大滞后耦合对象中的纯滞后环节,使得多变量大滞后对象变成不含纯滞后的多变量对象。

例 5-1 一个具有大时滞的双变量耦合对象为

$$W_o(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.65e^{-150s}}{100s+1} & \frac{-0.15e^{-50s}}{120s+1} \\ \frac{-0.12e^{-150s}}{100s+1} & \frac{-0.46e^{-50s}}{120s+1} \end{bmatrix}$$

针对该对象具有耦合及大滞后的特点设计合理的控制方案。

首先,利用 5.3.4 节中的时间滞后解耦方法对上述对象进行解耦。解耦系统方框图如图 5-15 所示,其中耦合对象及其解耦网络模型分别为

$$W_{11}(s) = \frac{0.65e^{-150s}}{100s+1}, \quad W_{12}(s) = \frac{-0.15e^{-50s}}{120s+1}$$

$$W_{21}(s) = \frac{-0.12e^{-150s}}{100s+1}, \quad W_{22}(s) = \frac{-0.46e^{-50s}}{120s+1}$$

$$D_{11}(s) = D_{12}(s) = 1$$

$$D_{21}(s) = -\frac{W_{21}(s)}{W_{22}(s)} = -\frac{0.06(120s+1)e^{-100s}}{0.23(100s+1)}$$

$$D_{22}(s) = -\frac{W_{11}(s)}{W_{12}(s)} = \frac{0.13(120s+1)e^{-100s}}{0.03(100s+1)}$$

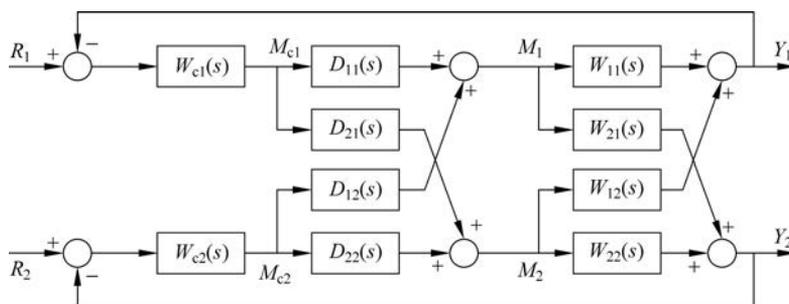


图 5-15 具有纯滞后的  $2 \times 2$  耦合系统解耦控制方框图

将上述耦合对象模型及解耦网络模型代入式(5-16),可以求得控制器所控制的等效对象  $W'_o(s)$  为

$$W'_o(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.69}{100s+1}e^{-150s} & 0 \\ 0 & -\frac{2.12}{100s+1}e^{-150s} \end{bmatrix}$$

经解耦后的系统如图 5-16 所示。

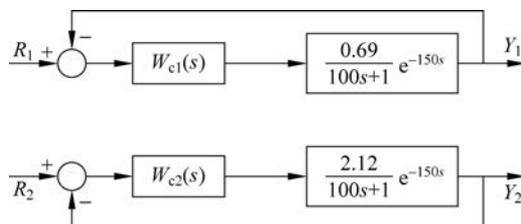


图 5-16 解耦后的  $2 \times 2$  大滞后系统图

从图 5-16 可以看出,经解耦后,原系统变成了具有大时滞的单变量系统。因此,再对每个通道采用 Smith 预估补偿消除闭环系统中的纯滞后环节。控制系统的方框图如图 5-17 所示,图中的 Smith 预估补偿模型  $W_{s1}(s)$ 、 $W_{s2}(s)$  分别为

$$W_{s1}(s) = \frac{0.69}{100s + 1} (1 - e^{-150s})$$

$$W_{s2}(s) = -\frac{2.12}{100s + 1} (1 - e^{-150s})$$

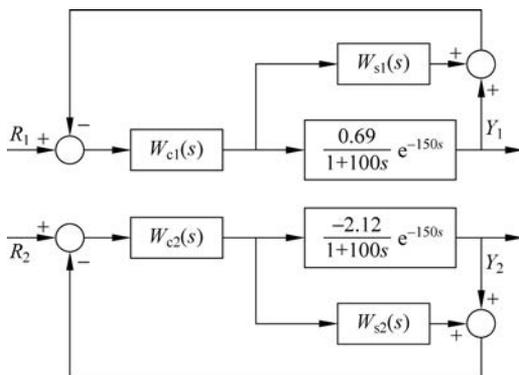


图 5-17 多变量大滞后系统 Smith 预估补偿方框图

经 Smith 预估补偿后的系统方框图如图 5-18 所示,可见,经多变量解耦及 Smith 预估补偿后,原系统变成了不含纯滞后的单变量系统。

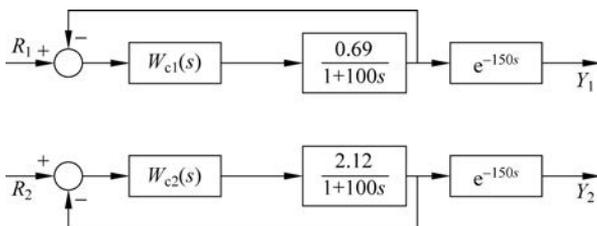


图 5-18 经解耦及 Smith 预估补偿后的多变量大滞后系统方框图

## 5.4 解耦控制系统在实现过程中存在的问题

通过对 5.3 节的学习可以发现,当解耦网络接在调节器和被控对象之间时,解耦网络的模型是由被控对象的特性决定的。当被控对象的特性较复杂时,会导致求出的解耦网络模型在实际应用中难以实现,有时即使达到了解耦的目的,但却失去了系统的稳定性。因此,为了使解耦控制系统得到广泛的应用,还应进一步了解这种系统在实际应用中存在的问题。

### 5.4.1 解耦控制系统的稳定性问题

在多变量系统中,被控对象的数学模型往往比较复杂,同时又可能表现出一定的非线性

性。因此,在绝大多数情况下,解耦网络模型的增益不应该是常数。也就是说,理论求出的解耦网络模型和实际应用间存在一定的差异。这个差异的存在会导致系统不稳定,所以在设计了解耦控制系统后,还需要分析解耦系统的稳定性。

根据图 5-12 所示的  $2 \times 2$  耦合系统的前馈补偿解耦控制系统,有

$$M_1 = M_{c1} + M_2 D_{12} \quad (5-37)$$

$$M_2 = M_{c2} + M_1 D_{21} \quad (5-38)$$

被控对象的静态模型为

$$\mathbf{W}'_o(s) = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

即

$$Y_1 = K_{11} M_1 + K_{12} M_2 \quad (5-39)$$

$$Y_2 = K_{21} M_1 + K_{22} M_2 \quad (5-40)$$

联立式(5-37)~式(5-39)有

$$Y_1 = \frac{(K_{11} + K_{12} D_{21}) M_{c1} + (K_{12} + K_{11} D_{12}) M_{c2}}{1 - D_{12} D_{21}} \quad (5-41)$$

那么,当  $M_{c2}$  为常数时,求被控量  $Y_1$  对控制作用  $M_{c1}$  的偏导数有

$$\left. \frac{\partial Y_1}{\partial M_{c1}} \right|_{M_{c2}=c} = \frac{K_{11} + K_{12} D_{21}}{1 - D_{12} D_{21}} \quad (5-42)$$

联立式(5-39)、式(5-41)及式(5-42)有

$$Y_1 = \frac{(K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21}) K_{11} M_{c1} + (K_{12} D_{12} + K_{12}) K_{11} Y_2}{K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21} + K_{21}} \quad (5-43)$$

那么,当  $Y_2$  为常数时,求被控量  $Y_1$  对控制作用  $M_{c1}$  的偏导数有

$$\left. \frac{\partial Y_1}{\partial M_{c1}} \right|_{Y_2=c} = \frac{(K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21}) K_{11}}{K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21} + K_{21}} \quad (5-44)$$

由式(5-42)和式(5-44)可以求出被控量  $Y_1$  相对于控制作用  $M_{c1}$  的静态相对增益值  $\lambda_{11s}$

$$\lambda_{11s} = \frac{\left. \frac{\partial Y_1}{\partial M_{c1}} \right|_{M_{c2}=c}}{\left. \frac{\partial Y_1}{\partial M_{c1}} \right|_{Y_2=c}} = \frac{(K_{11} + K_{12} D_{21})(K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21} + K_{21})}{(1 - D_{12} D_{21})(K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21}) K_{11}} \quad (5-45)$$

由式(5-29)可得  $2 \times 2$  耦合系统的静态前馈解耦网络模型为

$$\begin{cases} D_{12}(s) = -K_{12}/K_{11} \\ D_{21}(s) = -K_{21}/K_{22} \end{cases} \quad (5-46)$$

将式(5-46)代入式(5-45)有  $\lambda_{11s} = 1$ , 可见实现了有效解耦。然而,当解耦模型存在误差  $\delta$  时,即

$$\begin{cases} D_{12}(s) = -K_{12}(1 + \delta)/K_{11} \\ D_{21}(s) = -K_{21}(1 + \delta)/K_{22} \end{cases} \quad (5-47)$$

会使得  $\lambda_{11s} > 1$ , 因此,系统中其他解耦回路的相对增益值会出现负值,这时系统将失控。可见,当解耦网络模型存在误差将引起系统的不稳定。因此,在实现解耦网络模型时,要力求

准确,同时原耦合系统的变量配对对应尽可能使其各相对增益落在  $0 \sim \delta$ 。

### 5.4.2 解耦网络模型的简化

当解耦网络接在调节器和被控对象之间时,解耦网络模型是由被控对象的特性所决定的。因此,获得准确解耦网络模型的前提条件是已知准确的被控对象模型。然而,在工业过程中,很难获得准确的被控对象模型,特别是被控过程较复杂时,被控对象的数学模型也会随之复杂,这时甚至会导致解耦网络模型无法实现。为此,首先对耦合对象的模型进行简化处理,然后得到简化的解耦网络模型,再在实际应用中反复调整,直至获得满意的控制效果。

在耦合对象传递函数矩阵中,若最大的时间常数与最小时间常数间相差 10 倍以上时,则可以忽略最小的那个时间常数;若有几个时间常数比较接近,则可假设它们相等。

对于解耦网络模型来说,能实现整个动态过程的完全解耦固然很好,但此时解耦网络模型往往比较复杂,即使用计算机来实现,也会因为模型阶次较高而降低解耦的实时性。因此,解耦网络模型的简化对解耦的实现具有实际意义。

当解耦网络模型只是在静态条件下实现解耦时,称之为静态解耦。静态解耦是一种基本而有效的补偿方法,它可以使耦合系统稳定的运行,并且在一定程度上减小扰动对被控参数的影响。

静态解耦网络模型的求取比较简单,如一个  $2 \times 2$  耦合系统的解耦网络模型为

$$\mathbf{D}(s) = \begin{bmatrix} 0.37(3s+1) & \frac{0.3}{s+1} \\ \frac{-0.52}{3s+1} & 0.49(s+1) \end{bmatrix}$$

那么,静态解耦网络模型为

$$\mathbf{D}(s) = \begin{bmatrix} 0.37 & 0.3 \\ -0.52 & 0.49 \end{bmatrix}$$

实际应用表明,这样简化后,仍能达到工程满意的解耦效果。

## 本章小结

随着工业的发展,生产规模的不断扩大,在一个过程控制系统中,需要进行自动控制的变量往往多于一个,并且这些变量间又或多或少地存在一定的关联。这种现象在多变量系统中被称为耦合。耦合是多变量系统中普遍存在的现象。当系统间的耦合强度较弱时,可以忽略这种耦合关系,而把多变量系统视为多个单变量系统进行控制方案的设计与分析。反之,就必须首先消除或削弱系统间的耦合关联,然后再进行控制系统的设计,否则控制系统难以达到满意的指标。

本章着重介绍了耦合与解耦的基本概念,耦合系统的表示方法、系统间耦合强度的衡量指标、几种常用的解耦网络结构以及解耦控制方法。

通过对本章的学习,了解和掌握耦合与解耦的概念,了解在过程控制中常用的解耦网络

结构,学会利用相对增益来选择适当的变量配对关系,以减小系统间的耦合强度,掌握常用的解耦控制方法。

## 思考题与习题

1. 什么是多变量系统的耦合与解耦?按解耦强度大小可以将解耦方法分为哪几种类型?
2. 什么是相对增益?说明如何利用实验法求取多变量系统的相对增益。
3. 如何利用相对增益来选择合适的变量配对关系?
4. 画图并说明如何实现  $2 \times 2$  耦合系统的对角矩阵解耦以及如何求取解耦网络模型。
5. 画图并说明如何实现  $2 \times 2$  耦合系统的前馈补偿解耦以及如何求取解耦网络模型。
6. 一具有纯滞后的多变量系统的被控对象为

$$\mathbf{W}_o(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.65}{100s+1}e^{-20s} & \frac{0.13}{120s+1}e^{-150s} \\ 0 & \frac{0.32}{150s+1}e^{-100s} \end{bmatrix},$$

试说明实现这一多变量系统的解耦控制方法,并求出解耦网络模型。