

## 第3章



# 动力反应谱分析

### 3.1 概述

在确定了拟选择地区的代表性地震荷载及其发生概率之后,研究就可以进入到针对不同地区具体的建筑结构开展结构动力损伤分析阶段。针对建筑结构的非线性动力损伤分析,目前世界各国的建筑规范,如美国的国际建筑规范(International Building Code, IBC)、联合建筑规范(Uniform Building Code, UBC)<sup>[1-2]</sup>,都列出了两种基本方法:

(1) 反应谱分析:在该方法中,结构的响应是线弹性的,但时间变量被结构的自振周期或频率取代。

(2) 非线性弹塑性时程分析:在该方法中,结构的时程响应在材料的变形超过屈服应变后直接导致应变的塑性变化,其特点在于上一步及之前所有的应力-应变时程信息和振幅在本步计算中都可以被完全考虑进来。

本章首先讲述反应谱分析方法,在以后章节中进一步探讨非线性时程分析方法,这两种分析方法是目前工程结构动力易损性和工程全寿命周期地震成本计算的基础。

反应谱分析方法是目前地震工程与结构动力分析中重要的分析方法,涵盖范围广且基本准确,实际上是一种静态分析方法。该方法重点评估结构最大响应,没有考虑时间的因素,因此在计算中减少了时间变量及其响应量,从而极大地减少了所需的计算机内存和后处理量。比如一条地震时长为 50s 的记录,对应于响应的数字积分为每秒 100 次,则结构人员研究结构动力响应性能就需要取得整个地震波的时程响应变量值达 5000 个,而反应谱对应的只有结构最大响应值这一个数值。以反应谱方法的介绍作为入门,可以增强学习者对地震工程概念和结构动力学内涵的理解,也将有助于学习者进一步理解非线性动力分析方法,而这些内容都是分析和计算工程全寿命周期地震成本的必备基础知识。

结构动力学并不是只作为一个简单的技术领域来研究,结构动力学的特点在于满足动力学的规则之后精确分析计算出结构的响应。在结构动力学应用中的基本问题在于解决现实世界的工程抗震设计问题,因此其分析的准确性是第一位的。在结构动力学中通常很难单独依赖工程技术人员的个人经验来解决工程动力学问题,因为每一个工程都是不相同的,而反应谱法提供了一个大致的“工程动力判断”,同时其获得的成果还可以应用于其他的工程中。

反应谱分析方法将结构动力学的几部分和结构设计结合了起来,具体叙述如下:

(1) 正规化模态法: 结构自然振动周期或其对应的自然振动频率和振型在反应谱分析方法的动力响应中是关键变量,自然振动周期通常也称为自振周期;自然振动频率通常也称为自振频率。因此,结构需要建立为线弹性系统。

(2) 阻尼: 特定结构体系的阻尼确定是比较困难的,因为实际结构都缺乏结构响应的测量数据,而结构本身又存在非常多的不确定变量,因此,在反应谱分析方法中通常都是对阻尼进行简化处理的,对于每一个正规化的响应模型只需要一个阻尼值就可以了。

(3) 地震波: 反应谱分析方法表示为结构自然频率和结构所在地的设计地震波的振型分析两部分,反应谱的优势在于对于第一自振周期很短的实际结构动力分析可以采用近似结构模型和估计的地面运动来进行。另外,由于结构体系一般被假定为线性系统,通过结构响应外推得到的数值可以直接表示为新的地震波,节约时间也提高了效率。

(4) 计算速度: 计算结构自然频率和模态振型需要消耗计算时间,而且一般只需要计算一次,一旦这些结构频率和模态振型被计算出来,就可以重复地在不同地震波和阻尼率值下使用。

综上,反应谱分析主要应用于结构体系的线弹性响应阶段,一旦进入塑性变形阶段,则反应谱分析结果精确性将低于非线性时程分析方法,因此成熟的非线性时程分析显然是优于完备的线性时程分析的,而完备的线性时程分析又是优于成熟的反应谱分析的。不过,由于种种原因,目前实际应用中大量使用的还是成熟的反应谱分析方法,这也凸显出反应谱分析方法的普遍性和基础重要性。

本章首先定义单自由度体系的不同反应谱,然后再讨论设计谱的概念,接着探讨了对应于多自由度体系的基本振型模态和地震波反应谱特征,反应谱的解法进一步扩展为包括两个或更多个正规化模态。

## 3.2 单自由度体系响应分析

在地震作用下的单自由度体系运动,考虑如图 3.1(a)所示单自由度体系,其承受来自于地面的地震运动,则来自于柱子的弹性力就等于

$$F_s = -k(y(t) - u_g(t)) \quad (3.1)$$

式中,  $y(t)$  是质量体的绝对位移,  $u_g(t)$  为地面的绝对位移,如果物体与地面的相对位移表示为  $x(t)$ ,那么  $x(t) = y(t) - u_g(t)$ ,则

$$F_s = -kx(t) \quad (3.2)$$

系统的线性黏滞阻尼力表示为

$$F_d = -c(\dot{y}(t) - \dot{u}_g(t)) = -c\dot{x}(t) \quad (3.3)$$

作用于质量体的外力  $F_e(t) = 0$ , 质量体的惯性力  $m\ddot{y}(t) = m\ddot{x}(t) + m\ddot{u}_g(t)$ , 根据牛顿定律可得

$$\sum F = F_s + F_d + F_e = -kx(t) - c\dot{x}(t) = m\ddot{x}(t) + m\ddot{u}_g(t) \quad (3.4)$$

结构工程人员通过数学上的整理,对应于式(3.4),显然可知

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (3.5)$$

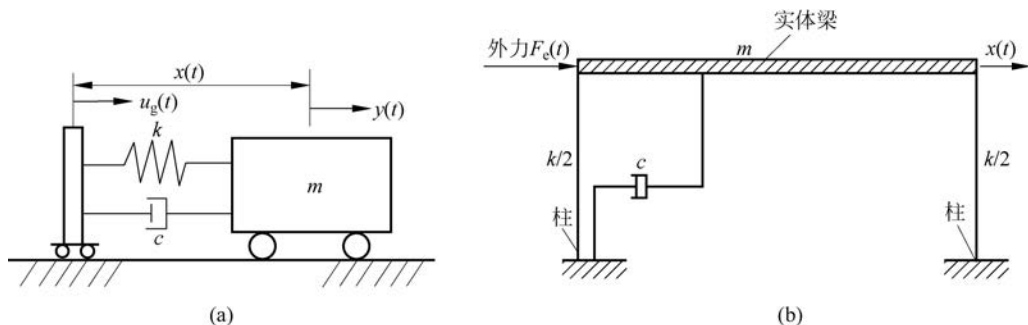


图 3.1 单自由度体系动力响应对比

(a) 地面运动下; (b) 外力作用下

对比在外力  $F_e$  作用下单自由度体系的运动方程,如图 3.1(b)所示。即作用于质量体的外力被地震力所取代,因此就将对应于外力的结构动力分析转换为对应于地震地面运动的结构动力分析。

通常,地震地面加速度可以表示为  $a(t) = \ddot{u}_g(t)$ ,因此得<sup>[3]</sup>

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -ma(t) \quad (3.6)$$

方程两边同除以质量后,得

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = -a(t) \quad (3.7)$$

此处,  $\omega_n^2 = k/m$ ,  $2\zeta\omega_n = c/m$ , 注意惯性力的计算采用绝对加速度乘以质量:

$$m\ddot{y}(t) = m\ddot{x}(t) + m\ddot{u}_g(t) = -kx(t) - c\dot{x}(t) \quad (3.8)$$

而结构的响应计算方法采用的是相对位移  $x(t)$  和时间的关系,在给定地震地面运动加速度时程  $a(t)$ 、已知自然频率  $\omega_n$  和阻尼率  $\zeta$  后就可以计算出  $x(t)$  的相对位移时程曲线,然后最大的绝对响应量就可以从中确定出来,该响应量就被称为单自由度体系对应的谱位移,谱位移通常用  $S_d(\omega_n, \zeta)$ 、 $S_d(T_n, \zeta)$  或简化为  $S_d$  来表示,它可以被写为

$$S_d(\omega_n, \zeta) = |x(t)|_{\max} = \max |x(t)| = \max[x(t)] \quad (3.9)$$

该绝对值的表示通常采用谱位移曲线形式,其意味着曲线上的所有位移值都是对应于时程曲线上的绝对最大值<sup>[4]</sup>。

同理,结构质量体的相对速度值  $\dot{x}(t)$  和绝对加速度值  $\ddot{y}(t) = \ddot{x}(t) + a(t)$  也可以被计算和表示,每一个频率或周期对应的最大值都被计算出来,这些响应量就被分别称为谱速度  $S_v$  和谱加速度  $S_a$ ,表示为

$$S_v(\omega_n, \zeta) = |\dot{x}(t)|_{\max} \quad (3.10)$$

$$S_a(\omega_n, \zeta) = |\ddot{y}(t)|_{\max} \quad (3.11)$$

对应于不同的  $\omega_n$  和  $\zeta$ ,在给定一条地震地面运动时程记录后可以很快计算得到对应单自由度体系的谱位移、谱速度和谱加速度,计算完成后可以将所有的数据统计为图表形式,结构工程上通常将  $S_d$ 、 $S_v$  和  $S_a$  表示为对应于结构自然振动周期  $T_n$  而不是自然振动频率  $\omega_n$  的形式。

图 3.2 所示为结构工程界最普遍的 1940 年 EI-Centro 地震南北向(NS)地震波时程记录及谱数据指标与对应自然振动周期( $\zeta=0.05$ )之间的关系曲线。

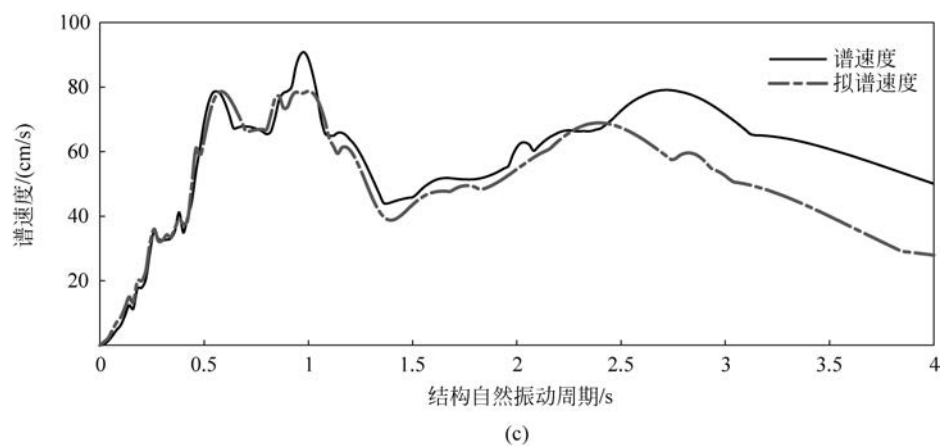
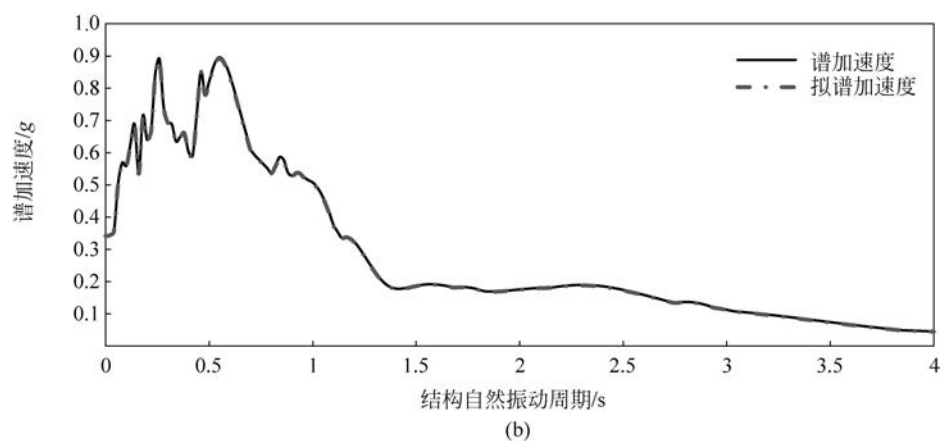
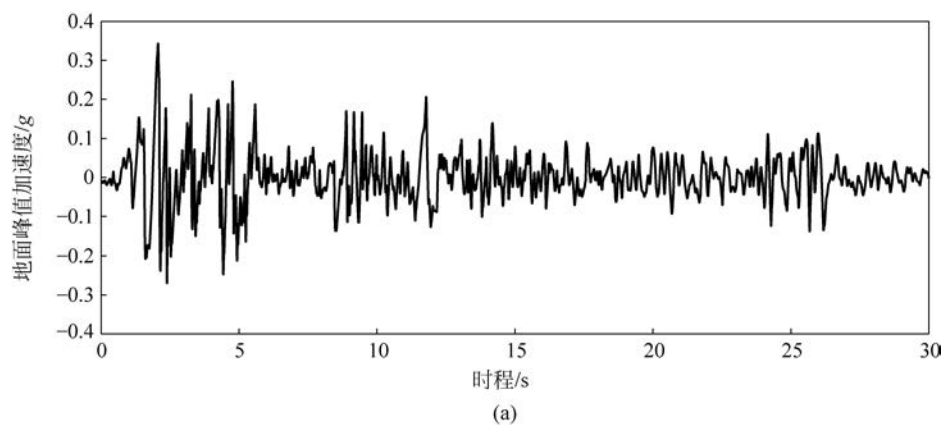


图 3.2 EI-Centro 地震加速度时程记录(NS)及谱数据指标曲线

(a) EI-Centro 地震加速度时程记录; (b) 谱加速度与拟谱加速度曲线; (c) 谱速度与拟谱速度曲线; (d) 谱位移曲线



彩图 3.2(b)

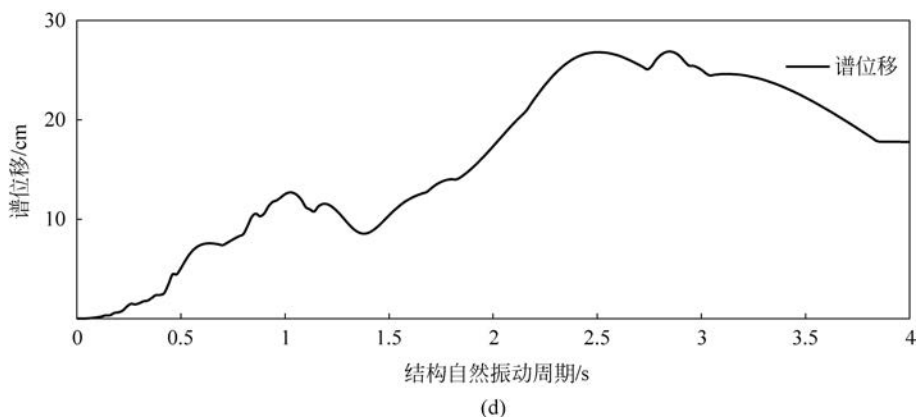
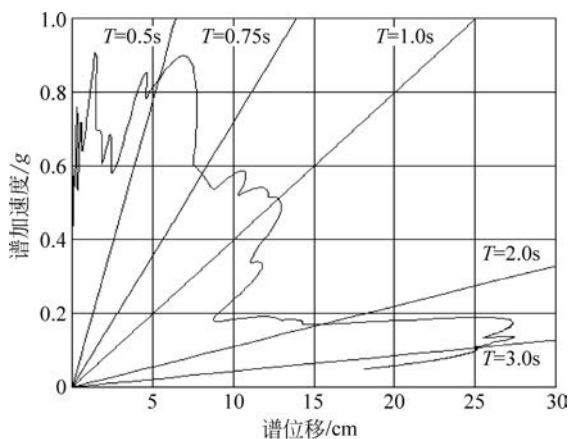


图 3.2(续)

图 3.3 所示为 1940 年 EI-Centro 地震南北向(NS)地震波时程记录的谱加速度-谱位移关系图,该图又被称为双谱图,绘制前需要首先确定无阻尼自然振动周期,然后计算响应的  $S_d$  和  $S_a$ ,最后将不同无阻尼自然振动周期对应的数值点绘于图中即得。

图 3.3 1940 年 EI-Centro 地震记录双谱图(南北向,  $\zeta=5\%$ )

另外两个在结构工程中常用的方程为拟谱速度  $S_{vp}$  和拟谱加速度  $S_{ap}$ ,这两个方程均通过谱位移计算得出,可以表示为

$$S_{vp}(\omega_n, \zeta) = \omega_n S_d(\omega_n, \zeta) \quad (3.12)$$

$$S_{ap}(\omega_n, \zeta) = \omega_n S_{vp}(\omega_n, \zeta) = \omega_n^2 S_d(\omega_n, \zeta) \quad (3.13)$$

当结构系统的阻尼为零时,谱加速度和拟谱加速度之间存在着特殊关系。为了表示出这种关系,回顾式(3.8),方程两边同除以结构质量后得

$$\ddot{y}(t) = -2\zeta\omega_n \dot{x}(t) - \omega_n^2 x(t) \quad (3.14)$$

特殊情况下当阻尼为零时,式(3.14)就变为

$$\ddot{y}(t) = -\omega_n^2 x(t) \quad (3.15)$$

从式(3.15)可知最大绝对加速度发生在最大相对位移的时刻,由此

$$S_a(\omega_n, \zeta) = |\ddot{y}(t)|_{\max} = |-\omega_n^2 x(t)|_{\max} = \omega_n^2 S_d(\omega_n, \zeta) = S_{ap}(\omega_n, \zeta) \quad (3.16)$$

这显示出当阻尼为零时,谱加速度值和拟谱加速度值是相等的。

一个地震加速度时程记录,在给定阻尼值后其反应谱值就可以计算出来,而不需要在以后重复进行计算了。如果结构工程人员已知单自由结构体系的自然振动周期  $T_n$ ,则质量体与地面的相对最大位移就可以得到

$$\max[x(t)] = S_d(T_n, \zeta) \quad (3.17)$$

相对位移就可以用来计算地震中的最大弹性恢复力:

$$\max[F_s(t)] = \max[-kx(t)] = kS_d(T_n, \zeta) \quad (3.18)$$

结构体的最大绝对加速度为

$$\max[\ddot{y}(t)] = S_a(T_n, \zeta) \quad (3.19)$$

结构体的最大惯性力为

$$\max[F_i(t)] = \max[-m\ddot{y}(t)] = mS_a(T_n, \zeta) \quad (3.20)$$

当阻尼等于零时,最大惯性力就等于最大弹性恢复力,作用于结构基础部位的就是弹性恢复力和阻尼力之和,它在数值上等于惯性力。

考虑单自由度体系,惯性力是作用于质量体上的,通过结构基础部位的作用力保证受力体系的力平衡,通常结构基底部位的作用力被称为基底剪力  $V$ ,可写为

$$V = \max[F_i(t)] = mS_a(T_n, \zeta) \quad (3.21)$$

考虑到

$$m = W/g \quad (3.22)$$

式中,  $W$  是结构的总重量;  $g$  是重力加速度。因此式(3.21)又可以写为

$$V = \left( \frac{S_a(T_n, \zeta)}{g} \right) W \quad (3.23)$$

图 3.4 所示为 1999 年台湾地区集集大地震南北向(NS)地震波时程记录,假设单自由度结构带 5% 阻尼率,图 3.5~图 3.7 就显示了分别对应 3 个不同自振周期的单自由度体系的相对位移时程响应,从图中可以得到最大位移响应数值分别为 3.94cm, 20.88cm 和 16.89cm,再次计算位移响应的位移反应谱如图 3.8 所示,从中分别标注出来了对应于这 3 种不同周期的谱位移值,可见就是对应周期的最大位移值,类似的,还可以计算出该地震时程记录包含这 3 个周期在内的速度反应谱和加速度反应谱,如图 3.9~图 3.10 所示。

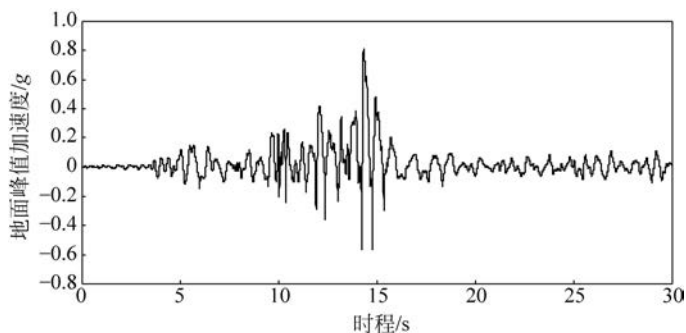


图 3.4 1999 年台湾地区集集大地震加速度时程记录(南北向)

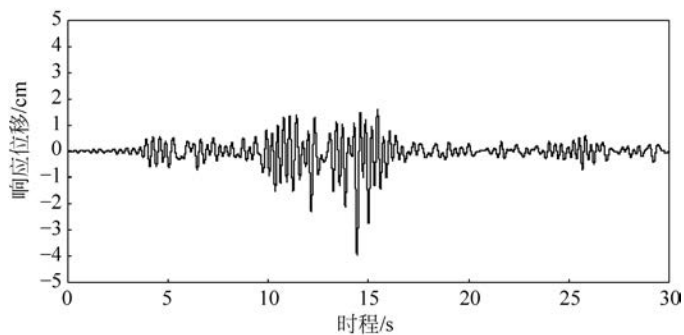


图 3.5 集集大地震单自由度结构位移响应时程(南北向,  $T_n=0.3s, \zeta=5\%$ )

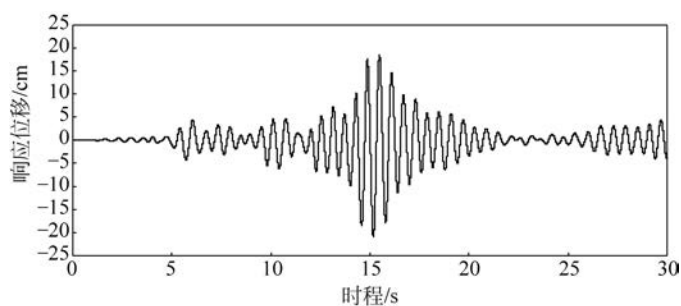


图 3.6 集集大地震单自由度结构位移响应时程(南北向,  $T_n=0.6s, \zeta=5\%$ )

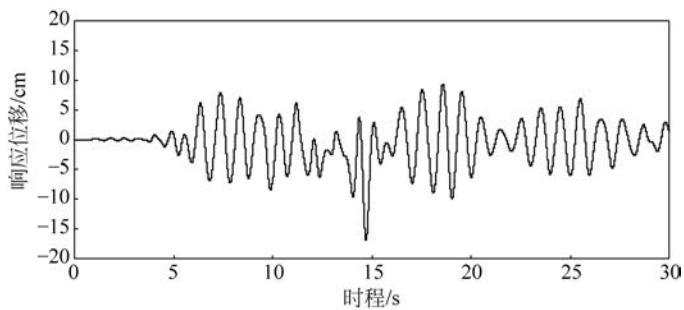


图 3.7 集集大地震单自由度结构位移响应时程(南北向,  $T_n=1.0s, \zeta=5\%$ )

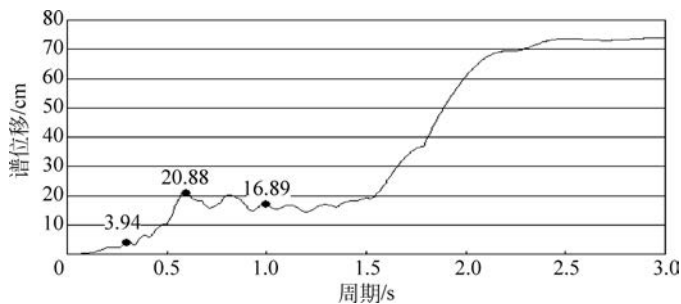


图 3.8 集集大地震位移反应谱(南北向)

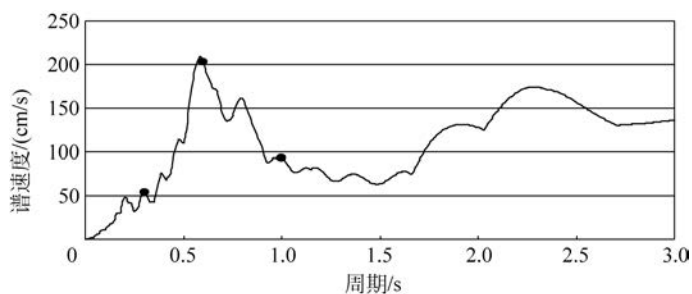


图 3.9 集集大地震速度反应谱(南北向)

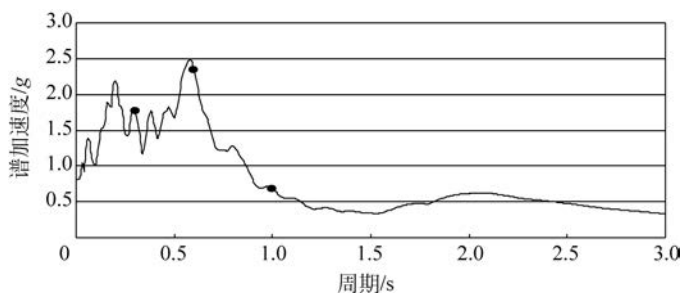


图 3.10 集集大地震加速度反应谱(南北向)

图 3.11 所示为在纽霍尔火灾(Newhall fire)站测得的 1994 年北岭(Northridge)地震南北向(NS)地震波时程记录,图 3.12 所示分别为自振周期为 1s 的单自由度体系在阻尼率分别为 2%和 5%的位移响应时程记录,图 3.13 所示为分别对应于 2%和 5%阻尼率的位移反应谱对比图,图 3.14 所示为两个不同阻尼率下的双谱图,图 3.15 所示为分别对应于 2%和 5%阻尼率的谱加速度值对比图。

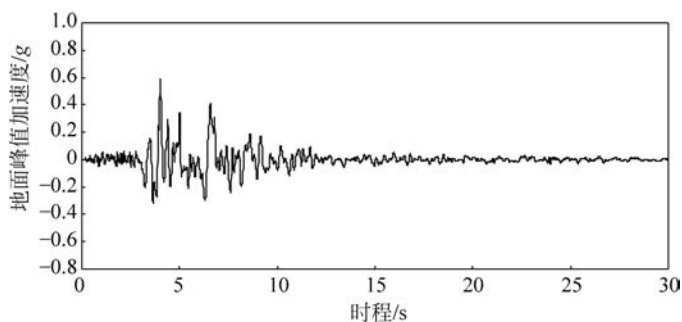


图 3.11 1994 年北岭地震南北向(NS)地震波时程记录



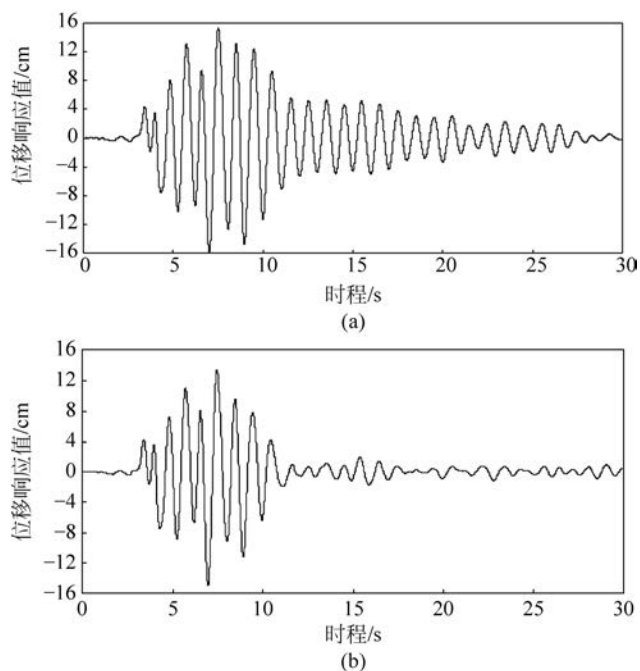


图 3.12 周期 1s 单自由度结构在北岭地震中位移响应时程

(a)  $\xi=2\%$ ; (b)  $\xi=5\%$

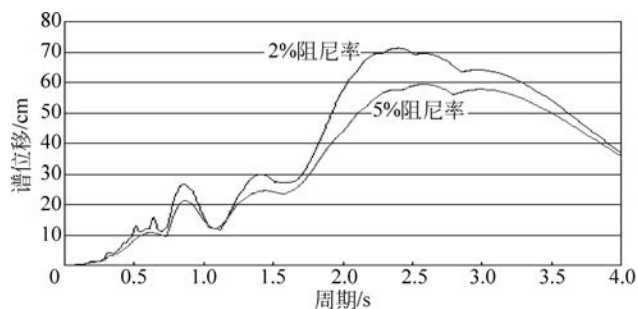


图 3.13 北岭地震不同阻尼率下位移反应谱对比

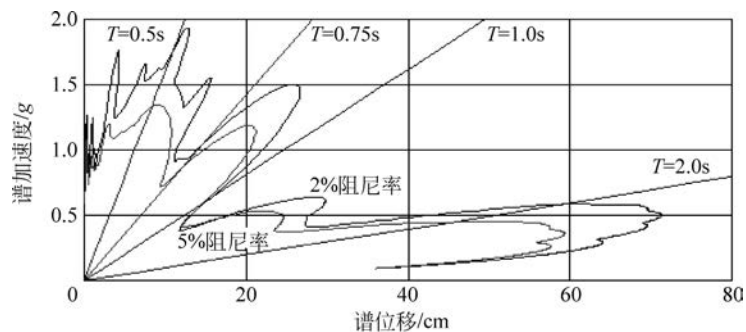


图 3.14 北岭地震不同阻尼率下双谱对比图

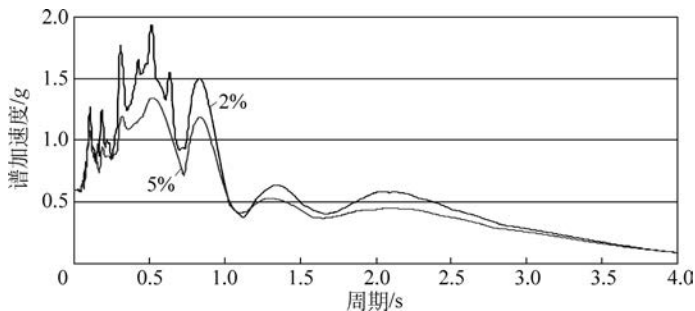


图 3.15 北岭地震不同阻尼率下加速度反应谱

### 3.3 设计地震反应谱

上节介绍了如何利用地震加速度时程记录计算反应谱,如图 3.15 所示的反应谱图形来看是非常不对称的,在实际应用过程中结构工程人员通常使用的是基于已发生的地震概率考虑的一条平滑反应谱曲线,因此该曲线并不是针对某一特定地震时程记录得到的。

图 3.16 显示了 9 条地震加速度时程记录图,为作者基于分析程序所做的对发生于 1997 年 4 月 6 日中国新疆伽师地震( $M_s 6.6$ )的加速度时程预测波,这些预测记录参考原地震时程记录,即地震波采自于距震中 9km 的近场地点,如果该地再次发生地震,则这 9 条地震加速度时程预测记录中的 1 条有可能就是实际地震发生的记录波,结构动力分析中可以采用这种方法来考虑结构外加地震荷载的随机性。图 3.17 所示为这 9 条预测地震时程记录带 5% 阻尼率的加速度反应谱。图 3.18 显示了带 5% 阻尼率的加速度反应谱的上限、下限以及平均值的曲线,从图中可见随着无阻尼自然振动周期的增加,平均谱加速度值也在增加,达到一个顶峰后,随着自然振动周期的增加而不断降低并逐渐接近水平。

对于设计地震反应谱的发展或简化的设计谱的理解,首先需要明白设计地震反应谱并不是某一特定地震运动时程的反应谱,它实际上是对许多地震反应谱平滑化后的代表性曲线。经平滑后的估计反应谱一般为假定阻尼率为 5% 的加速度反应谱,通常是由工程地震学者研究使用的。构建设计反应谱要考虑的因素包括房屋所在地区可能发生的地震强度、地震波的传播途径、沿传播途径土质的性质以及其他地质因素,因为地震反应谱的强度无法准确估计,所以对应于自振周期的加速度谱值也是任意变量,对应于某一地区一定强度的设计谱采用一定时间段(如 50 年)内的超越概率(如 10%)来进行构建,这种反应谱就被称为设计谱。

在选择对应于房屋设计的一个或多个设计地震谱时,结构工程师就考虑了不同水平地震的风险,第 2 章表 2.2 列出了我国三级抗震设防标准与 ATC 推荐的地震频率与地震规模的关系。

依据我国的《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010)<sup>[5]</sup>,建筑结构的反应谱曲线应根据该地区的烈度、所在场地类别、设计地震分组和结构自振周期以及阻尼比确定,其中阻尼比一般取 5%,图 3.19 显示了位于我国海口地区(8 度设计地震第一组)某三类建筑场地所对应的我国大、中、小震级下的设计反应谱,表 3.1 为大、中、小地震对应于不同周期的加速度谱值对比。